

T H E S E

présentée à

L'UNIVERSITE DE PARIS SUD
CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le titre de DOCTEUR 3e CYCLE
Spécialité Physique des Gaz et des Plasmas

par

MICHEL GAZAIX

Sujet de la thèse :

INTERACTION D'UN FAISCEAU D'ELECTRONS RELATIVISTES
AVEC UNE CIBLE MINCE

Soutenue le 31 Mars 1981, devant la Commission d'Examen :

MM. J.L. DELCROIX Président

H.J. DOUCET
C. PATOU
J.L. BOBIN
B. DUBORGEL } Examineurs

"L'art de conclure d'après des expériences et des observations consiste à évaluer des probabilités, et à estimer si elles sont assez grandes ou assez multiples pour constituer des preuves. Ce genre de calcul est plus compliqué et plus difficile qu'on ne pense ; il demande une grande sagacité et il est en général au dessus des forces du commun des hommes. "

LAVOISIER

REMERCIEMENTS

A Monsieur le Professeur J.L. DELCROIX qui a accepté de présider cette thèse, ..

A Monsieur H.J. DOUCET, Directeur du Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés de l'Ecole Polytechnique, qui m'a accueilli dans son équipe et a dirigé mon travail,

A Messieurs PATOU, BOBIN et DUBORGEL qui ont bien voulu faire partie du Jury.

Je tiens à remercier tous les membres de l'équipe qui m'ont aidé et donné de nombreux conseils.

Je voudrais souligner l'efficacité de Messieurs H. LAMAIN et C. ROUILLE, essentielle pour le travail expérimental.

Les calculs numériques ont pu être réalisés grâce aux conseils de Messieurs J.M. BUZZI et B. ETLICHER.

La partie théorique de ce travail doit beaucoup au Professeur A. BERS, je l'en remercie vivement.

Je remercie C. POPOVICS et R. BENATTAR pour leur gentillesse et pour de nombreuses discussions relatives à l'interférométrie.

Enfin, la mise en forme de ce travail n'aurait pu être possible sans le concours de Mme BEAUMER, de Mme STEPHAN, de M. C. ROUILLE et de tout le service administratif du Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés : je leur en suis très reconnaissant.

SOMMAIRE

	Pages
INTRODUCTION ET PRESENTATION.	1
CHAPITRE I : INSTABILITE FAISCEAU-PLASMA.	13
1. DEFINITION - HYPOTHESES FONDAMENTALES.	13
1.1. Le faisceau.	13
1.2. Le plasma.	13
1.3. Limites de l'étude.	13
2. RAPPEL SUR L'INTERACTION FAISCEAU-PLASMA NON RELATIVISTE.	15
3. CHOIX D'UN MODELE RELATIVISTE.	19
3.1. Compétition entre dispersion angulaire et dispersion en énergie.	20
3.2. Choix de la fonction de distribution.	22
4. OBTENTION DE L'EQUATION DE DISPERSION - SIGNIFICATION PHYSIQUE.	23
5. CALCUL DE $\epsilon_f^{\rightarrow}(k, \omega)$.	28
6. RESOLUTION NUMERIQUE POUR $\psi=0$.	31
7. COMPARAISON AVEC LES RESULTATS ANALYTIQUES.	31
7.1. Limite faisceau froid.	36
7.2. Limite faisceau chaud.	38
7.3. Interprétation.	42

CHAPITRE II : QUELQUES ASPECTS DU CHAUFFAGE D'UNE
FEUILLE MINCE PAR INTERACTION
FAISCEAU-PLASMA. 49

- 1. IMPORTANCE DES COLLISIONS ELECTRONS-IONS. 50
- 2. GRADIENT DE DENSITE. 52
 - 2.1. Effets dûs à la température du faisceau. 55
 - 2.2. Température du plasma. 58
 - 2.3. Résultats exacts. 59

