

UNIVERSITE DE PARIS-SUD
CENTRE D'ORSAY

THESE

présentée

Pour obtenir

Le ~~TITRE~~ de DOCTEUR .. 3ème cycle
Spécialité : Physique des Gaz et des Plasmas

PAR

.....Mohammed BENHASSINE.....

-----De-----

SUJET : DEFERLEMENT DES ONDES DE PLASMA DANS UN PLASMA INHOMOGENE

soutenue le 21 JUIN 1985 devant la Commission d'examen

MM. M. ELTAIRE Président

..... J.L. ROBIN

..... M. FELDEN

..... G. MATTHIEUSSEN

..... P. MORA

... à mes parents.

Cette thèse a été préparée au Laboratoire de
Physique des Gaz et des Plasmas, à Orsay.

G. MATTHIEUSSENT a proposé et dirigé ce travail.
Il a su, au travers de nombreuses discussions scientifiques, me faire
profiter de son expérience et m'a apporté une analyse critique lors de
la rédaction du manuscrit. Qu'il veuille bien trouver ici l'expression
de ma profonde gratitude.

Qu'il me soit permis de remercier Monsieur
M. FITAIRE, qui a accepté de présider le jury, ainsi que Messieurs
J.L. BOBIN, M. FELDEN et P. MORA pour avoir bien voulu s'intéresser à
ce travail.

J'exprime ma reconnaissance à Madame C. VERGAND
qui a assuré le tirage avec beaucoup de gentillesse, ainsi qu'au
personnel de la Société DUPLICATOUT qui a frappé ce texte avec compé-
tence.

Enfin, je voudrais remercier mes collègues, amis
et proches, qui par leur aide ou leur amitié, ont contribué à la réali-
sation de ce travail.

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I : PROPAGATION D'ONDES DANS UN PLASMA.....	6
I.1. EQUATION DE PROPAGATION D'UNE ONDE E.M. DANS UN PLASMA SANS CHAMP MAGNETIQUE.....	6
I.2. PROPAGATION DANS UN MILIEU INHOMOGENE.....	7
I.2.a. Incidence normale sur un gradient unidimension- nel.....	8
I.2.b. Incidence oblique sur un gradient unidimension- nel.....	9
I.2.b.1) Onde "s".....	9
I.2.b.2) Onde "p".....	10
I.2.b.3) Absorption de l'onde "p" - absorption résonnante.....	12
- Limitation par collisions.....	12
- Limitation par la convection thermi- que.....	13
- Limitation non linéaire : déferlement de l'onde.....	16
I.3. CONCLUSION.....	16
CHAPITRE II : INTERACTION ONDE-PARTICULES.....	19
II.1. INTERACTION ENTRE DES ELECTRONS ET UNE ONDE ELECTROMA- GNETIQUE.....	19
II.2. INTERACTION ENTRE DES ELECTRONS ET UNE ONDE ELECTRO- STATIQUE (piégeage).....	20
II.3. INTERACTION ENTRE DES ELECTRONS ET UN CHAMP ELECTRIQUE LOCALISE.....	24
II.4. CONCLUSION.....	27

CHAPITRE III : THEORIE ANALYTIQUE DES OSCILLATIONS DE PLASMA FROID.....	30
III.1. HYPOTHESES DU MODELE.....	30
III.2. CHANGEMENT DE VARIABLES EULER $\nleftrightarrow$ LAGRANGE.....	31
III.3. EQUATIONS MACROSCOPIQUES EN COORDONNEES LAGRANGIENNES.	33
III.4. SOLUTION ANALYTIQUE AVANT LE DEFERLEMENT.....	38
III.4.a. Solution de l'équation linéaire.....	38
III.4.b. Solution de l'équation non linéaire.....	42
III.5. CONCLUSION.....	46
CHAPITRE IV : INTERPRETATIONS PHYSIQUES.....	48
IV.1. AVANT LE DEFERLEMENT DE L'ONDE.....	48
IV.1.a. Positions des noeuds de déplacement.....	48
IV.1.b. Pseudo-vitesse de phase.....	49
IV.1.c. Courbes schématiques.....	50
IV.1.d. Conclusion.....	51
IV.2. APRES LE DEFERLEMENT DE L'ONDE.....	52
IV.2.a. Point bas (x_o^{m*}) de la courbe de déplacement...	53
IV.2.b. Point haut (x_o^{M*}) de la courbe de déplacement..	53
IV.2.c. Conclusion.....	53
IV.3. ECHANGE D'ENERGIE.....	54
IV.3.a. Hors de la résonance.....	54
IV.3.b. A la résonance.....	55
IV.3.c. Conclusion.....	58
IV.4. LA CONTRIBUTION DES IONS.....	58
CHAPITRE V : SIMULATIONS NUMERIQUES.....	63
V.1. PRINCIPE DU CALCUL.....	63
V.2. RESULTATS DES SIMULATIONS POUR $\epsilon = 10^{-3}$	65
V.2.a. Courbes.....	65
V.2.a.1) Avant le déferlement de l'onde.....	66
V.2.a.2) Après le déferlement de l'onde.....	68
V.2.b. Bilan d'énergie	70
V.2.b.1) Avant le déferlement.....	71
V.2.b.2) Après le déferlement.....	72

V.3. RESULTATS DES SIMULATIONS POUR $\epsilon = 10^{-2}$	72
V.3.a. Courbes.....	72
V.3.a.1) Avant le déferlement de l'onde.....	73
V.3.a.2) Après le déferlement de l'onde.....	74
V.3.b. Validité du code numérique.....	75
V.3.b.1) Comparaisons des solutions analytiques avec les résultats de simulations numé- riques.....	76
V.3.b.2) Conclusion.....	77
CHAPITRE VI : DEFERLEMENT DE L'ONDE ELECTROSTATIQUE DANS UN PLASMA CHAUD.....	78
VI.1. EQUIVALENCE ENTRE LA DESCRIPTION DES MOMENTS ET LE MO- DELE WATERBAG.....	79
VI.2. INTERACTION ENTRE LA NON LINEARITE ET LES EFFETS THER- MIQUES.....	83
VI.2.a. Limite plasma froid.....	84
VI.2.b. Faibles non linéarités dans un plasma chaud...	84
VI.2.c. Fortes non linéarités dans un plasma chaud....	85
VI.3. VARIATION DE L'AMPLITUDE DU CHAMP ELECTRIQUE AVEC LA TEMPERATURE.....	86
VI.4. RESULTATS DE SIMULATIONS NUMERIQUES.....	88
VI.5. CONCLUSION.....	90
CHAPITRE VII : PREVISIONS EXPERIMENTALES.....	93
VII.1. EXPRESSIONS ANALYTIQUES.....	93
VII.2. INTERACTION MICRO ONDES-PLASMA.....	97
VII.2.a. Expérience d'interaction.....	99
VII.2.b. Prévisions expérimentales.....	99
VII.2.c. Influence de la largeur de bande.....	100
VII.2.c.1) Théorie analytique.....	100
VII.2.c.2) Dispositif expérimental.....	101
VII.2.c.3) Résultats expérimentaux et inter- prétations.....	101
VII.2.c.4) Conclusion.....	102

VII.3. INTERACTION LASER-MATIERE.....	103
VII.3.a. Limitations et prévisions expérimentales,....	104
CONCLUSION.....	108

* *

 *

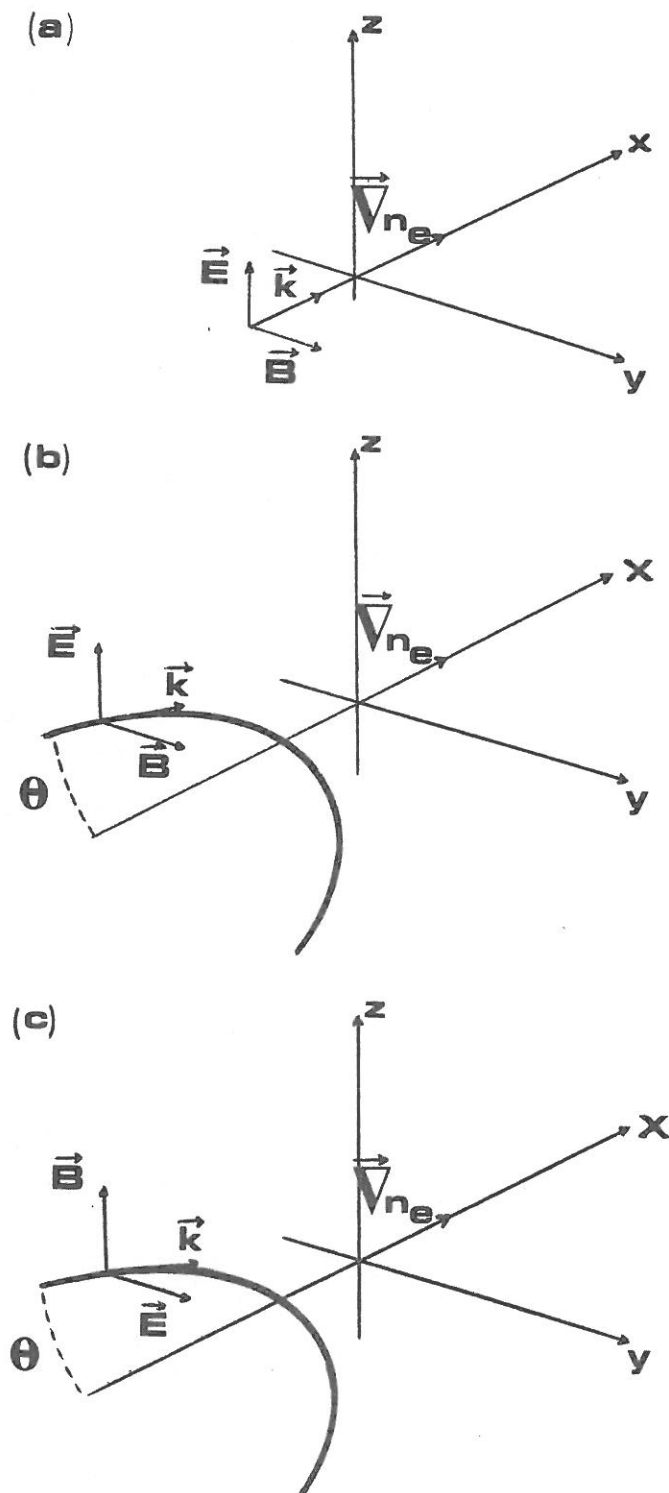


Fig I.2 Représentation des champs électrique et magnétique de l'onde électromagnétique avec le gradient de densité $\vec{\nabla} n_e$,
 a - incidence normale ,
 b - polarisation "s" ,
 c - polarisation "p" .

I.2.a. Incidence normale sur un gradient unidimensionnel

La composante du champ électrique dans la direction x est nulle (fig.I.2.a), par conséquent l'équation de propagation du champ électrique E est donnée par

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\omega_o^2}{c^2} D(x) E = 0. \quad (I.16)$$

La solution de cette équation est une fonction d'Airy, $Ai(\eta)$, d'expression :

$$Ai(\eta) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dt \cos \left(\frac{t^3}{3} + \eta t \right), \quad (I.17)$$

dont le comportement est représenté par la figure I.5, où le paramètre η est donné par : $\eta = (k_o L)^{2/3} x/L$, (I.18)
pour un profil de densité linéaire de longueur L , donné par la relation (I.15).

L'expression du champ électrique est donc :

$$E(x) = 2\sqrt{\pi} (k_o L)^{1/6} \cdot \exp \left(-i \frac{\psi}{2} \right) Ai(\eta) E_i. \quad (I.19)$$

E_i est le champ incident et ψ le déphasage dû à la propagation dans le profil de densité. Compte tenu de la réflexion et du retour à partir du point $x = -L$, ψ est donné par :

$$\psi = 2 \int_{-L}^0 k(x) dx - \frac{\pi}{2} = \frac{4}{3} k_o L - \frac{\pi}{2}. \quad (I.20)$$

L'expression du champ magnétique est obtenue à partir de la relation (I.1), soit

$$B(x) = \frac{i}{\omega_o} \cdot \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{i}{\omega_o} \cdot \frac{1}{L} \cdot (k_o L)^{2/3} \cdot \frac{dE}{d\eta}. \quad (I.21)$$

Le dernier maximum de $B(x)$ est à la coupure lorsque $D(x)$ s'annule, et vaut :

$$B \sim 0,92 (k_o L)^{-1/6} \cdot E_i / c \quad (I.22)$$

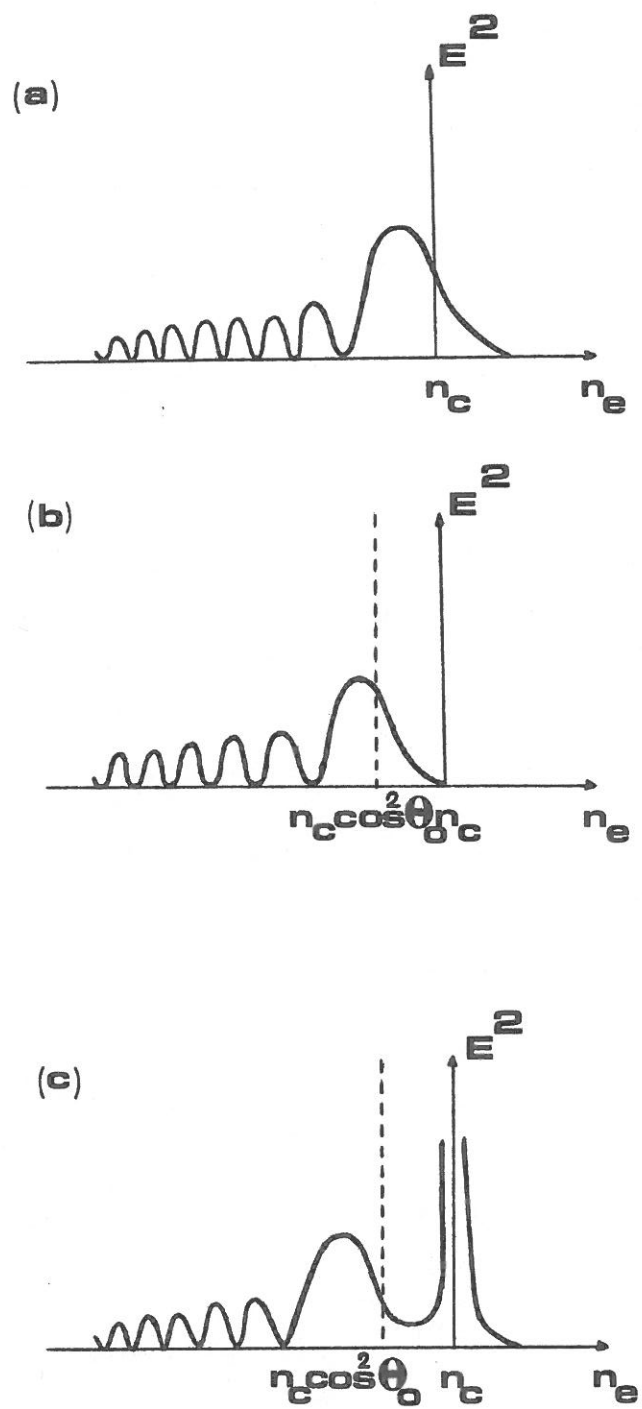


Fig I.3 L'amplitude de l'onde en fonction de la densité n_e ,
 a - incidence normale ,
 b - polarisation "s" ,
 c - polarisation "p" ,

Dans le cas de l'incidence normale le champ électrique n'a pas de composante parallèle au gradient de densité, il ne peut donc exciter aucune onde plasma électronique (fig.I.3.a).

I.2.b. Incidence oblique sur un gradient unidimensionnel

I.2.b.1) Onde "s"

On se trouve dans le cas de l'onde "ordinaire", où le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence (fig.I.2.b). Les seules composantes non nulles sont E_z , B_x et B_y . Chaque champ s'écrit de la manière suivante :

$$E_z = E_z(x) \exp \left[i(\omega_0 t - k_y y) \right]. \quad (I.23)$$

D'après la figure I.4, la composante du nombre d'onde dans la direction y est :

$$k_y = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{D(x)} \cdot \sin \theta. \quad (I.24)$$

En remplaçant (I.23) dans (I.13), on obtient l'équation de propagation du champ E_z qui est :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\omega_0^2}{c^2} D(x) (1 - \sin^2 \theta) E_z = 0, \quad (I.25)$$

on a la relation (fig.1.4) :

$$\sin^2 \theta_0 = D(x) \sin^2 \theta. \quad (I.26)$$

L'équation (I.25) se réduit à :

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\omega_0^2}{c^2} \left(D(x) - \sin^2 \theta_0 \right) E_z = 0. \quad (I.27)$$

$$\text{On pose} \quad D'(x) = D(x) - \sin^2 \theta_0 \quad (I.28)$$

$$\text{et} \quad \eta = (k_0 L)^{2/3} \cdot \left(\frac{x}{L} + \sin^2 \theta_0 \right). \quad (I.29)$$

L'équation de propagation du champ électrique E_z prend une forme plus compacte :

$$\frac{d^2 E_z}{d\eta^2} + \eta E_z = 0. \quad (I.30)$$

La solution de cette équation est une fonction d'Airy $Ai(\eta)$ du nouveau paramètre η , les résultats de l'incidence normale sont transposables ici.

De la même manière que dans le cas de l'incidence normale ; le champ électrique n'ayant pas de composante suivant le gradient de densité, ne peut exciter d'ondes électrostatiques (fig.I.3.b).

Les autres composantes non nulles B_x et B_y sont obtenues à partir de la relation (I.1), d'où :

$$B_x = \frac{i}{\omega_0} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial y} = - \frac{E_z}{c} \sin \theta_0, \quad (I.31)$$

et
$$B_y = \frac{i}{\omega_0} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial x}. \quad (I.32)$$

I.2.b.2) Onde "p"

On est en présence de l'onde "extraordinaire", où le champ électrique est dans le plan d'incidence (fig.I.2.c). Les seules composantes non nulles sont E_x , E_y et B_z .

Les équations en E_x et E_y sont couplées, on préfère résoudre l'équation décrivant le champ magnétique B_z de la forme :

$$B_z = B_z(x) \exp \left[i(\omega_0 t - k_y y) \right] \quad (I.33)$$

où
$$k_y = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{D} \sin \theta. \quad (I.34)$$

La propagation du champ magnétique est donnée par :

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} - \frac{1}{D} \cdot \frac{\partial D}{\partial x} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial x} + \frac{\omega_0^2}{c^2} (D - \sin^2 \theta) B_z = 0 \quad (I.35)$$

Les autres composantes non nulles E_x et E_y sont obtenues à partir de l'équation (I.12) :

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = i \frac{\omega_0}{c} D \vec{E}, \quad (I.36)$$

qui nous donne les expressions suivantes :

$$E_x = -c \frac{\sin \theta}{D} B_z, \quad (I.37)$$

et
$$E_y = i \frac{c^2}{\omega_0} \frac{1}{D} \frac{\partial B_z}{\partial x}. \quad (I.38)$$

A la coupure, B_z est fini, ainsi E_x diverge en $1/D$; $\partial B_z / \partial x$ tend vers zéro, on montre que E_y diverge en $\log D$.

On note la singularité à la couche critique ($D = 0$) pour les composantes de champ électrique E_x et E_y : le champ devient infini à la résonance en absence de mécanismes dissipatifs, (fig.I.3.c).

Pour θ petit, la valeur de B_z est la même qu'en incidence normale,

$$B_z(0) \sim 0,92 (k_0 L)^{-1/6} \cdot E_i / c. \quad (I.39)$$

On pose
$$E_D = c \cdot \sin \theta_0 \cdot B_z(0), \quad (I.40)$$

équivalent à
$$E_D \sim 0,92 (k_0 L)^{-1/6} \sin \theta_0 \cdot E_i, \quad (I.41)$$

tel qu'au voisinage de la coupure, on ait :

$$E_x = E_D / D(x). \quad (I.42)$$

Pour θ grand, le profil de champ électrique présente une décroissance exponentielle entre $x = -L \sin^2 \theta$ et $x = 0$, de la forme :

$$\exp \left(- \int_{x=-L \sin^2 \theta}^{x=0} k_x(x) dx \right) = \exp - \frac{2}{3} \tau^3, \quad (I.43)$$

où
$$\tau = (k_0 L)^{1/3} \sin \theta, \quad (I.44)$$

et
$$E_D = a (k_0 L)^{-1/6} \sin \theta \cdot \exp \left(- \frac{2}{3} \tau^3 \right) \cdot E_i. \quad (I.45)$$

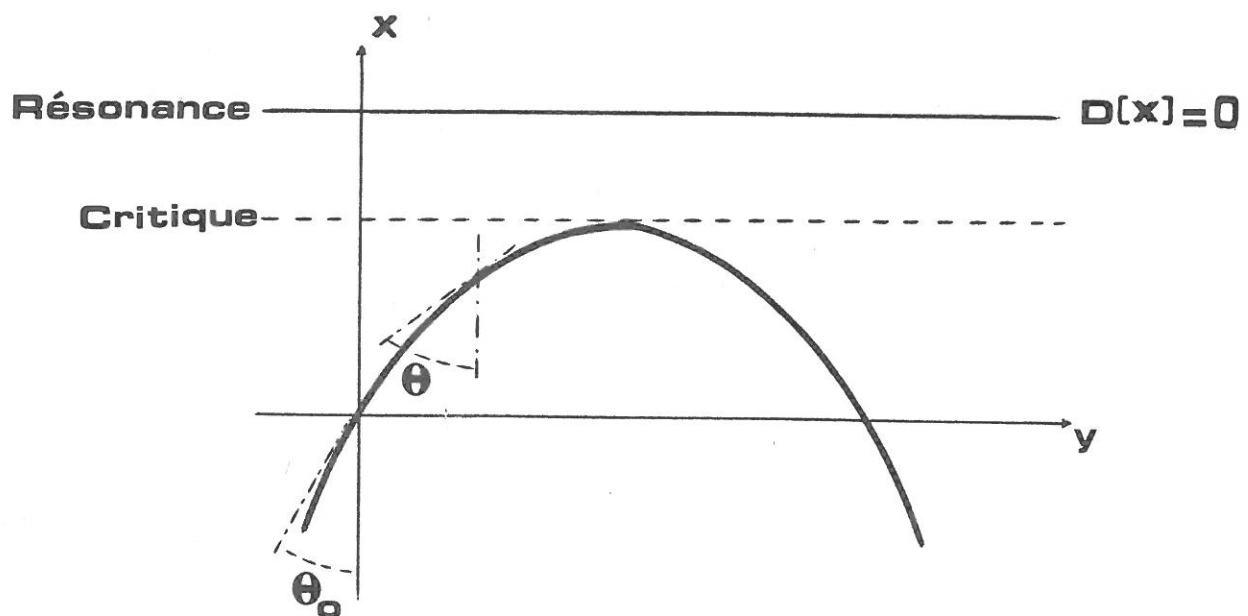


Fig I.4 Modification de l'incidence, entre l'espace libre et dans le plasma.

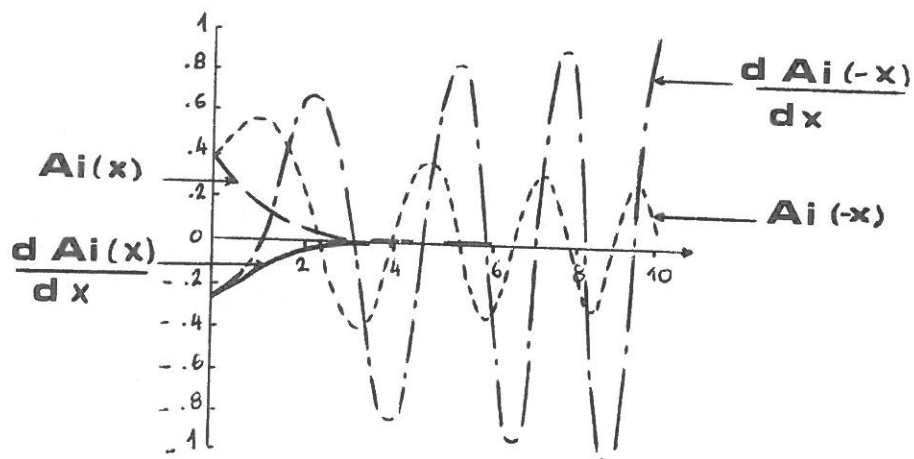


Fig I.5 Comportement asymptotique de la fonction d'Airy $Ai(x)$ en fonction de son parametre x .

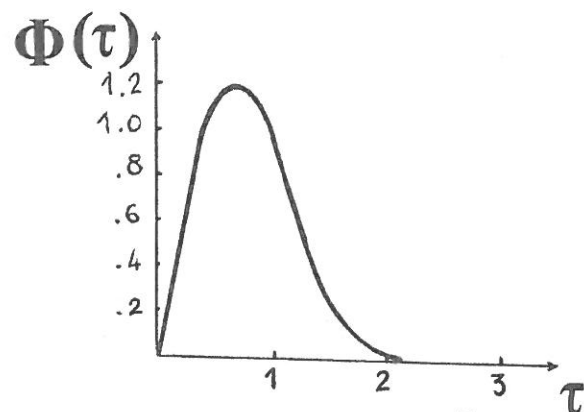


Fig I.6 Fonction dite de Ginzburg $\Phi(\tau)$ où $\tau = (k_0 L)^{1/3} \cdot \sin \theta$.

E_D se met sous la forme :

$$E_D = \frac{E_i}{(2\pi k_o L)^{1/2}} \phi(\tau), \quad (I.46)$$

où $\phi(\tau)$ est la fonction dite de "Ginzburg" [3] (fig.I.6). E_D présente un maximum pour τ voisin de 1.

I.2.b.3) Absorption de l'onde "p". Absorption résonnante

A partir de la relation (I.37), on note qu'il y a une divergence à la résonance, et les phénomènes limitatifs peuvent être les suivants :

- Limitation par collisions

Comme l'onde plasma électronique est l'oscillation synchrone d'un ensemble d'électrons du plasma, l'existence des collisions a tendance à dévier ou freiner ces électrons et avoir ainsi un effet d'amortissement sur l'onde. Ainsi les collisions limitent la divergence du champ E_x , on a dans ce cas :

$$D(x) = - \left(\frac{x}{L} + i \frac{\nu_c}{\omega_o} \right) \quad (I.47)$$

pour un profil de densité linéaire de longueur de gradient L , où ν_c est la fréquence de collisions [5]. Le module du champ électrique de l'onde plasma est alors :

$$|E_x|^2 = \frac{|E_D|^2}{\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{\nu_c}{\omega_o}\right)^2}. \quad (I.48)$$

On note que plus ν_c est petit, plus la résonance est localisée et plus le champ électrique est grand.

A la limitation par collisions, on associe un temps caractéristique

$$t_c \sim \nu_c^{-1}.$$

La largeur du champ à ce moment là est :

$$\Delta x \sim L v_c / \omega_o. \quad (I.51)$$

L'amortissement par collisions a pour effet de détruire le caractère ordonné des oscillations électroniques et transformer ainsi l'énergie de l'onde en énergie thermique, mais sans conduire à la production d'électrons énergétiques.

La puissance dissipée, dans la région de résonance ($\omega_p = \omega_o$) vaut :

$$W_{abs} = \frac{1}{2} \int_0^\infty dx v_c \epsilon_o |E_x|^2 \quad (I.52)$$

où $|E_x|^2$ est donné par la relation (I.48).

En effectuant le changement de variable $X = \omega_o x / L v_c$, et en utilisant la relation (I.46), on arrive à :

$$W_{abs} = \frac{\phi^2(\tau)}{2} \cdot W_{inc} \text{ où } W_{inc} = \frac{c \epsilon_o}{2} \cdot E_i^2.$$

Le coefficient d'absorption $\phi^2(\tau)/2$ est indépendant de la fréquence de collisions donc du mécanisme de limitation.

- Limitation par la convection thermique

La convection thermique ne donne pas lieu à un amortissement de l'onde électrostatique, mais plutôt à une saturation de celle-ci, l'empêchant de croître indéfiniment sur place, à cause de la vitesse de groupe finie de l'onde.

Dans ce cas, on néglige les collisions et on tient compte de la pression électronique due à la température non nulle.

Ici D n'est plus un scalaire, mais un opérateur

$$D \approx 1 - \frac{\omega_p^2(x)}{\omega_o^2} + 3 \lambda_D^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad (I.53)$$

où $\omega_p = (n_e e^2 / m \epsilon_0)^{1/2}$ et $\lambda_D = (\epsilon_0 kT / n_e e^2)^{1/2}$ sont respectivement la pulsation plasma électronique et la longueur de Debye électronique.

Ainsi l'expression du champ de l'onde de plasma $E_x = E_D / D$ pour un profil de densité linéaire devient :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} - \frac{1}{3\lambda_D^2} \cdot \frac{x}{L} \cdot E_x = \frac{E_D}{3\lambda_D^2}. \quad (I.54)$$

On pose $\eta = x / (3L\lambda_D^2)^{1/3}$, la relation précédente prend la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial \eta^2} - \eta E_x = E_D \left(\frac{L^2}{3\lambda_D^2} \right)^{1/3}. \quad (I.55)$$

Les ondes étant excitées à la résonance, la source d'énergie est située en ce point. On ne considère que l'onde sortante (descendant le gradient de densité). La solution de la forme : $E_x(\eta) = a Ai(\eta) + b Bi(\eta) - \pi Gi(\eta)$ (I.56)
Ai, Bi et Gi sont les fonctions d'Airy, dont les comportements asymptotiques sont donnés par :

$$Ai(\eta) \sim \frac{1}{\pi^{1/2}} \cdot \frac{1}{\eta^{1/4}} \sin \left(\frac{2}{3} \eta^{3/2} + \frac{\pi}{4} \right) \quad \text{Re } \eta \ll 1 \quad (I.57)$$

$$Bi(\eta) \sim \frac{1}{\pi^{1/2}} \cdot \frac{1}{\eta^{1/4}} \exp \left(\frac{2}{3} \eta^{2/3} \right) \quad \text{Re } \eta \gg 1 \quad (I.58)$$

et comme

$$Gi(\eta) = \frac{1}{3} Bi(\eta) + \int_0^\infty dy \left[Ai(\eta) Bi(y) - Ai(y) Bi(\eta) \right] \quad (I.59)$$

$$Gi(\eta) \sim 1/\pi\eta \quad \text{Re } \eta > 1 \quad (I.60)$$

$$Gi(\eta) \sim \frac{1}{\pi^{1/2}} \cdot \frac{1}{\eta^{1/4}} \cos \left(\frac{2}{3} \eta^{2/3} + \frac{\pi}{4} \right) \quad \text{Re } \eta \ll 1 \quad (I.61)$$

Pour que la solution ait un comportement oscillatoire pour $\eta < 0$, et qu'elle devienne évanescente pour $\eta > 0$, il faut que le coefficient b de Bi(η) s'annule.

La solution de l'onde sortante s'écrit alors :

$$E_x = E_D \left(\frac{L^2}{3\lambda_D^2} \right)^{1/3} \operatorname{Re} \left\{ -\pi \left(\operatorname{Gi}(\eta) + i \operatorname{Ai}(\eta) \right) \right\} e^{i\omega t}, \quad (I.62)$$

ainsi on a :

$$|E_x| = E_D \cdot \pi \cdot \left(\frac{L^2}{3\lambda_D^2} \right)^{1/3} \cdot \left[\operatorname{Gi}^2(\eta) + \operatorname{Ai}^2(\eta) \right]^{1/2}. \quad (I.63)$$

Le maximum du champ électrique à la résonance dans le cas de la limitation par convection thermique, se trouve pour $\eta = 2$, où $\pi (\operatorname{Gi}^2 + \operatorname{Ai}^2)^{1/2} = 1,9$, soit

$$E_{\text{MAX}} \approx 1,9 \frac{E_D}{\left(\frac{v_t}{\omega_0} \right)}, \quad (I.64)$$

$$\text{où} \quad \left(\frac{v_t}{\omega_0} \right) = \left(\frac{\lambda_D}{L} \right)^{2/3}. \quad (I.65)$$

On associe par analogie avec les collisions, une fréquence caractéristique v_t telle que

$$t_t \sim v_t^{-1}. \quad (I.66)$$

L'extension spatiale du champ électrique est donnée à ce moment là par

$$\Delta x \approx 2 (3L\lambda_D^2)^{1/3}. \quad (I.67)$$

L'amortissement Landau est absent de cette relation car la description hydrodynamique ne tient pas compte de l'interaction onde-particule. Lorsqu'on s'éloigne de la couche critique, vers les basses densités, la fréquence plasma électronique diminue, et si on tient compte de la relation de dispersion de Bohm et Gross

$$\omega^2 = \omega_p^2 + 3 k^2 v_t^2, \quad (I.68)$$

le nombre d'onde k électrostatique doit augmenter.

Si on considère que l'amortissement Landau commence à être important à partir de $k\lambda_D \gtrsim 0,2$, pour un profil de densité linéaire, et en utilisant la relation de Bohm et Gross, on

peut définir un x_L ou un η_L à partir duquel la solution type fonction d'Airy doit être modifiée par l'effet Landau [6].

On obtient : $(x/L) > 0,04$. (I.69)

- Limitation non linéaire : déferlement de l'onde

Quand on se trouve en présence d'une onde de grande amplitude, la limitation par collisions ou par convection thermique, n'intervient plus, et il faut prendre en compte le déferlement de l'onde (Wavebreaking en anglais) [2].

L'oscillation des électrons du plasma impose à l'onde électrostatique des limites physiques. Si λ est sa longueur d'onde, les électrons qui forment le champ électrique sont issus d'une région de longueur finie égale à λ , et sont en nombre fini. Si les électrons ont des déplacements autour de leur position initiale, supérieurs à λ , l'onde ne peut conserver sa structure, ce qui aboutit au déferlement de l'onde à l'instant t_b .

I.3. CONCLUSION

Le champ électrique des ondes de plasma (I.11) et la perturbation de densité électronique δn_e des ondes électrostatiques obéissent à la relation :

$$-\frac{e}{\epsilon_0} \delta n_e = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = - \left(\frac{\vec{E} \cdot \vec{\nabla} D}{D} \right) \propto \left(\frac{\vec{E} \cdot \vec{\nabla} n_e}{D} \right) ;$$

ainsi lorsque $\vec{E} \cdot \vec{\nabla} n_e = 0$, δn_e devient nul, il n'y a pas d'ondes électrostatiques excitées, on se trouve en polarisation "s". Si $\vec{E} \cdot \vec{\nabla} n_e \neq 0$, on se trouve en polarisation "p" ; δn_e devient grand lorsque D tend vers zéro, alors dans ce cas une onde électrostatique prend naissance dans la région critique.

L'amplitude du champ électrique de l'onde de plasma croît à partir de l'instant où l'onde électromagnétique incidente de polarisation "p" a pénétré par effet tunnel à la résonance de plasma pour donner naissance au champ E_D . Cette

croissance de l'onde de plasma à la résonance peut être limitée :

- par collisions $(E_c = E_D / (\nu_c / \omega_0))$,
- par convection thermique $(E_t = E_D / (\nu_t / \omega_0))$,
- par le déferlement de l'onde $(E_b = E_D / (\nu_b / \omega_0))$.

Le phénomène qui donnera la plus faible valeur du champ électrique, limitera sa croissance.

L'étude détaillée de l'évolution au cours du temps et de la saturation du champ électrique, par le déferlement de l'onde en plasma froid est exposée dans les chapitres suivants et constitue l'essentiel de ce mémoire.

où v_φ est la vitesse de phase de l'onde exprimée par la relation :

$$v_\varphi = \frac{\omega_o}{k_o} = \left(c^2 + \frac{\omega_p^2}{k_o^2} \right)^{1/2} \geq c. \quad (\text{II.5})$$

Dans le cas où l'électron est considéré lent à l'instant initial et comme la vitesse de phase de l'onde v_φ est supérieure à c ; cet électron restera un temps faible dans une région de champ électrique à signe constant.

Par conséquent l'échange d'énergie est très faible.

II.2. INTERACTION ENTRE DES ELECTRONS ET UNE ONDE ELECTROSTATIQUE (piégeage)

Supposons maintenant que dans le plasma, soit excitée une onde plasma électronique d'amplitude faible mais finie. On admet que la longueur d'onde est suffisamment grande devant la longueur de Debye λ_{De} pour que la vitesse de phase de l'onde $v_\varphi = \omega_o/k_o$ soit de beaucoup supérieure à la vitesse thermique v_t ; alors, d'une part la correction thermique à la fréquence est faible, d'autre part le nombre d'électrons résonnants est faible.

L'équation du mouvement unidimensionnelle, en coordonnées lagrangiennes peut s'écrire comme, [3] :

$$m \frac{d^2 f(x_o, \tau)}{d\tau^2} = - eE(x_o + f, \tau), \quad (\text{II.6})$$

où $f(x_o, \tau)$ est le déplacement de l'électron autour de sa position initiale x_o .

Avec le déplacement de la couche d'électrons vers la droite, le nombre d'électrons à gauche de la couche déplacée reste constant d'où le champ électrique sera déterminé par le nombre d'ions en excès se trouvant à gauche de la couche considérée d'électrons : $E(x_o + f, \tau) = \frac{e}{\epsilon_o} n_o f(x_o, \tau)$, (II.7) ainsi l'équation du mouvement (II.6) devient :

$$\frac{d^2 f(x_o, \tau)}{d\tau^2} = - \omega_{pe}^2 f(x_o, \tau). \quad (II.8)$$

Dans le cas unidimensionnel, les électrons effectuent des oscillations harmoniques à la pulsation ω_{pe} et d'amplitude finie. Cependant si l'amplitude devient très grande, il peut y avoir croisements des trajectoires.

L'énergie des électrons est égale à l'énergie d'oscillation dans le champ de l'onde, soit :

$$\Delta W = \frac{1}{2} m \left(\frac{e E_o}{m \omega_o} \right)^2, \quad (II.9)$$

où E_o et ω_o sont respectivement l'amplitude et la pulsation de l'onde.

Maintenant si on tient compte de la dispersion thermique, l'onde peut interagir avec les électrons résonnants dont la vitesse est proche de la vitesse de phase de l'onde ω_{pe}/k . Si la vitesse de phase est très supérieure à la vitesse thermique v_t des électrons, les électrons résonnants seront peu nombreux et leur influence sur l'onde d'amplitude finie sera faible.

Dans ce cas, on peut supposer que l'onde est d'amplitude constante.

L'onde électrostatique, k et E dans la même direction, s'exprime par :

$$E_x(x, t) = E_o \cos(\omega t - kx). \quad (II.10)$$

Il est commode de passer à un système de coordonnées (X, τ) lié à l'onde :

$$X = x - v_\phi t \quad \text{et} \quad \tau = t \quad (II.11)$$

La vitesse relative V d'un électron par rapport à l'onde va être exprimée par la relation :

$$V = dX/d\tau = v - v_\phi. \quad (II.12)$$

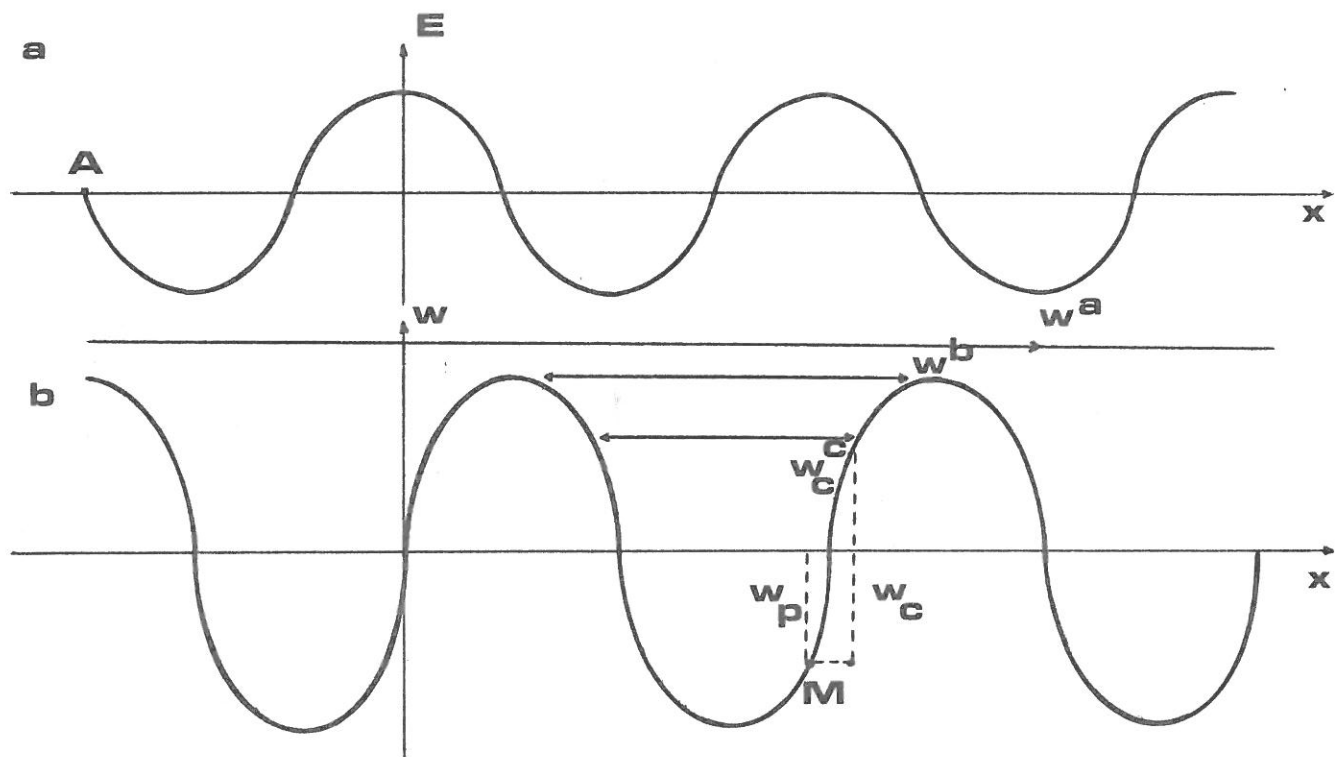


Fig II.1 Variation en fonction de la position

a - du champ électrique de l'onde

b - de l'énergie W^a d'un électron "circulant";
 W^b d'un électron sur la "séparatrice"; d'un électron "piégé" W^c ,
 d'énergie potentielle W_p et cinétique W_c en M dans le repère à la
 vitesse de phase de l'onde.

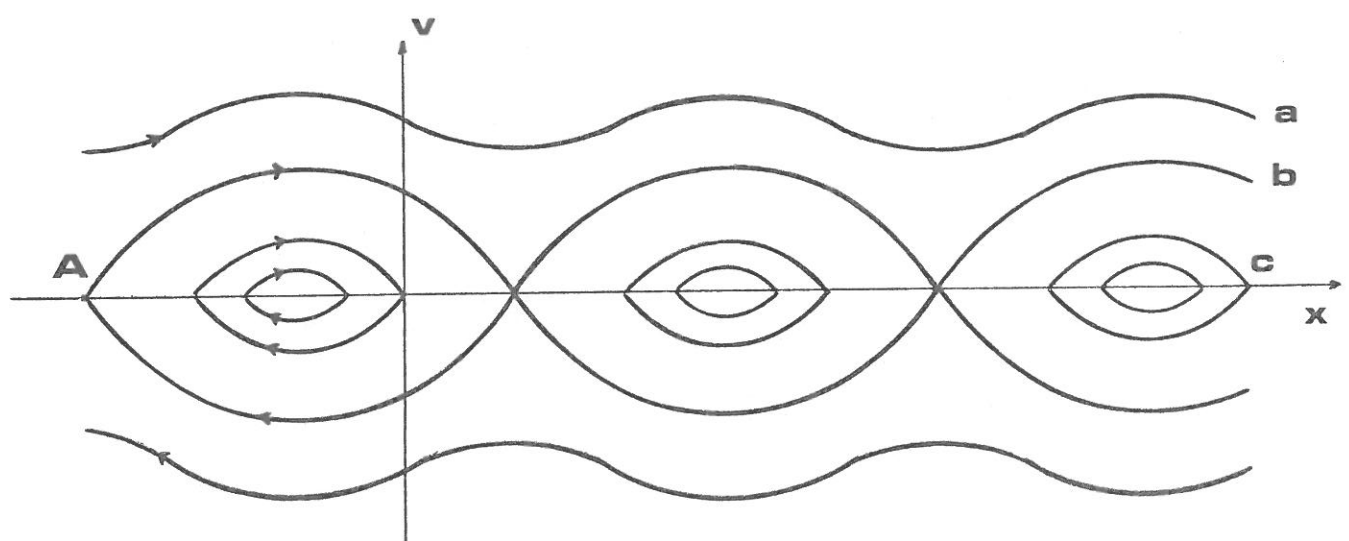


Fig II.2 Trajectoire de phase des électrons au sein de l'onde 1

a - électrons circulants ,

b - électrons sur la séparatrice ,

c - électrons piégés .