CHAPITRE III : AUTRES POSSIBILITES DE CHAUFFAGE
ANORMAL (NON COLLISIONNEL). 63

- 1. COURANT DE RETOUR. 63
 - 1.1. Qu'est-ce que le courant de retour. 63
 - 1.2. Etude quantitative. 65
- 2. CHAUFFAGE PAR EFFET JOULE. 69
- 3. RESISTIVITE ANORMALE. 73
- 4. INSTABILITE DE BUNEMAN EN MILIEU LIMITE. 79
 - 4.1. Recherche des modes propres. 80
 - 4.2. Calcul numérique des racines. 82
 - 4.3. Discussion. 83

CHAPITRE IV : AUGMENTATION DU CHAUFFAGE PAR LES
CHAMPS PROPRES. 91

- 1. CHAMP MAGNETIQUE PROPRE. 91
- 2. CHAMP ELECTROSTATIQUE. 95

CHAPITRE V : EXPERIENCES.	103
1. FONCTIONNEMENT GENERAL DE LA MACHINE.	103
2. MESURE DE TENSION ET DE COURANT.	106
3. MESURE DE MICROONDES.	109
4. INTERFEROMETRIE.	109
5. MESURE DE LA FOCALISATION PAR X DURS.	127
6. MESURE DU RAYONNEMENT X MOU.	127
7. DISCUSSION DES RESULTATS.	157
CONCLUSIONS,	163
APPENDICES,	
A. CALCUL DE $I(k, \omega, \theta)$.	165
B. CALCULS ANNEXES UTILISANT LA FONCTION EXPONENTIELLE INTEGRALE.	169
C. DEVELOPEMENT ASYMPTOTIQUE DE ϵ_f .	175
D. RESOLUTION DE L'EQUATION DE DISPERSION FAISCEAU FROID-PLASMA FROID.	177
E. RESOLUTION DANS LE CAS FAISCEAU CHAUD.	181
F. LISTING DU PROGRAMME DE CALCUL DES RACINES.	187
G. DEVIATION D'UN RAYON PAR UN GRADIENT D'INDICE RADIAL.	191

H. INVERSION D'ABEL PAR LA METHODE DE BOCKASTEN. 197

REFERENCES. 199

INTRODUCTION ET PRÉSENTATION



La technologie des hautes tensions pulsées pour la production de courants électroniques intenses s'est beaucoup développée depuis 20 ans. Les machines actuelles sont capables de délivrer des courants de l'ordre du MA à des tensions de l'ordre du MV pendant quelques dizaines de ns.

John GALE, en 1963, eut le premier l'idée d'utiliser les faisceaux de particules comme concurrents du laser, pour la fusion par confinement inertiel. On estime que la puissance nécessaire pour réaliser l'"allumage" d'une cible de D.T. est environ 100 Terawatts. On peut imaginer une - ou plusieurs - machines dont les paramètres seraient 10 à 100 MA pour une tension d'accélération comprise entre 1 et 10 MV.

Par rapport aux lasers, les faisceaux d'électrons ont plusieurs avantages :

- faible coût des accélérateurs,
- rendement élevé : 50 % au lieu de quelques pour cent au maximum.

Malheureusement, on se heurte à plusieurs problèmes très difficiles :

- obtenir un bon fonctionnement des diodes à basse impédance, sans court-circuit précoce et donc chute de la puissance électrique délivrée,
- fonctionnement en cadence répétitive, encore au stade préliminaire,
- focalisation peu reproductible : problème important, surtout si l'on utilise plusieurs faisceaux,
- difficultés pour transporter le faisceau,
- déposition de l'énergie de manière efficace dans la cible.

C'est ce dernier point qui sera plus particulièrement étudié ici, et c'est sans doute le point le plus critique pour l'avvenir des faisceaux d'électrons en tant que "driver" pour la fusion.

Pour que les électrons cèdent leur énergie efficacement, il faut qu'ils soient arrêtés dans une couche peu épaisse de la cible. En effet, pour l'obtention des hautes densités requises pour satisfaire le critère de Lawson - densité x temps de confinement $> 10^{14}$ cm⁻³.s, il importe de ne pas chauffer le cœur de la cible, ce qui rendrait la compression trop difficile (ceci est un point commun avec l'interaction laser-matière). Ensuite, l'onde de choc comprime adiabatiquement le cœur. La distance nécessaire aux électrons pour déposer leur énergie fixe la dimension minimale à la cible, et donc une quantité d'énergie à fournir pour obtenir l'allumage. Si l'on veut garder des dimensions "convenables" aux accélérateurs, il faut optimiser le dépôt d'énergie. La perte d'énergie des électrons du faisceau provient principalement des collisions avec les électrons de la cible. Si le dépôt est classique, c'est-à-dire dû uniquement aux collisions coulombiennes électrons-ions, la perte d'énergie peut être exprimée par la formule :

pour une cible de densité ρ (g/cm³)
 de température environ 1 keV
 de masse atomique A
 de numéro atomique Z

$$\frac{dE}{dx} \approx 2,5 \rho \frac{Z}{A} \text{ MeV/cm} \quad (1)$$

La pénétration d'un électron d'un MeV dans une cible deutérium-tritium est donc plusieurs centimètres si la cible est solide, ce qui est beaucoup trop. Pour une cible à Z élevé, on peut réduire notablement cette pénétration. Ceci conduit à imaginer des cibles constituées de plusieurs couches de matériaux à Z différents entourant le cœur thermonucléaire proprement dit. La (ou les) couches externes, à Z élevé, étant chargée d'absorber l'énergie le mieux possible.

Il reste cependant que ce mécanisme de ralentissement ne permet pas l'utilisation de tension accélératrice très grande puisque la distance d'arrêt est proportionnelle à l'énergie des électrons.

On admet généralement qu'on ne pourra pas dépasser des tensions de quelques MeV. Compte tenu de limitations technologiques et physiques, l'impédance minimale est d'environ 1 ohm. Chaque module devra donc fournir 1 Méga ampère. On voit apparaître immédiatement le problème majeur : pour réunir 100 Terawatts, il faudrait grouper 100 modules, avec les problèmes gigantesques associés (encombrement, synchronisation, focalisation, financement,...)

Ces raisons expliquent la nouvelle orientation des machines à F.E.R. qui sont utilisées en générateurs d'ions légers, afin de résoudre le problème du dépôt d'énergie.

Pour se convaincre de la complexité de la tâche, on peut se reporter à la figure 1.1., qui représente le générateur d'ions PBFA-1, de conception modulaire. Les premiers tirs ont été effectués en 1980. Les 36 faisceaux (ultérieurement 72 pour PBFA-2) devraient fournir une énergie totale de 1,2 Mégajoule en 40 nanosecondes, soit une puissance de 30 Terawatts. Le laboratoire de la Sandia espère s'approcher du "breakeven" avec PBFA-2 (3,5 Mégajoules, 100 Terawatts) dans un proche avenir.

Cependant, la question de la possibilité d'un dépôt d'énergie plus efficace pour les électrons reste ouverte.

L'interaction d'un faisceau d'électrons avec un plasma est sans doute un des problèmes qui a été le plus étudié en physique des plasmas. Une motivation importante est le chauffage d'un plasma thermonucléaire. Plusieurs possibilités sont offertes :

- On peut injecter le faisceau à une extrémité du plasma le long des lignes de champ magnétiques : c'est le concept de solénoïde (cf. Figure 1-4).

- On peut au contraire chercher à chauffer une petite cible remplie d'un mélange deutérium-tritium (cf. Figure 1-5).

De très nombreux chercheurs, depuis une dizaine d'années, ont tenté d'utiliser d'autres mécanismes que les collisions coulombiennes pour diminuer la distance d'arrêt des électrons du faisceau. Ce sont ces mécanismes qu'on désigne par mécanismes de dépôt anormal. Nous distinguerons deux sortes de mécanismes, suivant qu'ils font appel à des processus collectifs microscopiques ou macroscopiques.

1 - MICROSCOPIQUE, ou NON COLLISIONNELS.

Le faisceau excite une instabilité (c'est-à-dire un mode propre électromagnétique du diélectrique faisceau + plasma). On a donc d'abord conversion d'énergie cinétique électronique en énergie électromagnétique. Ensuite, par effets non linéaires, cette énergie se transforme en énergie thermique dans le plasma cible. Parmi les diverses instabilités possibles - la physique des plasmas offre de nombreuses possibilités d'effets collectifs - celle qui a été la plus étudiée est l'instabilité associée au mouvement relatif de deux faisceaux d'électrons, ici le faisceau proprement dit avec les e^- du plasma.