L'équation du mouvement devient

$$m \, dV/d\tau = - eE_0 \cos (-kX). \quad (\text{II.12})$$

En utilisant la relation $\frac{dV}{d\tau} = \frac{dV}{dX} \cdot \frac{dX}{d\tau}$, on arrive à

$$d \left(\frac{V^2}{2} \right) = \frac{e}{m} E_0 \cos (-kX) dX, \quad (\text{II.13})$$

ce qui est équivalent à :

$$m \frac{V^2}{2} + \frac{e}{k} E_0 \sin (-kX) = W_0. \quad (\text{II.14})$$

La somme de l'énergie cinétique W_c , dans le repère de l'onde, et l'énergie potentielle W_p , est une constante W_0 (fig.II.1).

- Si $W_0 > eE_0/mk$, l'électron est dit "circulant", car la vitesse relative de l'électron par rapport à l'onde conserve son signe (fig.II.2).

Les vitesses maximum v_M et minimum v_m dans le repère du laboratoire sont

$$v_{M,m} = v_\varphi + \sqrt{2} \left(W_0 \pm \frac{eE_0}{mk} \right)^{1/2}. \quad (\text{II.15})$$

Le gain d'énergie maximum est exprimé par la relation

$$\Delta W_M = \frac{1}{2} m \left(v_M^2 - v_m^2 \right), \quad (\text{II.16})$$

et lorsque $W_0 \sim eE_0/mk$, la relation précédente s'écrit :

$$\Delta W_M = 2m v_\varphi^2 \left(\frac{v_e}{v_\varphi} \right)^{1/2} \left[1 + \left(\frac{v_e}{v_\varphi} \right)^{1/2} \right], \quad (\text{II.17})$$

où $v_e = eE_0/m\omega$ est la vitesse d'oscillation maximum de l'électron dans le champ E_0 .

- Si $W_0 < eE_0/mk$, l'électron oscille dans le potentiel de l'onde et la vitesse relative V s'annule : l'électron est "piégé" (fig.II.2.c).

Les vitesses v_M et v_m dans le repère du laboratoire s'expriment comme

$$v_{M,m} = v_{\varphi} \pm \sqrt{2} \left(W_0 + \frac{eE_0}{mk} \right)^{1/2}, \quad (\text{II.18})$$

et le gain maximum ΔW_M en énergie peut être déterminé à partir de la relation (II.16).

- Si $W_0 \approx eE_0/mk$, l'électron se trouve sur la "séparatrice" entre les électrons circulants et les électrons piégés (fig.II.2.b) ;

$$\text{d'où : } v_{M,m} = v_{\varphi} \pm 2 \left(\frac{eE_0}{mk} \right)^{1/2} \quad (\text{II.19})$$

où $(eE_0/mk) = v_e v_{\varphi}$; le gain maximum en énergie exprimé à partir de la relation (II.16) se réduit à l'expression suivante :

$$W_M = 4m v_{\varphi}^2 \left(\frac{v_e}{v_{\varphi}} \right)^{1/2}. \quad (\text{II.20})$$

La figure II.1 représente la variation du champ électrique de l'onde électrostatique, l'énergie cinétique W_c et potentielle W_p des électrons dans le repère de la vitesse de phase de l'onde, suivant les valeurs de X ; tandis que sur la figure II.2, sont représentées les trajectoires de phase des électrons dans leur mouvement au sein de l'onde.

A mesure que l'amplitude des oscillations croît, leur fréquence diminue pour devenir nulle sur la séparatrice puisque les électrons situés sur celle-ci peuvent rester infiniment longtemps au point A de champ électrique nul (fig.II.1) ; la demi largeur maximum de la séparatrice est égale à

$$\Delta V = (eE_0/mk)^{1/2}, \quad (\text{II.21})$$

qui diminue avec l'amplitude de l'onde.

Pour une onde de faible amplitude, le nombre d'électrons piégés varie sensiblement comme la racine carrée du champ électrique.

La valeur du gain en énergie maximum est différente suivant que l'électron s'approche de la séparatrice par valeurs supérieures ou inférieures, puisque pour un électron piégé, le changement de signe de V provoque dans le repère

du laboratoire, une variation de vitesse plus importante que pour un électron circulant.

On voit bien que le gain d'énergie dans le cas de l'onde électrostatique $\Delta W_M \sim v_\phi^{3/2} v_e^{1/2}$, peut être plus importante que dans le cas de l'onde électromagnétique $\Delta W_M \sim v_e^2$.

Il faut noter aussi que les électrons interagissant avec une onde périodique infinie, ne peuvent se libérer que grâce au caractère spatial de celle-ci, car pour les électrons rapides, les collisions sont faibles : il faut que l'amplitude de l'onde diminue lors de sa propagation.

En fait, le transfert d'énergie n'est important que pour des ondes de grandes amplitudes. Les électrons piégés sont ceux dont la vitesse est proche de la vitesse de phase v_ϕ sur une largeur égale à deux fois la vitesse de piégeage (trapping)

$$v_{tr} = (eE_0/mk)^{1/2}. \quad (\text{II.22})$$

II.3. INTERACTION ENTRE DES ELECTRONS ET UN CHAMP ELECTRIQUE LOCALISE

Dans le cas d'un champ électrique très étroit localisé, l'interaction avec les électrons est différente des cas précédents.

C.P. De Neef et J.S. De Groot, de l'Université de Californie, Davis Californie, ont effectué des simulations numériques [4], pour un champ électrique unidimensionnel, localisé :

$$E(x,t) = E_0 e^{-\frac{x^2}{\ell^2}} \sin(\omega_0 t + \phi), \quad (\text{II.23})$$

où E_0 et ℓ sont respectivement l'amplitude et la largeur spatiale avec une fréquence ω_0 et une phase ϕ .

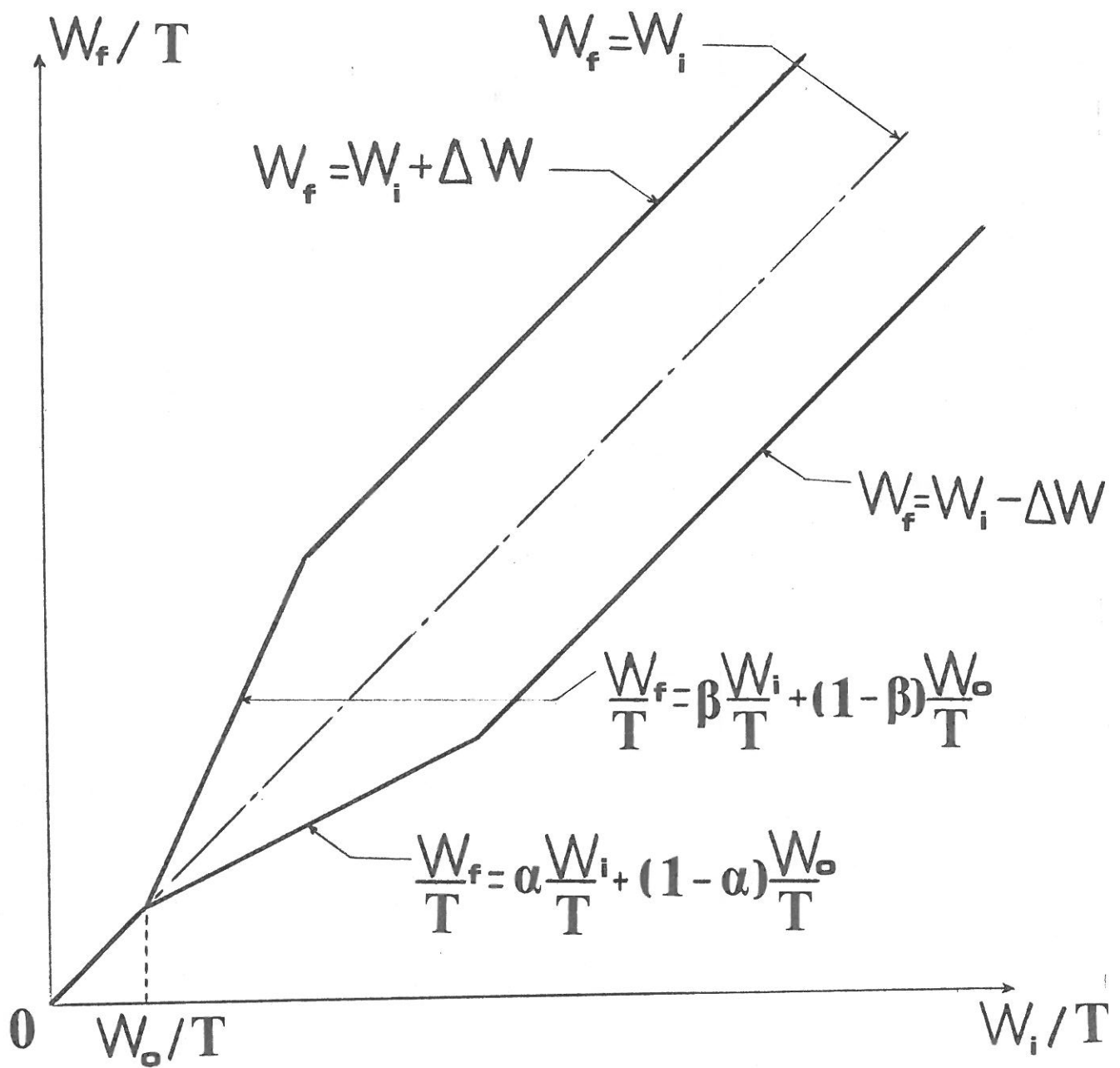


Fig II.3 Energie cinétique finale W_f des électrons test en fonction de la phase et de l'énergie cinétique initiale W_i pour E_0 et 1 données. Les énergies sont normalisées à la température T , [4].

Des électrons test d'énergie initiale W_i qui traversent ce champ électrique localisé, vont échanger de l'énergie avec celui-ci, et suivant la phase ϕ , ils sont accélérés ou ralentis.

L'équation du mouvement de ces électrons interagissant avec le champ est :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{e}{m} E(x, t). \quad (\text{II.24})$$

L'intégration de cette équation nous donne l'expression de l'énergie finale W_f d'un électron test, en fonction de son énergie initiale W_i et suivant la phase ϕ , (fig.II.3).

Ainsi, pour une valeur de W_f , on a un intervalle d'énergies initiales limité par les valeurs W_i^m et W_i^M . La fonction de distribution des électrons accélérés sera de la forme :

$$f(W_f) = \int_{W_i^m}^{W_i^M} \frac{d\sigma(W_i)}{dW} \cdot f_i(W_i) dW_i, \quad (\text{II.25})$$

où $d\sigma(W_i)/dW$ est la probabilité de trouver un électron d'énergie initiale W_i , dans l'intervalle d'énergie W_f , $W_f + dW$;
 $f_i(W_i) = f_0 e^{-W_i/T}$ est la fonction de distribution initiale des électrons de température T et de densité n .

La figure II.3 représente pour des valeurs de la phase ϕ , équidistantes entre 0 et 2π , l'énergie finale W_f en fonction de l'énergie initiale W_i normalisées à l'énergie thermique T .

Ainsi pour un électron d'énergie initiale $W_i \ll W_0$,
 où :

$$W_0 = \frac{m}{2} \left(\frac{\ell \omega_0}{\pi} \right)^2, \quad (\text{II.26})$$

l'électron voit un champ oscillant rapidement, d'où un gain en énergie faible, l'électron reste sur la droite $W_f = W_i$ (fig.II.3).

Par contre pour un électron d'énergie initiale $W_i \gg W_o$, il voit un champ électrique toujours de même signe, pendant le temps de transit, et le gain en énergie ΔW dépend de la phase ϕ du champ, mais pas de l'énergie initiale W_i .

Si l'on pose :

$$\Delta W' = eE_o \int_{-\infty}^{+\infty} e^{x^2/\ell^2} dx = \sqrt{\pi} eE_o \ell, \quad (\text{II.29})$$

l'électron se trouve entre les deux droites $W_f = W_i \pm \Delta W'$ (fig.II.3).

Ainsi la probabilité de trouver l'électron d'énergie initiale W_i dans l'intervalle $W_f, W_f + dW$ est :

$$\frac{d\sigma}{dW} \approx \begin{cases} 1/(2\Delta W), & W_i - \Delta W \leq W_f \leq W_i + \Delta W, \\ 0, & \text{ailleurs ;} \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

d'où la fonction de distribution à partir de l'expression (II.27) devient :

$$f(W_f) = \frac{f_o T}{2\Delta W} \left\{ e^{\frac{\Delta W}{T}} - e^{-\frac{\Delta W}{T}} \right\} \cdot e^{-\frac{W_i}{T}}, \quad (\text{II.31})$$

qui est une Maxwelllienne, avec la même température que la distribution initiale $f_i(W_i)$.

Dans la région intermédiaire, la probabilité de présence de l'électron d'énergie initiale W_i , dans l'intervalle $W_f, W_f + dW$ est :

$$\frac{d\sigma(W_i)}{dW} \approx \frac{1}{(\beta - \alpha)(W_i - W_o)}, \quad (\text{II.32})$$

dans la région limitée par les droites (fig.II.3) :

$$\frac{W_f}{T} = \beta \frac{W_i}{T} + (1 - \beta) \frac{W_o}{T} \quad \text{et} \quad \frac{W_f}{T} = \alpha \frac{W_i}{T} + (1 - \alpha) \frac{W_o}{T}, \quad (\text{II.33})$$

et nulle ailleurs.

La fonction de distribution des électrons accélérés dans cette région est d'après la relation (II.27) :

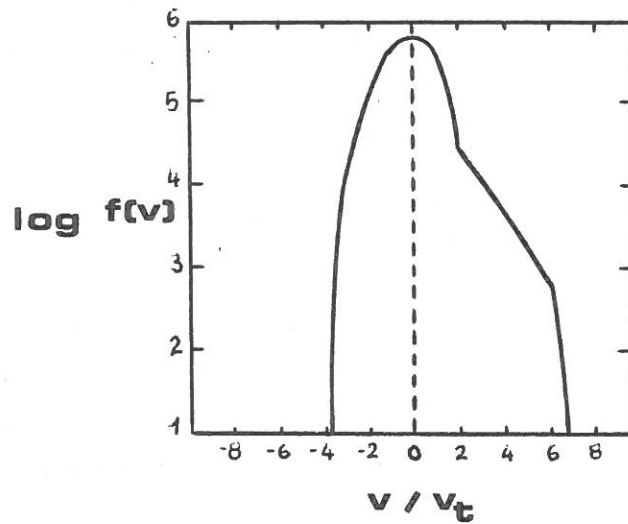


Fig II.4 Fonction de distribution obtenue pour un plasma inhomogène en absorption résonnante, par simulations numériques, pour un rapport de l'amplitude sur l'extension spatiale du champ électrique $\eta \lambda_D / l = 0,34$. La vitesse est normalisée à la vitesse thermique initiale [4].

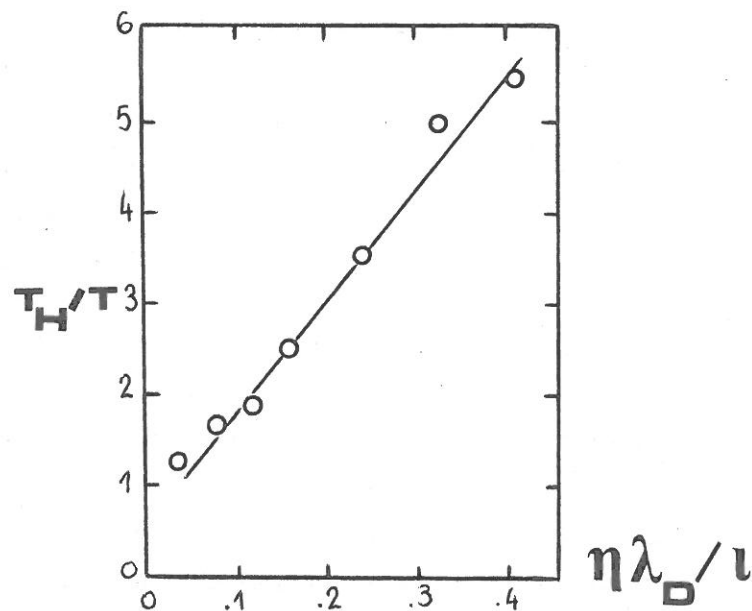


Fig II.5 Rapport de la température T_H des électrons accélérés sur la température T des électrons lents de la distribution Maxwellienne en fonction de l'amplitude du champ électrique sur son extension spatiale [4].

$$f(W_f) = \frac{f_o e^{-\frac{W_o}{T}}}{(\beta - \alpha)} \cdot e^{I \frac{W_i - W_o}{\beta T} - \frac{W_i - W_o}{\alpha T}}, \quad (II.35)$$

où I est une intégrale donnée par les tables [6].

On note d'après cette expression qu'un chauffage se produit dans la région intermédiaire, tandis que pour les hautes énergies, la relation (II.31) donne une température constante (fig.II.4). La température T_H des électrons chauds, obtenue en prenant le logarithme de l'expression (II.35), est représentée par la figure II.5 (où $\eta \lambda_D / \ell$ avec $\eta = \sqrt{E_o / 4\pi kT}$, est le rapport de l'amplitude sur l'extension spatiale du champ électrique), et varie comme :

$$\frac{T_H}{T} \approx \left(1 + 12 \frac{\eta \lambda_D}{\ell} \right). \quad (II.36)$$

II.4. CONCLUSION

Nous venons de voir qu'un électron interagissant avec une onde électromagnétique, échange très peu d'énergie avec celle-ci, car la vitesse de phase de l'onde peut être supérieure à celle de la lumière ainsi l'électron demeure un laps de temps très court dans une région où le champ électrique a un signe constant.

Dans le cas de l'interaction avec une onde électrostatique, le piégeage de l'électron par celle-ci donne lieu à un transfert d'énergie. Pour une fonction de distribution décroissante dans la région de résonance, le nombre d'électrons prenant de l'énergie à l'onde est supérieur à celui des électrons cédant de l'énergie à l'onde. Puis dans la phase ultérieure, le piégeage se produit et les particules échangent, périodiquement, leur énergie [5].

L'interaction de l'électron avec un champ localisé est différente des cas précédents, il peut être accéléré ou décé-

léré suivant qu'il est en phase ou non avec le champ ; cependant, seuls les électrons de vitesse initiale supérieure à la vitesse thermique ont un gain en énergie significatif.

REFERENCES

- [1] F. CHEN. Introduction to plasma physics, Plenum, N.Y., (1974).
- [2] F. AMIRANOFF. Thèse d'Etat, Orsay, (1984).
- [3] B. KADOMTSEV. Phénomènes collectifs dans les plasmas, Mir, Moscou, (1979).
- [4] C.P. De NEEF, J.S. De GROOT. Phys. Fluids, 20, 1074, (1977).
- [5] W.L. KRUEER, J.M. DAWSON. Phys. Fluids, 14, 1003, (1971).
- [6] W. GAUTSCHI, W.F. CAHILL. Handbook of Mathematical Functions, Ed. M. Abramowitz and I. Stegun (National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series n°55), U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., 227, (1964).

C H A P I T R E I I I

T H E O R I E A N A L Y T I Q U E D E S O S C I L L A T I O N S D E P L A S M A F R O I D

Pour étudier l'onde de plasma excitée à la densité critique et la bouffée d'électrons rapides produit à la résonance, nous utiliserons le modèle capacitif et nous suivrons la démarche de J. Albritton et P. Koch [1], [2].

Afin de garder un traitement continu du fluide électronique, après l'instant de déferlement de l'onde, nous établirons la transformation des coordonnées eulériennes en coordonnées lagrangiennes, ce qui nous permettra d'écrire les équations macroscopiques du fluide électronique en coordonnées lagrangiennes.

Nous résoudrons l'équation du mouvement avant le déferlement de l'onde, lorsque tous les éléments de fluide sont indépendants ensuite nous étendrons les équations macroscopiques au cas des éléments de fluide couplés lorsqu'on se trouve après le déferlement.

L'existence d'un terme non linéaire dans l'équation du mouvement n'apporte pas de grandes modifications quantitatives dans la solution analytique ; nous montrerons d'ailleurs que la contribution de ce terme est en fait négligeable.

I I I . 1 . H Y P O T H E S E S D U M O D E L E

Nous considérons un plasma froid, unidimensionnel, avec un gradient de densité linéaire au voisinage de la densité critique n_c ,

$$n_o(x) = n_c (1 + x/L), \quad (III.1)$$

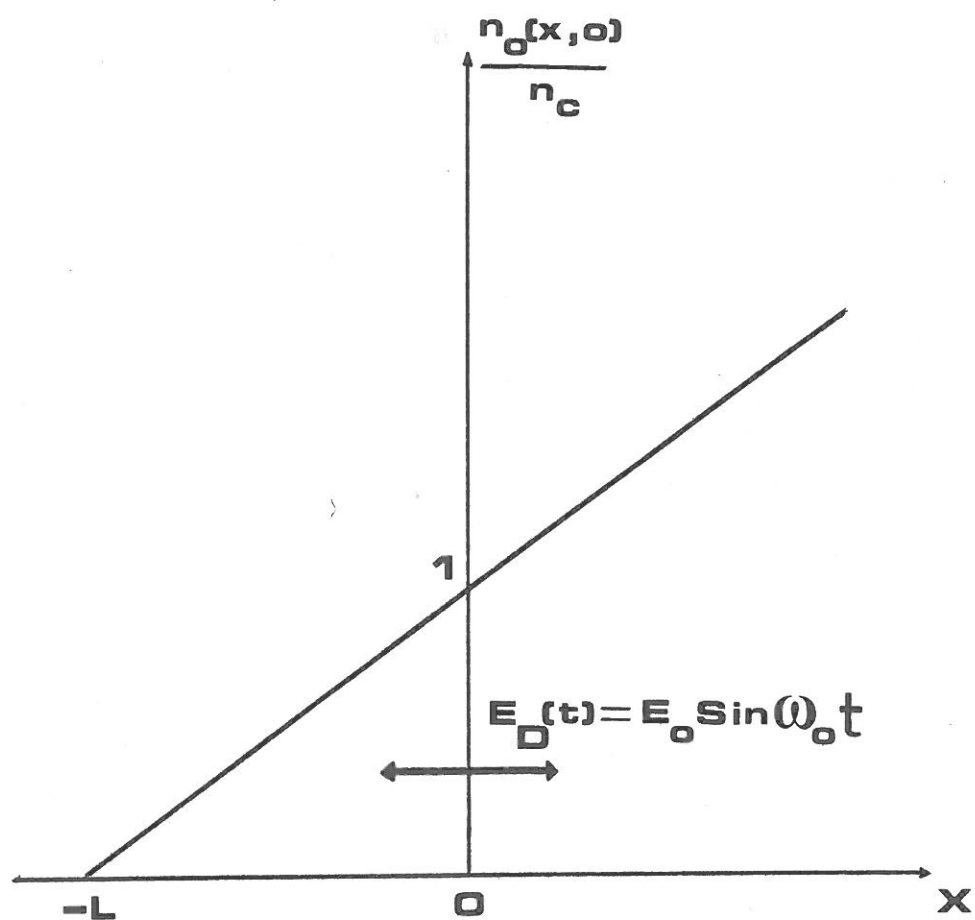


Fig III.1 Profil linéaire de densité initiale et champ électrique de pompe homogène .

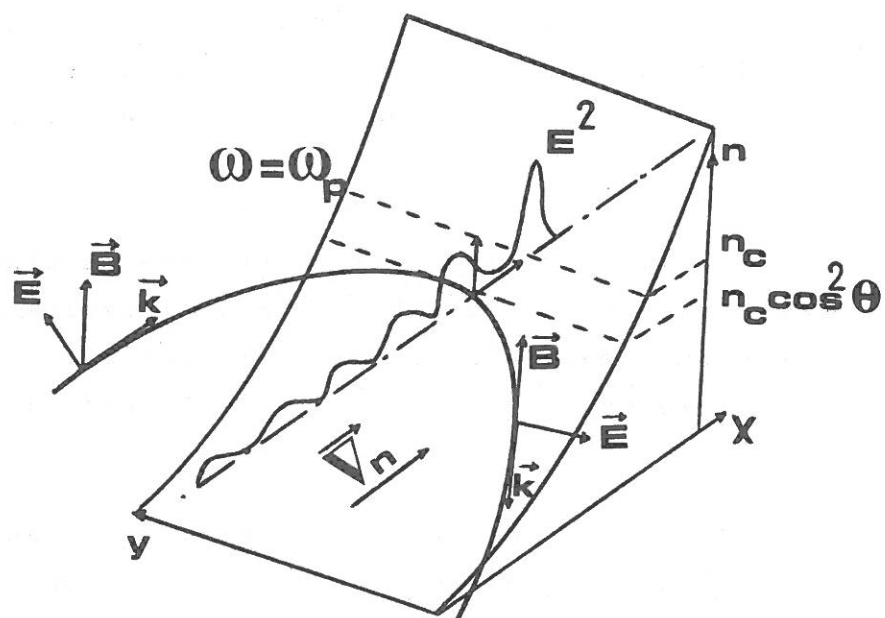


Fig III.2 Représentation de l'interaction onde-plasma, responsable de l'absorption résonnante [4] .

irradié par une onde électromagnétique $(\omega_o, \vec{k}_o)$ sous incidence oblique de polarisation "p", à partir de l'instant $t = 0$ (fig.III.1).

L'onde électromagnétique est progressivement réfractée et se réfléchit à la densité $n_c \cos^2 \theta$, où θ est l'angle formé entre le vecteur d'onde $\vec{k}_o$ dans l'espace libre et le gradient de densité électronique $\vec{\nabla} n_e$. Par effet tunnel le champ électromagnétique pénètre jusqu'à la densité critique (fig.III.2).

$$n_c = m_e \epsilon_o \omega_o^2 / e^2. \quad (\text{III.2})$$

Si le champ électrique est situé dans le plan d'incidence défini par les vecteurs $\vec{k}_o$ et $\vec{\nabla} n_e$, il excite à la surface critique des ondes plasma électroniques qui sont résonnantes ; leur fréquence est égale à la fréquence de plasma locale.

Pour étudier l'onde de plasma, près de la densité critique, on utilise le modèle dit CAPACITIF qui suppose l'amplitude E_o de l'onde de pompe constante.

Ici, on se limite au déferlement de l'onde électronique lorsque les électrons sont froids et les ions immobiles.

On se place dans une situation telle que le temps caractéristique de déferlement t_b que nous définirons plus tard est plus petit que le temps caractéristique de la limitation de l'onde

$$\text{- par les collisions } t_c \sim v_c^{-1}, \quad (\text{III.3})$$

$$\text{- par la convection thermique } t_b \sim v_t^{-1} = \frac{1}{\omega_o} \left(\frac{L}{\lambda_D} \right)^{2/3}. \quad (\text{III.4})$$

III.2. CHANGEMENT DE VARIABLES EULERIENNES EN VARIABLES LAGRANGIENNES

- Les coordonnées eulériennes (x, t) sont les coordonnées dans le repère du laboratoire ; l'observateur situé en x fixe,

voit au cours du temps t , une propriété locale du milieu $g(x, t)$;

- Les coordonnées lagrangiennes (x_0, τ) sont définies de la manière suivante : l'observateur se place en x_0 , au sein d'un élément de volume du fluide et le suit au cours du temps à partir de l'instant initial.

$$\text{On pose donc } t = 0 \quad x(x_0, 0) = x_0, \quad (\text{III.5})$$

$$t = \tau \quad x(x_0, \tau) = x_0 + f(x_0, \tau), \quad (\text{III.6})$$

$f(x_0, \tau)$ étant le déplacement de l'élément de fluide électronique par rapport à sa position initiale [5]. La vitesse de celui-ci est exprimée par la relation :

$$v_e(x_0, \tau) = \partial f(x_0, \tau) / \partial \tau. \quad (\text{III.7})$$

L'expression de la grandeur physique g en x et à l'instant t peut s'exprimer par :

$$g(x = x_0 + f, t) \equiv g(x_0, \tau).$$

Les dérivées premières sont alors :

$$dg = \frac{\partial g}{\partial x} dx + \frac{\partial g}{\partial t} dt, \quad (\text{III.8})$$

$$\text{et} \quad dg = \frac{\partial g}{\partial x_0} dx_0 + \frac{\partial g}{\partial \tau} d\tau. \quad (\text{III.9})$$

A partir de l'équation (III.6), on arrive à

$$dx = dx_0 + \frac{\partial f}{\partial x_0} dx_0 + \frac{\partial f}{\partial \tau} d\tau, \quad dt = d\tau. \quad (\text{III.10})$$

On reporte l'équation (III.10) dans (III.8) et en comparant avec l'équation (III.9), on tire :

$$\frac{\partial}{\partial x_0} \equiv \left(1 + \frac{\partial f(x_0, \tau)}{\partial x_0} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial x}, \quad (\text{III.11})$$

$$\text{et} \quad \frac{\partial}{\partial \tau} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + v_e(x_0, \tau) \cdot \frac{\partial}{\partial x}. \quad (\text{III.12})$$

Finalement,

$$\frac{\partial}{\partial x} \equiv \frac{1}{\left(1 + \frac{\partial f(x_0, \tau)}{\partial x_0} \right)} \cdot \frac{\partial}{\partial x_0}, \quad (\text{III.13})$$

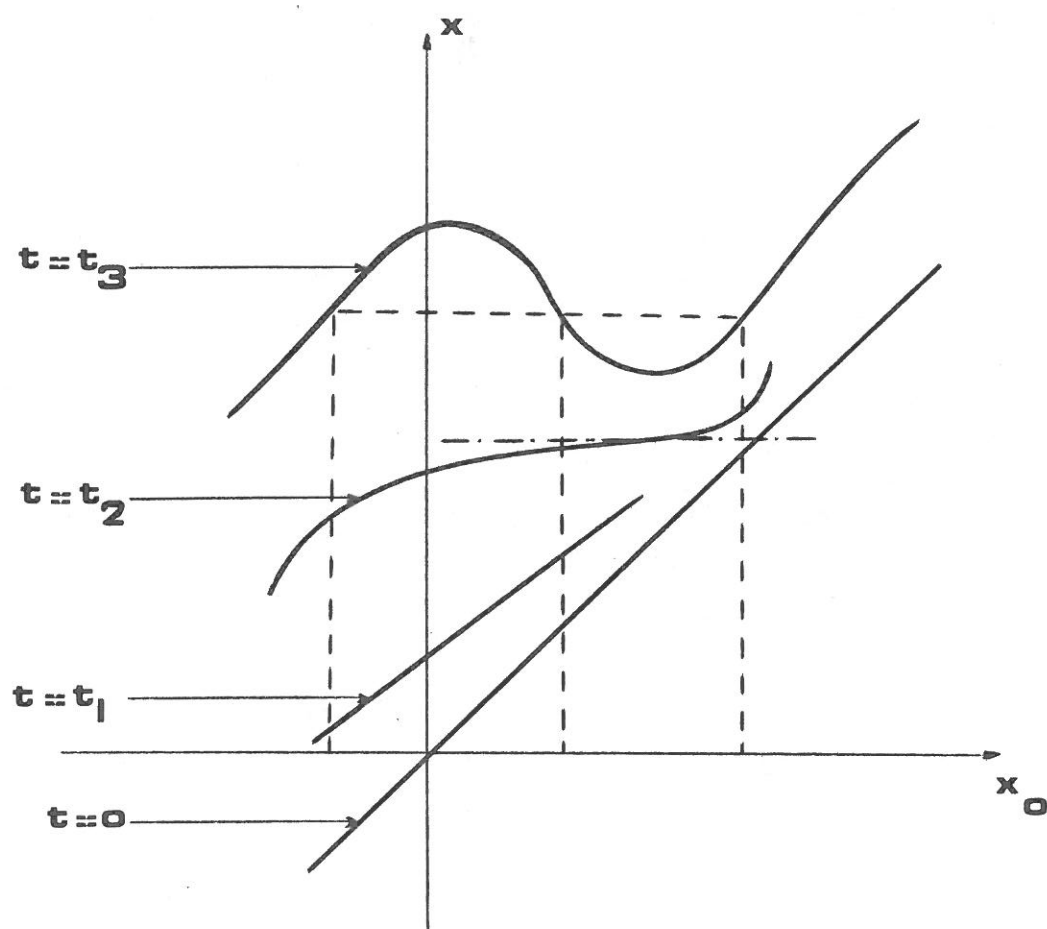


Fig III.3 Naissance et évolution de la perturbation à partir de l'instant initial ; t_2 correspond à l'instant du déferlement de l'onde ; t_1 et t_3 représentent respectivement les instants avant et après le déferlement.

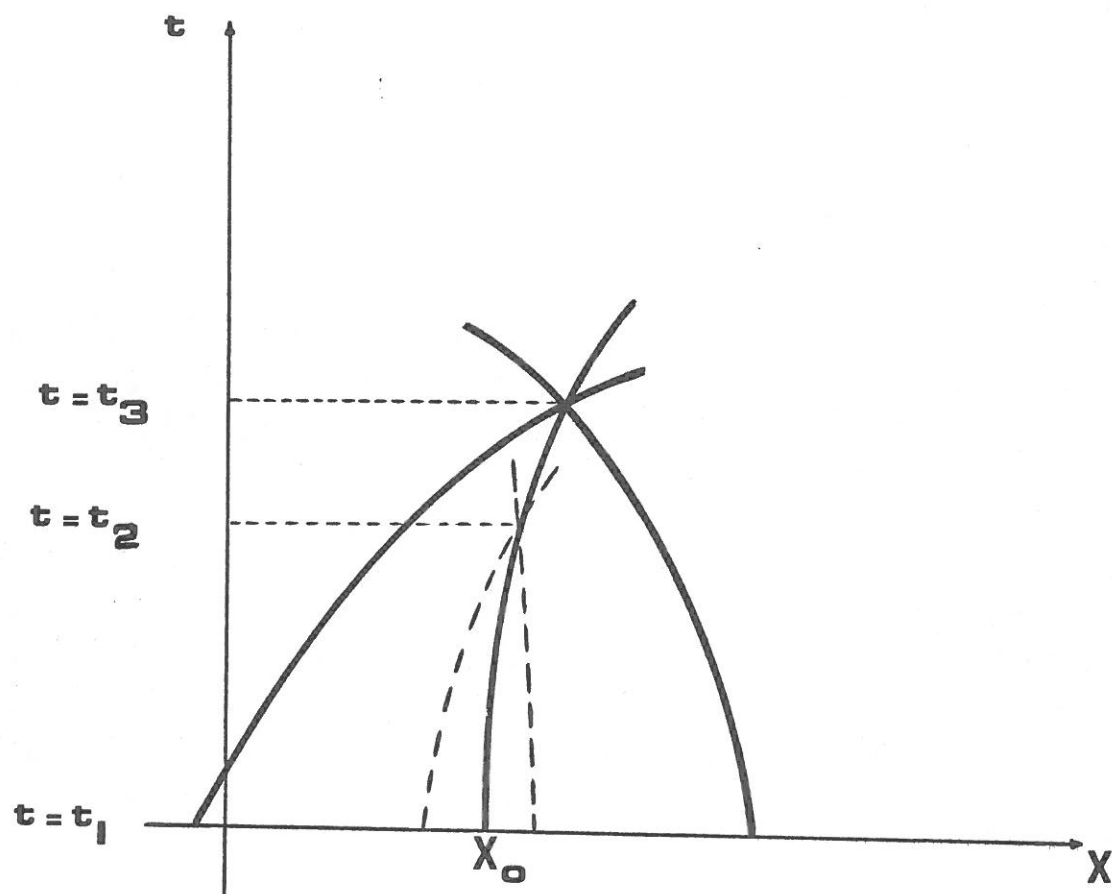


Fig III.4 Trajectoires d'éléments de fluide issus de positions initiales différentes, pour se coupler à partir de l'instant du déferlement, en se trouvant à la même position à un instant t donné. La trajectoire issue de x_0 , et les deux trajectoires en pointillés issues de positions initiales très proches de x_0 ; se croisent à l'instant du déferlement.

$$\frac{\partial}{\partial t} \equiv \frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{1}{\left(1 + \frac{\partial f(x_0, \tau)}{\partial x_0}\right)} \cdot v_e(x_0, \tau) \cdot \frac{\partial}{\partial x_0}. \quad (\text{III.14})$$

Notons que cette transformation n'est plus valable [5] dès que :

$$\frac{\partial x(x_0, \tau)}{\partial x_0} \equiv 1 + \frac{\partial f(x_0, \tau)}{\partial x_0} = 0, \quad (\text{III.15})$$

soit

$$\frac{\partial f(x_0, \tau)}{\partial x_0} = -1. \quad (\text{III.16})$$

Ce qui se traduit par les figures III.3 et III.4 qui représentent, respectivement, les positions des éléments de fluide au cours des différents instants et les trajectoires des éléments de fluide.

A l'instant $t = t_1$, les éléments de fluide oscillent indépendamment les uns des autres, ils ont des trajectoires distinctes, en revanche à l'instant $t = t_3$, trois éléments de fluide ont des trajectoires qui se croisent, ce qui signifie que pour trois valeurs distinctes de x_0 , on a la même valeur de x , ce qui rend la transformation inverse de (III.6) non biunivoque.

L'instant $t = t_2$ est celui du déferlement t_b , et correspond à une tangente horizontale dans la courbe de déplacement [6].

Après l'instant de déferlement, il existe une partie de la couche (AB) de $x(x_0, \tau)$ où $(\partial x / \partial x_0) < 0$.

III.3. EQUATIONS MACROSCOPIQUES EN COORDONNEES LAGRANGIENNES

Nous considérons l'évolution de la densité électronique $n_e(x, t)$, de la vitesse d'un électron $v_e(x, t)$ du fluide électronique froid ainsi que du champ électrique $E_T(x, t)$ excité par le champ de pompe E_D .

Dans le cas unidimensionnel, l'équation de continuité et l'équation de force sont données par :

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial (n_e v_e)}{\partial x} = 0, \quad (\text{III.17})$$

$$\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial x} = - \frac{e}{m} E_T(x, t). \quad (\text{III.18})$$

Le champ électrique $E_T(x, t)$ est déterminé de manière self-consistante à partir de l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial (E_T - E_D)}{\partial x} = - \frac{e}{\epsilon_0} (n_e - n_0). \quad (\text{III.19})$$

Nous ajoutons l'équation de continuité de courant

$$\frac{\partial (E_T - E_D)}{\partial t} = \frac{e}{\epsilon_0} n_e v_e. \quad (\text{III.20})$$

En terme de nouvelles variables indépendantes (x_0, τ) , l'équation de force (III.18) devient

$$\frac{\partial^2 f(x_0, \tau)}{\partial \tau^2} = - \frac{e}{m} E_T(x, \tau). \quad (\text{III.21})$$

A partir des équations (III.13) et (III.14) l'équation de continuité (III.17) peut être exprimée comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(n_e(x_0, \tau) \cdot \left(1 + \frac{\partial f(x_0, \tau)}{\partial x_0} \right) \right) = 0. \quad (\text{III.22})$$

Les équations (III.19) et (III.20) peuvent être combinées pour donner :

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(E_T(x, \tau) - E_D(\tau) \right) = \frac{e}{\epsilon_0} n_0(x) \cdot \frac{\partial f(x_0, \tau)}{\partial \tau} \quad (\text{III.23})$$

où x , conformément à (III.6) représente la position à l'instant τ de l'élément de fluide initialement en x_0 et $n_0(x)$ la densité non perturbée au point x .

Conditions initiales et profil du gradient de densité

Le profil de densité initial, non perturbé, est donné

par :
$$n_o(x) = n_c(1 + x/L), \quad (\text{III.24})$$

où L est la longueur du gradient, il s'ensuit que la fréquence de plasma est de la forme

$$\omega_p^2(x) = \omega_o^2(1 + x/L), \quad (\text{III.25})$$

avec
$$\omega_o^2 = n_c e^2 / m \epsilon_o. \quad (\text{III.26})$$

Le champ électrique extérieur est supposé de la forme :

$$t \leq 0 \quad E_D(t) = 0, \quad (\text{III.27})$$

$$t > 0 \quad E_D(t) = E_o \sin \omega_o t, \quad (\text{III.28})$$

avec les conditions initiales à $t \leq 0$

$$E_T = E_D = 0, \quad f(x_o, \tau) = 0, \quad (\text{III.29})$$

et
$$\frac{\partial f(x_o, \tau)}{\partial \tau} = 0, \quad \frac{\partial^2 f(x_o, \tau)}{\partial \tau^2} = 0. \quad (\text{III.30})$$

En intégrant l'équation de continuité (III.22), on arrive à

$$n_e(x_o, \tau) = n_o(x_o) / \left(1 + \frac{\partial f(x_o, \tau)}{\partial x_o} \right). \quad (\text{III.31})$$

L'intégration de l'équation (III.23) nous donne :

$$E_T - E_D = \frac{e}{\epsilon_o} \int_0^\tau d\tau' n_o \left(x_o + f(x_o, \tau') \right) \cdot \frac{\partial f(x_o, \tau')}{\partial \tau'}, \quad (\text{III.32})$$

a pour un profil de densité linéaire :

$$n_o \left(x_o + f(x_o, \tau) \right) = n_o(x_o) + n_c \frac{f(x_o, \tau)}{L},$$

soit
$$E_T(x, t) = E_D(t) + \frac{e}{\epsilon_o} n_o(x_o) f(x_o, \tau) + \frac{1}{2} \frac{e}{\epsilon_o} n_c \frac{f^2(x_o, \tau)}{L}. \quad (\text{III.33})$$

En combinant les équations (III.21) et (III.33), on arrive à l'équation du mouvement :

$$\frac{\partial^2 f(x_o, \tau)}{\partial \tau^2} + \omega_p^2(x_o) f(x_o, \tau) = -\frac{e}{m} E_o \sin \omega_o \tau - \frac{1}{2} \omega_o^2 \frac{f^2(x_o, \tau)}{L} \quad (\text{III.34})$$

où $\omega_p^2(x_o) = e^2 n_o(x_o)/m \epsilon_o$; ici x_o apparaît comme un paramètre.

Finalement avant d'atteindre l'instant du déferlement, la résolution de l'équation non linéaire (III.34), nous donne le déplacement de l'élément de fluide se trouvant initialement à la position x_o ; on peut déterminer la position de l'électron dans le repère du laboratoire : $x(x_o, \tau)$.

De là, on peut déterminer la valeur du champ électrique $E_T(x, t)$ donnée par (III.33), celle de la vitesse d'oscillation de l'électron dans le champ de pompe $E_D(t)$: $v_e(x_o, \tau)$ donnée par (III.7) et la densité électronique $n_e(x, t)$ à partir de l'équation de Poisson (III.19)

$$n_e(x, t) = n_o(x) - \frac{\epsilon_o}{e} \cdot \frac{\partial E_T(x, t)}{\partial x}. \quad (\text{III.35})$$

Au déferlement, la courbe de déplacement (fig.III.3) a une tangente horizontale ; la densité électronique $n_e(x, t)$, en ce point, tend vers l'infini, à partir de là, les équations en coordonnées lagrangiennes telles qu'elles ont été présentées plus haut ne sont plus stables.

Après le déferlement, on redéfinit l'expression (III.31) donnant la densité pour tenir compte des croisements de trajectoires en x à l'instant t des éléments de fluide ayant différentes positions initiales x_o^1, x_o^2, x_o^3 , la densité électronique est alors donnée par une sommation sur chaque contribution individuelle,

$$n_e(x, t) = \sum_{i=1}^N C_i n_o(x_o^i) \cdot \frac{\partial x_o^i}{\partial x}, \quad (\text{III.36})$$

avec $C_i = +1$ pour $i = 1, 3$ et $C_i = -1$ pour $i = 2$,

de telle sorte que la contribution de la solution située sur (AB) avec $i = 2$ (fig.III.5) à la densité reste positive et que la continuité avant et après le déferlement soit assurée.

Le champ électrique $E_T(x,t)$ s'obtient à partir de (III.33)

$$E_T(x,t) = E_D(t) + \sum_{i=1}^3 C_i \frac{e}{\epsilon_0} \left\{ n_o(x_o^i) f(x_o^i, \tau) + \frac{1}{2} n_c \frac{f^2(x_o^i, \tau)}{L} \right\}, \quad (\text{III.37})$$

et l'équation du mouvement à partir de (III.34)

$$\frac{\partial^2 f(x_o^i, \tau)}{\partial \tau^2} + \sum_{i=1}^3 C_i \omega_p^2(x_o^i) \cdot f(x_o^i, \tau) = -\frac{e}{m} E_D(t) - \frac{1}{2} \frac{\omega_o^2}{L} \sum_{i=1}^3 C_i f^2(x_o^i, \tau) \quad (\text{III.38})$$

On a donc dans l'intervalle (AB) de la figure III.5 des équations non linéaires couplées.