Dans cette catégorie entre également l'instabilité associée au courant de retour entre les électrons et les ions du plasma (instabilité de type Buneman-Pierce ou acoustique ionique suivant les cas).

2 - MACROSCOPIQUE.

Si le faisceau n'est pas neutralisé,

- soit électriquement : présence d'un champ ELECTRIQUE macroscopique,
 - soit en courant : présence d'un champ MAGNETIQUE macroscopique,
- les champs propres créés peuvent réduire la pénétration des électrons dans la cible ou augmenter leur perte d'énergie. Un aspect très intéressant est que l'effet sera d'autant plus grand que le courant sera important.

L'effet du champ magnétique propre a été mis en évidence.

On a pu réduire la distance de pénétration d'un facteur voisin de 5 (2).

Le champ électrique propre peut conduire à la formation d'une cathode virtuelle dans le cas où la cible est une feuille mince, et donc à un phénomène de réflexion des électrons.

Les champs propres améliorent le dépôt simplement en modifiant les trajectoires des électrons du faisceau, et donc en augmentant le nombre de collisions dans une région donnée (voir figure 1-2 et 1-3).

La deuxième catégorie a retenu surtout l'attention. L'équipe de Yonas (1) a ainsi obtenu une diminution d'un facteur 2 de la distance d'absorption ; l'équipe de Rudakov jusqu'à un facteur 5 (1)

La première catégorie a été étudiée depuis 1974 par l'équipe japonaise de S. NAKAI (3).

Si aux Etats-Unis, on semble s'orienter vers l'utilisation de faisceaux d'ions légers plutôt que de faisceaux d'électrons, justement à cause de ce problème de dépôt, l'U.R.S.S. poursuit ses efforts sur la filière à électrons.

Les difficultés viennent du fait que les expériences ont rarement été décisives. Dans la plupart des cas, les paramètres étaient tels qu'une distinction claire est difficile entre divers phénomènes physiques possibles, notamment à cause de diagnostics difficiles à interpréter (4). D'autre part, une théorie générale semble très difficile, à cause du grand nombre de paramètres mal connus :

- champ magnétique macroscopique,
- résistivité "anormale",
- dispersion angulaire du faisceau,
- spécificité des machines (préimpulsion, géométrie, etc...).

Dans le groupe F.E.R. du Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés, mon activité a porté sur l'étude des possibilités d'augmentation du dépôt d'énergie par électrons dans des cibles minces.

La partie théorique de ma thèse porte sur l'instabilité faisceau d'électrons relativiste-plasma et dans une deuxième partie, sur l'instabilité de Buneman-Pierce en milieu limité.

Dans la partie expérimentale, j'ai cherché à répondre à plusieurs questions :

- quelle est l'évolution du matériau anodique spatialement, temporellement, en température et en densité.
- comment le faisceau interagit-il avec la cible et plus particulièrement comment se font la focalisation et le dépôt d'énergie.

Les résultats obtenus sont à comparer avec ceux de l'équipe de S. NAKAI (3). En effet, au moins certains aspects de leur expérience sont voisins des nôtres. Ce sont d'ailleurs les résultats de cette équipe - obtention d'un plasma très chaud, de l'ordre du keV - qui ont motivé cette étude.

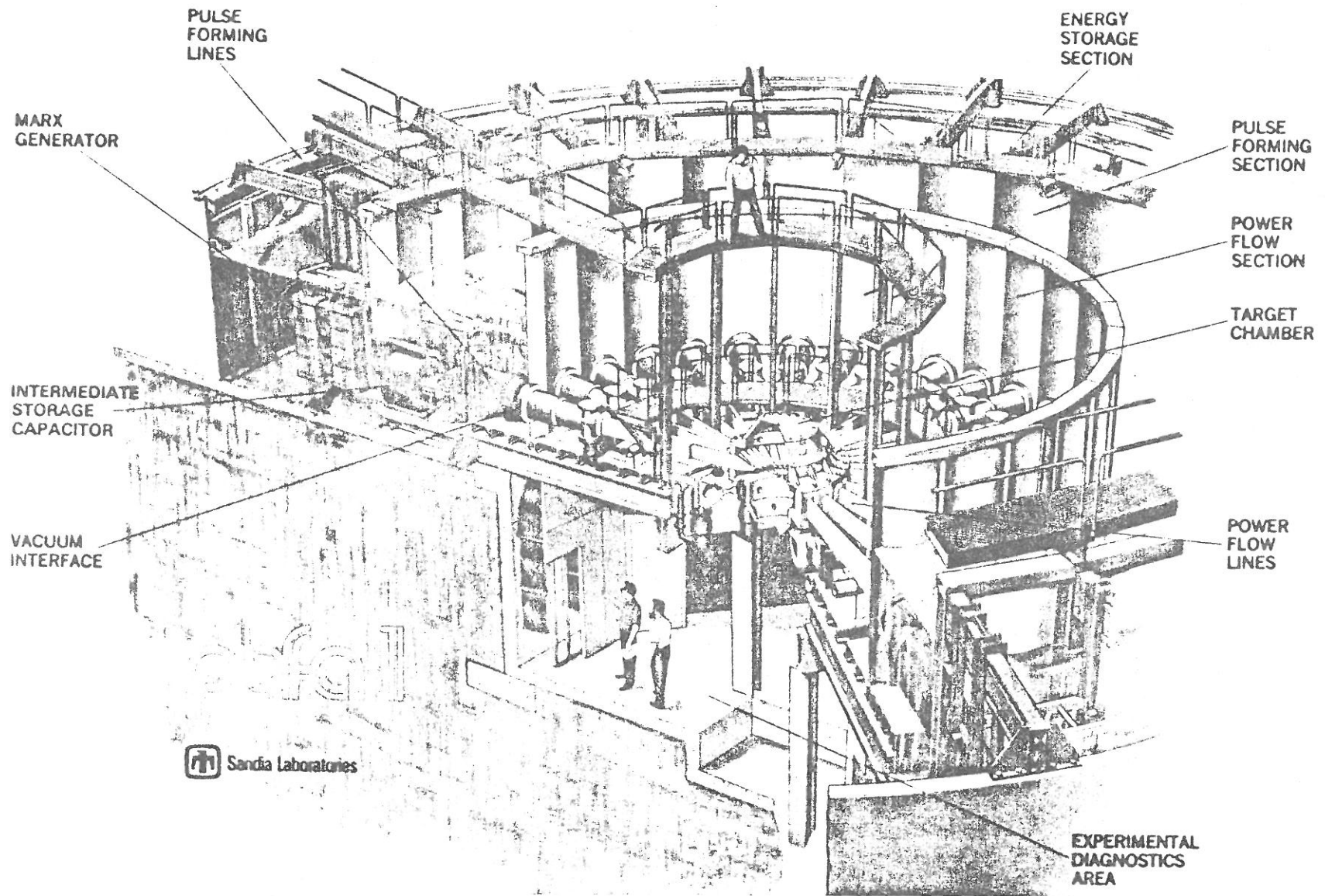


Figure 4-1

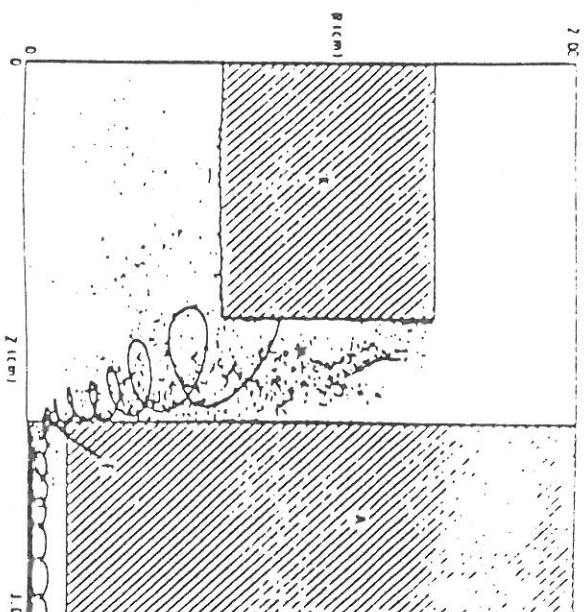


Fig. 1-2

(D'après la référence 2)

On a représenté une trajectoire typique d'un électron en trait plein. Les points simulent la densité électronique.