Après le déferlement, dans la courbe de déplacement (fig.III.5), le domaine de x est divisé en trois régions : une où les oscillateurs sont couplés trois par trois, les deux autres où tous les oscillateurs sont découplés.

Donc on peut se trouver soit dans le cas de trois oscillateurs couplés d'où un système de trois équations non linéaires couplées :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f(x_o^1, \tau)}{\partial \tau^2} &= \frac{\partial^2 f(x_o^2, \tau)}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 f(x_o^3, \tau)}{\partial \tau^2} = \\ &= -\frac{e}{m} E_o \sin \omega_o \tau - \left\{ \omega_p^2(x_o^1) f(x_o^1, \tau) - \omega_p^2(x_o^2) f(x_o^2, \tau) + \omega_p^2(x_o^3) f(x_o^3, \tau) \right\} + \\ &- \frac{1}{2} \frac{\omega_o^2}{L} \left\{ f^2(x_o^1, \tau) - f^2(x_o^2, \tau) + f^2(x_o^3, \tau) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{III.39})$$

soit dans le cas des oscillations découplées, où l'équation du mouvement est identique à celle avant le déferlement de l'onde (III.34).

Le champ électrique est donné par :

$$E_T(x,t) = E_0 \sin \omega_0 \tau + \frac{e}{\epsilon_0} n_0(x_0^1) f(x_0^1, \tau) - n_0(x_0^2) f(x_0^2, \tau) + n_0(x_0^3) f(x_0^3, \tau) \\ + \frac{1}{2} n_c \left(\frac{f^2(x_0^1, \tau)}{L} - \frac{f^2(x_0^2, \tau)}{L} + \frac{f^2(x_0^3, \tau)}{L} \right) \}. \quad (\text{III.40})$$

La densité électronique sera déterminée à partir des valeurs du champ électrique $E_T(x,t)$ à l'aide de l'équation (III.35), ou à partir de l'équation suivante :

$$n_e(x,t) = \frac{n_0(x_0^1)}{\left(\frac{\partial x}{\partial x_0^1} \right)} - \frac{n_0(x_0^2)}{\left(\frac{\partial x}{\partial x_0^2} \right)} + \frac{n_0(x_0^3)}{\left(\frac{\partial x}{\partial x_0^3} \right)}. \quad (\text{III.41})$$

III.4. SOLUTION ANALYTIQUE AVANT LE DEFERLEMENT

Après avoir précisé les conditions initiales sur l'onde de pompe et le fluide électronique, établit les équations macroscopiques en coordonnées lagrangiennes, nous allons donner les solutions analytiques de ces équations, en nous limitant aux instants avant le déferlement et en négligeant le terme non linéaire [2].

III.4.a. Solution de l'équation linéaire

On introduit les coordonnées réduites :

- le temps normalisé à la fréquence ω_0 : $T = \omega_0 t$ (III.42)

- le déplacement normalisé à la longueur de gradient L :
 $\delta(x_0, \tau) = f(x_0, \tau)/L$, (III.43)

- le rapport du déplacement de l'électron dans le champ de pompe à la longueur du gradient de densité :

$$\epsilon = eE_0 / mL\omega_0^2 \quad (\text{III.44})$$

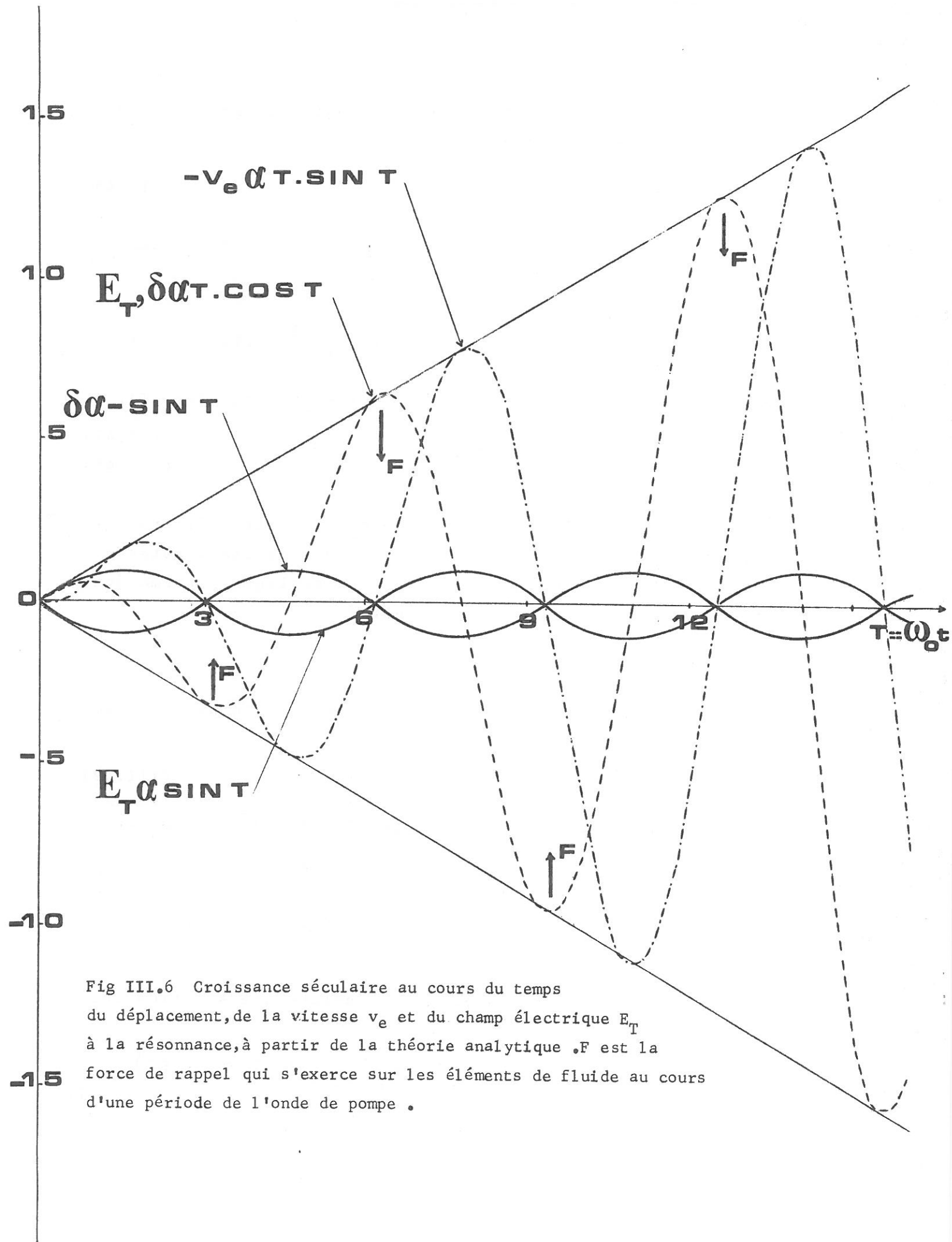


Fig III.6 Croissance séculaire au cours du temps du déplacement, de la vitesse v_e et du champ électrique E_T à la résonance, à partir de la théorie analytique. F est la force de rappel qui s'exerce sur les éléments de fluide au cours d'une période de l'onde de pompe.

- la fréquence de plasma normalisée à la fréquence de l'onde électromagnétique ω_o :

$$\Omega^2(x_o) = \frac{\omega_p^2(x_o)}{\omega_o^2} = 1 + \frac{x_o}{L}. \quad (\text{III.45})$$

Les équations (III.34), (III.33), (III.7) deviennent en coordonnées réduites :

$$\frac{\partial^2 \delta(x_o, T)}{\partial T^2} + \Omega^2(x_o) \delta(x_o, T) = -\epsilon \sin T - \frac{1}{2} \delta^2(x_o, T) \quad (\text{III.46})$$

$$E_T(x, t) = E_D(t) + \frac{e}{\epsilon_o} L n_o(x_o) \delta(x_o, T) + \frac{1}{2} \frac{e}{\epsilon_o} L n_c \delta^2(x_o, T), \quad (\text{III.47})$$

$$v_e(x_o, \tau) = L \omega_o \frac{\partial \delta(x_o, T)}{\partial T}. \quad (\text{III.48})$$

En fait, la présence du terme non linéaire n'introduit pas de grandes différences par rapport aux résultats obtenus par J. Albritton et J. Koch [2], qui ont négligé le terme non linéaire dans l'équation du mouvement :

$$\frac{1}{2} \delta^2(x_o, T).$$

Si on omet le terme non linéaire dans l'équation du mouvement (III.46), la solution est :

$$\delta(x_o, T) = A \sin T + B \sin (\Omega T). \quad (\text{III.49})$$

La solution vérifiant $\delta(x_o, T) = \partial \delta(x_o, T) / \partial T = 0$ à $T = 0$ est

$$\delta(x_o, T) = \frac{\epsilon}{(1-\Omega^2)} \left(\sin T - \frac{1}{\Omega} \sin \Omega T \right), \quad (\text{III.50})$$

mais cette solution est divergente à la résonance lorsque $\Omega \rightarrow 1$.

Pour éviter la divergence, on cherche une solution sous la forme :

$$\delta(x_o, T) = B' \sin \Omega T + \frac{\epsilon}{(1-\Omega^2)} \left(\sin T - \sin \Omega T \right) \quad (\text{III.51})$$

ce qui est équivalent à :

$$\delta(x_o, T) = B' \sin \Omega T + \frac{\epsilon}{1-\Omega} \left(2 \sin(1-\Omega) \frac{T}{2} \cdot \cos(1+\Omega) \frac{T}{2} \right) \cdot \frac{(1-\Omega) \frac{T}{2}}{(1-\Omega) \frac{T}{2}}$$

avec $B' = -\epsilon/\Omega(1+\Omega)$.

La solution valable aussi bien à la résonance que hors de la résonance est :

$$\delta(x_o, T) = \frac{-\epsilon}{(1+\Omega)\Omega} \sin \Omega T + \frac{\epsilon}{(1+\Omega)} T \cdot \frac{\sin(1-\Omega) \frac{T}{2}}{(1-\Omega) \frac{T}{2}} \cdot \cos(1+\Omega) \frac{T}{2}. \quad (\text{III.52})$$

Le champ électrique est donné par l'expression :

$$E_T(x, t) = E_D(t) + \frac{e}{\epsilon_o} L n_o(x_o) \delta(x_o, T), \quad (\text{III.53})$$

tandis que la vitesse $v_e(x_o, T)$ et la densité électronique $n_e(x, t)$ sont toujours exprimées par les équations (III.48) et (III.35).

- A la résonance $\Omega = 1 \Rightarrow x_o = 0$

. le déplacement est $\delta^R(T) = -\frac{\epsilon}{2} (\sin T - T \cos T)$, (III.54)

. la vitesse de l'électron $v_e^R(T) = -\frac{1}{2} L \omega_o \epsilon T \sin T$, (III.55)

. l'expression du champ électrique $E_T^R(T)$ est obtenue en combinant les équations (III.28), (III.44) et (III.54) :

$$E_T^R(T) = \frac{E_o}{2} (\sin T + T \cos T). \quad (\text{III.56})$$

Les variations dans le temps sont représentées par la figure III.6.

A partir des trois dernières relations, nous remarquons la croissance séculaire dans le temps, à la résonance du déplacement δ , de la vitesse des électrons v_e et du champ électrique E_T ; par conséquent de l'amplitude de l'onde électrostatique.

- Hors de la résonance

En utilisant la relation (III.50), on obtient les expressions suivantes :

$$\delta(x_o, T) = \frac{\epsilon}{(1-\Omega^2)} \left(\sin T - \frac{1}{\Omega} \sin \Omega T \right), \quad (\text{III.57})$$

$$v_e(x_o, T) = L\omega_o \frac{\epsilon}{(1-\Omega^2)} \left(\cos T - \cos \Omega T \right), \quad (\text{III.58})$$

$$E_T = E_D + E_o \left(1 + \frac{x_o}{L} \right) \left\{ \frac{1}{1-\Omega^2} \left(\sin T - \frac{1}{\Omega} \sin \Omega T \right) \right\}. \quad (\text{III.59})$$

Le déferlement de l'onde a lieu lorsque la condition (III.16) est satisfaite ; soit

$$L \cdot \frac{\partial \delta(x_o, T)}{\partial \Omega} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial x_o} = -1. \quad (\text{III.60})$$

A l'aide des expressions (III.45) et (III.52) on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x_o, T)}{\partial x_o} &= \frac{\epsilon}{2\Omega(1+\Omega)} \left\{ \frac{-1}{1+\Omega} \left[-\frac{1}{\Omega} \sin \Omega T + T \cos (1+\Omega) \frac{T}{2} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\Omega^2} \sin \Omega T - \frac{T}{\Omega} \cos \Omega T - \frac{T^2}{2} \sin (1+\Omega) \frac{T}{2} \right\}, \quad (\text{III.61}) \end{aligned}$$

à la résonance cette expression se réduit à

$$\left. \frac{\partial f(x_o, T)}{\partial x_o} \right|_{\Omega=1} = \frac{\epsilon}{8} \left(3 \sin T - 3 T \cos T - T^2 \sin T \right) \quad (\text{III.62})$$

L'instant du déferlement est donné par

$$\omega_o t_b \approx \left(\frac{8}{\epsilon} \right)^{1/2} \Leftrightarrow t_b \approx 2\sqrt{2} \left(\frac{mL}{eE_o} \right)^{1/2}. \quad (\text{III.63})$$

La vitesse de l'électron au déferlement est obtenue à partir de l'expression (III.55) :

$$v_e^b \approx L\omega_o (2\epsilon)^{1/2} \Leftrightarrow v_e^b \approx \sqrt{2} (eE_o L/m)^{1/2}. \quad (\text{III.64})$$

Le champ électrique au déferlement est obtenu à partir de l'équation (III.56) :

$$E_T^b \approx e \frac{Ln_c}{\epsilon_o} (2\epsilon)^{1/2} \Leftrightarrow E_T^b \approx \sqrt{2} E_o / (eE_o / mL\omega_o^2)^{1/2}. \quad (\text{III.65})$$

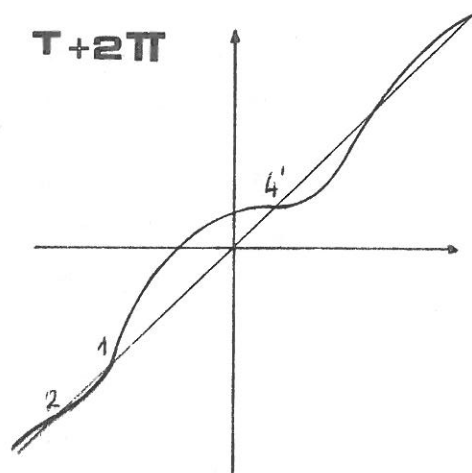
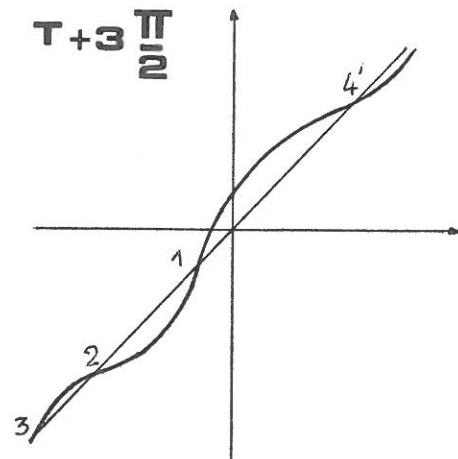
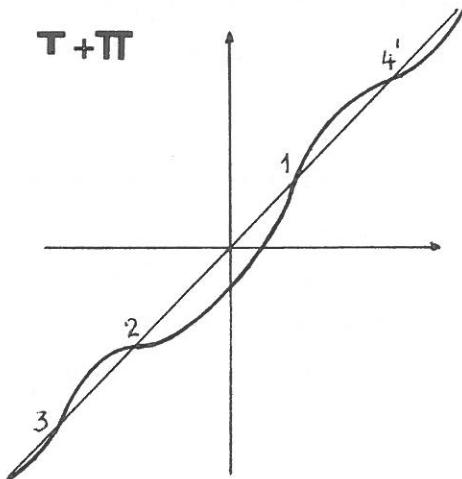
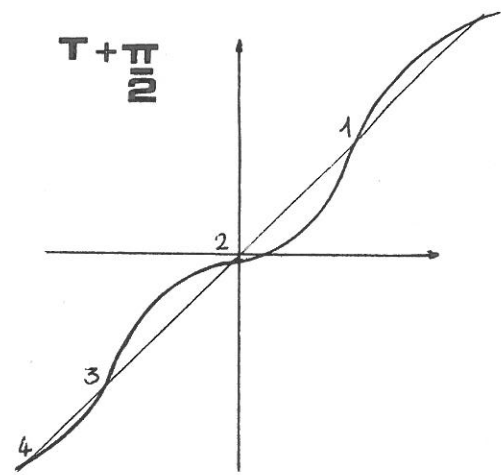
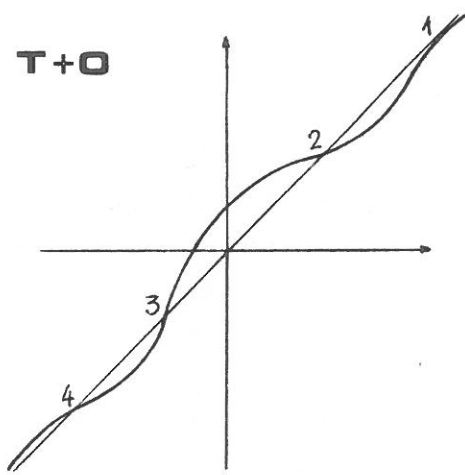


Fig III.7 Représentation à des intervalles de temps réguliers de la perturbation descendant le gradient de densité électronique .

Notons à partir de la relation (III.63) que plus ϵ est petit, plus l'instant du déferlement t_b est important, mais il ne faut pas que ϵ soit trop petit, car à ce moment là, l'hypothèse du fond neutralisant d'ions fixes n'est plus valable comme on le verra plus loin.

En traçant le champ électrique (ou la perturbation de densité électronique), on s'aperçoit que pour chaque cycle de l'onde de pompe, le champ électrique (III.53) proportionnel au déplacement δ , naît dans la zone surcritique, se propage en s'amplifiant jusqu'à la densité critique puis continue en s'atténuant (fig.III.7).

Comme le montre l'expression (III.54) du déplacement δ , à chaque cycle, le champ maximum obtenu à la densité critique s'accroît. Cet effet de propagation du champ a l'effet d'une pseudo-vitesse de phase dirigée vers les basses densités qui on le verra plus loin accélère les électrons principalement dans cette direction.

III.4.b. Solution de l'équation non linéaire

Revenons maintenant à l'équation du mouvement donnée par l'expression (III.46) qui comporte le terme non linéaire.

Pour résoudre cette équation non linéaire analytiquement, nous allons la développer par rapport au paramètre ϵ supposé vérifier $\epsilon \ll 1$, où δ_1 sera de l'ordre ϵ , δ_2 d'ordre ϵ^2 , δ_3 d'ordre ϵ^3 , etc ...

$$\text{A la résonance : } \delta(T) = \delta_1(T) + \delta_2(T) + \delta_3(T) \dots \quad (\text{III.66})$$

Portons ce développement dans l'équation (III.46).

Au premier ordre en ϵ , on obtient une équation différentielle en $\delta_1(T)$:

$$\frac{\partial^2 \delta_1}{\partial T^2} + \delta_1 = -\epsilon \sin T, \quad (\text{III.67})$$

dont la solution est identique à (III.54).

Au deuxième ordre en ϵ , on a l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 \delta_2}{\partial T^2} + \delta_2 = -\frac{1}{2} \delta_1^2. \quad (\text{III.68})$$

Au troisième ordre en ϵ , on a l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 \delta_3}{\partial T^2} + \delta_3 = -\delta_1 \delta_2. \quad (\text{III.69})$$

Bien que ce développement soit tout à fait légitime lorsque les amplitudes des oscillations sont suffisamment petites, le fait de tenir compte des approximations supérieures conduit à l'apparition de particularités du mouvement qui quoique faibles sont qualitativement nouvelles.

Ainsi dans le second membre de l'équation (III.68), on trouve des termes correspondants à des oscillations de fréquences égales aux sommes et aux différences de fréquence propre du système. Il faut donc trouver une solution qui contient les mêmes facteurs périodiques et nous arrivons à la conclusion que dans la seconde approximation aux oscillations normales du système, de fréquence ω , se superposent des oscillations supplémentaires de fréquence nulle et égale à 2ω . Ces fréquences sont dites combinatoires.

Dans les approximations supérieures, où l'on tient compte des termes d'ordre plus élevé dans le développement, il apparaît des oscillations combinatoires dont les fréquences sont des sommes ou des différences de plus grand nombre de fréquences ω . De plus on voit apparaître également un nouveau phénomène. Parmi les fréquences combinatoires, on trouve que certaines coïncident avec les premières fréquences ω (par exemple : $(\omega+\omega)-\omega$). Aussi on aura des termes de résonance qui feront apparaître dans la solution des termes dont l'amplitude croît avec le temps.

En fait, dans ces approximations supérieures, il y a variation des fréquences fondamentales ω par rapport à leurs valeurs non perturbées $\omega^{(0)}$ telles que

$$\omega = \omega^{(0)} + \omega^{(1)} + \omega^{(2)} + \dots \quad (\text{III.70})$$

L'apparition des termes croissants dans la solution est liée à un développement du type :

$$\cos (\omega^{(0)} + \Delta\omega)t \approx \cos \omega^{(0)}t - t \Delta\omega \cdot \sin \omega^{(0)}t, \quad (\text{III.71})$$

qui est illégitime lorsque t est assez grand.

Ainsi, quand on passe aux approximations suivantes, la méthode des approximations successives doit être modifiée de telle sorte que les facteurs qui figurent dans la solution contiennent dès le départ des valeurs exactes et non approchées des fréquences.

Les variations de fréquences sont déterminées dans la solution de l'équation, justement par la condition qu'il n'y ait pas de termes de résonance.

Pour résoudre les équations (III.67), (III.68), (III.69), nous allons utiliser la transformée de Laplace :

$$\delta_i(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \delta_i(s) e^{st} ds \quad i = 1, 2, 3 \dots (\text{III.72})$$

et la transformée inverse :

$$\delta_i(s) = \int_0^\infty \delta_i(t) e^{-st} dt. \quad (\text{III.73})$$

A l'ordre i , on remplace dans l'équation différentielle $\delta_i(\tau)$ par sa transformée de Laplace $\delta_i(s)$ que l'on obtient en utilisant les tables de transformées de Laplace [3], puis ayant $\delta_i(s)$, on utilise la transformée inverse pour avoir la solution recherchée.

Connaissant déjà la solution δ_1 , on peut résoudre l'équation en δ_2 , puis ayant δ_1 et δ_2 , on peut résoudre celle en δ_3 .

Ainsi pour l'équation différentielle en δ_2 , on obtient :

$$\delta_2(T) = \frac{\varepsilon^2}{16} \left\{ 1 + \frac{32}{27} \cos T - \frac{59}{27} \cos 2T - \frac{14}{9} T \sin 2T - T^2 \left(1 - \frac{1}{3} \cos 2T \right) \right\}. \quad (\text{III.74})$$

Puis connaissant les solutions δ_1 et δ_2 , on peut résoudre l'équation différentielle en δ_3 en utilisant la même méthode des transformées de Laplace.

Mais dans le second membre de l'équation (III.69), on ne considère que le terme non résonnant dominant qui est :

$$- \frac{\varepsilon^3}{32 \times 6} T^3 \cos 3T.$$

De là, la solution obtenue est :

$$\delta_3(T) \approx \frac{\varepsilon^3}{32 \times 48} \left\{ T^3 \cos 3T - \frac{9}{4} T^2 \sin 3T - \frac{21}{8} T \cos 3T + \frac{90}{64} \sin 3T \right\}, \quad (\text{III.75})$$

dont le terme qui varie le plus rapidement est en $T^3 \cos 3T$.

Maintenant, on peut comparer les amplitudes des trois premiers harmoniques qui sont :

$$\begin{aligned} \delta_1(T) &\propto \varepsilon T, \\ \delta_2(T) &\propto \varepsilon^2 T^2, \\ \delta_3(T) &\propto \varepsilon^3 T^3. \end{aligned}$$

Au moment du déferlement $T_b = \omega t_b \approx (8/\varepsilon)^{1/2}$, on a :

$$\begin{aligned} \delta_1(T_b) &\approx \varepsilon^{1/2}, \\ \delta_2(T_b) &\approx \varepsilon, \\ \text{et } \delta_3(T_b) &\approx \varepsilon^{3/2}. \end{aligned}$$

Mais comme $\epsilon \ll 1$, au moment du déferlement $\delta_1(T_b)$ est la solution prédominante.

III.5. CONCLUSION

A l'instant initial, on envoie sur un plasma présentant un profil de densité linéaire, une onde électromagnétique en polarisation "p" qui va exciter la résonance de plasma.

Les équations macroscopiques en coordonnées lagrangiennes nous permettent de décrire l'évolution du phénomène au cours du temps.

L'apparition du terme non linéaire $\delta^2/2$ dans l'équation du mouvement (III.46) n'introduit pas de grandes modifications, ce qui nous permet de traiter analytiquement l'évolution au cours du temps du phénomène jusqu'à l'instant du déferlement de l'onde t_b , où la solution analytique n'est plus valable.

Une extension des équations macroscopiques, pour des instants supérieurs à t_b , a été présentée dans ce chapitre.

REFERENCES

- [1] F. DAVID, P. MORA, R. PELLAT. Phys. Fluids, 26, 747, (1983).
- [2] J. ALBRITTON, P. KOCH. Phys. Fluids, 18, 1136, (1975).
P. KOCH, J. ALBRITTON. Phys. Rev. Lett., 32, 1420, (1974).
- [3] G.E. ROBERTS, H. KAUFMAN. Tables of Laplace Transforms.
Saunders Company, (1966).
- [4] F. AMIRANOFF. Thèse d'Etat, Orsay, (1984).
- [5] J.M. DAWSON, Phys. Rev., 113, 383, (1959).
- [6] R.C. DAVIDSON. Methods in non linear plasma theory, p. 2.
Pure and Applied Physics n°37, Academic Press, (1972).

CHAPITRE IV

INTERPRETATIONS PHYSIQUES

Nous allons à présent, interpréter les résultats obtenus à partir de la théorie analytique, avant et après le déferlement, pour mettre en évidence la physique qui nous permettra de comprendre le phénomène du déferlement de l'onde.

IV.1. AVANT LE DEFERLEMENT DE L'ONDE

Dans cette partie, nous allons montrer pourquoi et comment la perturbation descend le gradient de densité, en déterminant la position des noeuds de déplacement, montrer le rétrécissement spatial au cours du temps. Nous en déduirons la pseudo-vitesse de phase de cette perturbation, ce qui nous permettra de montrer que dans l'intervalle de résonance, la force de rappel qui s'exerçait sur les électrons résonnants devient une force d'accélération au moment du déferlement ; la pseudo-vitesse de phase est alors égale à la vitesse d'un électron oscillant dans le champ électrique, se trouvant à la résonance.

Enfin, nous comparerons la vitesse d'oscillation d'un électron dans le champ de pompe, et la vitesse d'un électron se trouvant à la résonance au déferlement.

IV.1.a. Positions des noeuds de déplacement

La distance nodale Δx , entre la position des noeuds principaux 1 et 2 (fig.III.7), dans la région de résonance à un instant t , est donnée à partir de l'expression (III.52), par

$$(1-\Omega)T/2 = \pm\pi, \quad (\text{IV.1})$$

or $\Omega \approx 1 + \Delta x/2L$, d'où la distance nodale va s'exprimer comme

$$\Delta x \approx 4\pi L/\omega_0 t \quad (\text{IV.2})$$

Ceci montre bien la diminution de l'intervalle de résonance dans le temps.

D'autre part, la perturbation de densité, et de champ électrique s'inverse au voisinage de la résonance en un temps égal à la demi-période.

IV.1.b. Pseudo-vitesse de phase

On définit alors une pseudo-vitesse de phase du champ électrique en divisant la distance nodale Δx , par le temps caractéristique du phénomène, estimé égal à sa demie période,

$$\text{soit} \quad \tilde{v}_\varphi \approx \Delta x \cdot \frac{\omega}{\pi} = \frac{4L}{t}. \quad (\text{IV.3})$$

Du fait de la croissance séculaire du déplacement $\delta(x_0, T)$ dans la région critique (fig.III.6), au cours du temps le champ de pompe devient petit comparé au champ de séparation de charges.

D'autre part, en ne tenant compte que des termes séculaires dans les équations de déplacement, de vitesse, et de champ électrique à la résonance, respectivement (III.54), (III.55) et (III.56) ; on constate que les électrons qui oscillent dans le champ de pompe, à la vitesse $v_e \propto -T \sin T$, créent un champ de charges d'espace induit proportionnel à $T \cos T$, qui donne lieu à une force de rappel F qui s'oppose au déplacement $\delta \propto T \cos T$ comme l'indique la figure III.6.

L'échange d'énergie ayant lieu par l'intermédiaire du travail du champ de pompe $E_D(t) \propto \sin T$, sur la vitesse $v_e \propto T \sin T$. L'énergie est alors emmagasinée sous forme cinétique et électrique. Cet échange d'énergie ne se produit qu'au voisinage de la résonance où existent les termes séculaires.

Nous reviendrons sur l'aspect énergétique de ces oscillations de plasma froid en gradient.

Le déferlement de l'onde se produit lorsqu'il y a égalité entre la vitesse d'oscillation des électrons qui croît et la pseudo-vitesse de phase de la perturbation qui descend le gradient et qui décroît au cours du temps.

Dans l'intervalle de résonance, la vitesse d'oscillation des électrons dans le champ de pompe est donné par l'expression (III.55)

$$v_e^R = \frac{1}{2} L \omega_o^2 t \epsilon, \quad (\text{IV.4})$$

l'égalité $\tilde{v}_\phi = v_e^R$ nous donne l'expression du déferlement t_b , qui est l'instant au cours duquel se produit le déferlement :

$$\omega_o t_b \approx (8/\epsilon)^{1/2}. \quad (\text{IV.5})$$

A cet instant les électrons accompagnent le champ électrique et sont accélérés vers les zones de faibles densités.

Notons que v_e au déferlement dépasse la vitesse d'oscillation libre dans le champ de pompe ($eE_o/m\omega_o$) d'un facteur $\epsilon^{-1/2}$; en effet, utilisons l'équation (III.64) exprimant la vitesse de l'électron à la résonance et au déferlement, que l'on divise par $(eE_o/m\omega_o) = L \omega_o \epsilon$; on obtient :

$$v_e^b / (eE_o/m\omega_o) = \sqrt{2} \epsilon^{-1/2}. \quad (\text{IV.6})$$

IV.1.c. Courbes schématiques

Nous allons dans ce paragraphe représenter les courbes des différentes grandeurs physiques, le déplacement δ , la vitesse v_e , le champ électrique E_T et la densité électronique n_e , avant et à l'instant du déferlement : figures IV.1 et IV.2.

On peut dans un premier temps tracer qualitativement ces courbes en utilisant les relations analytiques obtenues précédemment.

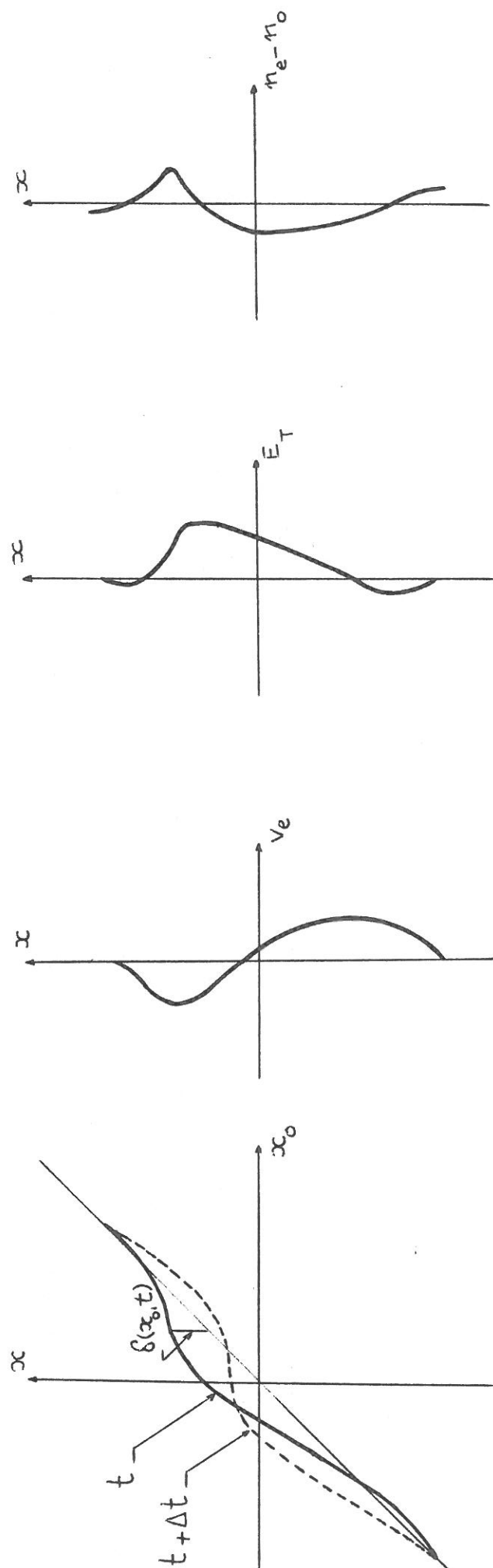


Fig IV.1 Courbes de déplacement, de vitesse v_e , de champ électrique E_T et de perturbation de densité électronique, en fonction de la position x , avant l'instant du déferlement, obtenues par la théorie analytique .

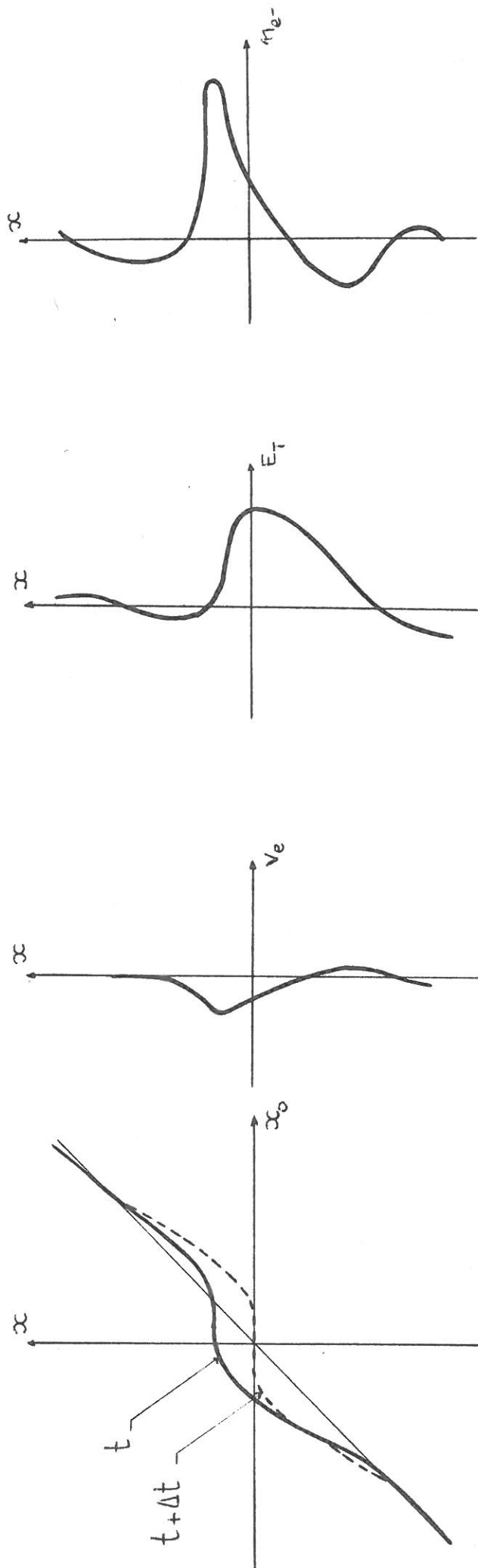


Fig IV.2 Courbes de déplacement, de vitesse v_e , de champ électrique E_T et de perturbation de densité électronique, en fonction de la position x , à l'instant du déferlement, obtenues par la théorie analytique .

En effet, sachant que la perturbation descend le gradient de densité, on trace sur le même repère les courbes de déplacement correspondant aux instants successifs t et $t + \Delta t$, et en mesurant à chaque position x l'écart de position Δx que l'on divise par l'écart de temps Δt , ce qui nous donne la valeur de v_e à la position x .

La courbe de champ électrique en fonction de la position x à l'instant t est obtenue à partir de la courbe de déplacement δ puisque le champ électrique, au terme non linéaire près, est proportionnel au déplacement, comme l'indique la relation (III.47).

La perturbation de densité électronique ($n_e(x,t) - n_0(x)$) à l'instant t , est obtenue à partir de la courbe du champ électrique $E_T(x,t)$, puisque pour chaque position x , la perturbation de densité électronique est proportionnel à la dérivée par rapport à la position x , du champ électrique E_T , comme il est montré par la relation (III.35).

En simulations numériques, les courbes de déplacement δ et de vitesse v_e sont obtenues par le calcul numérique ; les courbes de champ électrique E_T et de densité électronique n_e sont obtenues respectivement à partir des expressions (III.47) et (III.31).

IV.1.d. Conclusion

Nous venons de voir que les électrons qui se trouvent dans l'intervalle de résonance ont une vitesse qui augmente au cours du temps ; l'énergie est déposée à la résonance par le travail du champ de pompe, les déplacements δ deviennent de plus en plus grands avec le temps ; ainsi ces électrons créent un champ de charges d'espace qui tend à les ramener à leurs positions initiales par l'intermédiaire de la force de rappel F .

Au moment du déferlement de l'onde, les électrons voient un champ électrique dirigé vers les x positifs et qui suit dans leur mouvement d'oscillation vers les x négatifs ; une force d'accélération agit sur ces électrons.

La densité dans la région de résonance tend vers l'infini à ce moment ; comme le montrent les courbes précédentes.

IV.2. APRES LE DEFERLEMENT DE L'ONDE

Nous allons montrer qu'après le déferlement [1], certains éléments du fluide électronique traversent la région de résonance, en phase avec le champ électrique et avec une énergie croissante qui résulte de leur interaction avec les oscillations collectives.

La figure IV.3 représente les courbes de déplacement et de champ électrique à l'instant $t > t_b$, des éléments de fluides situés initialement en $x = x_0$.

Nous constatons, à partir de cette figure, que dans la région de croisement des trajectoires, situées entre x_0^m et x_0^M , (ou entre x^m et x^M), l'équation (III.39) doit être appliquée tandis qu'ailleurs l'équation (III.34) reste valable.

Dans la région critique, la force qui avant le déferlement était une force de rappel, proportionnelle au déplacement à un signe (-) près, devient au déferlement une force dirigée dans le sens du mouvement des électrons. Cette force leur donnera une accélération qui leur permet d'échapper au champ électrique, et de se diriger vers les régions de plus faible densité. Les éléments de fluide non concernés par le croisement de trajectoires subissent l'action d'une force de rappel, vers leurs positions initiales.

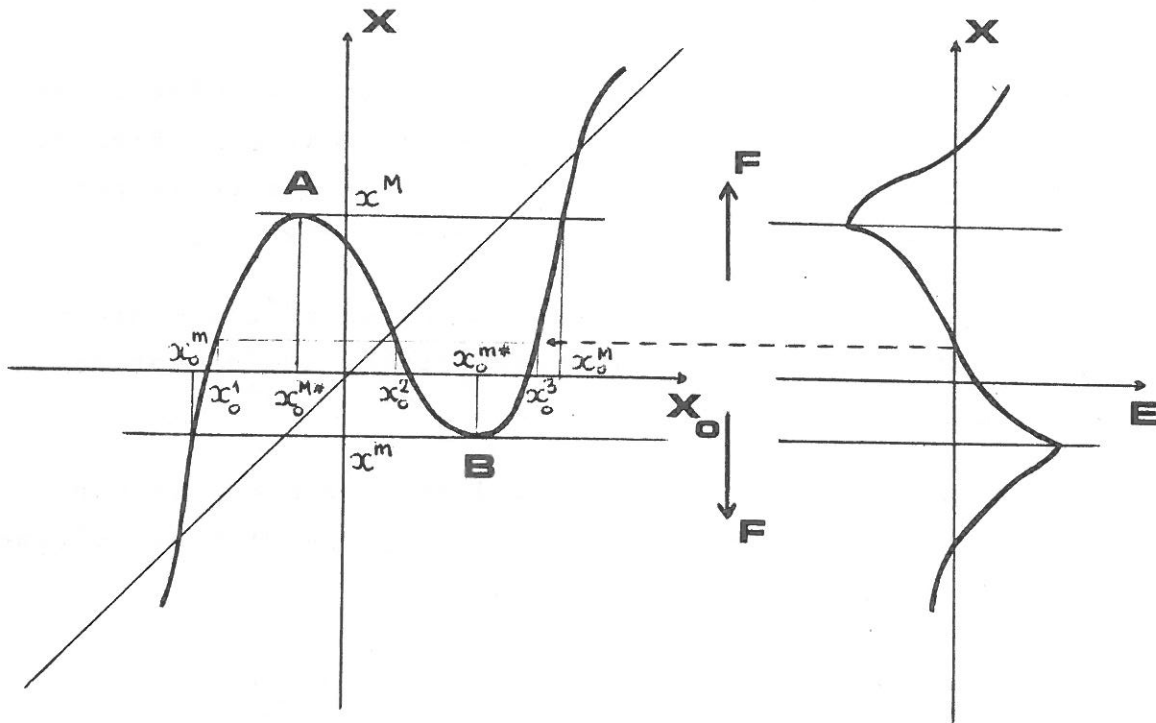


Fig IV.3 Représentation schématique des positions des éléments de fluide en fonction de leur positions initiales, après le déferlement et des champs électriques associés .

IV.2.a. Point bas (x_0^{m*}) de la courbe de déplacement

Un élément de fluide situé au voisinage de x_0^{m*} avec un déplacement δ et une vitesse v_e négatifs, voit un champ électrique positif se déplacer vers les x négatifs (fig.IV.3) du fait de la contribution des deux autres éléments de fluide se trouvant à la même position x .

La force créée par le champ électrique a le même signe que la vitesse des électrons v_e , qui se trouvent accélérés au delà de leur position initiale, et au cours d'une demie période échappent à l'intervalle de résonance vers les $x < 0$.

Donc les éléments de fluide proches de x_0^{m*} , voient un signe renversé du champ électrique du fait du croisement des trajectoires.

Au moment du déferlement, les électrons comme le montrent les simulations numériques s'échappent avec une vitesse voisine de la vitesse d'oscillation.

IV.2.b. Point haut (x_0^{M*}) de la courbe de déplacement

Les électrons proches de x_0^{M*} , n'échappent pas à l'intervalle de résonance. La force est dirigée vers les x positifs mais la vitesse de phase du champ électrique étant négative, le champ se déplace vers les x négatifs. Il n'y a pas de synchronisme entre le champ électrique et les éléments de fluides.

IV.2.c. Conclusion

La figure IV.4 représente schématiquement les courbes de déplacement (x_0, x), de vitesse v_e , de champ électrique E_T et de perturbation de densité électronique ($n_e - n_0$), à un instant après le déferlement.