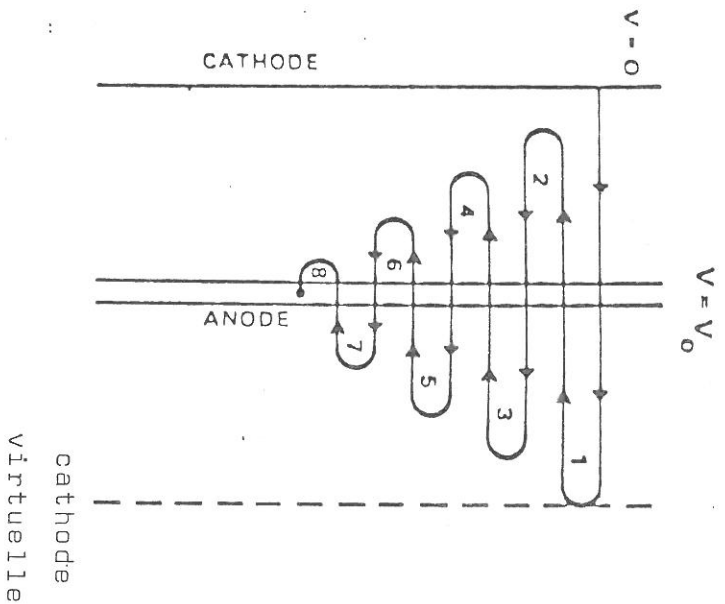


Fig. 1-3

(D'après PRON0, J. Appl. Phys. 26, 3310(1975))

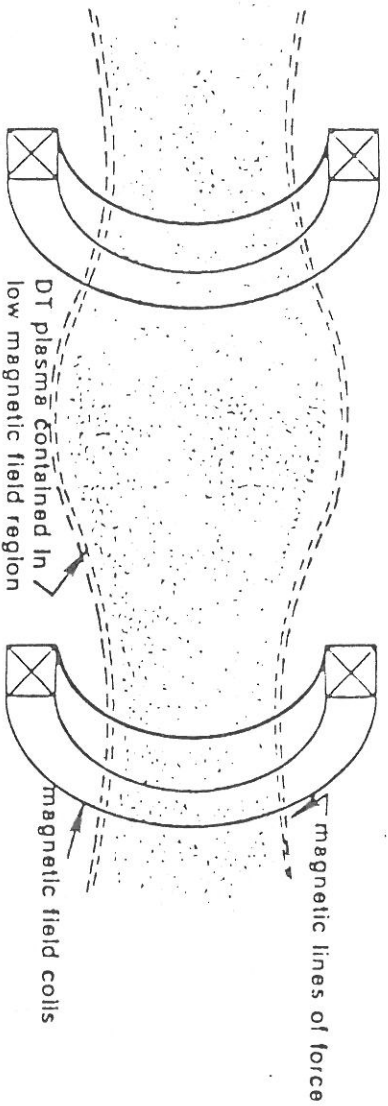


Fig. 1-4

Illustration du concept de solénoïde

On peut imaginer un plasma confiné magnétiquement de 10 m^3 , soit 10^{21} particules si la densité est 10^{14} cm^{-3}

Si on parvient à déposer effectivement un MJ, la température résultante est 6 Kev, soit une température suffisante pour la fusion. Malheureusement, la distance d'arrêt classique est de l'ordre du Km pour un tel plasma.