On a procédé de la même manière que dans le paragraphe IV.1.c, pour obtenir ces courbes. Celle représentant l'espace

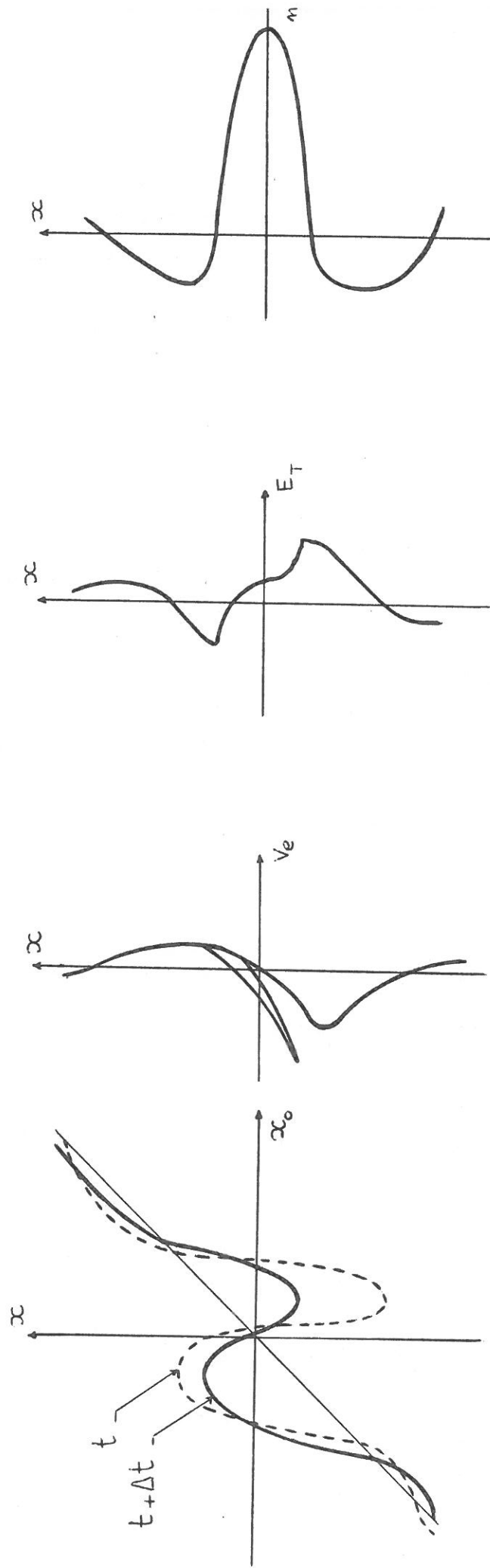


Fig IV.4 Courbes de déplacement, de vitesse v_e , de champ électrique E_T et de perturbation de densité électronique, en fonction de la position x , après l'instant du déferlement, obtenues par la théorie analytique.

de phase, montre dans la région de croisement des trajectoires, la présence de trois éléments de fluide à la même position x avec trois vitesses différentes. Notons également, le champ électrique localisé dans la région de croisement ; et la propagation de ces électrons rapides vers les régions sous denses comme l'indique la courbe de perturbation de densité électronique.

IV.3. ECHANGE D'ENERGIE

Nous nous intéressons maintenant au transfert de l'énergie entre l'onde de pompe et les électrons du plasma se trouvant dans la région de résonance.

Nous allons calculer l'énergie déposée par l'onde de pompe, celle emmagasinée par les électrons résonnants, et enfin estimer celle emportée par les électrons accélérés se propageant vers les régions sous denses.

L'expression de l'énergie total fournie par l'onde de pompe, de $t = 0$ à l'instant t est :

$$W = e \int_0^t dt \int_{-\infty}^{+\infty} dx_0 E_D(t) \cdot v_e(x_0, t) \cdot n(x_0, t) \quad (\text{IV.7})$$

IV.3.a. Hors de la résonance

La vitesse des électrons est donnée par la dérivée de l'expression (III.50), par rapport à T , soit :

$$v_e(x_0, T) = \frac{\varepsilon L \omega_0}{(1 - \Omega^2)} \cdot \left\{ \cos T - \cos \Omega T \right\}, \quad (\text{IV.8})$$

et le champ électrique par :

$$E_T(x, T) = E_0 \sin T + E_0 \left(1 + \frac{x_0}{L} \right) \left\{ \frac{1}{1 - \Omega^2} \left(\sin T - \frac{1}{\Omega} \sin \Omega T \right) \right\}. \quad (\text{IV.9})$$

Remplaçant l'expression de la vitesse et l'expression du champ dans (IV.7), on obtient deux produits $\sin T \cdot \cos T$ et $\sin T \cdot \cos \Omega T$, la contribution à l'énergie de chacun de ces deux termes est donc nulle pour le premier et faible pour l'autre, sur une période de l'onde de pompe.

Hors de la résonance, il y a peu de transfert d'énergie entre l'onde de pompe, les ondes excitées et les électrons du plasma, par rapport au transfert d'énergie dans l'intervalle de résonance.

IV.3.b. A la résonance

La contribution majeure à l'énergie provient de l'intervalle de résonance.

En effet, lorsque dans l'expression (IV.7), on remplace la vitesse v_e et le champ de pompe $E_D(t)$, respectivement par les expressions (III.55) et (III.28), on obtient un produit de deux termes $T \sin T$ et $\sin T$, qui sont en phase et par conséquent contribuent à l'énergie.

Comme la moyenne sur une période du terme $\sin^2 T$ est égale à $1/2$, l'énergie va être proportionnelle à T^2 , ce qui montre bien que l'énergie déposée par l'onde de pompe par unité de longueur augmente dans le temps comme une fonction de T^2 .

A l'instant t , l'énergie qui a été déposée par l'onde de pompe depuis l'instant initial $t = 0$, dans l'intervalle de résonance Δx est :

$$W(t) = n_c \int_0^t dt' \cdot \Delta x \cdot \left(\frac{1}{2} \epsilon L \omega_0^2 t' \sin \omega_0 t' \right) (e E_0 \sin \omega_0 t'), \quad (\text{IV.10})$$

où l'on considère n_c comme une densité par unité de longueur.

En utilisant l'expression (IV.2) pour Δx , on arrive à :

$$W(t) \approx \frac{\pi}{2} (L n_c) m L^2 \omega_0^2 \epsilon^2 (\omega_0 t). \quad (\text{IV.11})$$

L'énergie déposée croît donc linéairement dans le temps.

A l'instant du déferlement t_b donné par la relation (III.63), l'énergie emmagasinée par les électrons se trouvant à l'intervalle de résonance est donnée par l'expression suivante :

$$W(t_b) \approx \pi\sqrt{2}(\ln n_c)mL^2\omega_o^2\varepsilon^{3/2}. \quad (\text{IV.12})$$

On vérifie aussi que dans la région de résonance, il y a équipartition entre l'énergie cinétique des particules W_e et l'énergie dans les ondes W_p , telle que :

$$W(t) = W_c(t) + W_p(t), \quad (\text{IV.13})$$

où
$$W_c(t) = \frac{1}{2}mv_e^2 n_c \Delta x = \frac{1}{16}mL^2\omega_o^2\varepsilon^2(\omega_o t)^2 n_c \Delta x, \quad (\text{IV.14})$$

$$W_p(t) = \frac{1}{2}\varepsilon_o E_T^2 \Delta x = \frac{1}{16}\varepsilon_o E_o^2(\omega_o t)^2 \cdot \Delta x. \quad (\text{IV.15})$$

En remplaçant dans l'expression de $W_c(t)$, le paramètre ε par la relation (III.44), on obtient le résultat suivant :

$$W_c(t) = W_p(t). \quad (\text{IV.16})$$

Il est intéressant maintenant de comparer l'énergie emmagasinée dans l'intervalle de résonance au déferlement et celle emportée par les électrons rapides, échappant au champ électrique.

La solution analytique de l'équation (III.52) et la condition de déferlement $\frac{\partial f}{\partial x_o} \leq -1$, nous permettent de déterminer de manière approximative la fraction de l'intervalle où se trouvent les électrons rapides échappant à la résonance au déferlement de l'onde ; ainsi en prenant le terme dominant de la relation (III.61), on a :

$$-1 \approx \frac{-\varepsilon}{2\Omega(1+\Omega)} \cdot \frac{T^2}{2} \cdot \sin \frac{(1+\Omega)T}{2}, \quad (\text{IV.17})$$

au déferlement ($T \approx (8/\epsilon)^{1/2}$), la relation (IV.17) devient :

$$\Omega(1+\Omega)/2 = \sin \left[\frac{(1+\Omega)}{2} \cdot \left(\frac{8}{\epsilon} \right)^{1/2} \right], \quad (\text{IV.18})$$

en remplaçant Ω par la relation $\Omega \approx 1 + \Delta x/2L$, au voisinage de la résonance, où Δx est l'intervalle de la perturbation, d'où l'expression (IV.18) devient, en négligeant les termes supérieurs en Δx ,

$$1 \approx \sin \left[\frac{1}{2} \left(\frac{8}{\epsilon} \right)^{1/2} \left(2 + \frac{\Delta x}{2L} \right) \right], \quad (\text{IV.19})$$

et l'argument du sinus nous donne :

$$\Delta x/L \approx \pi(8\epsilon)^{1/2}. \quad (\text{IV.20})$$

Faisant le produit des relations (IV.20) et (IV.11), on obtient une estimation de l'énergie emportée par les électrons accélérés au déferlement, de la forme :

$$W^e(t_b) \approx 4\pi^2 (\text{Ln}_c) m L^2 \omega_o^2 \epsilon^2 \quad (\text{IV.21})$$

qui est supérieure à l'énergie déposée par l'onde de pompe en une période.

La vitesse des électrons au déferlement est de l'ordre du produit de l'accélération du champ résonnant, par le temps de transit, comme on peut le vérifier à partir des relations (III.63), (III.64) et (III.65).

Le temps de transit Δt est par définition :

$$\Delta t = \pi/\omega_o, \quad (\text{IV.22})$$

égale à la demi période de l'onde de pompe, la vitesse des électrons au déferlement est

$$v_e^b \approx \left(\frac{eE_T^b}{m} \right) \cdot \Delta t, \quad (\text{IV.23})$$

où E_T^b est donné par l'expression (III.65).

Si le déplacement $\delta_i = (X - X_0)$ est petit par rapport au déplacement δ_e de l'électron, la distinction entre variables eulériennes et variables lagrangiennes ne présente plus d'importance pour les ions. Ainsi x_0 peut être considéré comme une fonction de X_0 et non de X , par conséquent on peut évaluer δ_e en fonction de X_0 .

Dans le cas où l'on se trouve loin avant l'instant du déferlement de l'onde de plasma électronique, on peut inverser la transformation :

$$x(x_0, t) = x_0 + \delta_e(x_0, t), \quad (\text{IV.29})$$

$$\text{d'où} \quad dx_0 = dx / \left(1 + \frac{\partial \delta_e}{\partial x} \right). \quad (\text{IV.30})$$

Comme on est bien avant le déferlement, on peut faire les approximations suivantes :

$$\partial \delta_e / \partial x_0 \ll 1 \text{ et } \partial \delta_e / \partial x_0 \approx \partial \delta_e / \partial x, \quad (\text{IV.31})$$

$$\text{soit} \quad dx_0 \approx dx \left(1 - \frac{\partial \delta_e}{\partial x} \right), \quad (\text{IV.32})$$

$$\text{dont l'intégration donne } x_0(x, t) \approx x - \delta_e(x, t). \quad (\text{IV.33})$$

En remplaçant dans $\delta_e(x_0, t)$, x_0 par la relation (IV.33), et en tenant compte des approximations précédentes, on obtient :

$$\delta_e(x_0, t) \sim \delta_e(X_0, t) \left[1 - \frac{\partial \delta_e(X_0, t)}{\partial X_0} \right]. \quad (\text{IV.34})$$

En substituant la relation (IV.34), dans (IV.28), l'intégration de cette équation nous donne le déplacement de l'ion $\delta_i(X_0, t)$, celui-ci contient des termes oscillants en ω et 2ω (venant de l'expression de $\delta_e(X_0, t)$ donnée par (III.52)) dont la contribution est négligeable et un terme constant en t^2 [2].

La densité ionique $n_i(X_0, t) = n_0(X_0) / (\partial X / \partial X_0)$, (IV.35) aux noeuds principaux ($\delta_e = E = 0$), a pour expression :

$$n_i(X,t) \sim n_o(X_o) / \left(1 - \frac{m}{M} \frac{\epsilon^2 t^6}{(4\pi)^4} \right). \quad (\text{IV.36})$$

Si on admet que la valeur du rapport de la perturbation de densité ionique sur la densité ionique non perturbée $a = (n_i - n_o)/n_o$ fournit un critère de regroupement des ions, on obtient suivant le choix de a (arbitraire), l'instant t_i à partir duquel les ions vont se regrouper aux limites de la région de résonance et modifier le déferlement de l'onde,

$$\text{ainsi on a, } t_i = \left[(4\pi)^4 \left(\frac{M}{m} \right) \frac{a}{\epsilon^2} \right]^{1/6}. \quad (\text{IV.37})$$

Lorsque t_b est inférieur à t_i , l'énergie est mise dans les électrons rapides ; dans le cas contraire, les perturbations ioniques mettent fin au transfert résonnant de l'énergie dans les oscillations et affectent ainsi l'absorption résonnante.

Lorsqu'on fait $a = 1$ dans l'expression (IV.37) et en utilisant la relation (III.63), nous obtenons une condition sur l'amplitude du champ de pompe :

$$\epsilon = 2.10^{-2} (m/M). \quad (\text{IV.38})$$

Si ϵ est inférieur à cette limite, les ions acquièrent une vitesse de dérive qui tend à provoquer leur regroupement, dans ce cas on ne peut pas négliger les perturbations de densité ionique. Par contre lorsque ϵ est supérieur à cette limite, on assiste au déferlement des ondes de plasma, où les ions sont considérés immobiles.

REFERENCES

- [1] J. ALBRITTON, P. KOCH. Phys. Fluids, 18, 1136, (1975).
- [2] P. KOCH, J. ALBRITTON. Phys. Rev. Letters, 32, 1420, (1974).

CHAPITRE V

SIMULATIONS NUMERIQUES

V.1. PRINCIPE DU CALCUL

On va assimiler le fluide électronique à un ensemble d'oscillateurs, dont la fréquence propre est liée à la position initiale par la relation (III.45).

L'un d'eux se trouve à la résonance ($\Omega = 1$).

A l'instant T , la position x de chaque oscillateur dépend de sa position initiale, par la relation en coordonnées réduites :

$$\frac{x(x_0, \tau)}{L} = \frac{x_0}{L} + \delta(x_0, T). \quad (V.1)$$

Pour effectuer ces simulations numériques, on a eu recours à un sous-programme du nom de RUKUTA, existant dans la bibliothèque UNIVAC. Il consiste en l'intégration par la méthode de Runge-Kutta classique, d'un système d'équations différentielles du premier ordre :

$$\frac{dy_i}{dt} = f(t, y_1, y_2, \dots, y_N), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (V.2)$$

où $N \leq 50$ est le nombre d'équations du système .

Connaissant la solution du système à l'instant t , $y_i(t)$, la méthode permet de déterminer la solution approchée à l'instant $t + H$, $y_i(t+H)$, où H est le pas de calcul (ou pas d'intégration).

L'erreur commise en utilisant cette méthode est en $\theta(H^5)$.

Avant le déferlement, tous les oscillateurs sont indépendants. On peut réécrire les conditions initiales énoncées précédemment sous la forme :

$$T = 0, \delta(x_0, T) = 0 \text{ et } \dot{\delta}(x_0, T) = 0, \quad (V.3)$$

pour utiliser l'équation du mouvement en coordonnées réduites (III.46).

A chaque appel de RUKUTA, on obtient la valeur de $\delta(x_0, T)$ et de $\dot{\delta}(x_0, T)$, au pas de temps qui suit.

Ainsi, on rassemble les valeurs de δ et $\dot{\delta}$ de chaque oscillateur de position initiale x_0 ; et cela tous les dix pas de temps.

Les valeurs du champ électrique à tout instant, sont obtenues par l'équation (III.33) ou (III.47), tandis que les valeurs de densité électronique sont obtenues à partir de l'équation (III.31), en calculant les écarts en x/L et en x_0/L entre deux oscillateurs consécutifs :

$$n_e(x, t) = n_0(x_0) / (\partial x / \partial x_0). \quad (V.4)$$

Après le déferlement, on sépare le problème en deux parties ; la première qui concerne la région de croisement des trajectoires, où les oscillateurs sont couplés trois par trois, la deuxième liée à la région où tous les oscillateurs sont indépendants.

Pour cela, on se place à un instant t , dépassant légèrement le temps de déferlement t_b ; soit $t = t_b + \Delta t$.

On utilise les expressions analytiques de déplacement (III.52) et de vitesse v à $t = t_b + \Delta t$, ce qui nous permet d'avoir une courbe de déplacement présentant une très faible région de dépassement.

Les valeurs de déplacement δ , et de vitesse $\dot{\delta}$ pour chaque oscillateur formeront les conditions initiales pour le sous-programme RUKUTA.

Au premier déferlement, nous avons au plus trois oscillateurs, couplés dans la région de dépassement, d'où pour chaque valeur de x , on a l'oscillateur qui lui correspond, se trouvant en x_0 ; la position initiale de chacun des deux autres oscillateurs est déterminée par interpolation.

Dans la région de dépassement, l'utilisation de RUKUTA impose l'utilisation des six équations différentielles du premier ordre dont chaque couple d'équations correspond à l'un des trois oscillateurs.

Les valeurs de déplacement δ et de vitesse $\dot{\delta}$ de chaque oscillateur sont obtenues directement par RUKUTA.

Les valeurs du champ électrique $E_T(x)$ sont obtenues à partir de l'équation (III.40), par l'intermédiaire des valeurs de δ .

V.2. RESULTATS DES SIMULATIONS POUR $\epsilon = 10^{-3}$

V.2.a. Courbes

Les paramètres de simulation :

Paramètre	Avant et au déferlement	Après le déferlement
ϵ	10^{-3}	10^{-3}
$(x_0/L)_{\min}$	-0,4	-0,2
$(x_0/L)_{\max}$	+0,4	+0,2
Nb d'oscillateurs	80	401
Pas de temps H	0,03	0,03

A l'aide de ces paramètres, on trouve que le déferlement se produit à :

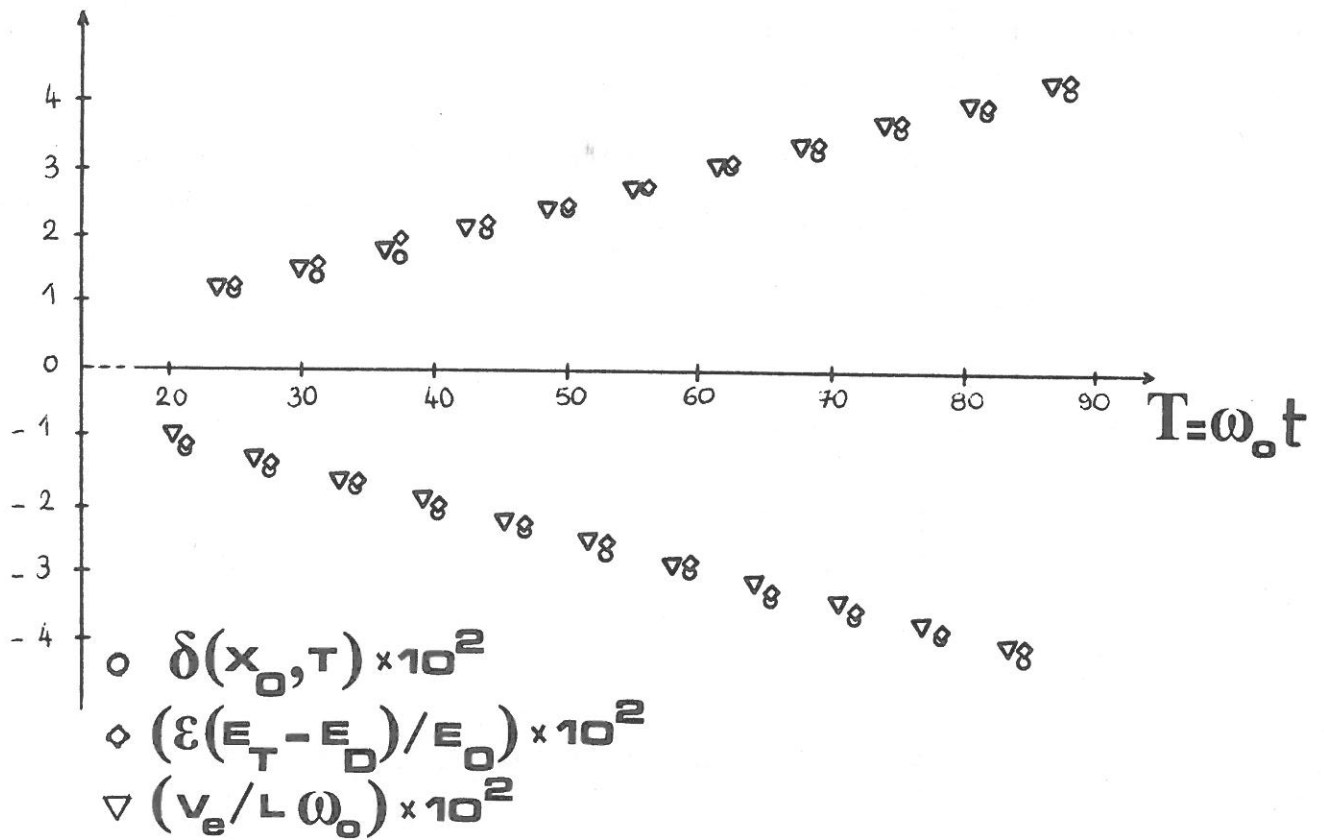


Fig V.1 Croissance séculaire au cours du temps, du déplacement normalisé à L , de la vitesse normalisée à $L \omega_0$ et du champ de charges d'espace normalisé à E_0/ϵ , à la résonance à partir des simulations numériques pour $\epsilon = 10^{-3}$.

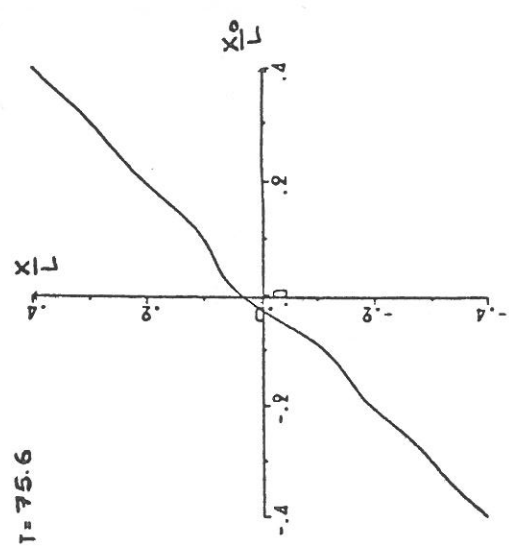
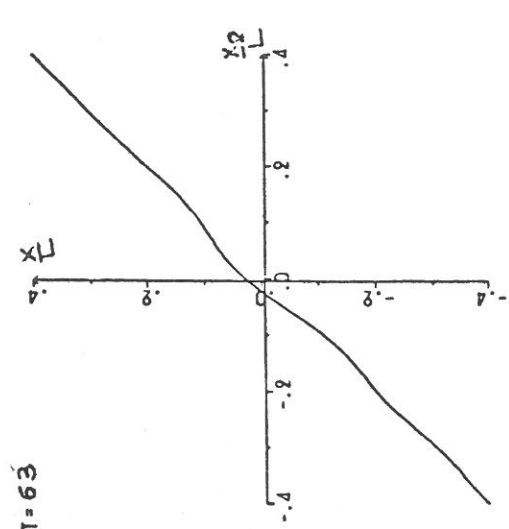
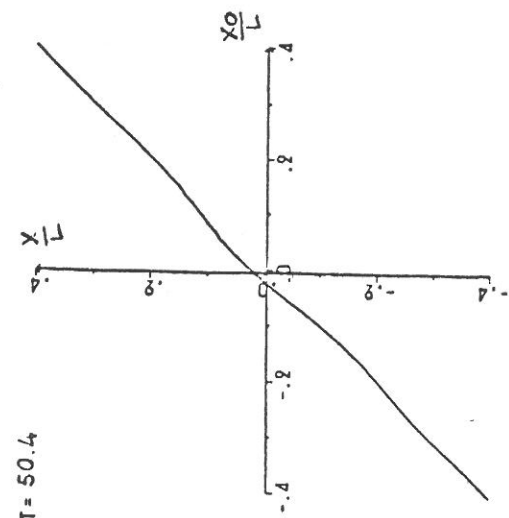
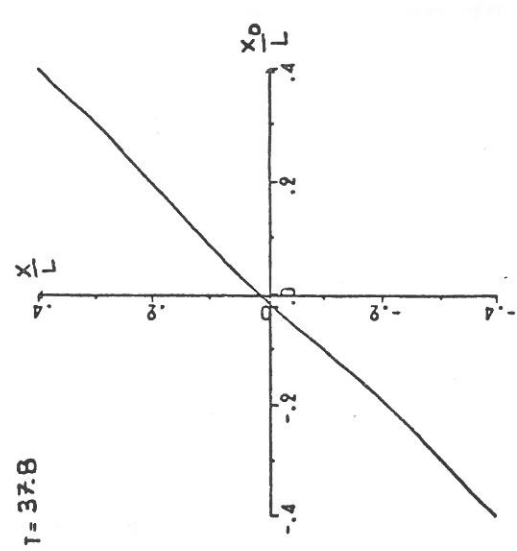
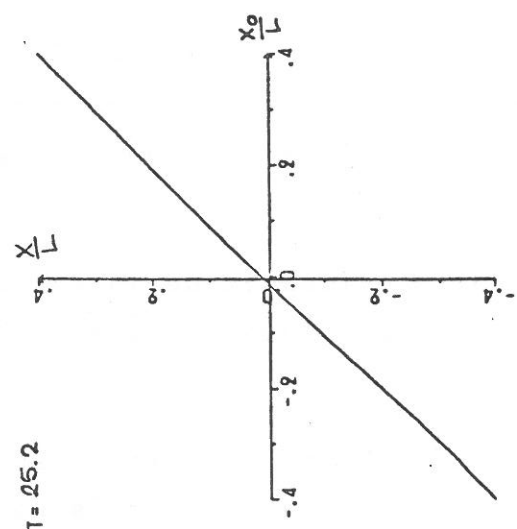
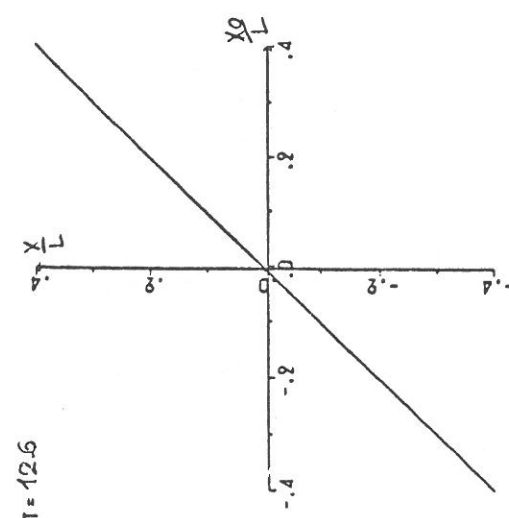


Fig V.2 Naissance et évolution de la perturbation au cours du temps avant le déferlement, données par les simulations numériques pour $\epsilon = 10^{-3}$.

$$T_b = \omega_o t_b \approx \left(\frac{8}{\epsilon}\right)^{1/2} = 89,4, \quad (V.5)$$

soit à 14,2 périodes de l'onde de pompe.

V.2.a.1) Avant le déferlement de l'onde

On aurait pu prendre directement la solution analytique pour représenter les différentes grandeurs physiques, à savoir le déplacement δ , la vitesse v_e , le champ électrique E_T et la densité électronique n_e ; mais ici on a voulu tester la solution numérique qui nous est utile pour démarrer l'étape après le déferlement.

Notons tout d'abord la croissance séculaire de l'onde électrostatique au cours du temps, à travers les valeurs maximum du déplacement, du champ électrique, de la vitesse des électrons illustrés par la figure V.1.

La figure V.2 représente la naissance de la perturbation et son amplification au cours du temps, avant l'instant du déferlement.

Le tableau qui suit confirme bien le rétrécissement de la perturbation au cours du temps, l'accord est raisonnable entre la valeur théorique

$$(\Delta x/L)_{th} = 4\pi/\omega_o t, \quad (V.6)$$

et celle obtenue à partir des courbes de simulation du déplacement δ , $(\Delta x/L)_s$:

Période	$T = \omega_o t$	$(\Delta x/L)_{th}$	$(\Delta x/L)_s$
6e	37,8	0,33	0,33
8e	50,4	0,25	0,24
10e	63	0,20	0,20
12e	75,6	0,17	0,17

On se place à l'instant $T = \omega_o t = 82,2$, qui correspond au début de la 13e période, avant que le déferlement n'ait lieu. A chaque (1/10)e de période, on donne l'allure du déplacement,

qui est très proche de l'instant de déferlement (figure V.3 à figure V.15).

La figure V.16 représente à l'instant $t = 89,4$, un élément de fluide avec son déplacement $f(x_0, T)$ par rapport à la position initiale x_0 , avec sa vitesse v_e proche de la vitesse de phase du champ électrique, le champ électrique de charges d'espace E et enfin la force F agissant sur l'élément de fluide, due au champ électrique.

D'après ces figures, on constate que la perturbation qui naît à haute densité, se propage vers les régions de basse densité, accompagnée des perturbations de vitesses et de champ électrique.

Les figures V.17 à V.21 représentent la variation du rapport de la densité électronique $n_e(x, t)$ sur la densité critique n_c . La perturbation de densité qui prend naissance au dessus du point de résonance, descend le gradient de densité, en s'amplifiant, pour atteindre son maximum à la résonance, puis diminue au dessous du point de résonance.

Notons que le phénomène est périodique, et que à chaque période, au point de résonance la perturbation de densité électronique est plus importante.

A l'instant $T = 89,4$, la densité dans la région de résonance est environ 75 fois la densité initiale, ainsi plus on s'approche de l'instant du déferlement, plus la densité électronique dans cette région, augmente rapidement avant de tendre vers l'infini à l'instant du déferlement.

Sur chaque courbe de densité, le plus grand pic correspond à la variation la plus importante du champ électrique de charges d'espace entre ses deux valeurs extrêmes.

A l'instant $T = 85,8$, on remarque l'apparition d'une deuxième perturbation dans la région sur-dense, qui s'amplifie au cours du temps en descendant le gradient de densité tandis que la première perturbation tend à disparaître dans la région sous-dense.

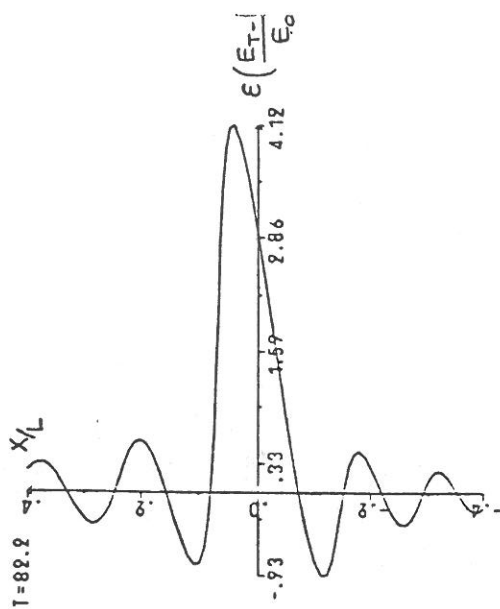
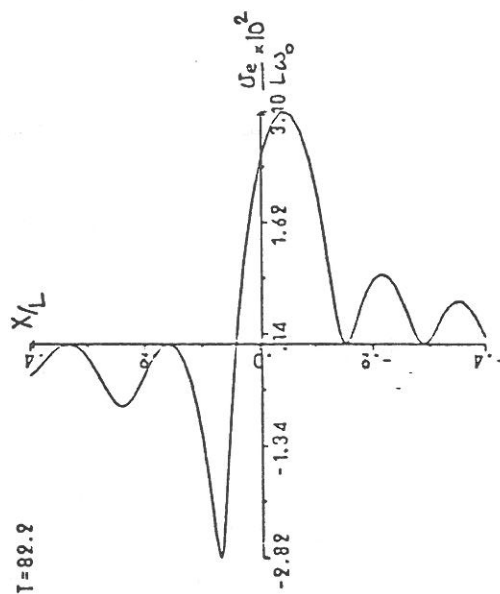
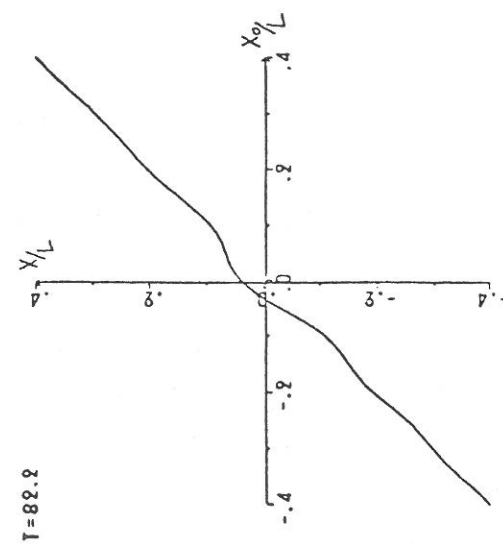


Fig V.3 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_c$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_c t = 43.1$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde.

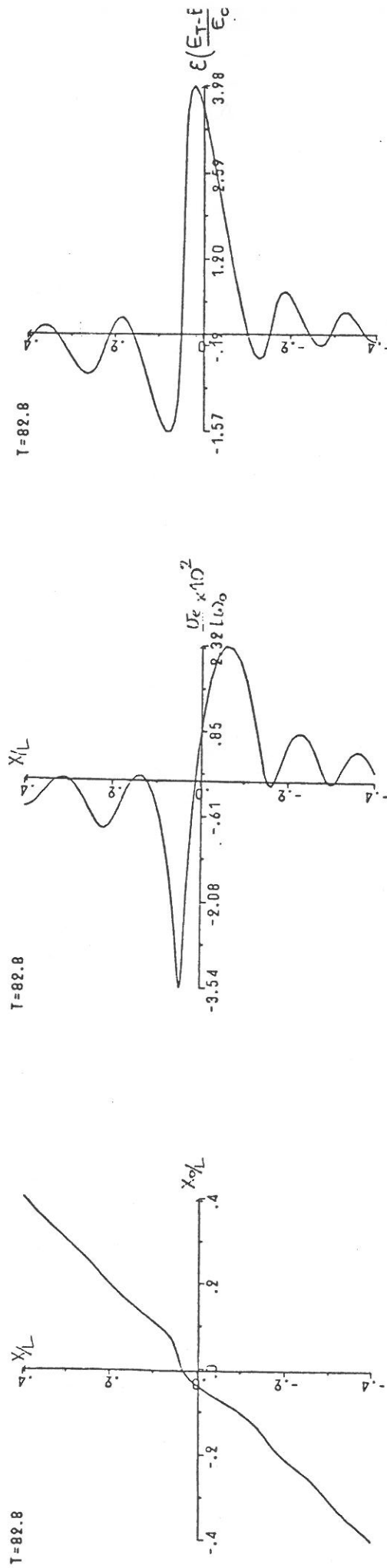


Fig V.4 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L \omega_c$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_c t = 13.2$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\epsilon = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde •

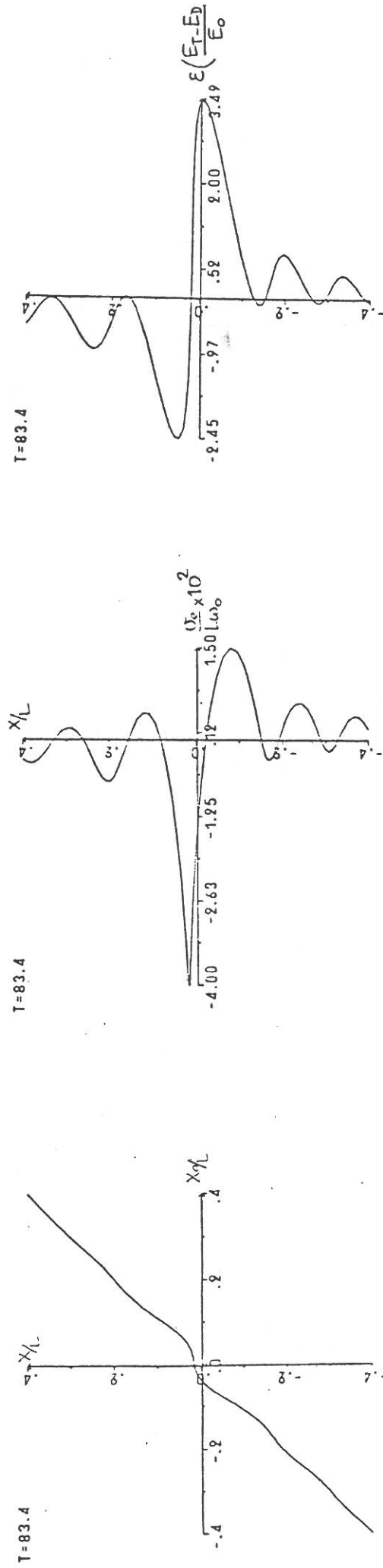


Fig V.5 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ε , en fonction de la position à $\omega_0 t=133$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\tilde{t} = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde.

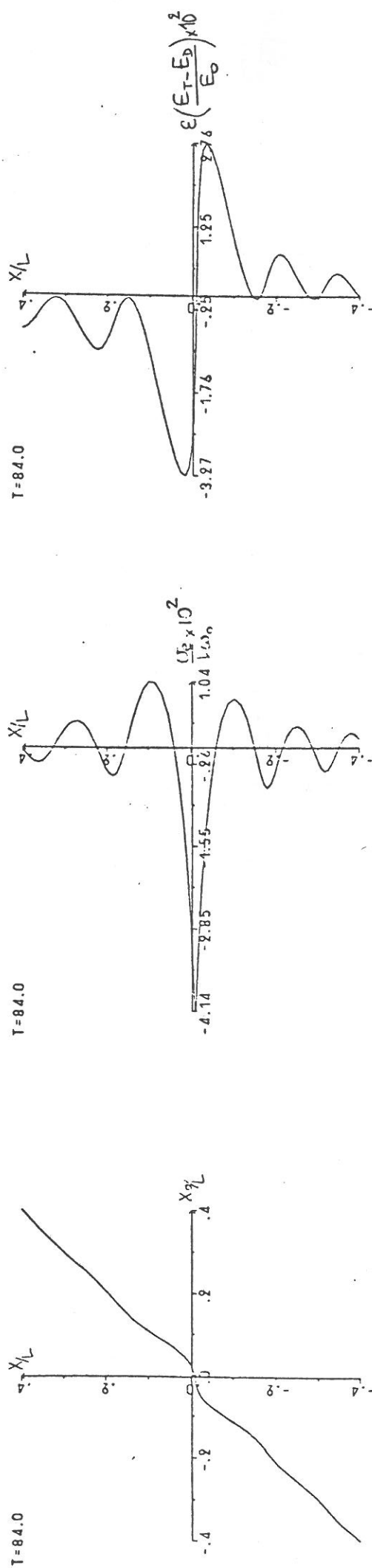


Fig V.6 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_0 t = 13.4$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\epsilon = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde.

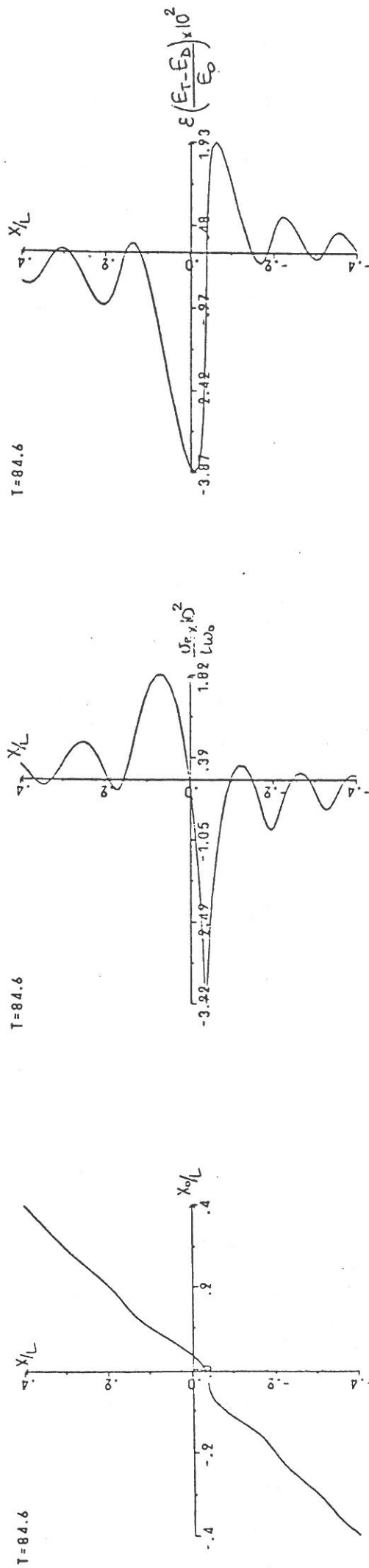


Fig V.7 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à $E_0/\mathcal{E}$, en fonction de la position à $\omega_0 t = 13.5$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\mathcal{E} = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde.

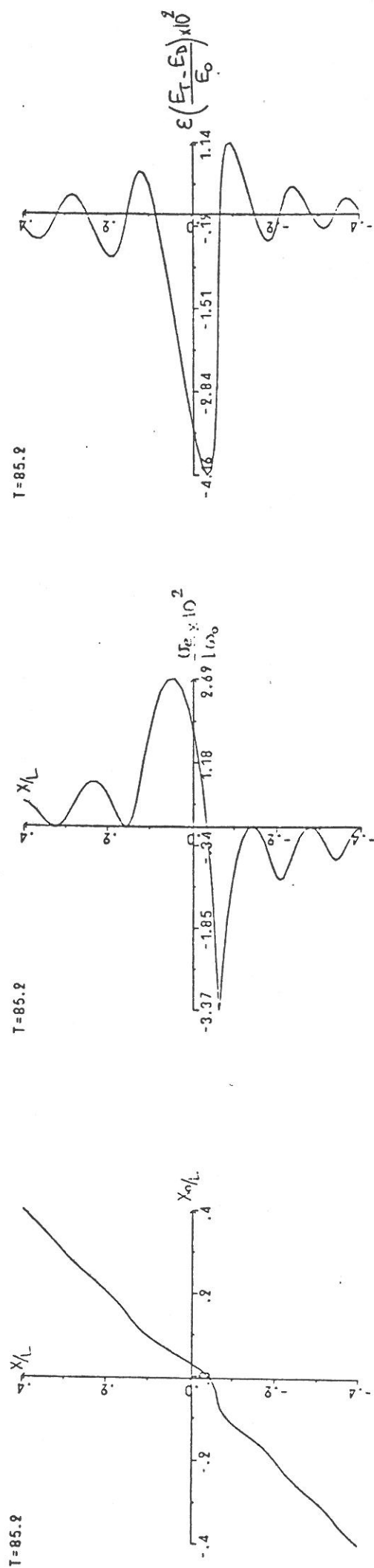


Fig V.8 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L \omega_p$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_p t = 13.6$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde.

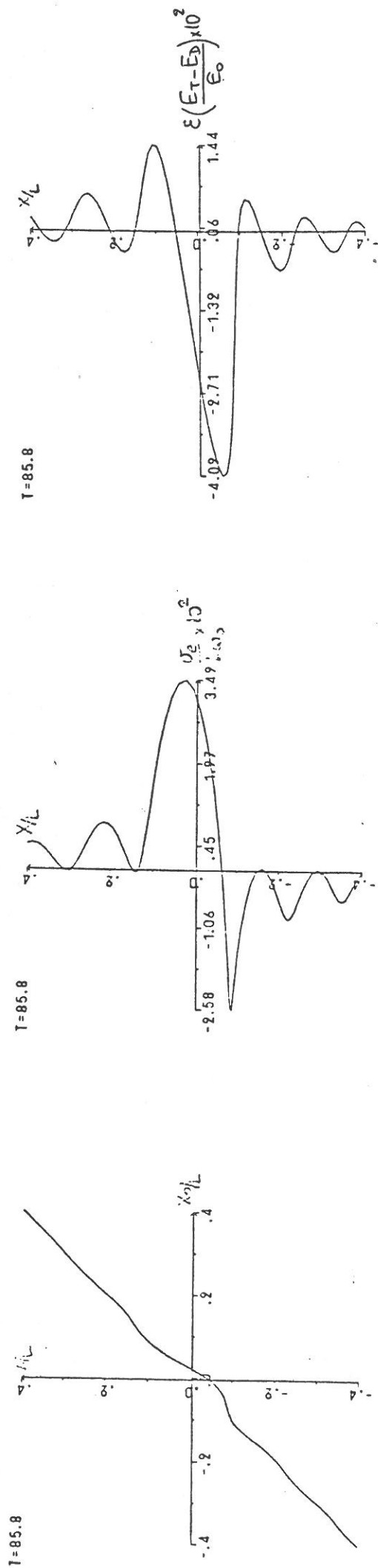


Fig V.9 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L \omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ϵ , en fonction de la position à $\omega_0 t = 13.7$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\epsilon = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde.

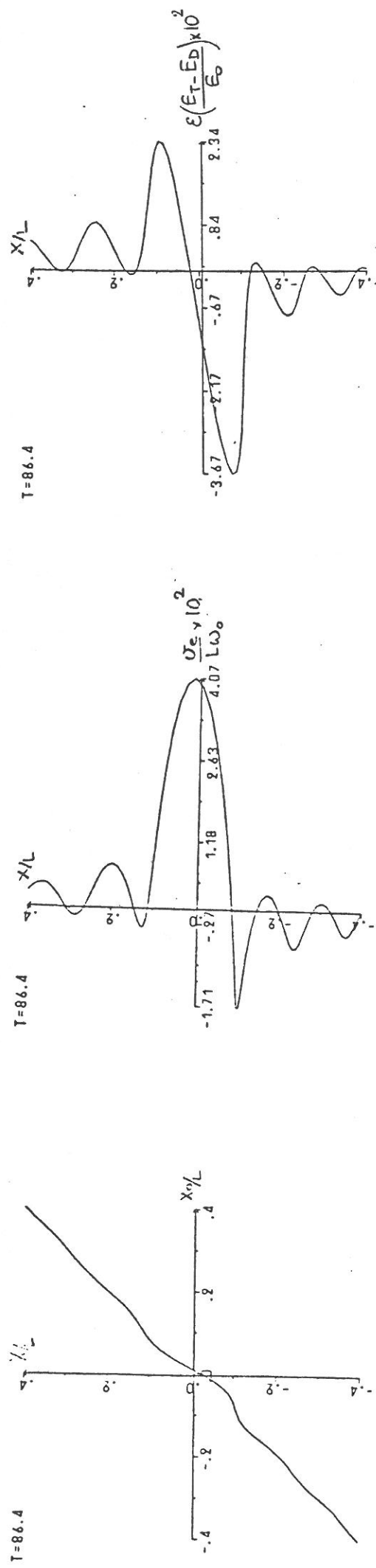


Fig V.10 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_0 t = 438$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\tilde{E} = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde.

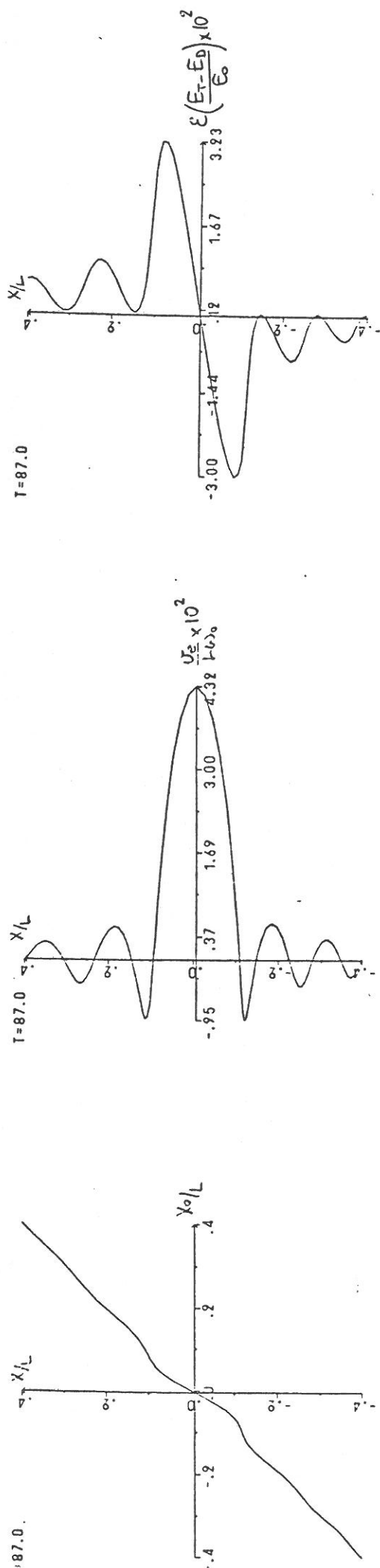


Fig V.11 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_0 t = 13.9$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\tilde{\epsilon} = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde.

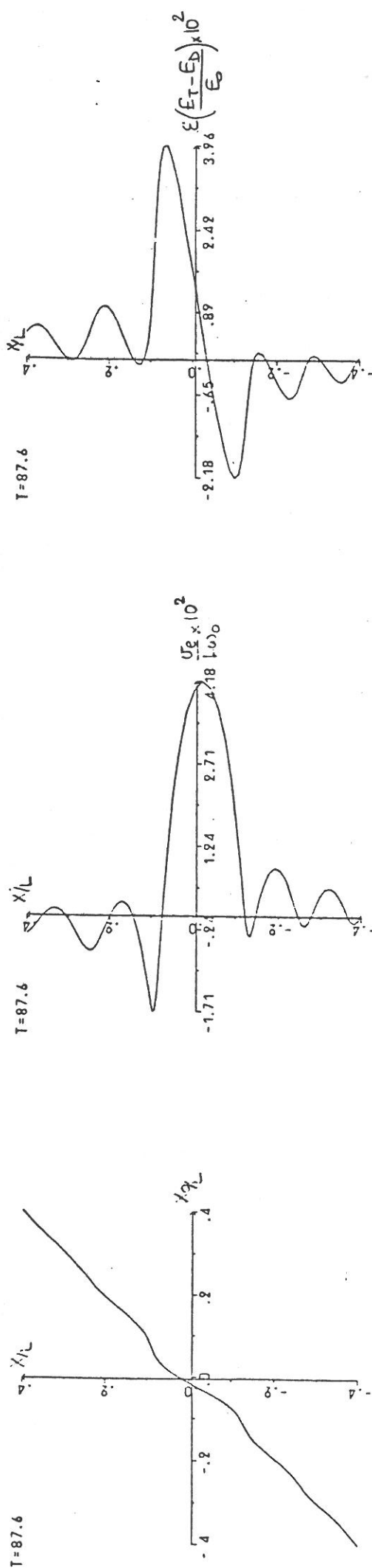


Fig V.42 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L \omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ϵ , en fonction de la position à $\omega_0 t = 14$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\tilde{\epsilon} = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde.

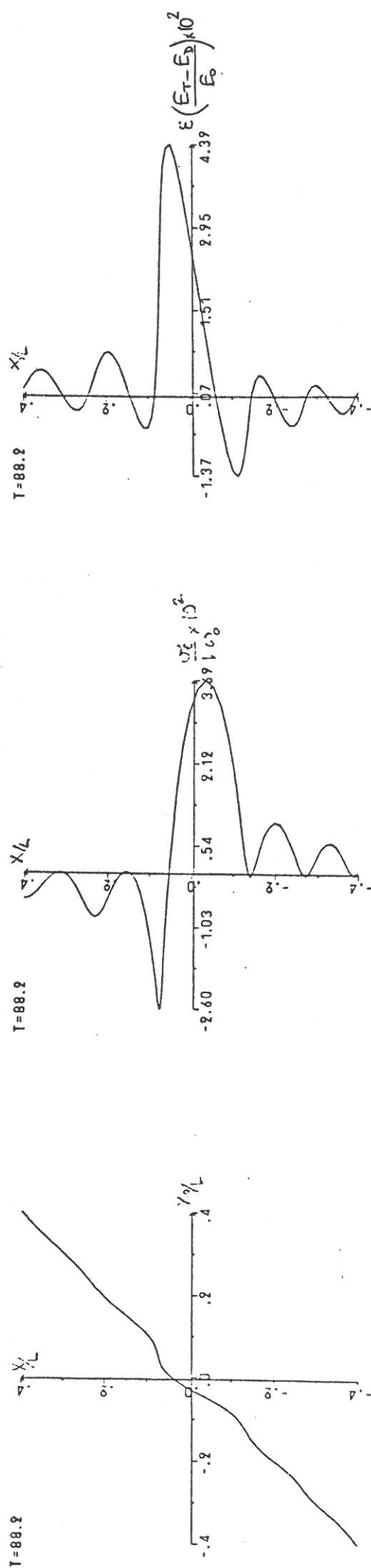


Fig V.13 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L \omega_0$, et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ϵ , en fonction de la position à $\omega_0 t = 44.1$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde.

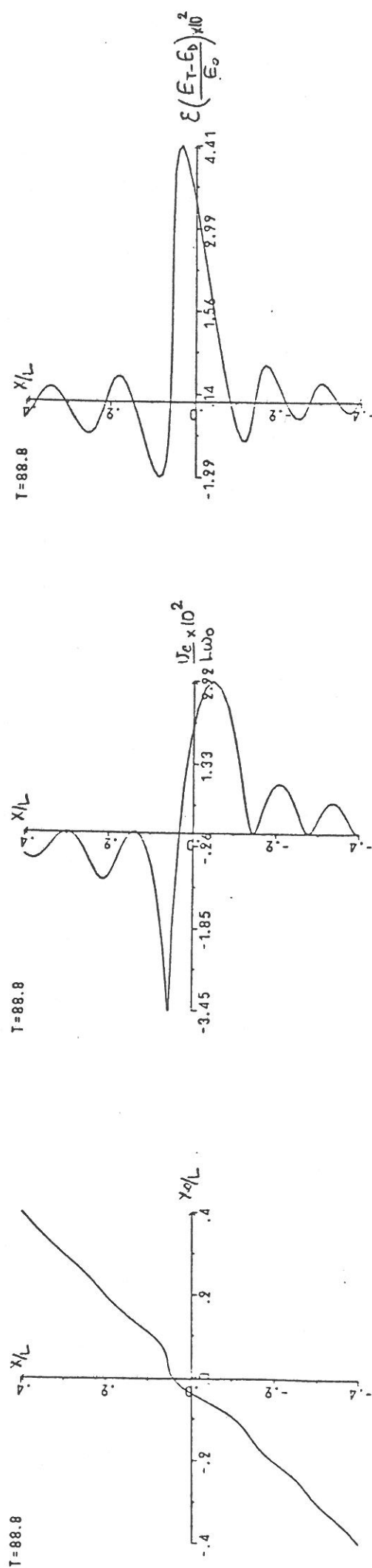


Fig V.14 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ξ , en fonction de la position à $\omega_0 t = 14.2$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde.

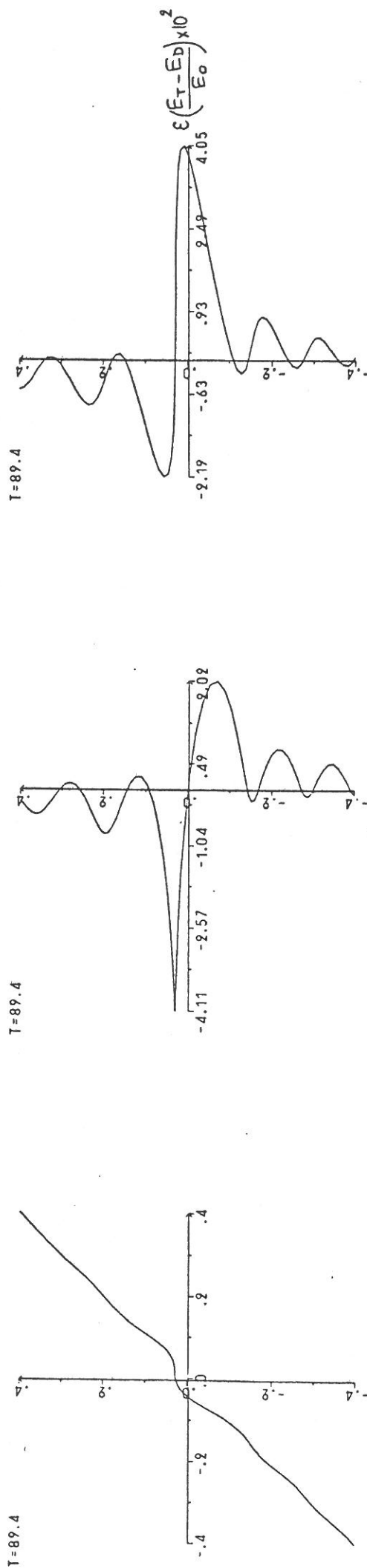


Fig V.15 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$, et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ξ , en fonction de la position à $\omega_0 t = 14.3$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde.

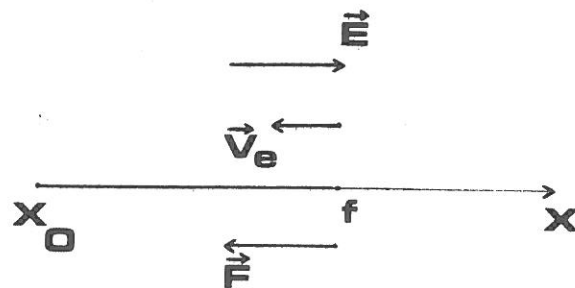


Fig V.16 Représentation schématique d'un élément de fluide avec son déplacement f par rapport à la position initiale x_0 , sa vitesse v_e , le champ électrique E_T et la force F associée agissant sur cet élément de fluide avant le déferlement pour $T = 89,4$.

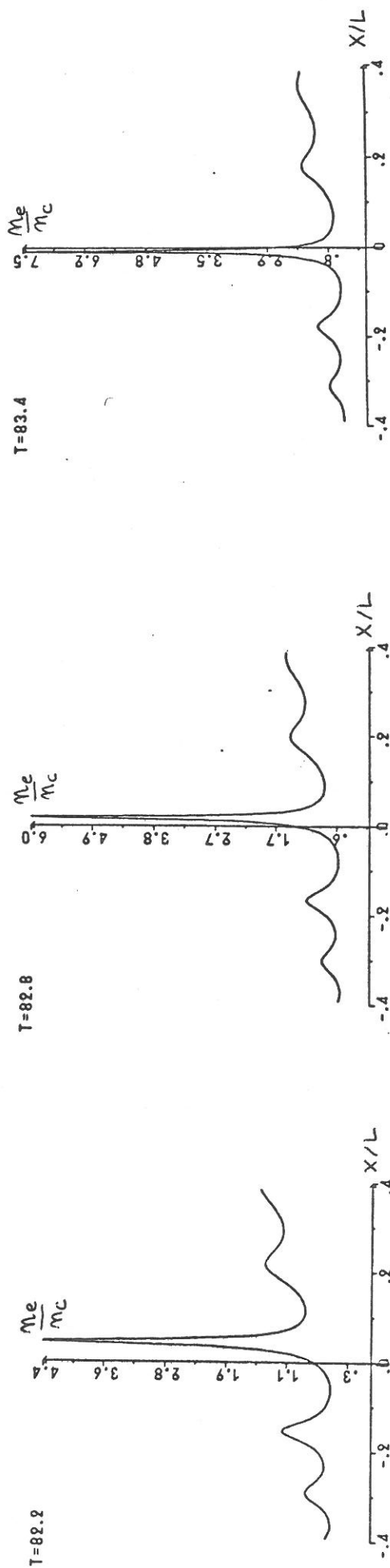


Fig V.47 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à $\omega_p t = 131,432,43$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations numériques pour $\xi = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde •

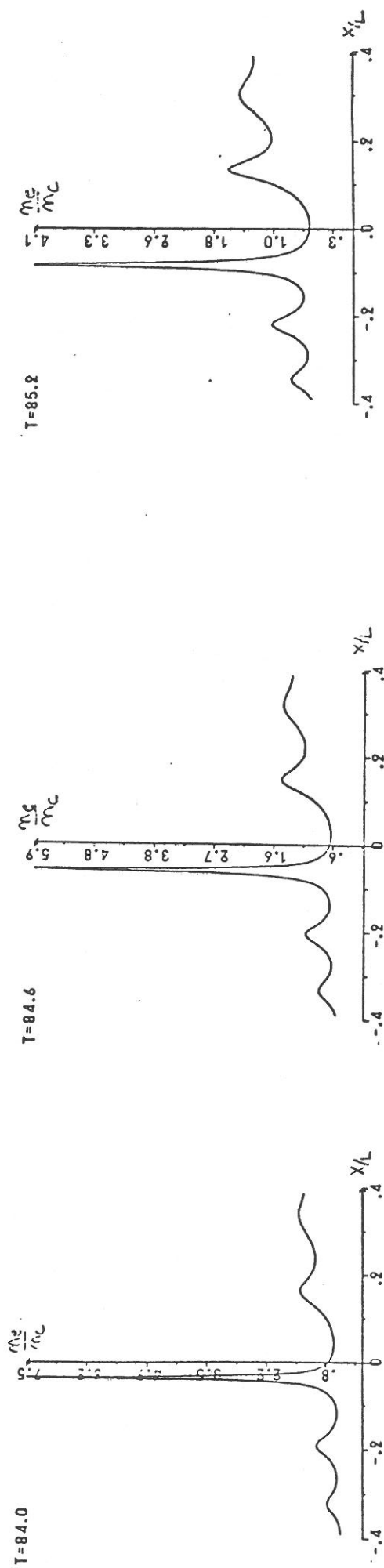


Fig V. 18 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à $\omega_c t = 134, 135, 136$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations numériques pour $\tilde{E} = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde •

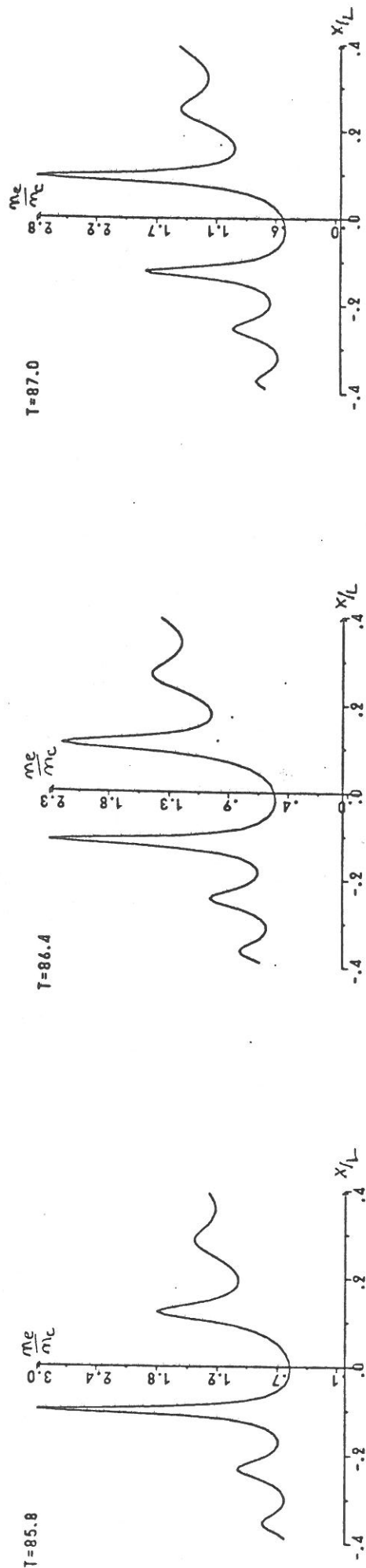


Fig V. 19 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à $\omega_0 t = 13, 138, 139$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations numériques pour $\xi = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde .

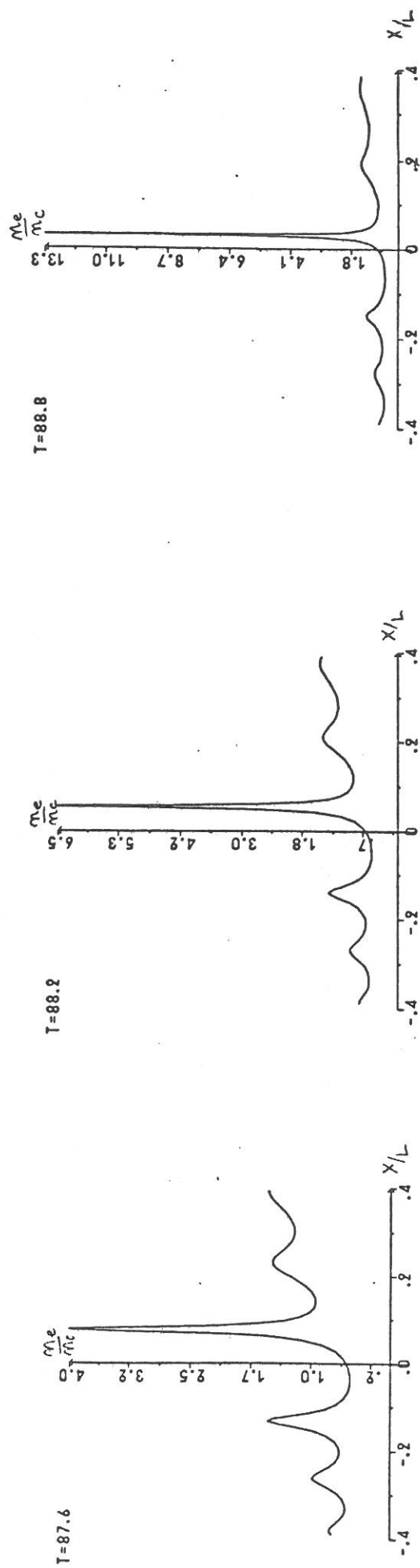
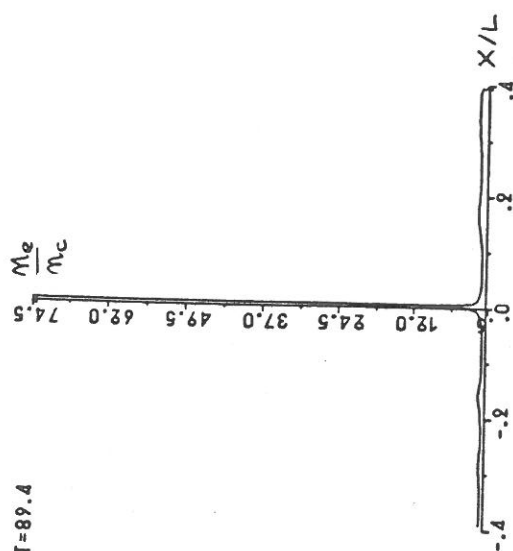


Fig V.20 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à $\omega_c t = 4, 14, 1, 14, 2$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations numériques pour $\xi = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde .



$T=89.4$

Fig V.21 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à $\omega_t = 14.3$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations numériques pour $\epsilon = 10^{-3}$ avant le déferlement de l'onde •

V.2.a.2) Après le déferlement de l'onde

On se place à l'instant $T = T_b + \Delta T = 89,52$, où $\Delta T = (1/80)$ e de période de l'onde de pompe ; à cet instant T , la courbe de déplacement présente entre la position du maximum et la position du minimum au moins trois oscillateurs.

Les courbes de déplacement initiale $\delta(x_0, T)$ et de vitesse $\dot{\delta}(x_0, T)$ à l'instant T sont obtenues à partir des solutions analytiques pour le déplacement à la résonance (III.54) et hors de la résonance (III.57). Elles constituent les conditions initiales de ce calcul.

Toujours pour $\epsilon = 10^{-3}$ et un pas de temps $H = 0,03$, on obtient les courbes de déplacement $\delta(x_0, T)$, de vitesse $v_e(x, T)/L\omega_0$, de champ de charges d'espace $\epsilon(E_T - E_D)/E_0$, (fig. V.22 à fig.V.30) et de densité électronique (fig.V.31 à fig.V.33), à chaque instant T .

On constate que le pas de calcul H est trop grand, ce qui augmente très vite l'erreur de calcul ; qui se fait sentir sur les courbes de densité électronique par des oscillations, dans la région de croisement des trajectoires ; par contre le saut de densité (fig.V.34) correspond à la discontinuité dans la pente du champ électrique (point x_B), puisque la densité électronique est reliée au champ électrique par la relation (III.35) ; au point x_A de la figure V.34, on observe aussi une discontinuité, puisqu'on a une discontinuité dans la pente du champ électrique.

A l'instant initial, après le déferlement, soit $T = 89,52$ et à la résonance, on note la tangente horizontale sur la courbe de déplacement ; le champ de charges d'espace est pratiquement nul à la résonance et la densité électronique tend vers l'infini.

Au cours du temps, la discontinuité prend naissance, mettant en évidence une région d'oscillateurs couplés venant de positions initiales différentes et se retrouvant à la même

position x avec des vitesses différentes, se propageant vers les régions de plus faible densité.

Dans la région de dépassement, le champ électrique s'annule en x_C .

On constate que pour un élément de fluide se trouvant au voisinage du point haut ($x_C < x < x_A$), bien qu'ayant une vitesse négative, il ne s'échappe pas vers les $x < 0$, car le champ électrique donne lieu à une force s'opposant au mouvement de cet élément de fluide.

Tandis que pour un élément de fluide se trouvant au voisinage du point bas de la région de dépassement ($x_B < x < x_A$), avec une vitesse négative, voit un champ électrique renversé, dirigé vers les $x > 0$, d'où une force agissant sur l'élément de fluide, et qui est dans le même sens que celle de la vitesse de cet élément de fluide.

Elle provoque une accélération permettant aux éléments de fluide de rester en phase avec le champ électrique.

Ainsi les électrons accélérés, à un instant donné, sont ceux qui se trouvent entre le point où le champ électrique de charges d'espace s'annule (x_C) avant de changer de signe et le point bas du déplacement δ qui correspond à la discontinuité de E (en x_B). Les éléments de fluide correspondant à trois oscillateurs couplés et vérifiant $x_B < x < x_A$ voient alors un champ qui les décélère.

Le champ électrique quitte la région de résonance vers les x négatifs en diminuant, accompagné d'électrons ayant une vitesse croissante.

Juste après le déferlement, on constate que le point bas correspond bien au point où le champ électrique de charges d'espace s'annule ($T = 90,12$, fig.V.24) ainsi les électrons se trouvant dans le puits sont tous accélérés. Mais au cours du temps, on constate qu'il y a un décalage entre le point bas

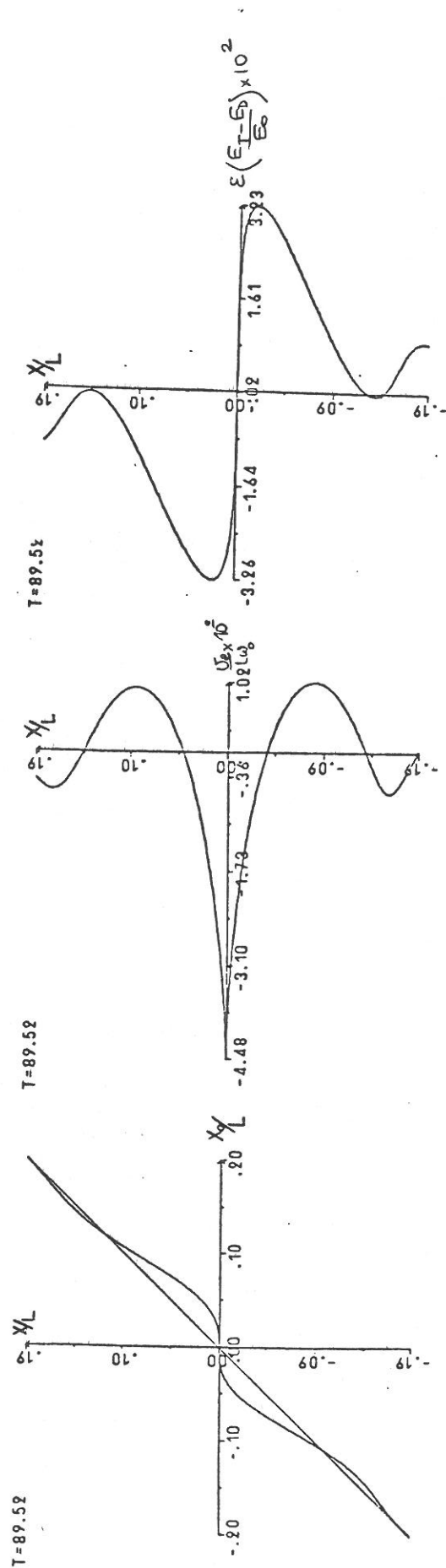


Fig V.22 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_0 t = 44.25$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-3}$, après le déferlement de l'onde.

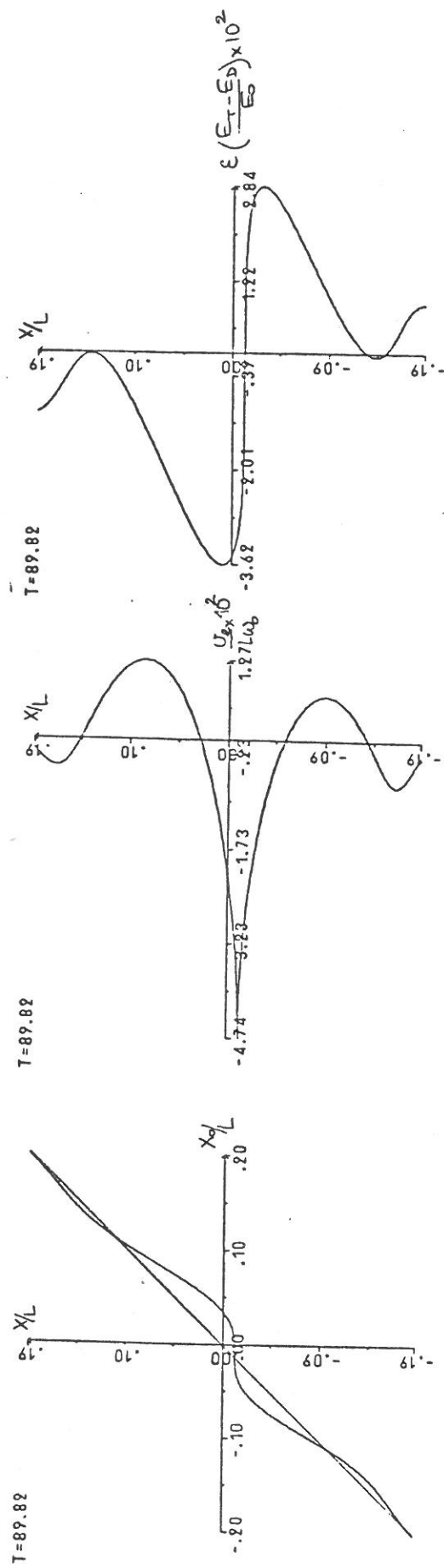


Fig V.23 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L \omega_c$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E_∞ , en fonction de la position à $\omega_c t = 44.3$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\tilde{E} = 10^{-3}$, après le déferlement de l'onde •

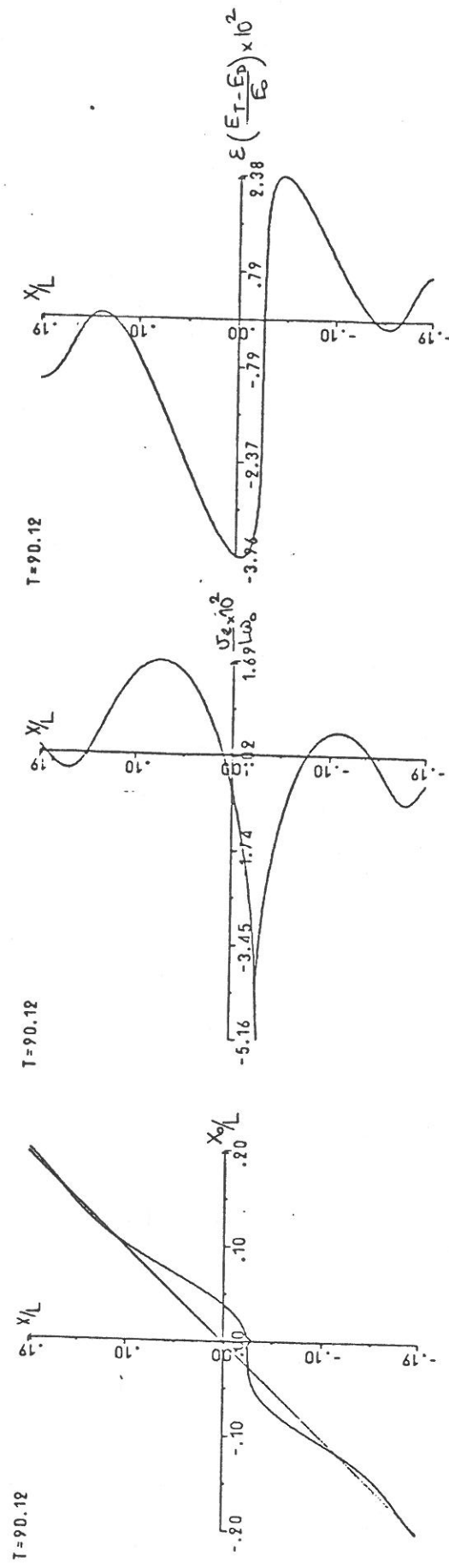


Fig V.24 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L \omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ϵ , en fonction de la position à $\omega_0 t = 14.35$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-3}$, après le déferlement de l'onde •

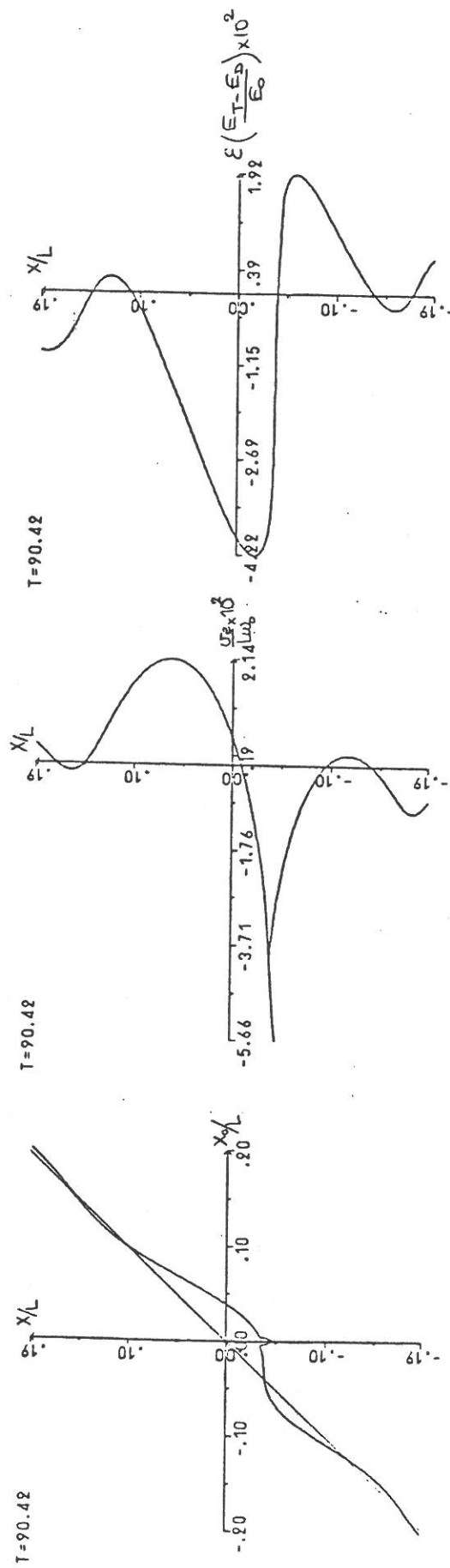


Fig V.25 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_p$, et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_p t = 14.4$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-3}$, après le déferlement de l'onde.

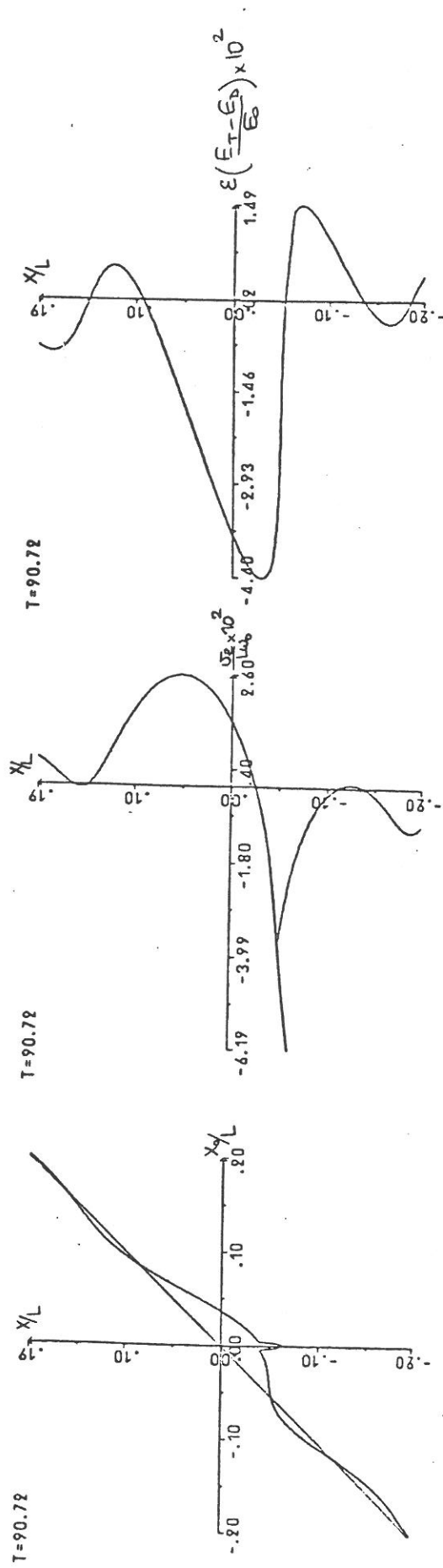


Fig V.26 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L \omega_c$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ϵ , en fonction de la position à $\omega_c t = 44.45$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\epsilon = 10^{-3}$, après le déferlement de l'onde •

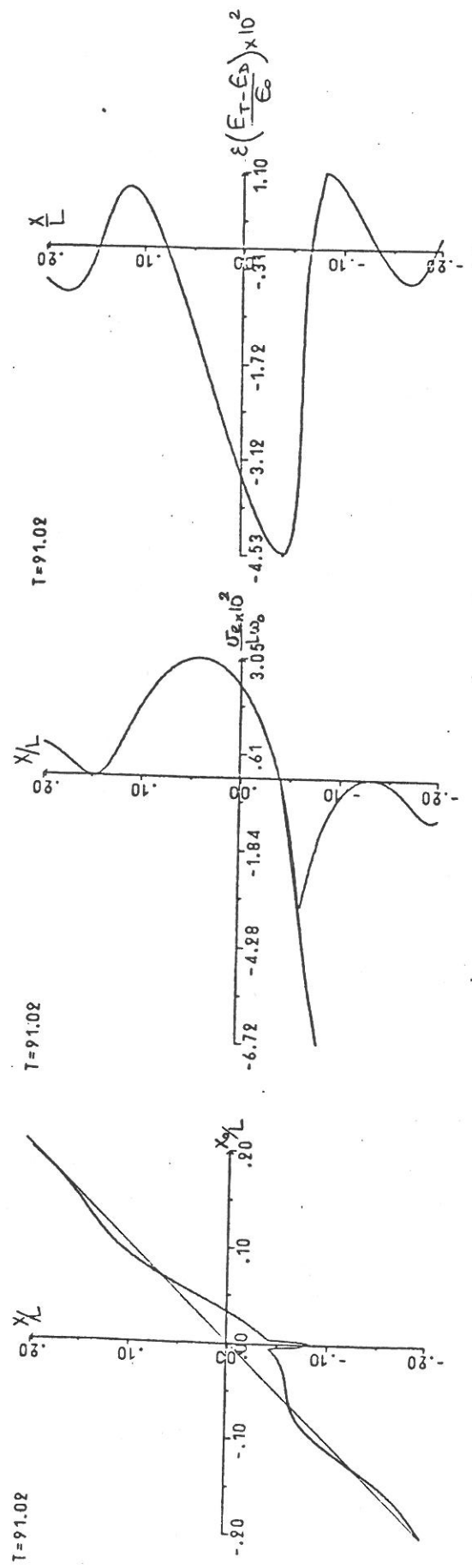


Fig V.27 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ε , en fonction de la position à $\omega_0 t = 44.5$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-3}$, après le déferlement de l'onde •

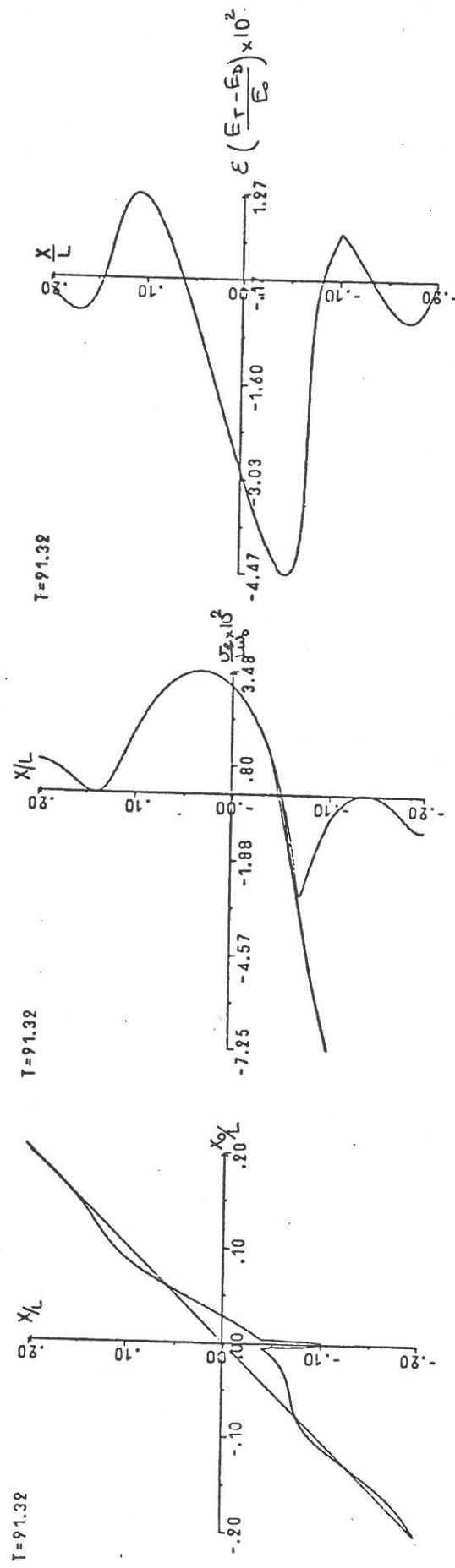


Fig V.28 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_c$ et le champ de charges d'espace normalisé à $E_0/\mathcal{E}$, en fonction de la position à $\omega_c t = 44.55$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\mathcal{E} = 10^{-3}$, après le déferlement de l'onde •

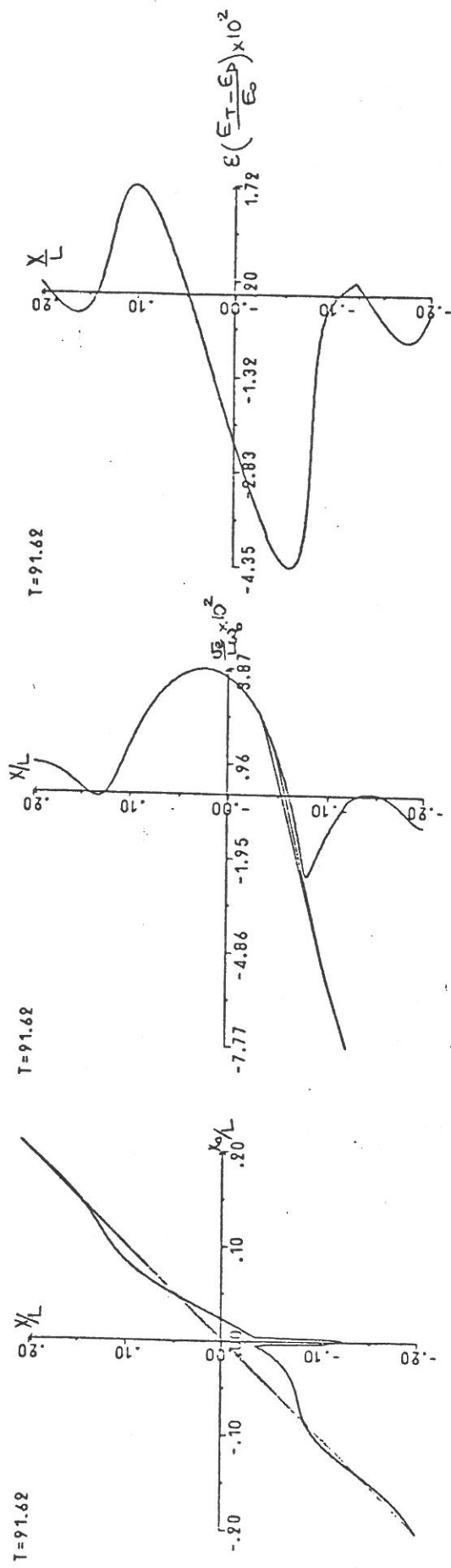


Fig V.29 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_k$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_k t = 44.6$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\tilde{\epsilon} = 10^{-3}$, après le déferlement de l'onde •

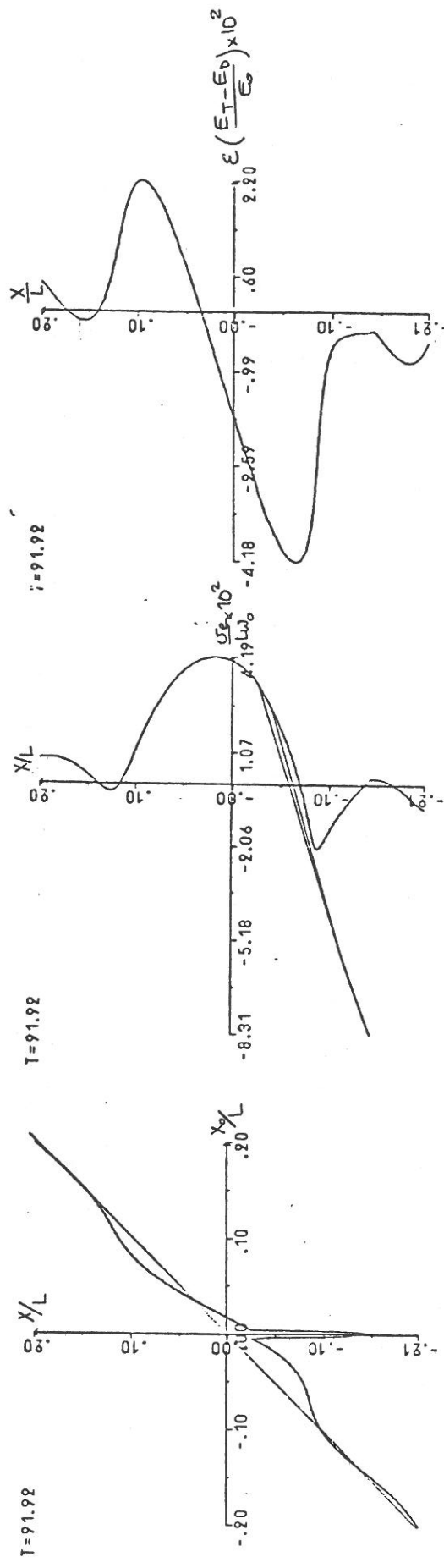


Fig V.30 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ϵ , en fonction de la position à $\omega t = 14.65$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-3}$, après le déferlement de l'onde •

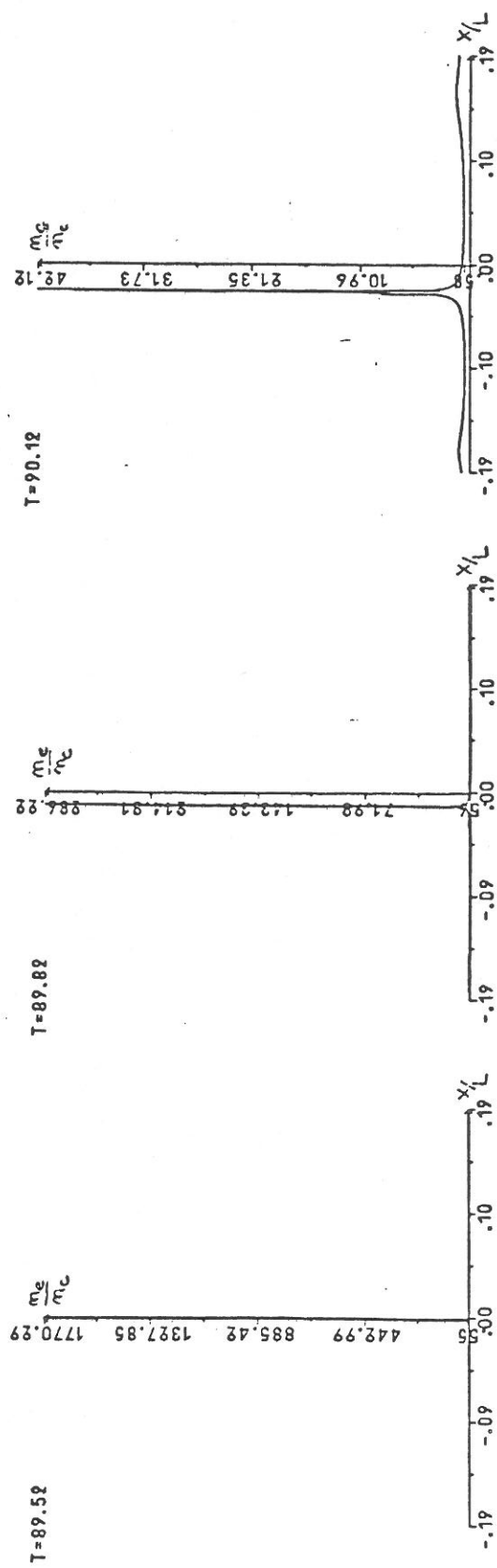


Fig V.31 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à $\omega_0 t = 14.25, 14.5, 14.75$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations numériques pour $\xi = 10^{-3}$ près le déferlement de l'onde .

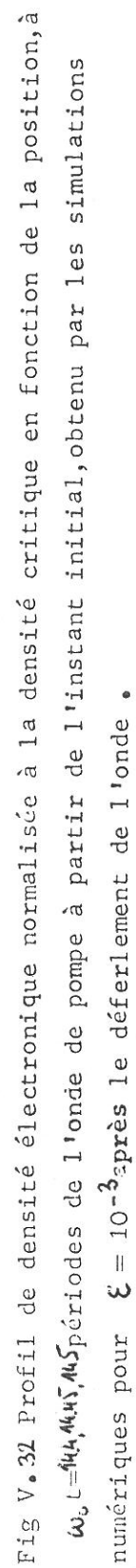


Fig V. 32 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à $\omega_{ce} t = 144, 144.5, 145$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations numériques pour $\xi = 10^{-3}$ après le déferlement de l'onde.

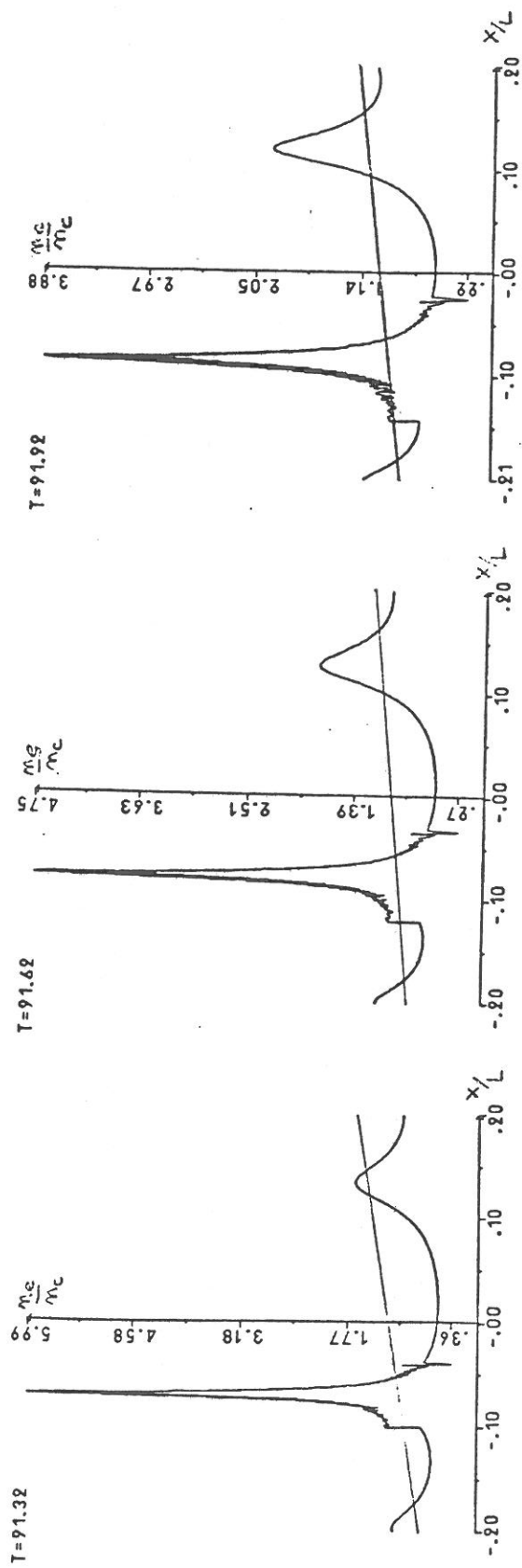


Fig V.33 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à $\omega_c t = 14.55, 14.6, 14.65$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations numériques pour $\mathcal{E} = 10^{-3}$ après le déferlement de l'onde .

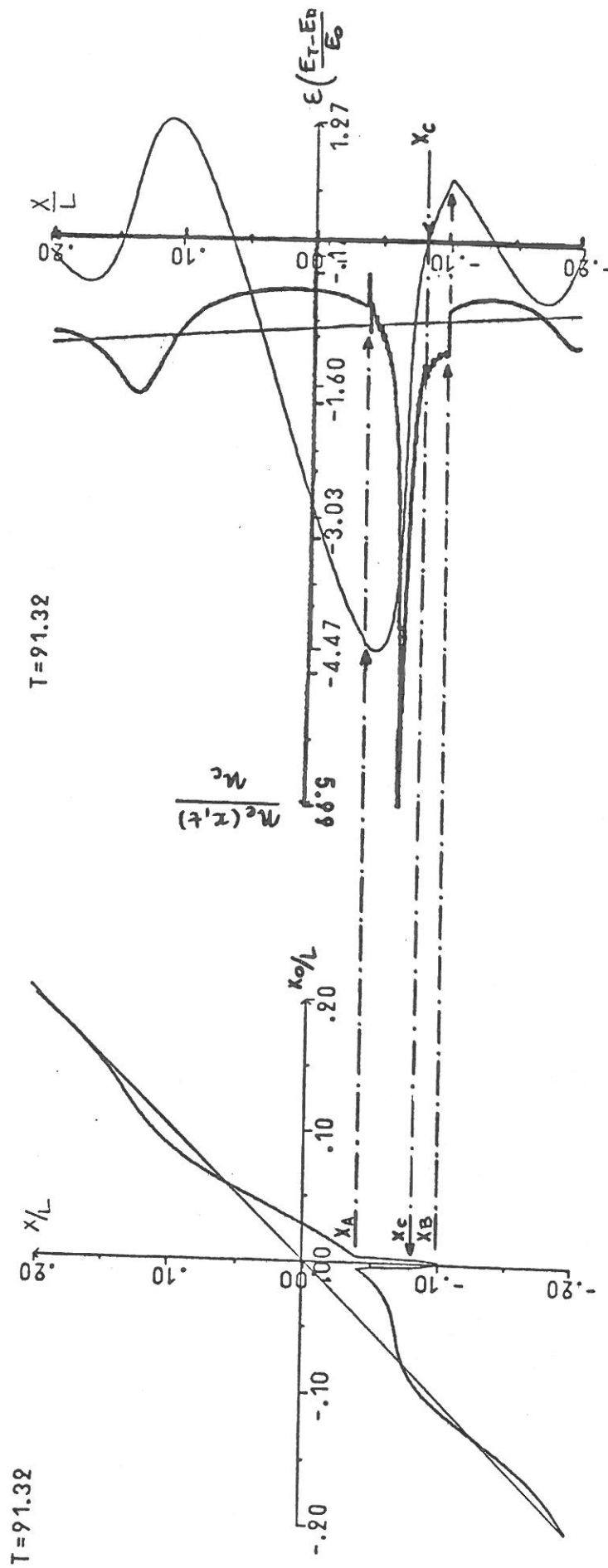


Fig V.34 Courbes de déplacement, de champ électrique, et de densité électronique, obtenues par les simulations pour $\varepsilon = 10^{-3}$, après l'instant du déferlement, à $T = 91,32$.

V.2.b.2) Après le déferlement

Dans ce cas, on a 401 oscillateurs, équidistants d'un intervalle $\Delta x_o^i = 10^{-3} \cdot L$, sur un intervalle $-0,2 \leq x_o/L \leq 0,2$.

On dispose de peu de valeurs après le déferlement, néanmoins on observe une continuité entre les valeurs de l'énergie potentielle W_p et de l'énergie cinétique W_c avant et après le déferlement, toujours en quadrature de phase. (La très légère différence est due à l'utilisation de la solution analytique comme condition initiale).

Aux premières valeurs, l'effet de saturation est encore faible, mais on l'observe aux instants ultérieurs où W_c augmente rapidement en une durée inférieure à la demi période, atteignant une valeur supérieure à celle déposée par le champ de pompe au cours d'une période ; pendant ce temps W_p diminue sensiblement pour augmenter ensuite lorsque les éléments de fluide accélérés précédemment sont décélérés (fig.V.35.b).

V.3. RESULTATS DE SIMULATION POUR $\epsilon = 10^{-2}$

V.3.a. Courbes

Les paramètres de simulation :

Paramètre	Avant et au déferlement	Après le déferlement
ϵ	10^{-2}	10^{-2}
$(x_o/L)_{\min}$	-0,8	-0,6
$(x_o/L)_{\max}$	+0,8	+0,6
Nb d'oscillateurs	161	601
Pas de temps	0,03	0,03

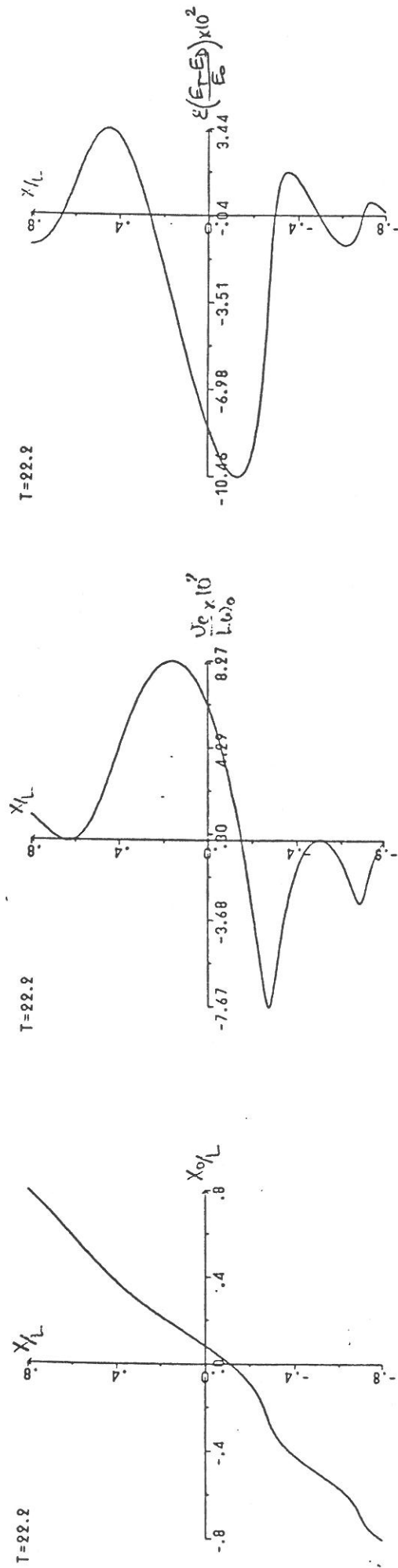


Fig V.36 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_0 t = 3.5$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $E = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde.

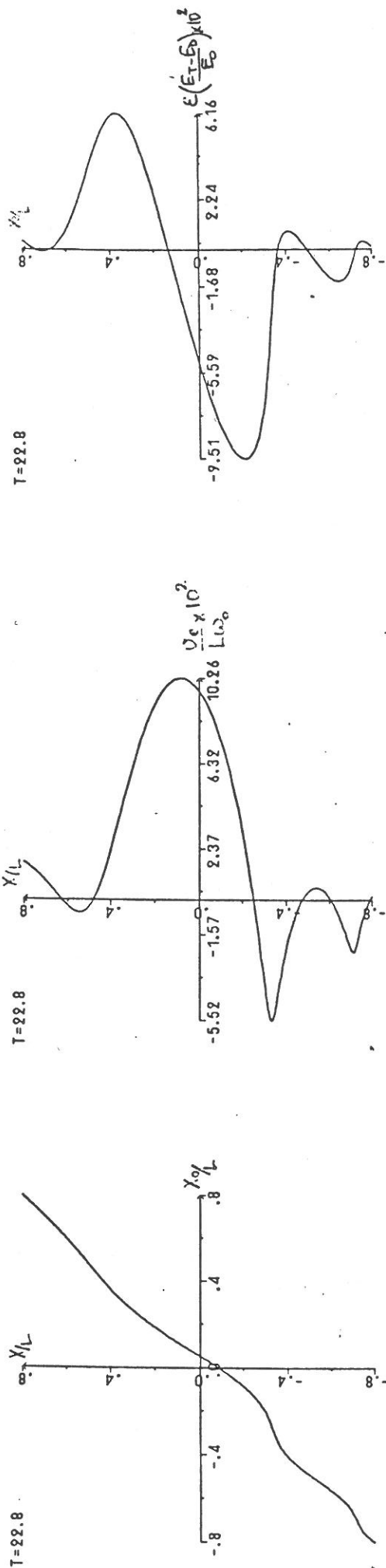


Fig V.37 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_0 t = 3.6$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde.

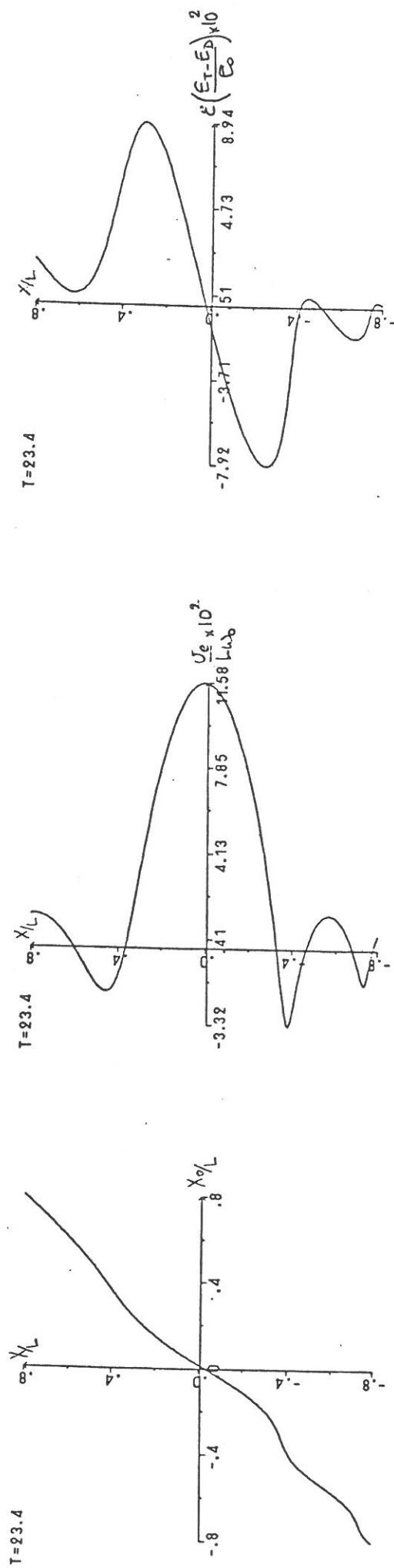


Fig V.38 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ϵ , en fonction de la position à $\omega_0 t = 3.7$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\epsilon = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde .

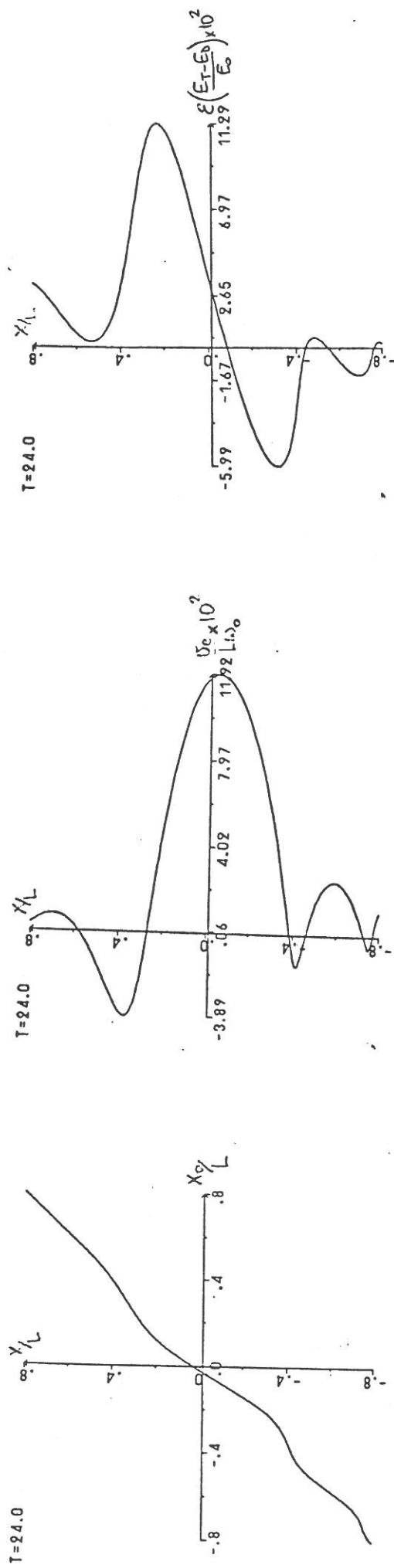


Fig V.39 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_0 t = 38$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde.

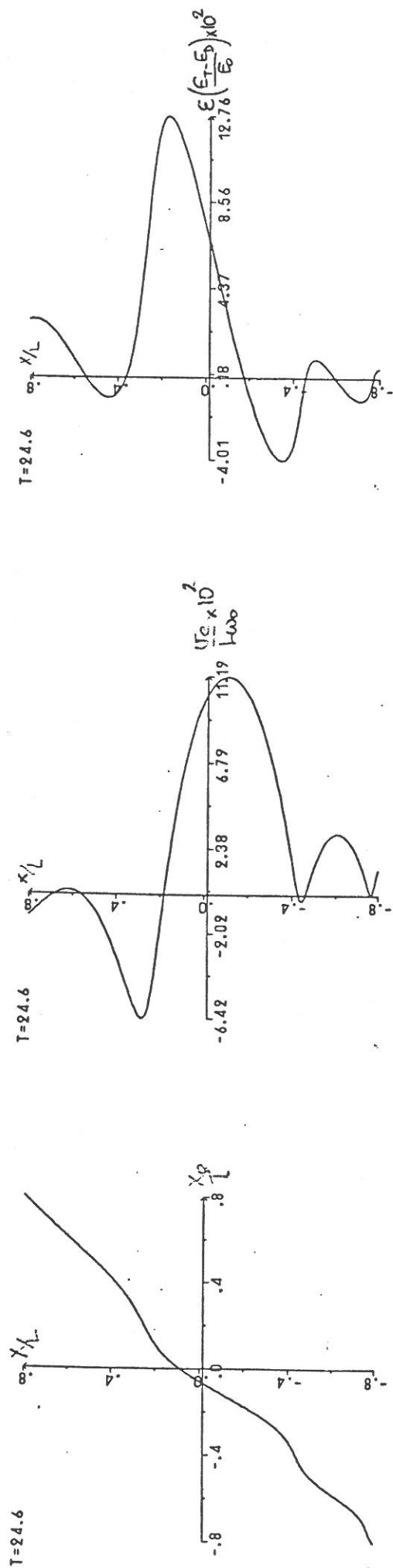


Fig V.40 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_0 t = 3.9$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\mathcal{E} = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde.

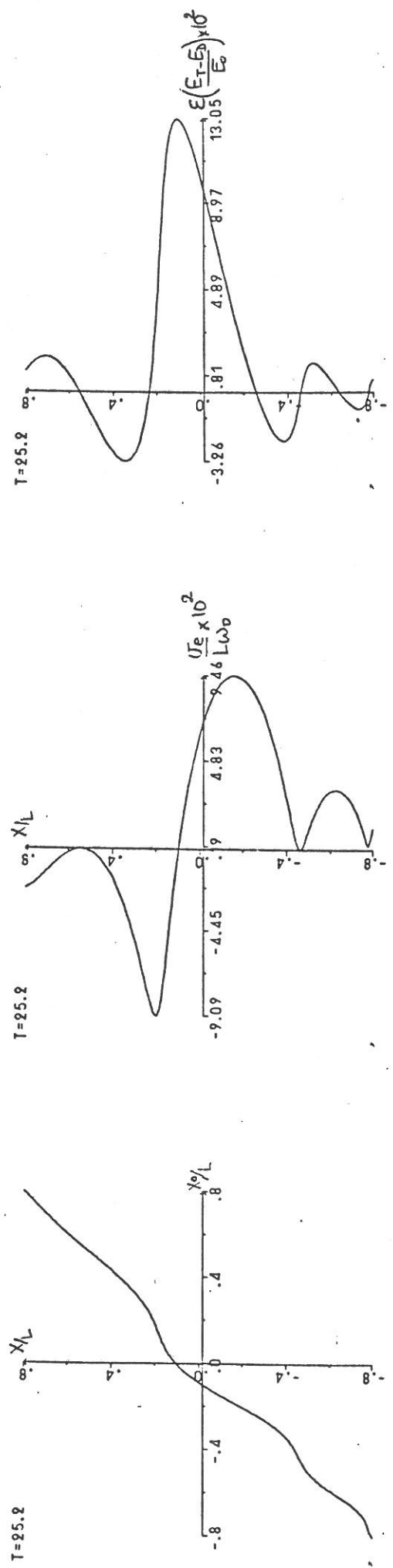


Fig V.41 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_0 t = 4$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\tilde{E} = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde.

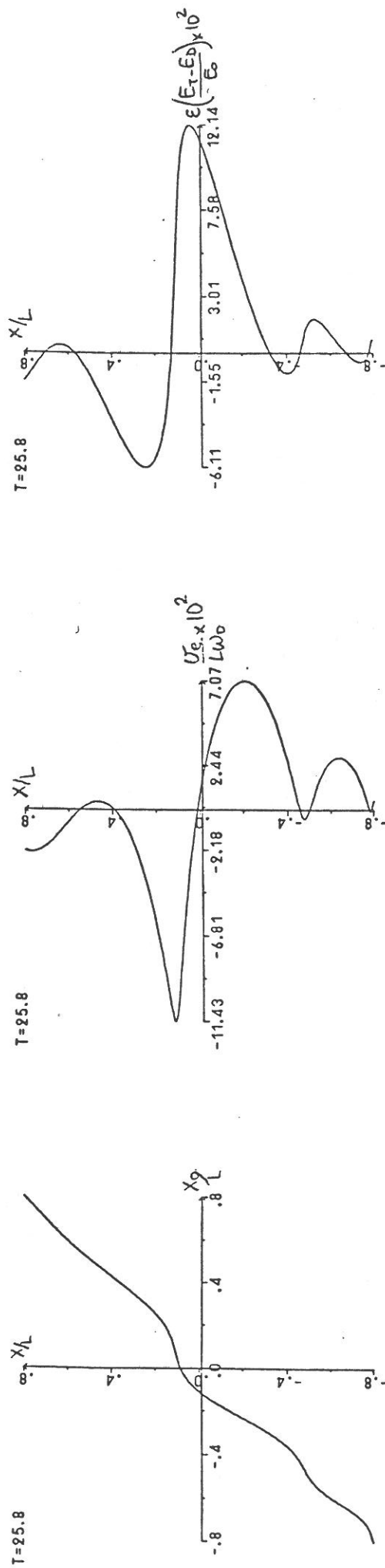


Fig V.42 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_0 t = 4.4$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\tilde{E} = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde •

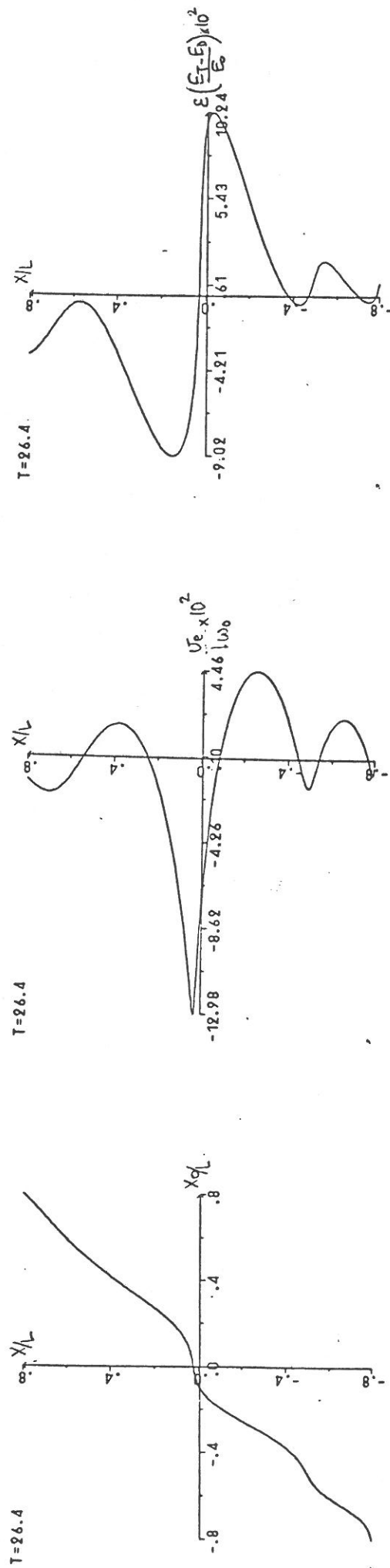


Fig V.43 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L \omega_0$, et le champ de charges d'espace normalisé à $E_0/\mathcal{E}$, en fonction de la position à $\omega_0 t = 4.2$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\mathcal{E} = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde.

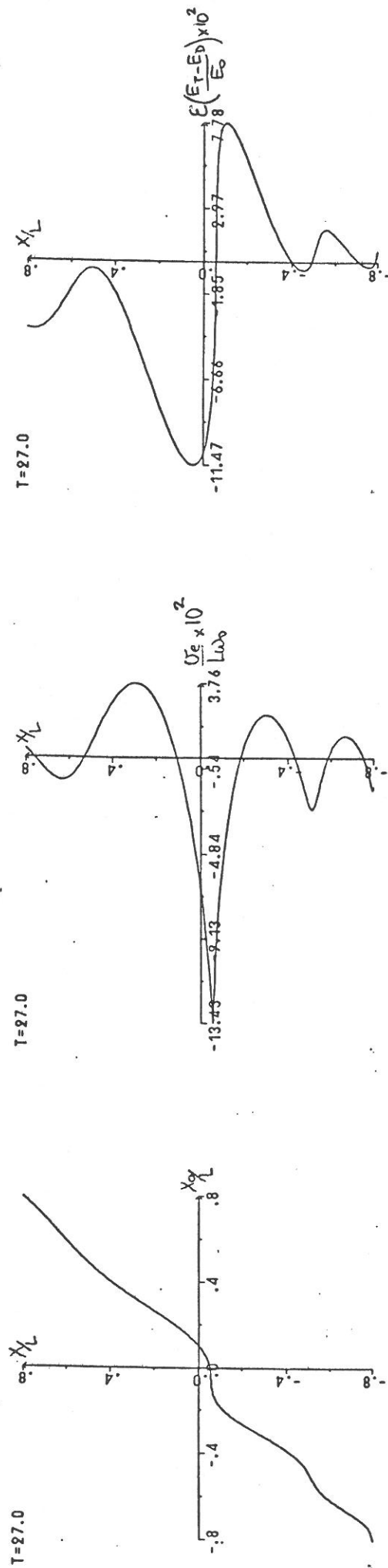


Fig V.44 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$, et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ϵ , en fonction de la position à $\omega_0 t = 4.3$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\epsilon = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde •

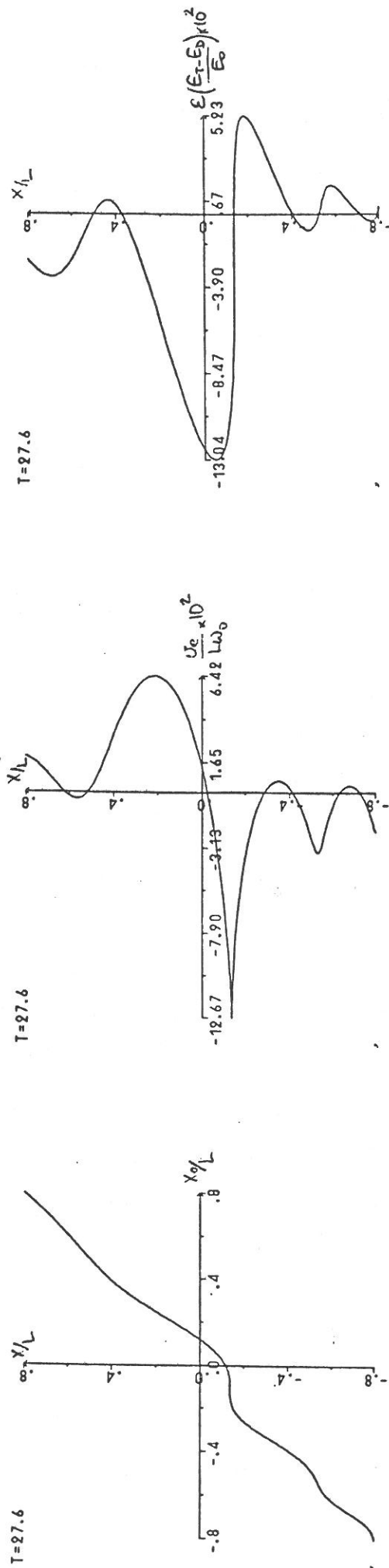


Fig V.45 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_0 t = 4.4$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde.

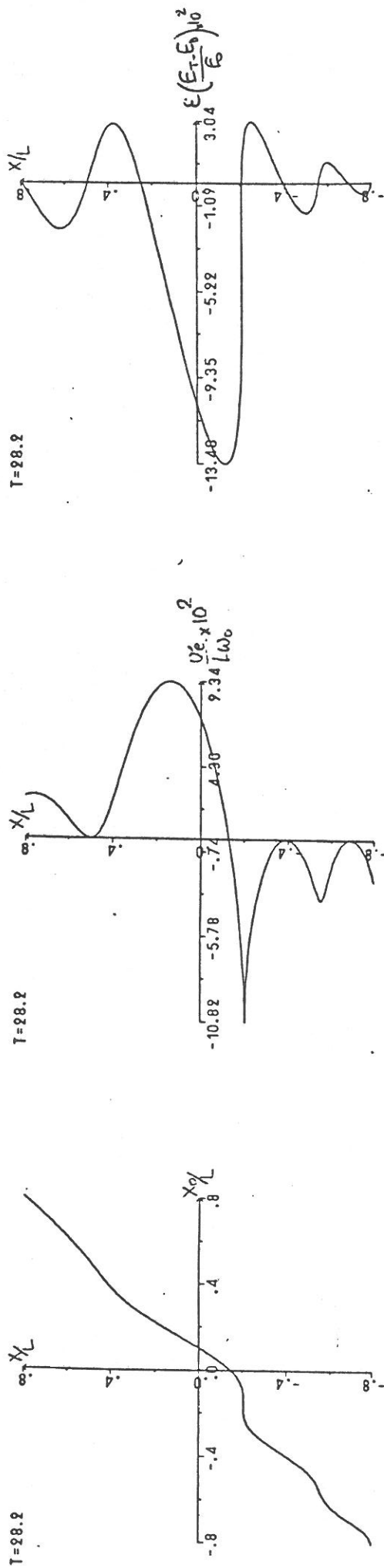
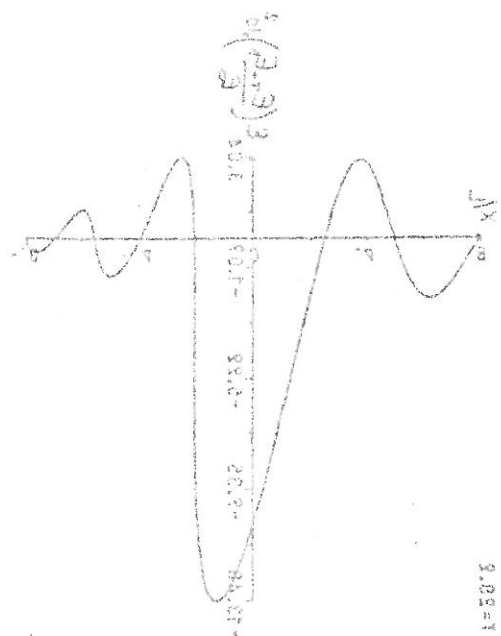
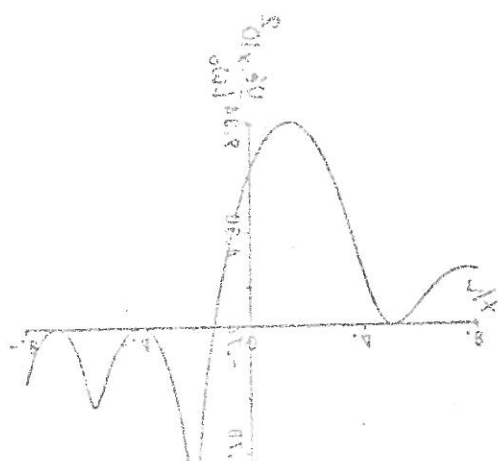


Fig V.46 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega_0 t = 4.5$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $E = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde.



9.82-1



supplemental research of the ballistics researches of the
 2. The results of the researches of the ballistics of the
 . show the results of the researches of the ballistics of the

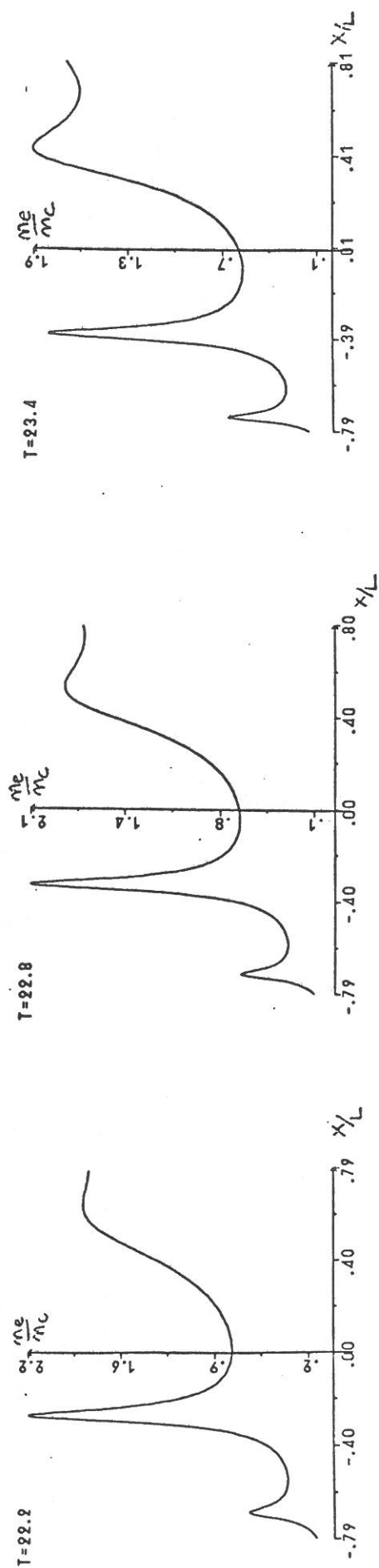


Fig V.47 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à $\omega_0 t = 3.5, 3.6, 3.7$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations numériques pour $\mathcal{E} = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde .

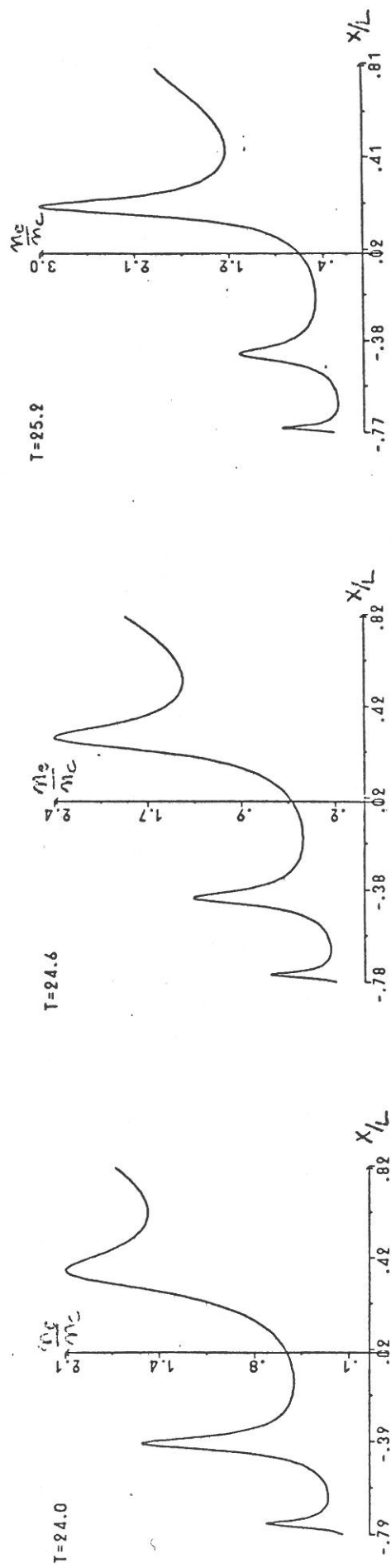


Fig V.48 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à $\omega_c t = 38, 39, 4$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations numériques pour $\xi = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde •

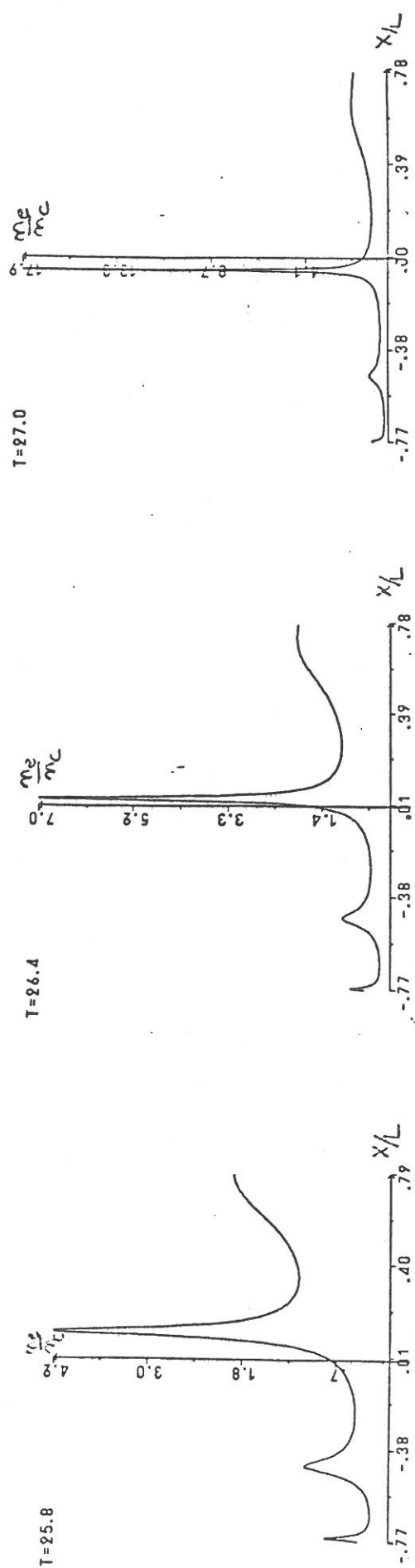


Fig V.49 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à

$\omega_c \tau = 4.1, 4.2, 4.3$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations

numériques pour $\xi = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde •

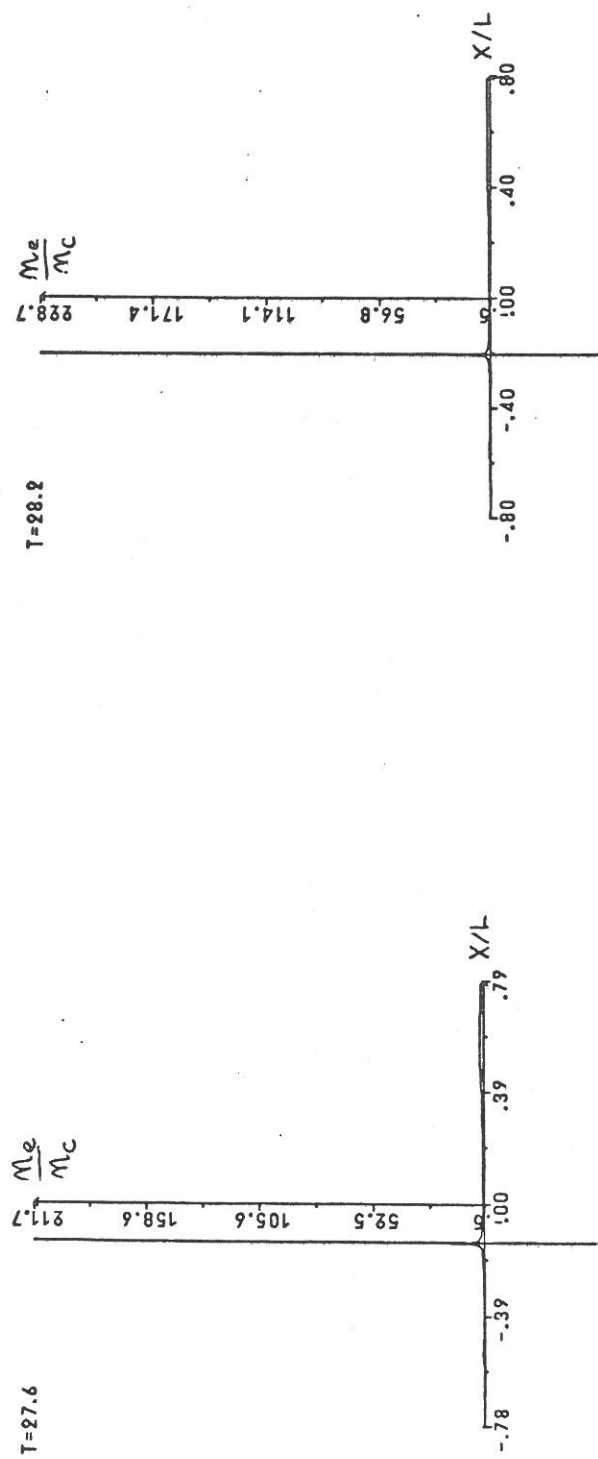


Fig V.50 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à $\omega_{ce} = 4.4, 4.5$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations numériques pour $\epsilon = 10^{-2}$ avant le déferlement de l'onde •

Pour cette valeur du paramètre ϵ , l'instant de déferlement de l'onde en variables réduites est :

$$T_b = \omega_0 t_b \approx \left(\frac{8}{\epsilon}\right)^{1/2} = 28,3,$$

soit à 4,5 périodes de l'onde de pompe, à partir de l'instant initial.

V.3.a.1) Avant le déferlement de l'onde

A l'aide de la solution analytique, on arrive à déterminer de manière approximative l'instant de déferlement T_b , lorsqu'on néglige le terme non linéaire qui n'affecte pas considérablement les résultats.

En utilisant le code numérique dans l'étape avant le déferlement on peut déterminer exactement l'instant T_b , soit d'après la courbe de déplacement par la présence de la tangente horizontale, soit d'après la courbe de densité électronique qui peut avoir des valeurs négatives indiquant la présence d'oscillateurs couplés ; par conséquent on se trouve au delà de l'instant du déferlement.

On se place à l'instant $T = \omega_0 t = 22,2$, qui correspond à 3,5 périodes à partir de l'instant initial. A chaque dixième de période, on présente l'allure du déplacement, de la vitesse électronique et du champ électrique et cela jusqu'à l'instant $T = 28,2$, qui est proche de l'instant du déferlement donné par la théorie analytique (fig.V.36 à fig.V.41).

On note déjà que la perturbation est plus importante que dans le cas de $\epsilon = 10^{-3}$, elle prend naissance au dessus de la résonance, se dirige vers les régions de faible densité, en s'amplifiant pour atteindre son maximum à la résonance et disparaître du côté des x négatifs ; accompagnée des perturbations de vitesses et de champ électrique de charges d'espace (fig.V.36 à fig.V.46). Ce dernier, en descendant le gradient de densité atteint son maximum à l'instant $T = 25,2$ (4 périodes) dans la région de résonance pour diminuer et s'annuler aux instants ultérieurs.

D'après les courbes de déplacement, la perturbation descendant le gradient de densité atteint son maximum à la résonance à l'instant $T = 25,2$ (4,1 périodes).

A l'instant $T = 27$, la courbe de déplacement dans la région de résonance approche la tangente horizontale qui devient plus apparente aux instants suivants.

Le déferlement de l'onde a donc lieu plus tôt que ce qui est prédit par la théorie analytique qui ne fournit qu'une estimation. Les courbes de densité (fig.V.47 à fig.V.50) confirment cela, puisqu'à l'instant $T = 27,6$ (4,4 périodes), on note la présence de valeur négative mettant en évidence le couplage des oscillateurs trois par trois, au déferlement.

Les variations de densité sont plus importantes, tandis que la perturbation de densité (le pic) précédente diminue avant de disparaître du côté des faibles densités, une nouvelle perturbation apparaît dans la région sur-dense, qui s'amplifie au cours du temps, en s'approchant du point de résonance.

V.3.a.2) Après le déferlement de l'onde

On se place à l'instant $T = T_b + \Delta T = 28,35$, où $\Delta T = (1/100)e$ de période de l'onde de pompe ; à cet instant, la courbe de déplacement présente entre le point haut et le point bas, au moins trois éléments de fluide couplés. Les courbes de déplacement initiales $\delta(x_o, T)$, de vitesse v_e , de champ électrique à l'instant $T = 28,35$, sont obtenues à partir des solutions analytiques pour le déplacement (III.54) à la résonance et (III.57) hors de la résonance. Elles constituent les conditions initiales du calcul numérique pour l'étape après l'instant du déferlement.

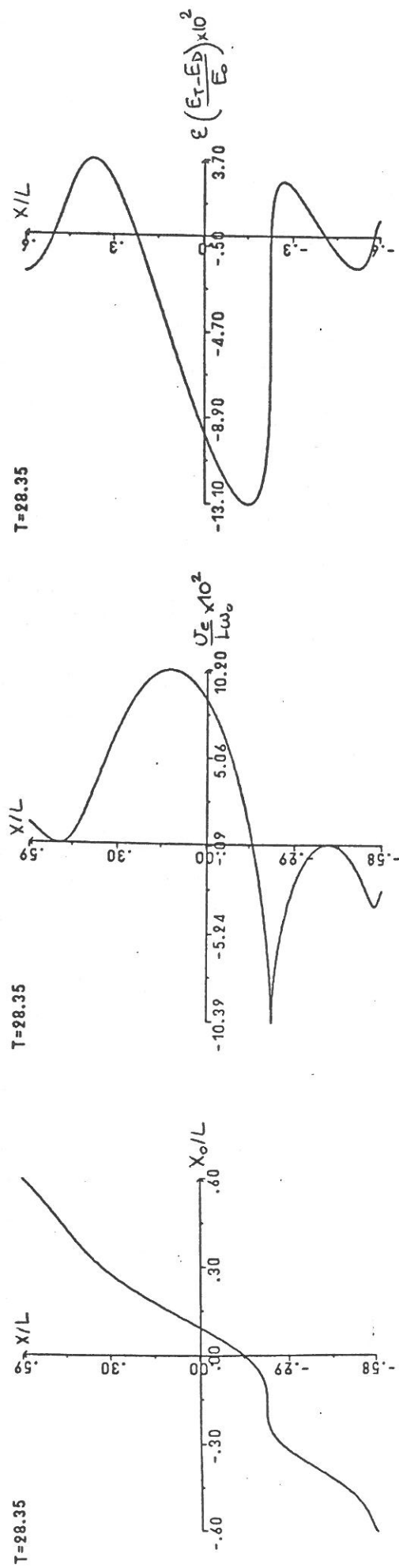


Fig V.54 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ϵ , en fonction de la position à $\omega_0 t = 4.5$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-2}$, après le déferlement de l'onde.

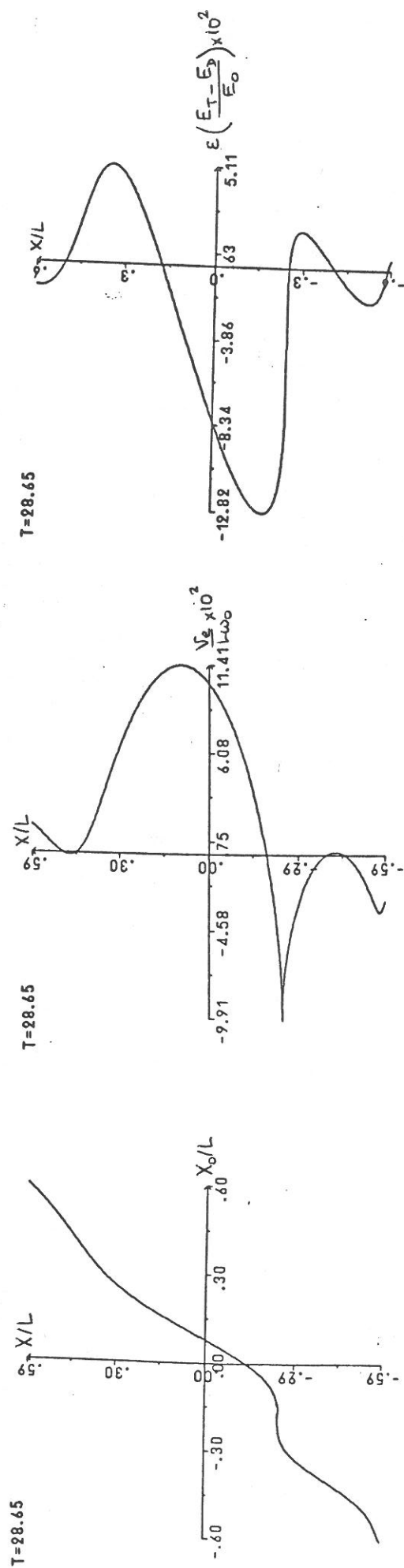


Fig V.52 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/ϵ , en fonction de la position à $\omega_0 t = 4.55$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\epsilon = 10^{-2}$, après le déferlement de l'onde.

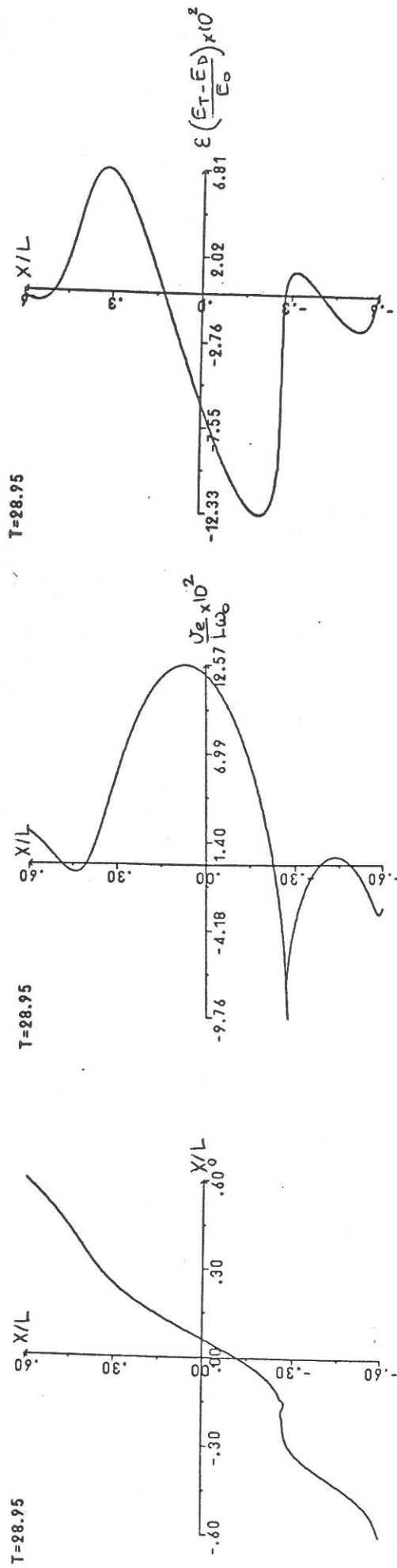


Fig V.53 Résultats de simulations numériques, pour le déplacement normalisé à L , la vitesse électronique normalisée à $L\omega_0$ et le champ de charges d'espace normalisé à E_0/E , en fonction de la position à $\omega t = 4.6$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial pour $\xi = 10^{-2}$, après le déferlement de l'onde.

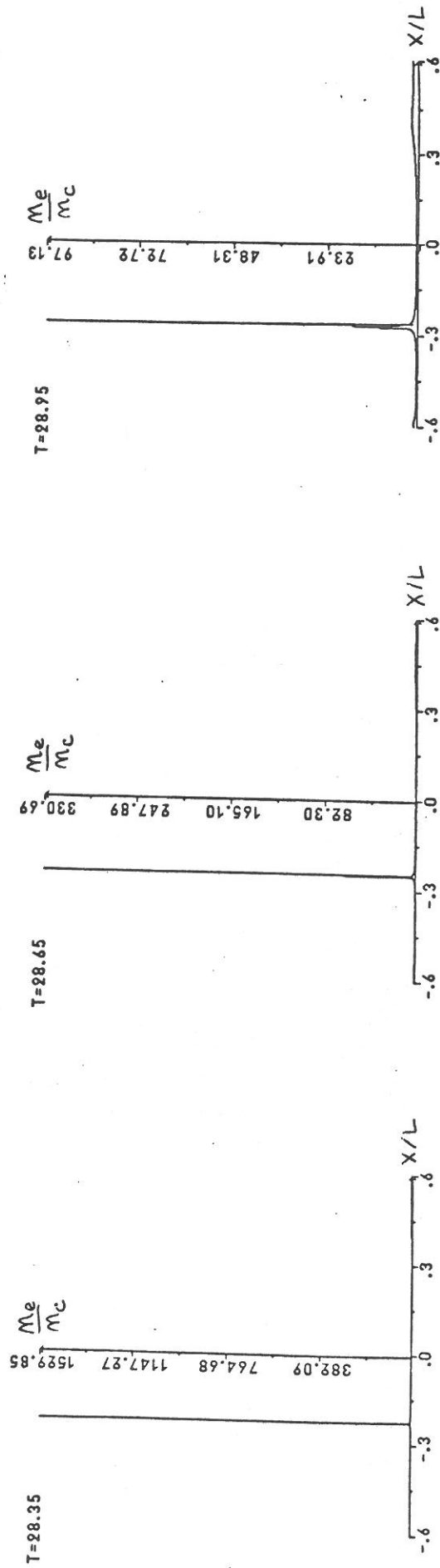


Fig V.54 Profil de densité électronique normalisée à la densité critique en fonction de la position, à $\omega_t = 4.4, 4.5$ périodes de l'onde de pompe à partir de l'instant initial, obtenu par les simulations numériques pour $\xi = 10^{-2}$ après le déferlement de l'onde .

Ainsi pour $\epsilon = 10^{-2}$ et un pas de temps $H = 0,03$, on obtient les courbes de déplacement $\left(\frac{x_0}{L}, \frac{x}{L}\right)$, de vitesse $v_e(x_0, T)/L\omega_0$, de champ de charges d'espace $\epsilon(E_T - E_D)/E_0$, (fig.V.51 à fig.V.53), et de densité électronique (fig.V.54), tous les $(1/20)e$ de période.

Très vite au cours du temps la discontinuité prend naissance, mettant en évidence une région d'oscillateurs couplés, de positions initiales différentes, se trouvant à la même position x , avec des vitesses différentes se propageant vers les $x < 0$, à partir de l'instant $T = 28,65$ (fig.V.52), plus net à l'instant $T = 28,95$ (fig.V.53).

Sur les courbes de densité électronique, on n'observe pas les perturbations de densité en dehors de la région de résonance, car à ces instants la densité correspondant à la région de dépassement est très importante, masquant le reste des oscillations (fig. V.54).

On retrouve les mêmes résultats que dans le paragraphe V.2.a.2, pour $\epsilon = 10^{-3}$.

On s'est arrêté à l'instant $T = 28,95$, parce que le pas de calcul est trop grand, ce qui augmente très vite l'erreur de calcul. Celle-ci se fait sentir sur les courbes obtenues aux instants ultérieurs. Pour éviter cela, il faut soit diminuer le pas de calcul, soit augmenter le nombre d'oscillateurs (~ 1200), pour avoir des courbes plus lisses ; mais dans les deux cas, le temps de calcul sera très important.

V.3.b. Validité du code numérique

Dans les calculs numériques que l'on a effectués pour $\epsilon = 10^{-3}$ et $\epsilon = 10^{-2}$, on a utilisé au départ le code numérique jusqu'à l'instant du déferlement de l'onde ; ensuite pour effectuer l'étape après le déferlement on a utilisé les solutions analytiques comme conditions initiales à un instant T dépassant légèrement l'instant T_b du déferlement de l'onde estimé par la théorie analytique.

On prend donc une approximation, parce que la solution analytique n'est plus valable au déferlement, à cause de la densité électrique qui tend vers l'infini.

Dans ce paragraphe, on va estimer l'écart entre les valeurs obtenues par les solutions analytiques et celles obtenues par le code numérique avec et sans le terme non linéaire $\delta^2/2$ pour $\epsilon = 10^{-2}$.

Pour cela, on a procédé de la manière suivante : on a fait imprimer les valeurs du déplacement $\delta(x_0, T)$, calculées numériquement, au cours du temps T pour l'élément de fluide se trouvant à la résonance $x_0 = 0$.

V.3.b.1) Comparaisons des solutions analytiques avec les résultats de simulations numériques

Pour l'élément de fluide se trouvant à la résonance à l'instant $T = 27$ pour $\epsilon = 10^{-2}$, on a les valeurs suivantes pour le déferlement :

par la solution analytique $\delta(0, T) = -0,44220611.10^{-1}$,
le code numérique sans $\delta^2/2$ $\delta(0, T) = -0,44220364.10^{-1}$,
le code numérique avec $\delta^2/2$ $\delta(0, T) = -0,48307356.10^{-1}$.

On note qu'il n'y a aucune différence entre les valeurs données par la solution analytique et celles par le code numérique lorsqu'on néglige le terme non linéaire $\delta^2/2$; par contre, il existe une légère différence avec les valeurs données par le code numérique lorsqu'on conserve le terme non linéaire.

L'évaluation du temre en 2ω donné par la relation (III.74) est pour $\epsilon = 10^{-2}$: $\delta_2(0, T=27) = -0,5653669.10^{-2}$, qui correspond assez à la différence entre les valeurs du code numérique avec et sans le terme $\delta^2/2$.

V.3.b.2) Conclusion

L'écart entre les valeurs données par le code numérique avec ou sans le terme non linéaire, ne peut pas être négligé. D'autre part, il aurait été plus prudent d'atteindre l'instant de déferlement T_b , puis entamer les calculs numériques après le déferlement au lieu d'utiliser les solutions analytiques après le déferlement, alors qu'elles ne sont plus rigoureusement valables.

CHAPITRE VI

DEFERLEMENT DE L'ONDE ELECTROSTATIQUE

DANS UN PLASMA CHAUD

Jusqu'à présent, on a envisagé le déferlement de l'onde dans un modèle de plasma froid, fournissant ainsi la croissance et la localisation de l'onde.

Maintenant on s'intéresse au déferlement de l'onde dans un plasma chaud, en utilisant le modèle waterbag équivalent pour un plasma homogène à la description des moments. Nous utiliserons, plus particulièrement, les articles de P. Bertrand et M.R. Feix [3] ainsi que celui de T.P. Coffey [1].

En utilisant les variables lagrangiennes, nous discuterons le problème de la non linéarité des oscillations longitudinales à une dimension du plasma chaud homogène d'électrons non relativistes. Une faible perturbation de densité, de grande longueur d'onde, sera imposée à l'instant initial $t = 0$, et son évolution sera suivie en utilisant le modèle waterbag [6].

Les ions fixes constituent le fond homogène neutralisant. Pour les faibles non linéarités, on retrouve le résultat en plasma chaud, tandis que pour les fortes non linéarités, on note un écart de fréquence des oscillations plasma dû à l'interaction entre les effets non linéaires et les effets thermiques.

En se plaçant dans le repère de l'onde, on obtient l'expression du champ électrique à la saturation, dans un plasma chaud à l'aide des résultats précédents, toujours pour un plasma homogène.

Ces résultats seront comparés à des simulations numériques de W.L. Kruer [2], effectuées pour un plasma chaud inhomogène, où nous présenterons la variation de l'amplitude du déferlement avec la température du plasma.

VI.1. EQUIVALENCE ENTRE LA DESCRIPTION DES MOMENTS ET LE MODELE WATERBAG

Dans une description hydrodynamique, on peut écrire une équation du mouvement relative à la vitesse moyenne du fluide électronique, les écarts à cette vitesse moyenne (qui représentent justement l'agitation thermique) étant décrit globalement par un terme de pression.

Si n_e est la densité électronique du fluide, l'équation du mouvement de l'élément de fluide sera :

$$n_e m \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -e\vec{E} - \vec{\nabla} P_e, \quad (\text{VI.1})$$

avec une loi adiabatique simple [8] pour la pression considérée comme scalaire :

$$P_e \sim n_e^\gamma, \quad (\text{VI.2})$$

où $\gamma = 3$ dans le cas des ondes longitudinales de hautes fréquences en l'absence de champ magnétique.

Le modèle waterbag a été étudié analytiquement [9] et numériquement pour son application aux oscillations non linéaires de plasma, [10] et [3].

Considérons l'espace (x, v_e) des électrons comme l'indique la figure VI.1, qui correspond à un simple faisceau d'électrons chauds dans le modèle waterbag.

Les équations de Vlasov et de Poisson sont :

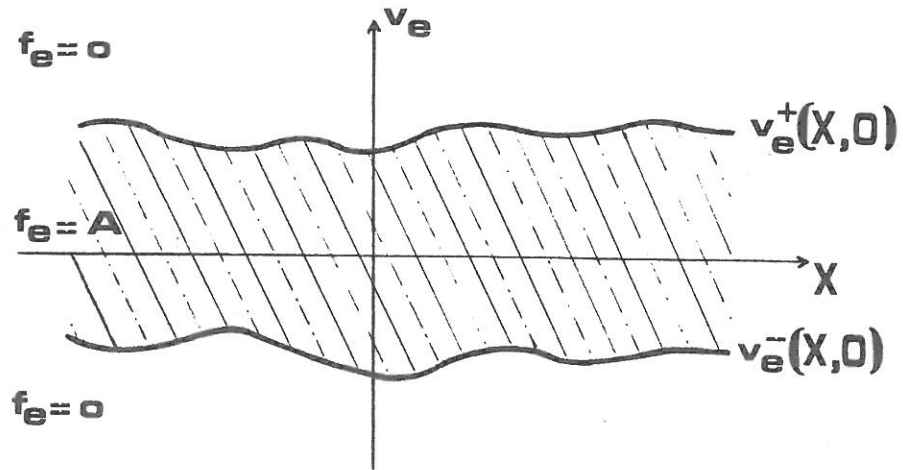


Fig VI.1 Espace de phase des électrons à $t=0$ dans le modèle Waterbag .

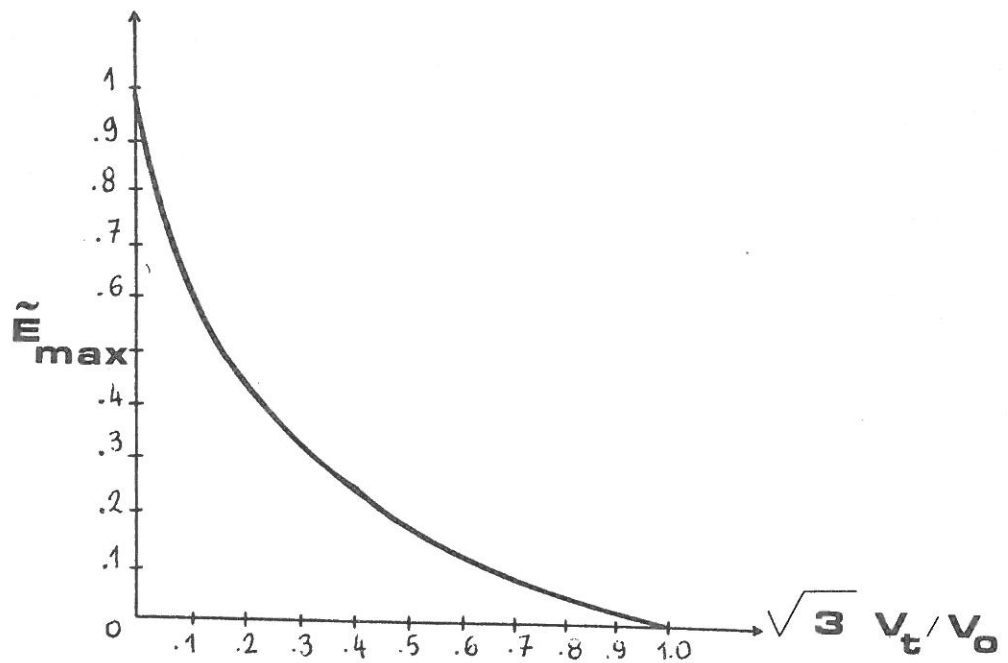


Fig VI.2 Champ électrique maximum dans un plasma chaud normalisé au champ de saturation en plasma froid [1] .

$$\begin{cases} \frac{\partial f_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial f_e}{\partial x} - \frac{e}{m} E \frac{\partial f_e}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial E}{\partial x} = -4\pi e (n_e - n_0). \end{cases} \quad (\text{VI.3})$$

Ces équations décrivent le mouvement incompressible de la densité électronique f_e dans l'espace de phase ; les limites $v_e^+(x,0)$ et $v_e^-(x,0)$ ont de nouvelles valeurs $v_e^+(x,t)$ et $v_e^-(x,t)$ à l'instant t .

Ainsi, la distribution électronique $f_e(x, v_e, t)$ reste constante entre les limites et nulle ailleurs :

$$f_e(x, v_e, t) = \begin{cases} A = \text{constante} & v_e^-(x, t) < v_e < v_e^+(x, t), \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (\text{VI.4})$$

Dans la description des moments, l'équation du mouvement d'un fluide électronique est :

$$\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial x} = - \frac{e}{m} E - \frac{1}{mn_e} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial x}, \quad (\text{VI.5})$$

où la pression électronique est exprimée par

$$P_e(x, t) \equiv m \int_{-\infty}^{+\infty} dv \left[v - v_e(x, t) \right]^2 \cdot f_e(x, v, t). \quad (\text{VI.6})$$

Dans le cas unidimensionnel, on a

$$\frac{\partial P_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial P_e}{\partial x} + 3P_e \cdot \frac{\partial v_e}{\partial x} = - \frac{\partial Q_e}{\partial x}, \quad (\text{VI.7})$$

où le flux de chaleur électronique est exprimé par

$$Q_e(x, t) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} \left[v - v_e(x, t) \right]^3 f_e(x, v, t). \quad (\text{VI.8})$$

Le flux de chaleur Q_e étant nul ; l'équation (VI.7) aura la forme suivante :

$$\frac{\partial P_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial P_e}{\partial x} + 3P_e \cdot \frac{\partial v_e}{\partial x} = 0. \quad (\text{VI.9})$$

Cette équation combinée à l'équation de continuité pour la loi de pression adiabatique ($\gamma = 3$) devient :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_e \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{P_e}{n_e^3} = 0. \quad (\text{VI.10})$$

Ainsi nous obtenons un système fermé de la description fluide électronique :

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial (n_e v_e)}{\partial x} = 0, \quad (\text{VI.11})$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -4\pi e (n_e - n_0), \quad (\text{VI.12})$$

$$\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_e \frac{\partial v_e}{\partial x} = -\frac{e}{m} E - \frac{1}{mn_e} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial x}, \quad (\text{VI.13})$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_e \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{P_e}{n_e^3} = 0. \quad (\text{VI.14})$$

Le lien entre le modèle waterbag et la description des moments par les équations (VI.11) à (VI.14), peut être établie comme suit : l'équation de continuité (VI.11), l'équation de force (VI.13) et l'équation (VI.7) qui décrit l'évolution de la pression électronique P_e en incluant les effets thermiques sont les conséquences exactes de l'équation de Vlasov des moments considérés pour une densité électronique $f_e(x, v_e, t)$ générale.

Pour la fonction de distribution waterbag (VI.4) ; $n_e(x, t)$, $v_e(x, t)$ et $P_e(x, t)$ sont reliés aux courbes limites $v_e^-(x, t)$ et $v_e^+(x, t)$ par

$$n_e(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_e(x, v, t) dv = A \left[v_e^+(x, t) - v_e^-(x, t) \right], \quad (\text{VI.15})$$

$$v_e(x, t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} v f_e(x, v, t) dv}{\int_{-\infty}^{+\infty} f_e(x, v, t) dv} = \frac{1}{2} \left[v_e^+(x, t) + v_e^-(x, t) \right], \quad (\text{VI.16})$$

$$P_e(x, t) = m \int_{-\infty}^{+\infty} \left[v - v_e(x, t) \right]^2 f_e(x, v, t) dv = \frac{mA}{12} \left[v_e^+(x, t) - v_e^-(x, t) \right]^3. \quad (\text{VI.17})$$

$v_e^+(x,t)$ et $v_e^-(x,t)$ sont des fonctions univaluées en x , ce critère est essentiel pour l'équivalence exacte entre le modèle waterbag et la description des moments (description fluide).

Ainsi les équations de (VI.11) à (VI.14) décrivent exactement le système waterbag et montrent comment une description des moments se déduit de la description de Vlasov pour un plasma thermique.

On note qu'à partir des équations (VI.15) et (VI.17) la solution de l'équation (VI.14) peut s'écrire comme :

$$P_e(x,t) = (P_0/n_0^3) \cdot n_e^3(x,t), \quad (\text{VI.19})$$

où P_0 est une constante, telle que $(P_0/n_0^3) = (m/12A^2)$.

L'évolution des courbes limites $v_e^+(x,t)$ et $v_e^-(x,t)$ est obtenue par l'intermédiaire des équations (VI.11), (VI.13), (VI.15), (VI.16) et (VI.17) d'où :

$$\frac{\partial v_e^\pm}{\partial t} + v_e^\pm \cdot \frac{\partial v_e^\pm}{\partial x} = -\frac{e}{m} E, \quad (\text{VI.20})$$

$$\text{où } \frac{\partial E}{\partial x} = -4\pi e \left[A(v_e^+ - v_e^-) - n_0 \right]. \quad (\text{VI.21})$$

On introduit la vitesse moyenne V de l'élément de fluide par :

$$V = \frac{1}{2} (v_e^+ + v_e^-), \quad (\text{VI.22})$$

les équations (VI.19), (VI.20) et (VI.21) s'écrivent comme :

$$P_e(x,t) = (m/12A^2) \cdot n_e^3(x,t), \quad (\text{VI.23})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{e}{m} E - \frac{1}{mn_e} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial x}, \quad (\text{VI.24})$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -4\pi e \left(n_e(x,t) - n_0(x) \right), \quad (\text{VI.25})$$

et l'équation de continuité devient :

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial (n_e V)}{\partial x} = 0. \quad (\text{VI.26})$$

Ces équations de (VI.23) à (VI.26) représentent les équations hydrodynamiques d'un gaz adiabatique avec $\gamma = 3$; elles montrent le lien entre une description fluide et une description waterbag et fournissent le terme de pression, que l'on utilisera ensuite pour évaluer les effets de température finie sur le déferlement.

VI.2. INTERACTION ENTRE LA NON LINEARITE ET LES EFFETS THERMIQUES

L'équivalence entre le modèle waterbag et le modèle hydrodynamique étant établie, on peut exprimer la loi adiabatique (VI.23) et les équations hydrodynamiques (VI.24), (VI.25) et (VI.26) en variables lagrangiennes introduites au paragraphe III.2, pour un plasma homogène. Le champ électrique E et la position x , seront fonction de nouvelles variables : la position initiale x_0 et le temps τ , tels que :

$$x(x_0, \tau) = x_0 + f(x_0, \tau) \quad \text{et} \quad t = \tau, \quad (\text{VI.27})$$

où $f(x_0, \tau)$ représente le déplacement de l'élément de fluide par rapport à la position initiale x_0 .

Appliquons les transformations (VI.12) et (VI.13) aux relations (VI.23), (VI.24) et (VI.26), avec

$$V(x_0, \tau) = \frac{\partial f(x_0, \tau)}{\partial \tau}. \quad (\text{VI.28})$$

Pour un plasma homogène, on arrive à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \tau^2} - a^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_0^2} \left(1 + \frac{\partial f}{\partial x_0} \right)^{-4} = - \frac{e}{m} E, \quad (\text{VI.29})$$

où $a = n_0 / 2A = \sqrt{3} v_t$ et n_0 étant la densité des ions.

En absence de champ de pompe, le champ électrique se réduit à l'expression suivante :

$$E \approx 4\pi e \cdot n_0(x_0) \cdot f(x_0, \tau) \quad (\text{VI.30})$$

ainsi l'équation du mouvement est donnée par :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \tau^2} - a^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_0^2} \left(1 + \frac{\partial f}{\partial x_0}\right)^{-4} + \omega_p^2 f = 0. \quad (\text{VI.31})$$

Pour de faibles non linéarités, de grandes longueurs d'onde, une linéarisation du terme de pression est possible.

A un plasma homogène unidimensionnel, on impose à $t = 0$, une faible perturbation de densité avec une grande longueur d'onde [3],

$$\begin{cases} n_e(x, t=0) = n_0(1 + \alpha \sin k_0 x), \\ V(x, t=0) = 0, \end{cases} \quad (\text{VI.32})$$

et l'on résoud l'équation (VI.31).

V.2.a. Limite plasma froid

Dans ce cas, le terme central de l'équation (VI.31) disparaît, la solution de l'équation différentielle :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \tau^2} + \omega_p^2 f = 0, \quad (\text{VI.33})$$

devient triviale ; on note qu'il n'y a pas de dépendance entre la longueur d'onde de l'oscillation, la fréquence et l'amplitude du champ électrique (ou du déplacement f).

V.2.b. Faibles non linéarités dans un plasma chaud

On suppose $\alpha \ll 1$, on remplace le facteur $(1 + \partial f / \partial x_0)^{-4}$ par son développement de Taylor. On exprime le déplacement f sous forme de série de Fourier sur x_0 :

$$f(x_0, \tau) = \sum_{-\infty}^{+\infty} f_n(\tau) e^{i n k x_0}, \quad (\text{VI.34})$$

que l'on remplace dans l'équation (VI.31).

Si on retient le terme d'ordre "0" du développement de Taylor, on a une équation du type :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \tau^2} - a^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_o^2} + \omega_p^2 f = 0. \quad (\text{VI.35})$$

Portant $f \approx f_1 e^{ik_o x_o}$ dans l'expression précédente, on obtient :

$$\frac{\partial^2 f_1}{\partial \tau^2} + \left(\omega_p^2 + k_o^2 a^2 \right) f_1 = 0. \quad (\text{VI.36})$$

Pour le premier harmonique (ordre "1" du champ électrique) ; oscillant à la fréquence ω_1 , on a :

$$\omega_1^2 = \omega_p^2 + k_o^2 a^2. \quad (\text{VI.37})$$

C'est la relation de dispersion d'une onde électrostatique dans un plasma chaud (relation de Bohm et Gross).

VI.2.c. Fortes non linéarités dans un plasma chaud

Poussant plus loin le développement jusqu'à l'ordre "3" du champ électrique, en utilisant la méthode de perturbation [7] lorsque $k\lambda_D \ll 1$, avec $\lambda_D = v_t/\omega_p$, on note que le premier harmonique en coordonnées lagrangiennes oscille à une fréquence plus grande que celle donnée par la relation (VI.37).

Ce résultat est conservé quand on revient en coordonnées eulériennes (x,t), le carré de la nouvelle fréquence [3] est

$$\omega_1'^2 = \omega_p^2 + k_o^2 a^2 + \frac{15}{8} \alpha^2 k_o^2 a^2. \quad (\text{VI.38})$$

Cette relation montre qu'une amplitude finie donne des oscillations de courtes longueurs d'onde ; plus cette amplitude est grande, plus l'effet non linéaire est important ($\alpha^2 \propto E^2$).

Ainsi la relation de dispersion obtenue, est l'extension non linéaire de la relation de dispersion de Bohm et Gross.

En fait cette méthode permet d'obtenir la variation de la vitesse au déferlement en fonction de la température.

VI.3. VARIATION DE L'AMPLITUDE DU CHAMP ELECTRIQUE AVEC LA TEMPERATURE

Comme on l'a vu précédemment, le cas des oscillations non linéaires dans un plasma électronique peut être traité à l'aide du modèle waterbag à travers les relations (VI.11), (VI.12), (VI.13) et (VI.19).

Toujours pour un plasma homogène, et en se plaçant dans le repère de l'onde, on va étudier dans ce paragraphe le cas stationnaire des oscillations plasma électronique [1].

En introduisant une vitesse de phase v_φ , l'équation de continuité nous donne la relation :

$$n_e v_e = n_o v_\varphi. \quad (\text{VI.39})$$

Pour comparer aux résultats du cas plasma froid, on fait le changement de variables suivant :

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= E / (m n_o v_\varphi^2 / \epsilon_o)^{1/2}, \\ \tilde{n}_e &= n_e / n_o, \\ \tilde{x} &= \omega_p x / v_\varphi \quad \text{où} \quad \omega_p = (e^2 n_o / m \epsilon_o)^{1/2}. \end{aligned} \quad (\text{VI.40})$$

Les équations (VI.11), (VI.12), (VI.13) et (VI.19) avec $P_o = n_o kT$, sont combinées pour obtenir la relation suivante :

$$\left(\frac{1}{\tilde{n}_e} - \beta \tilde{n}_e^2 \right) \cdot \frac{d\tilde{n}_e}{d\tilde{x}} = \tilde{n}_e \tilde{E}, \quad (\text{VI.41})$$

l'intégration de cette équation nous donne l'expression du champ électrique réduit :

$$\tilde{E} = \pm (1/\tilde{n}_e) \cdot [F(\tilde{n}_e)]^{1/2}. \quad (\text{VI.42})$$

Le polynôme $F(\tilde{n}_e) = \left(\frac{2}{3} \beta \tilde{n}_e^5 - \beta \tilde{n}_e^4 - \alpha \tilde{n}_e^2 + 2\tilde{n}_e - 1 \right)$, (VI.43)
 où $\beta = 3(v_t^2/v_\phi^2)$ et α une constante d'intégration possède
 deux racines réelles $\tilde{n}_e^-$ et $\tilde{n}_e^+$, entre lesquelles, il prend
 des valeurs positives.

L'intégration de l'équation (VI.41) en utilisant la
 relation (VI.42) nous donne :

$$\tilde{x} = \pm \int \frac{(1 - \beta \tilde{n}_e^4)}{\tilde{n}_e^2 (F(\tilde{n}_e))^{1/2}} d\tilde{n}_e. \quad (VI.44)$$

Dans le plasm froid ($\beta = 0$), la relation (VI.44) mon-
 tre qu'il ne peut y avoir d'oscillation que lorsque
 $0 \leq \alpha \leq 1$. Ainsi pour une valeur donnée de α , l'expression
 (VI.42) nous donne l'amplitude de l'oscillation comme

$$|\tilde{E}| = (1 - \alpha)^{1/2}, \quad (VI.45)$$

dont le maximum est $E_{MAX} = 1$. (VI.46)

Pour des amplitudes plus grandes, le déferlement de
 l'onde a lieu.

En fait pour une oscillation donnée, le maximum de la
 valeur du champ électrique réduit est obtenu à partir de
 l'expression :

$$\frac{d\tilde{E}}{d\tilde{x}} = 0, \quad (VI.47)$$

ce qui entraîne $\tilde{n}_e = 1$. (VI.48)

L'amplitude de l'oscillation devient à partir de la
 relation (VI.42) :

$$|\tilde{E}| = \left(1 - \alpha - \frac{1}{3}\beta \right)^{1/2}, \quad (VI.49)$$

lorsque α diminue à partir de la valeur $(1 - \beta/3)$, il peut
 arriver que $\tilde{n}_e^+$ devienne complexe (lorsque $F(\tilde{n}_e)$ et $F'(\tilde{n}_e)$
 s'annulent simultanément) pour des valeurs de α inférieures
 à $(-2\beta^{1/2} + 8\beta^{1/4}/3)$ ce qui ne représente pas une significa-
 tion physique pour $\tilde{n}_e$.

Ainsi l'amplitude maximum de l'oscillation est alors

$$\gamma_{E_{MAX}} = \left(1 - \frac{1}{3}\beta - \frac{8}{3}\beta^{1/4} + 2\beta^{1/2} \right)^{1/2}, \quad (\text{VI.50})$$

qui est représentée par la figure VI.2, où l'on note que lorsque la température T augmente à partir de la limite plasma froid ($T = 0$), l'amplitude maximum diminue rapidement au voisinage de cette valeur. Cette décroissance rapide de l'amplitude est le résultat du fort chauffage adiabatique qui transporte un certain nombre d'électrons à des vitesses voisines de la vitesse de phase de l'onde, alors que dans la limite plasma froid, on ne considère que l'accélération des électrons due au champ électrique.

Dans le cas d'un plasma chaud, on considère donc le chauffage comme responsable de la décroissance de l'amplitude maximum du champ électrique en fonction du rapport de la vitesse thermique à la vitesse de phase.

VI.4. RESULTATS DE SIMULATIONS NUMERIQUES

Dans tout ce qui a précédé, on n'a pas considéré de champ de pompe E_D ; malgré cela les résultats précédents restent valables [4] ; de plus il faut noter qu'à l'instant du déferlement de l'onde le champ électrique total $E_T(x,t)$ qui accélère les électrons est beaucoup plus fort que le champ de pompe E_D .

Ici, on expose les résultats de W.L. Kruer [2] qui s'intéresse à un plasma avec un gradient de densité linéaire de zéro à deux fois la densité critique et un champ oscillant de la forme $E_D(t) = E_0 \sin \omega_0 t$ appliqué à l'instant initial $\omega_0 t = 0$, où ω_0 est égale à la fréquence plasma au point critique.

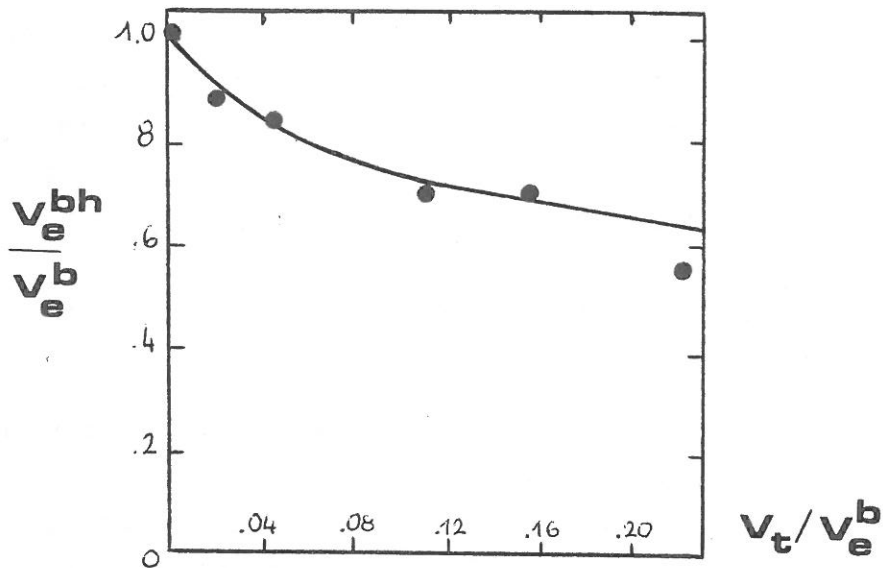


Fig VI.3 L'amplitude au déferlement de l'onde, en fonction de la température du plasma. Les vitesses au déferlement en plasma froid et en plasma chaud sont désignées respectivement par $v_e^b = (eE_b/m\omega_c)$ et $v_e^{bh} = (eE_{bh}/m\omega_c)$. La courbe en trait plein représente la théorie et les points représentent les simulations [2], pour $\epsilon = 4 \cdot 10^{-3}$ et $E_0/E_b = 4,47 \cdot 10^{-2}$.

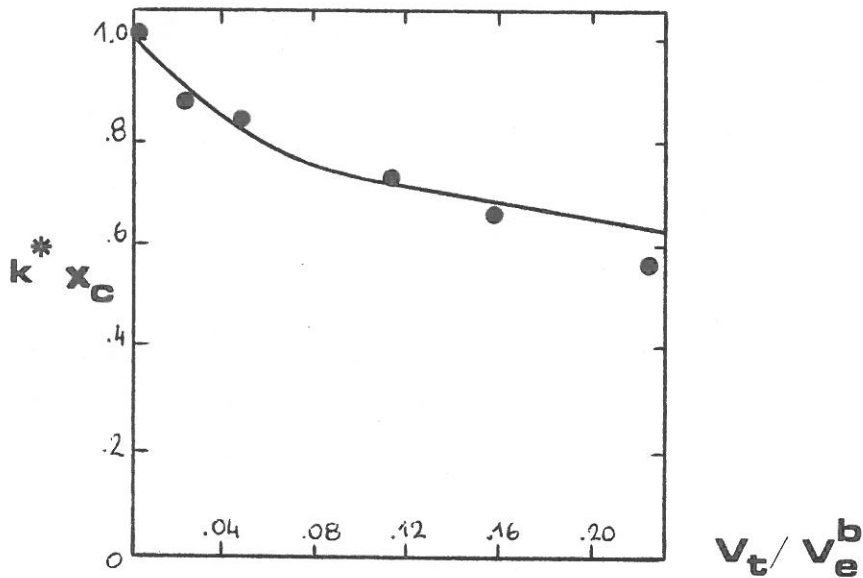


Fig VI.4 Nombre d'onde local k^* en fonction de la température. L'amplitude d'oscillation d'un électron dans le champ de pompe est désignée par $x_c = v_e^b/\omega_c$. La courbe en trait plein est obtenue à partir de la relation $k^* = (\partial f / \partial x_0)/f$. Les points représentent les simulations [2], pour $\epsilon = 4 \cdot 10^{-3}$ et $E_0/E_b = 4,47 \cdot 10^{-2}$.

La figure VI.3 indique les résultats de simulation [2] pour le maximum du champ électrique à l'instant du déferlement de l'onde, en fonction de la vitesse thermique des électrons du plasma. On remarque qu'à la limite plasma froid $v_t = 0$, les résultats de simulations sont en bon accord avec les résultats obtenus précédemment.

L'amplitude de l'onde est réduite de manière significative lorsque la température augmente.

A l'instant du déferlement, le champ électrique présente un pic au voisinage de la densité critique, il est donc intéressant d'introduire un nombre d'onde local k^* inversement proportionnel à l'extension spatiale λ^* du champ électrique. La figure VI.4 représentant la variation de $k^* = 2,1/\lambda^*$, avec la température à partir des résultats de simulations numériques. Elle montre que plus la température augmente, plus l'extension spatiale λ^* du champ est importante.

Ces effets de réduction de l'amplitude au déferlement de l'onde pour un plasma waterbag homogène sont représentés par la relation (VI.50) du paragraphe précédent.

Pour comparer les résultats de simulation à la théorie précédente, on définit une vitesse de phase effective pour un plasma inhomogène comme

$$v'_\phi = \omega_0/k^* \quad (\text{VI.51})$$

où k à la résonance est défini comme étant égal à $|\partial f/\partial x_0|/|f|$. (Les expressions à la résonance de f et $\partial f/\partial x_0$ ont été obtenues au paragraphe III.4.a).

A partir de (VI.50), la vitesse au déferlement v_e^{bh} d'un électron devient

$$\left(\frac{v_e^{bh}}{v'_\phi}\right)^2 = 1 + 2\beta^{1/2} - \frac{8}{3}\beta^{1/4} - \frac{\beta}{3}, \quad (\text{VI.52})$$

où $\beta = 3(v_t^2/v_\phi'^2)$.

Les résultats de ces prédictions plasma chaud sont représentés par des lignes en trait plein sur les figures VI.3 et VI.4, et qui sont en bon accord avec les résultats de simulations numériques (points noirs).

Ces calculs montrent bien l'effet de la température du plasma sur l'amplitude au déferlement de l'onde : lorsque la température du plasma augmente, l'amplitude du champ électrique diminue tandis que sa largeur à mi-hauteur augmente, ces deux effets ont tendance à se compenser et l'énergie des particules au déferlement reste la même qu'en plasma froid, comme le montre les simulations.

VI.5. CONCLUSION

Le point physique discuté dans ce chapitre est l'intervention de la température finie des électrons sur le déferlement. Dans le modèle de plasma froid, l'amplitude de l'onde est piquée à la résonance, et croît linéairement dans le temps, le champ électrique devient localisé autour de ce point de résonance. Le déferlement a lieu lorsque la vitesse d'oscillation d'un électron dans le champ de pompe est égale à la pseudo-vitesse de phase de l'onde, la densité locale devient infinie.

Dans un plasma chaud, le terme de pression réduit la croissance de la densité : la vitesse initiale thermique des électrons modifie l'amplitude du déferlement en comblant les défauts de densité dans la région de résonance. L'agitation thermique empêche ainsi l'apparition d'une densité électronique infinie.

Donc, l'amplitude du déferlement est réduite :

- d'une part, parce que la force de pression associée aux fluctuations devient grande,

- d'autre part, les électrons rapides sont beaucoup plus facilement amenés à la résonance avec l'onde de pompe.

Enfin, jusqu'à présent, on s'est intéressé au cas du champ électrique limité par le déferlement de l'onde, or dans un plasma chaud inhomogène, le champ électrique peut être limité par la convection thermique. Ainsi à des températures élevées, il y a concurrence entre le déferlement de l'onde et la convection thermique, par conséquent la production d'électrons suprathermiques n'est pas toujours garantie par le déferlement de l'onde [5].

REFERENCES

- [1] T.P. COFFEY. Phys. Fluids, 14, 1402, (1971).
- [2] W.L. KRUEER. Phys. Fluids, 22, 1111, (1979).
- [3] P. BERTRAND, M.R. FEIX. Phys. Letters, 28A, 68, (1968).
P. BERTRAND, M.R. FEIX, G. BAUMANN. Phys. Letters, 29A, 489, (1969).
- [4] F. DAVID, P. MORA, R. PELLAT. Phys. Fluids, 26, 747, (1983).
- [5] B. BEZZERIDES, S.J. GITOMER. Phys. Fluids, 26, 1359, (1983).
- [6] R.C. DAVIDSON. Methods in non linear plasma theory, Pures and Applied Physics n°37, Academic Press, (1972).
- [7] N. KRYLOV, N. BOGOLIVBOV. Introduction to non linear mechanics (Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1947).
- [8] J.F. DENISSE, J.L. DELCROIX. Théorie des ondes dans les plasmas. Dunod, Paris, (1961).
- [9] D.C. PACHK. J. Electron. Control., 10, 13A, 417, (1962).
- [10] K.V. ROBERTS, H.L. BERK. Symp. on Computer simulation of plasma and manybody problems, NASA, SP 153, 93, (1967).

CHAPITRE VII

PREVISIONS EXPERIMENTALES

VII.1. EXPRESSIONS ANALYTIQUES

On considère un plasma unidimensionnel présentant un profil de densité linéaire de longueur caractéristique L , de densité électronique n_e (n_c à la résonance) et de température électronique T_e ; irradié sur une surface S par une onde électromagnétique incidente de puissance P_i , de fréquence f_o , pendant une durée d'impulsion τ_i .

Le champ électrique incident (en espace libre) E_i est donné par la relation :

$$P_i = \epsilon_o c S E_i^2 / 2, \quad (\text{VII.1})$$

ainsi
$$E_{i(V/m)} \approx 27,45 (P_{i(w)} / S_{(m^2)})^{1/2}. \quad (\text{VII.2})$$

Dans le modèle capacitif, le champ électrique de pompe E_o est donné par l'expression :

$$E_o = E_i \phi(\tau) / (2\pi k_o L)^{1/2}, \quad (\text{VII.3})$$

où $\phi(\tau)$ est la fonction dite de Ginzburg, avec $\tau = (k_o L)^{1/3} \cdot \sin \theta$ et θ l'angle d'incidence de l'onde par rapport à la normale du plasma, d'où

$$E_{o(V/m)} \approx 7,56 \cdot 10^4 (P_{i(w)} / S_{(m^2)})^{1/2} \phi(\tau) / (f_o_{(s^{-1})} L_{(m)})^{1/2}. \quad (\text{VII.4})$$

La densité électronique critique s'exprime par :

$$n_c = m \epsilon_o (2\pi f_o)^2 / e^2, \quad (\text{VI.5})$$

équivalent à
$$n_{c(m^{-3})} \approx 1,24 \cdot 10^{-2} f_o^2_{(s^{-1})}.$$

Le champ électrique $E(x,t)$ qui croît à partir de l'instant initial, pour atteindre la saturation par :

- les collisions, alors $E_c = E_o / (v_c / \omega_o), \quad (\text{VII.7})$

- la convection thermique, alors $E_t = E_o / (v_t / \omega_o), \quad (\text{VII.8})$

- le déferlement de l'onde, $E_b = E_o / (v_b / \omega_o). \quad (\text{VII.9})$

Limitation par les collisions

Dans ce cas, la fréquence de collision électron-ion (Spitzer) est :

$$v_{ei} = \frac{1}{3(2\pi)^{3/2}} \cdot \frac{Z n_e e^4}{\epsilon_o m^{1/2}} \cdot \frac{\ln \Lambda}{(kT_e)^{3/2}}. \quad (\text{VII.10})$$

où $\ln \Lambda = \ln (\lambda_D / r_o)$ est le logarithme coulombien,
 $\lambda_D = (\epsilon_o kT_e / n_e e^2)^{1/2}$ est la longueur de Debye électronique
 et $r_o = (e^2 / 4\pi \epsilon_o kT_e)$ la distance de Landau.

A la résonance, l'expression de v_{ei} / ω_o devient :

$$v_c / \omega_o \approx 5,73 \cdot 10^{15} Z f_o^2 T_e^{-3/2} \ln \Lambda, \quad (\text{VII.11})$$

(s⁻¹) (eV)

où $\ln \Lambda = \ln \left\{ 4,63 \cdot 10^{13} f_o^{-1} T_e^{1/2} \right\}. \quad (\text{VII.12})$

(s⁻¹) (eV)

Limitation par la convection thermique

D'après la relation (I.64) et (I.65) à la résonance, l'expression

$$v_t / \omega_o = (\lambda_D / L)^{2/3}, \quad (\text{VII.13})$$

devient : $v_t / \omega_o \approx 1,64 \cdot 10^3 \left(f_o L_{(m)} \right)^{-2/3} T_e^{1/3}. \quad (\text{VII.14})$

(s⁻¹) (eV)

Limitation par le déferlement de l'onde

A la résonance on a $v_b / \omega_o = (eE_o / mL\omega_o^2)^{1/2}, \quad (\text{VII.15})$

$$\text{ou encore } v_b/\omega_o \approx 1,83.10^7 L_{(m)}^{-3/4} f_o^{-5/4} \left(P_{i(w)} / S_{(m^2)} \right)^{1/4} \Phi^{1/2}(\tau). \quad (\text{VII.16})$$

D'après les relations (III.63) et (III.44), l'instant t_b du déferlement de l'onde s'exprime par :

$$t_{b(s)} \approx 2,46.10^{-8} L_{(m)}^{3/2} f_o^{1/4} \left(P_{i(w)} / S_{(m^2)} \right)^{1/4} \Phi^{-1/2}(\tau). \quad (\text{VII.17})$$

Le champ électrique au déferlement donné par la relation (III.65) va s'exprimer comme

$$E_{T(V/m)}^b \approx 5,86.10^{-3} f_o^{4/3} L_{(m)}^{1/4} \left(P_{i(w)} / S_{(m^2)} \right)^{1/4} \Phi^{1/2}(\tau), \quad (\text{VII.18})$$

tandis que la vitesse de l'électron au déferlement (III.64) devient

$$v_{e(m/s)}^b \approx 1,63.10^8 L_{(m)}^{1/4} f_o^{-1/4} \left(P_{i(w)} / S_{(m^2)} \right)^{1/4} \Phi^{1/2}(\tau). \quad (\text{VII.19})$$

La vitesse thermique $v_t = (kT/m)^{1/2}$ devient

$$v_{t(m/s)} \approx 4,19.10^5 T_e^{1/2}(\text{eV}), \quad (\text{VII.20})$$

en utilisant les relations (VII.19) et (VII.20), on peut exprimer le rapport :

$$v_e^b/v_t \approx 3,89.10^2 L_{(m)}^{1/4} f_o^{-1/4} T_e^{-1/2}(\text{eV}) \left(P_{i(w)} / S_{(m^2)} \right)^{1/4} \Phi^{1/2}(\tau). \quad (\text{VII.21})$$

L'énergie de l'électron se trouvant à la résonance au moment du déplacement

$$W_M = m v_e^b{}^2/2 = e E_o L$$

$$\text{devient } W_{M(\text{eV})} \approx 7,56.10^4 \left(P_{i(w)} / S_{(m^2)} \right)^{1/2} f_o^{-1/2} L_{(m)}^{1/2} \Phi(\tau). \quad (\text{VII.22})$$

Comparaison collisions-convection thermique

Les collisions dominent lorsque $v_c > v_t$, (VII.23) ainsi d'après les relations (VII.11) et (VII.14) on peut exprimer la température T_e en dessous de laquelle le champ électrique est limité par les collisions :

$$T_{e(eV)} < 0,3 \cdot 10^{-9} z^{\frac{6}{11}} f_o^{\frac{10}{11}} L_{(m)}^{\frac{4}{11}} (\ln \Lambda)^{\frac{6}{11}} \quad (VII.24)$$

(s^{-1})

Comparaison collisions-déferlement froid

Le déferlement l'emporte sur les collisions lorsqu'on a l'inégalité $v_b > v_c$.

D'après les expressions (VII.16) et (VII.11), on peut déterminer la limite inférieure de la puissance incidente P_i pour que le déferlement l'emporte sur les collisions, soit :

$$P_{i(w)} > 9,61 \cdot 10^{-87} z^4 L_{(m)}^3 f_o^{13} S_{(m^2)} T_{e(eV)}^{-6} (\ln \Lambda)^4, \quad (VII.25)$$

(s^{-1})

quand on suppose que l'absorption est maximum $\Phi(\tau) \approx 1$.

Comparaison convection thermique-déferlement froid

Lorsque le déferlement en plasma froid l'emporte sur la convection thermique, on a l'inégalité $v_b > v_t$, d'où en utilisant les expressions (VII.16) et (VII.14), on peut déterminer la puissance incidente P_i , à laquelle le champ électrique sera limité par le déferlement (lorsque $\Phi(\tau) \approx 1$) :

$$P_{i(w)} > 6,45 \cdot 10^{-17} S_{(m^2)} L_{(m)}^{1/3} f_o^{7/3} T_{e(eV)}^{4/3}. \quad (VII.26)$$

(s^{-1})

VII.2. INTERACTION MICRO ONDES-PLASMA

Au Laboratoire de Physique des Gaz et des Plasmas d'Orsay, nous disposons d'une décharge multipolaire de grande dimension. Ce type de décharge s'est développé au cours des dix dernières années, pour des études de propagation d'ondes [1], de turbulence [2] et de chimie des plasmas [3].

Le plasma est créé par des électrons rapides (appelés électrons primaires) qui ionisent les molécules d'un gaz neutre. Ces électrons sont confinés par des aimants permanents qui tapissent l'enceinte ; ainsi pour un courant de décharge donné, la densité du plasma produit dans un dispositif multipolaire augmente de un à deux ordres de grandeur. On obtient ainsi des plasmas stables et uniformes.

L'ensemble du dispositif expérimental (fig.VII.1) est constitué par une enceinte à vide contenant une cage cylindrique de un mètre de diamètre et un mètre de hauteur. Des barreaux aimantés sont alignés le long des génératrices et les couvercles, avec des polarités alternées.

Le plasma est créé par les électrons primaires émis par des filaments de tungstène fortement chauffés par effet Joule et polarisé négativement ; les supports de filaments sont fixés, sur deux paires de couronnes entourant la cage.

A une extrémité de l'enceinte, un passage permet l'introduction d'un dispositif d'excitation d'ondes (cornet HF) ; à l'autre extrémité est disposée une sonde mobile à trois degrés de liberté. Cette sonde est équipée pour pouvoir mesurer simultanément les caractéristiques du plasma (température et densité à l'aide d'une sonde de Langmuire) et des ondes (antenne dipolaire et sonde électrostatique).

Le champ magnétique $\vec{B}$ créé par les aimants est localisé au voisinage de la paroi limitant le plasma et sur une profondeur d'une dizaine de centimètres (fig.VII.2).

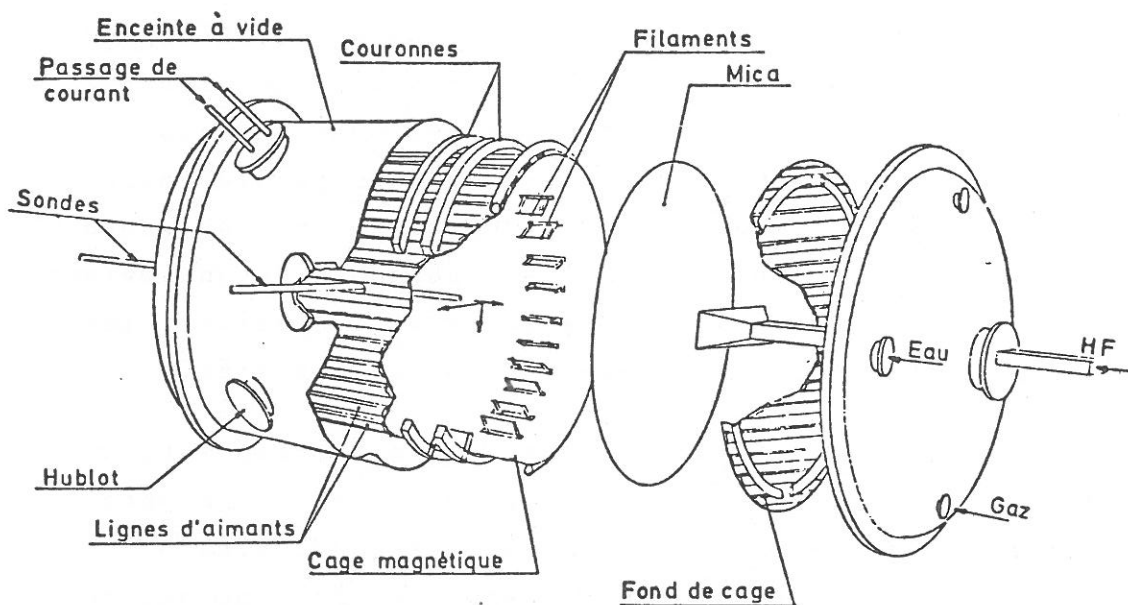


Fig VII.1 Schéma d'ensemble de la décharge multipolaire .

Les lignes de champ se rejoignent sur les aimants pour y former des cornets. La longueur caractéristique de décroissance du champ magnétique de surface renvoie les électrons primaires (énergie de quelques dizaines d'eV), et augmente aussi leur densité, permettant l'entretien d'un plasma jusqu'à des pressions de l'ordre de quelques 10^{-5} torr. A cette pression, le libre parcours moyen des électrons primaires, pour les collisions ionisantes sur les atomes neutres, est d'environ une centaine de mètres, supérieure aux dimensions de l'enceinte ; ainsi le maintien d'une décharge dans un dispositif sans champ magnétique de surface serait impossible. L'augmentation de densité est due non pas au confinement du plasma, mais plutôt à celui des électrons primaires, qui au lieu d'être absorbés par les parois, sont réfléchis par le champ magnétique avec pour conséquence une augmentation importante du terme d'ionisation. Lorsque le libre parcours moyen devient inférieur aux dimensions caractéristiques de l'enceinte, les dispositifs multipolaires ne présentent plus d'intérêt.

Le dispositif peut fonctionner soit en configuration multipolaire (plasma homogène), soit en présence d'une paroi en mica disposée perpendiculairement à l'axe du cylindre. Cette feuille de mica limite spatialement le champ magnétique de surface qui agit sur les électrons primaires ; leur population et l'ionisation au voisinage de la feuille sont modifiées, un gradient de densité longitudinal est ainsi obtenu (fig.VII.3).

La densité maximum de plasma que l'on peut atteindre est limitée par la puissance du chauffage disponible. En effet, le courant émis par les filaments se sature à une valeur voisine de I_s très inférieure au courant de décharge disponible (500 A). Pour augmenter le courant de décharge (la densité) lorsque I_s est atteint, il faut augmenter fortement la tension de décharge. Les ions sont alors accélérés et bombardent les filaments et les parties non isolées du support.

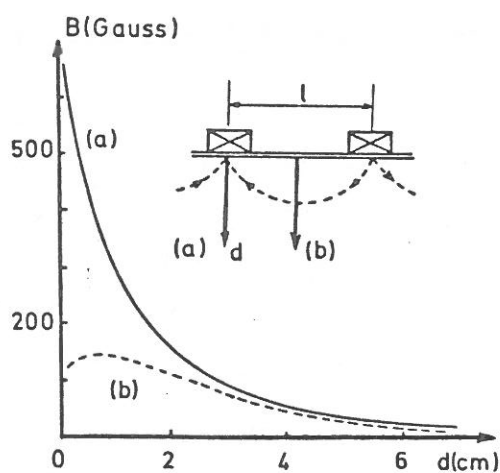


Fig VII.2 Variation du champ magnétique dans l'enceinte en fonction de la distance à la paroi d :

- a - à l'aplomb d'une rangée d'aimants,
- b - entre deux aimants.

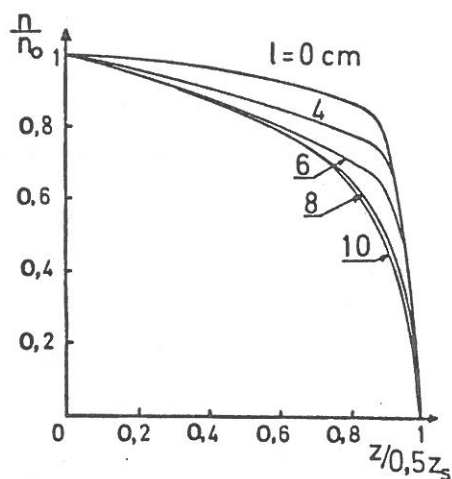


Fig VII.3 Variation axiale de la densité du plasma pour différentes distances l entre la feuille de mica et la paroi. Conditions expérimentales $n_0 \sim 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $T_e = 4 \text{ eV}$, $P_0 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ torr}$.

Les paramètres de la décharge multipolaire

Le gaz utilisé est l'argon, à une pression résiduelle $P_0 \approx 10^{-4}$ torr, la densité des neutres $n_0 \approx 3,5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, la densité électronique du plasma $n_e \approx 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, pour une température électronique $T_e \approx 3 \text{ eV}$, une température ionique estimée $T_i \approx 0,2 \text{ eV}$, tandis que l'énergie des électrons primaires $W_e = 50 \text{ eV}$. La longueur de Debye est de l'ordre de $50 \text{ }\mu\text{m}$.

On sait réaliser des générateurs en ondes centimétriques fournissant des puissances $P_i \approx 1 \text{ MW}$, pour des durées d'impulsion de l'ordre de la dizaine de μs .

La surface S du plasma éclairée est $S = 20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$.

A l'aide de la feuille de mica, on peut avoir un gradient de densité de longueur caractéristique L ajustable entre $0,3 \text{ m}$ et 3 m .

VII.2.b. Prévisions expérimentales

A l'aide des paramètres cités plus haut et de la relation (VII.26), on peut déterminer la puissance incidente P_i , à partir de laquelle, le champ électrique est limité par le déferlement en plasma froid :

pour	$L = 0,3 \text{ m}$	$P_i > 9,7 \cdot 10^4 \text{ W},$
et pour	$L = 3 \text{ m}$	$P_i > 2,1 \cdot 10^5 \text{ W}.$

Ainsi pour une puissance incidente $P_i \sim 2,5 \cdot 10^5 \text{ W}$, dans le cas de la décharge multipolaire, avec les paramètres cités plus haut, pour des longueurs de gradient de densité $L = 0,3 \text{ m}$ et $L = 3 \text{ m}$, en utilisant les relations (VII.2), (VII.4) et de (VII.17) à (VII.22), on a le tableau ci-après :

	L = 0,3 m	L = 3 m
E_i	$7 \cdot 10^4$ V/m	$7 \cdot 10^4$ V/m
E_o	$6 \cdot 10^3$ V/m	$2 \cdot 10^3$ V/m
t_b	50 ns	300 ns
E_T^b	$3 \cdot 10^6$ V/m	$5 \cdot 10^6$ V/m
v_e^b	$3 \cdot 10^7$ m/s	$5 \cdot 10^7$ m/s
v_T	$7 \cdot 10^5$ m/s	$7 \cdot 10^5$ m/s
v_e^b/v_T	40	70
W_M	$2 \cdot 10^3$ eV	$6 \cdot 10^3$ eV

VII.2.c. Influence de la largeur de bande

Nous présentons dans ce paragraphe, les résultats expérimentaux obtenus par Y. Lee et al. à UCLA [4], sur l'influence de la largeur de bande de l'onde de pompe en régime de déferlement de l'onde.

VII.2.c.1) La théorie analytique

En utilisant la description lagrangienne dans le modèle capacitif, pour un profil de densité linéaire de longueur caractéristique L, les auteurs arrivent à une équation pour le déplacement $f(x_o, T)$ identique à l'équation (III.46) lorsque le terme non linéaire est supprimé ; le terme de source extérieure considéré est en $\epsilon e^{i\omega_o t}$.

Ensuite, ils considèrent une onde de pompe avec une largeur de bande $\Delta\omega = \omega - \omega_o$, le terme de source extérieure devient $\epsilon e^{i\omega_o t + i\varphi(t)}$, où $\varphi(t)$ est une phase aléatoire, vérifiant l'égalité : $\langle e^{i\varphi(t)} - e^{i\varphi(t')} \rangle = e^{-\Delta\omega(t-t')}$, ainsi en considérant $\Delta\omega \gg \omega_o x/2L$ et $\Delta\omega t \gg 1$, la résolution de la nouvelle équation pour le déplacement, donne :

$$t_b/t_{bo} = 1,02 \left[(\Delta\omega/\omega_o)^2 / \epsilon \right]^{1/6}, \quad (\text{VII.27})$$

$$\text{et} \quad (E_o/E_{bo})^2 = \left[3(\varepsilon/8)/(\Delta\omega/\omega_o)^2 \right]^{1/3}, \quad (\text{VII.28})$$

où t_b , E_b (t_{bo} , E_{bo}) sont respectivement l'instant du déferlement et le module du champ électrique associé, lorsqu'on (ne) considère (pas) une largeur de bande finie.

On note d'après les expressions (VII.27) et (VII.28) que t_b croît, E_b décroît avec la largeur de bande.

VII.2.c.2) Le dispositif expérimental

Les auteurs ont un dispositif pratiquement identique à celui exposé au paragraphe VII.2, pour un plasma inhomogène non magnétisé de longueur de gradient de densité $L = 50$ cm, la densité des neutres $n_o \approx 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, la densité électronique $n_e \approx 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, de température électronique $T_e \approx 1$ eV, la température ionique est estimée par $T_e/T_i \approx 5$.

L'onde H.F., de fréquence $f_o \approx 3$ GHz, de durée d'impulsion $\tau_i \approx 2.10$ ns, éclaire une surface du plasma $S \approx 25 \text{ cm} \times 38 \text{ cm}$, avec une puissance inférieure au kW.

En mélangeant la bande étroite RF avec un bruit quelconque, une onde de pompe d'amplitude arbitraire, modulée de largeur de bande ajustable a permis l'étude de l'effet de la largeur de bande, sur la génération de champ spontané.

L'étude de la croissance et de la saturation du phénomène se fait sur une durée de $0,5 \mu\text{s}$, lorsque le profil de densité est encore fixe.

VII.2.c.3) Résultats expérimentaux et interprétations

Pour des puissances P_i variant de 10 W à 50 W , l'amplitude du champ à la saturation $E_s^2 \propto P_i^{1,5}$, de 50 W à 600 W le maximum de l'amplitude du champ électrique $(E_b)^2$ varie comme $P_i^{0,64}$ tandis que l'instant du déferlement t_b comme $P_i^{-0,25}$ (fig.VII.4), ce qui semble être en bon accord avec la théorie analytique.

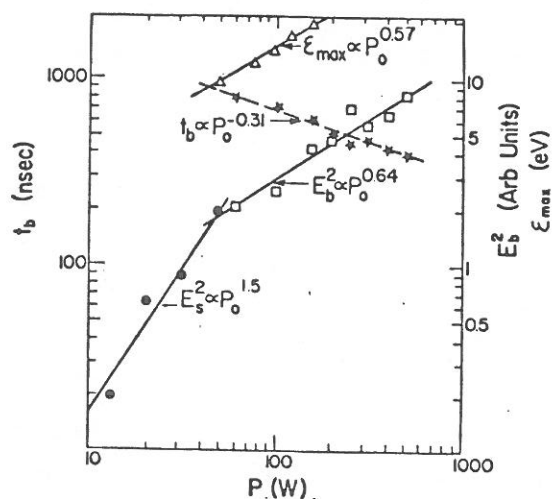


Fig VII.4 Loi d'échelle, de l'intensité du champ électrique à bande étroite, de l'énergie maximum de coupure, et de l'instant du déferlement en fonction de la puissance incidente [4].

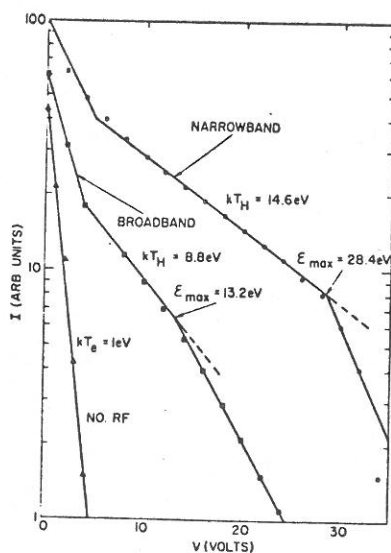


Fig VII.5 Courant d'énergie en fonction de la tension, l'un sans RF, l'autre avec une largeur de bande étroite et finie de l'onde de pompe pour une puissance incidente $P = 150\text{ W}$, [4].

Cependant pour $P_i > 600$ W, l'échelle change

$$E_b^2 \propto P_i^{1,47} \text{ et } t_b \propto P_i^{-1,2}.$$

En fait, on observe un premier pic dans la trace de $|E|^2$ (plus faible que l'amplitude au déferlement), qui varie comme $P_i^{0,81}$, ce qui est prévu par la saturation convective ($|E|^2 \propto P_i$), d'autant plus que l'instant auquel a lieu ce premier pic est indépendant de P_i . La croissance continue s'explique par le fait qu'avant que la saturation convective ne soit atteinte, la vitesse d'oscillation $v_e \gtrsim v_t$.

D'après la figure VII.5, la formation d'une queue d'électrons chauds est nettement observée, présentant une Maxwellienne avec une température T_H , à une énergie maximum W_M , d'où la distribution décroît rapidement. Notons que W_M et T_H varient comme $P_i^{0,6}$ en accord avec le modèle plasma froid ; et qui diminuent lorsque $(\Delta\omega/\omega_0)$ augmente.

A une puissance $P_i \approx 150$ W, l'énergie de coupure $W_M \propto (\Delta\omega/\omega_0)^{-0,67}$ est en bon accord avec la relation (VII.28), tandis que la température des électrons chauds varie différemment, comme $(\Delta\omega/\omega_0)^{-0,31}$, (fig.VII.6).

L'effet le plus surprenant est la décroissance du nombre total d'électrons chauds lorsque la largeur de bande augmente : $n_H \propto (\Delta\omega/\omega_p)^{-0,34}$, alors qu'on pensait que la largeur de bande finie n'affecterait pas le dépôt d'énergie à l'absorption résonnante, en se basant sur le modèle plasma froid.

Enfin, il est montré expérimentalement que les modifications de profil sont beaucoup moins prononcées.

VII.2.c.4) Conclusion

En régime de déferlement, pour une onde de pompe avec une largeur de bande finie, concernant la croissance et la saturation du champ électrique, avant que la modification du profil de densité n'ait lieu, le modèle plasma froid prédit correctement la croissance de l'instant du déferlement t_b et

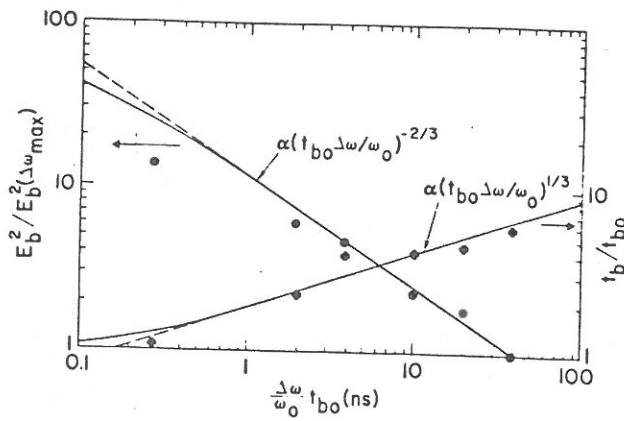


Fig VII.6 Comparaison des mesures de champ et de l'instant du déferlement en fonction de la largeur de bande, avec la théorie du déferlement en plasma froid [4].

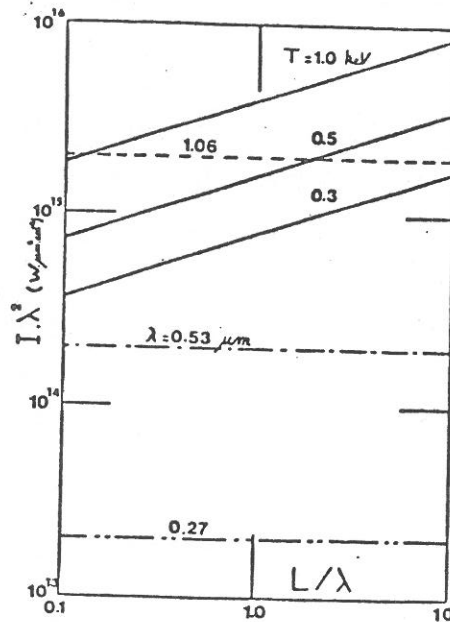


Fig VII.7 Courbes en traits pleins $\gamma_b = \gamma_t$ pour différentes températures, les courbes en tirets correspondent à $I \lambda^2$ maximum atteint pour $\lambda = 1,06$, $0,53$, et $0,26 \mu m$, [6].

la diminution en énergie des électrons suprathermiques.

Cependant, pour un profil de densité linéaire fixe, on observe :

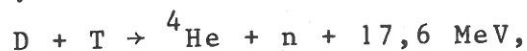
1 - que le déferlement de l'onde a lieu à des puissances incidentes plus faibles que celles prévues par la théorie (VII.26) ;

2 - qu'il y a un large domaine de puissances incidentes, où on a croissance du temps de déferlement, diminution des amplitudes de champ électrique et de l'énergie des électrons suprathermiques, sous l'effet de la largeur de bande [5].

VII.3. INTERACTION LASER-MATIERE

Pour la fusion rapide (ou inertielle), on a le schéma typique suivant : un microballon rempli d'un mélange D-T, est irradié par un faisceau intense de photons ou de particules. La partie extérieure de la coquille chauffée et vaporisée se détend rapidement vers le vide. Subissant "un effet fusée", l'intérieur de la cible est accéléré vers le centre et comprime fortement le combustible. Au cours de la compression, l'énergie cinétique est transformée en énergie thermique et le milieu dense se chauffe.

Lorsque le chauffage est suffisant, les réactions de fusion :



peuvent s'amorcer et sont entretenues par le dépôt d'énergie des particules alpha.

Certains mécanismes d'absorption de l'énergie laser ont pour effet d'accélérer un nombre restreint d'électrons à de très hautes énergies. Ces électrons "rapides" ou "suprathermiques" jouent un rôle néfaste pour la réalisation de bonnes

compressions. D'une part, ils sont peu efficaces pour l'accélération de la coquille et sont pratiquement découplés de la zone de poussée. D'autre part, ils peuvent pénétrer à l'intérieur de la cible, soit dans la coquille soit dans le combustible et ainsi contribuent au préchauffage de celui-ci, avant que la compression ne soit achevée.

VII.3.a. Limitations et prévisions expérimentales

Pour l'application laser-matière, on considère les paramètres suivants :

- le flux incident : I
- la longueur d'onde laser : λ
- la longueur de gradient de densité : L
- la température électronique : kT_e/e
- la densité électronique (à la résonance) : $n_e (n_c)$.

Les expressions (VII.11), (VII.14) et (VII.16) deviennent respectivement :

$$v_c/\omega_o \approx 1,72 \cdot 10^{-6} Z \lambda_{(m)}^{-2} T_{e(eV)}^{-3/2} \ln \Lambda,$$

$$v_t/\omega_o \approx 3,67 \cdot 10^{-3} (\lambda/L)^{2/3} T_{e(eV)}^{1/3},$$

$$v_b/\omega_o \approx 4,65 \cdot 10^{-4} L_{(m)}^{-3/4} \lambda_{(m)}^{5/4} I_{(W/m^2)}^{1/4} \phi^{1/2}(\tau).$$

A basse température et flux faible, les collisions dominent. Quand la température augmente la convection intervient et devient prédominante. A haut flux le déferlement est dominant.

La condition $v_c > v_t$ s'exprime par :

$$T_{e(eV)} < 1,53 \cdot 10^{-2} Z^{\frac{6}{11}} L_{(m)}^{\frac{4}{11}} \lambda_{(m)}^{-\frac{10}{11}} (\ln \Lambda)^{\frac{6}{11}},$$

ainsi on note que pour un flux incident $I \gtrsim 10^{14} \text{ W/cm}^2$ et des

longueurs d'onde 1,06, 0,53 et 0,27 μm , le champ électrostatique à la densité critique en absorption résonnante n'est pas limité par les collisions, sauf peut être pour $\lambda = 0,27 \mu\text{m}$ et $L/\lambda = 10$, on a $T_e \approx 1 \text{ keV}$.

La condition $v_b > v_c$, lorsque l'absorption est maximum ($\Phi(\tau) \sim 1$) est exprimée par

$$I_{(\text{W/m}^2)} > 3,7 \cdot 10^{-9} Z^4 \lambda_{(\text{m})}^{-9} L_{(\text{m})}^3 T_{e(\text{eV})}^6 (\ln \Lambda)^4.$$

La condition $v_b > v_t$ pour $\Phi(\tau) \approx 1$ est donnée par :

$$I_{(\text{W/m}^2)} > 3,9 \cdot 10^3 L_{(\text{m})}^{1/3} \lambda_{(\text{m})}^{-7/3} T_{e(\text{eV})}^{3/4},$$

la figure VII.7, tirée de la référence [6], donne pour différentes températures électroniques la courbe $I\lambda^2 = f(L/\lambda)$ sur laquelle $v_t = v_b$. On note que dans ces conditions, la convection domine le déferlement froid sauf pour $\lambda = 1,06 \mu\text{m}$ pour $L/\lambda \leq 0,1$.

En effet, pour $\lambda = 1 \mu\text{m}$, $T_e \approx 1 \text{ keV}$ et L prenant les valeurs 1 μm et 100 μm , la relation précédente donne des flux incidents de :

$$I > 3,5 \cdot 10^{19} \text{ W/m}^2 \quad \text{pour} \quad L = 1 \mu\text{m},$$

$$I > 1,6 \cdot 10^{20} \text{ W/m}^2 \quad \text{pour} \quad L = 100 \mu\text{m}.$$

Pour un flux incident $I \approx 2 \cdot 10^{20} \text{ W/m}^2$, on a le tableau ci-après.

Les électrons rapides (ou suprathermiques) ont des vitesses de l'ordre de la vitesse de la lumière, l'introduction de la masse relativiste devient indispensable [7].

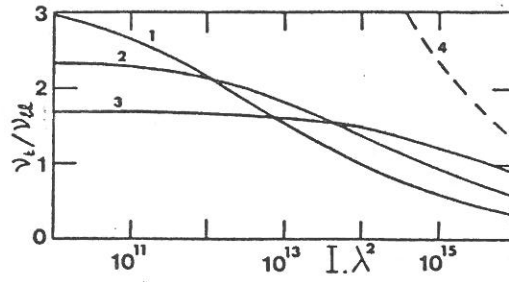


Fig VII.8 γ_t / γ_{bh} en fonction de $I \lambda^2$ ($W \cdot \mu m^2 \cdot cm^{-2}$) à $Te = 1$ keV

- 1 - $L/\lambda = 10$,
- 2 - $L/\lambda = 1$,
- 3 - $L/\lambda = 0,1$,
- 4 - Modèle froid, pour $L/\lambda = 1$, [6] .

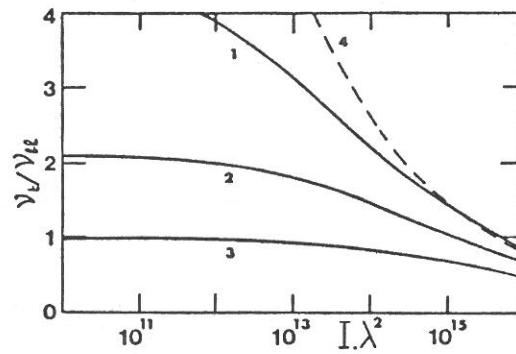


Fig VII.9 γ_t / γ_{bh} fonction de $I \lambda^2$ ($W \cdot \mu m^2 \cdot cm^{-2}$) pour $L/\lambda = 1$, avec

- 1 - $Te = 0,1$ keV,
- 2 - $Te = 0,5$ keV,
- 3 - $Te = 4$ keV ,
- 4 - Modèle froid (γ_t pour $Te = 4$ keV), [6] .

	L = 1 μm	L = 100 μm
E_i	4.10^{11} V/m	4.10^{11} V/m
E_o	6.10^{10} V/m	6.10^9 V/m
t_b	0,3 ns	8 ns
E_T^b	3.10^{27} V/m	8.10^{27} V/m
v_e^b	2.10^8 m/s	4.10^8 m/s
v_t	6.10^7 m/s	6.10^7 m/s
v_e^b/v_t	3	6
W_M	6.10^4 eV	6.10^5 eV.

Lorsque l'onde électrostatique est limitée par le déferlement dans un plasma chaud, le champ électrique de saturation à la résonance peut s'exprimer en fonction de l'amplitude du champ de pompe E_o , comme

$$E_T^{bh} = E_o / (v_{bh}/\omega_o). \quad (\text{VII.29})$$

Ainsi d'après l'expression (VI.50), on a

$$\frac{v_{bh}}{\omega_o} = \frac{v_b}{\omega_o} \left\{ \frac{1}{\left[1 + 2,25 \left(\frac{v_t}{v_e^b} \right)^{1/2} \right] - 1,5 \left(\frac{v_t}{v_e^b} \right)} \right\}. \quad (\text{VII.30})$$

où v_b/ω_o et v_e^b sont les grandeurs exprimées en plasma froid, respectivement par les relations (VII.15) et (III.64).

La condition $v_{bh} > v_t$ peut s'exprimer à l'aide des relations (VII.14) et (VII.30).

D'après les figures VII.8 et VII.9, on note que la température n'apporte pas de grandes modifications, en revanche pour L/λ assez petit, il est difficile d'opter pour un des deux mécanismes parce qu'à ce moment là d'autres facteurs entrent en jeu.

REFERENCES

- [1] T. MANTEI, G. MATTHIEUSSENT. Phys. Fluids, 20, 1005, (1977).
- [2] J. PERRIN, J.P.M. SCHMITT. Chem. Phys., 67, 167, (1982).
- [3] M. BACAL, A.M. BRUNETEAU, W.G. GRAHAM, G.W. HAMILTON, N. NACHMAN. J. Appl. Phys., 52, 1247, (1981).
- [4] Y. LEE, Y. NISHIDA, N.C. LUHMANN, Jr., S.P. OBENSCHAIN, B. GU, M. RHODES, J.R. ALBRITTON, E.A. WILLIAMS. Phys. Rev. Lett., 48, 319, (1980).
- [5] E.A. WILLIAMS, J.R. ALBRITTON. In Proceeding of Ninth Annual Conference on Anomalous Absorption of Electromagnetic Waves, Rochester, N.Y., 15-18 May 1978, paper C-2.
- [6] F. AMIRANOFF. Thèse d'Etat, Orsay, (juillet 1984).
- [7] J.F. DRAKE, Y.C. LEE. Phys. Fluids, 19, 1772, (1976).

CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous présentons l'étude dans un plasma à une dimension, inhomogène et froid, des oscillations non linéaires, des ondes de plasma, lorsque leur amplitude est limitée par le déferlement de l'onde, en absorption résonnante. Nous avons supposé que les ions étaient immobiles et que le gradient de densité ne subit pas de modifications.

La théorie analytique utilise classiquement le modèle capacitif pour le champ de pompe et une description lagrangienne du fluide électronique.

Cette description permet d'effectuer les calculs numériques, au delà de l'instant de déferlement en tenant compte du croisement des trajectoires, lorsque les éléments de fluide sont couplés trois par trois.

D'après les résultats de simulations numériques, avant et après le déferlement, on retrouve les résultats obtenus par J. Albritton et P. Koch concernant l'évolution au cours du temps, du déplacement et de la vitesse de chaque élément de fluide ; mais on présente également l'évolution du champ électrique et de la densité électronique.

Avant le déferlement, les éléments de fluide oscillent indépendamment les uns des autres, dans le champ électrique en emmagasinant de l'énergie, par l'intermédiaire de l'onde de pompe, jusqu'à l'instant du déferlement.

Après le déferlement, on note que certains éléments de fluide accompagnant le champ électrique induit, sont accélérés vers les régions de faible densité. A des instants ultérieurs, on montre que ces électrons sont déccélérés par ce champ induit, et par conséquent on n'observe pas d'électrons du type "Run Away".

La contribution du terme non linéaire, trouvé par la théorie analytique, à la résonance et au déferlement de l'onde, qui est de l'ordre de quelques pour cent, correspond bien à la contribution du second harmonique $\delta_2(\tau)$ donné par la relation (III.74).

Ce travail va être poursuivi par l'établissement d'un code numérique self-consistant, allant au delà du déferlement, pour voir s'il y a répétition du phénomène au cours du temps.

Ces travaux vont aboutir sur des expériences de conversion linéaire dans une décharge multipolaire au Laboratoire de Physique des Gaz et des Plasmas d'Orsay.