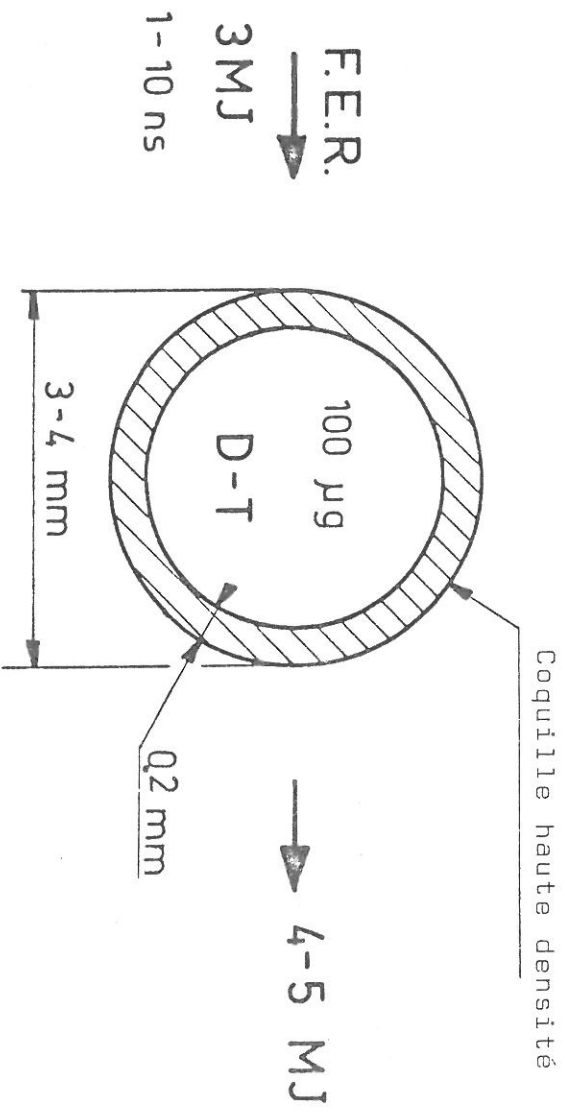


Fig. 1-5

Les chiffres utilisés sont ceux de la référence (3).

On suppose que le faisceau dépose 3 MJ dans la coquille par collisions classiques. Le calcul montre qu'on obtient un gain d'environ 5 avec une cible de 3 mm de diamètre et une puissance absorbée de 10^{14} Watts.

Un dépôt classique, pour des électrons de quelques Mev entraîne alors un courant de l'ordre de 1 GA, soit une puissance fournie de 10^{16} Watts, au delà des possibilités de la technologie actuelle; la nécessité d'une très grande puissance est due au fait que seule une petite partie de l'énergie est absorbée dans la cible.

- CHAPITRE I -

INSTABILITE FAISCEAU-PLASMA

1 - DEFINITION - HYPOTHESES FONDAMENTALES1.1. - Le faisceau

Il est caractérisé par une densité n_f , une vitesse V_0 .

$$\text{On introduit : } \beta_0 = \frac{V_0}{c}, \quad \gamma_0 = \left(1 - \frac{V_0^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

Un faisceau sera dit froid si tous les électrons sont animés de la vitesse V_0 , sans dispersion, chaud dans le cas contraire.

1.2 - Le plasma

On notera n_p la densité du plasma, qui sera supposé froid. La température du plasma n'a, en fait, que très peu d'influence sur le développement de l'instabilité faisceau-plasma.

$$\text{On introduit : } \alpha = \frac{n_f}{n_p}$$

α est en général très inférieur à 1.

Donnons tout de suite quelques ordres de grandeurs.

$$\gamma_0 \approx 2, \quad \alpha < 10^{-1}, \quad n_f \approx 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

1.3 - Limites de l'étude

a) Nous nous limiterons aux modes électrostatiques, c'est-à-dire aux modes tels que \vec{E} est parallèle à \vec{k} .

BLUDMAN et al (4) ont montré que les modes électromagnétiques sont stables en l'absence de champs extérieurs. L'approximation

électrostatique se justifie donc en l'absence de champ externe et nous permet de réduire le système des équations de Maxwell à l'équation de Poisson.

b) Nous voulons obtenir le taux de croissance linéaire de l'instabilité faisceau-plasma pour des modes se propageant avec un angle arbitraire avec la direction de propagation du faisceau.

c) Dans un premier temps, nous négligerons toutes les collisions coulombiennes, ce qui nous permettra d'utiliser l'équation de Vlasov pour décrire l'évolution des fonctions de distribution.

d) A cause de la grande masse des ions par rapport à la masse des électrons, l'interaction diffère en fait très peu de l'interaction qu'on aurait entre deux faisceaux d'électrons seuls. Les ions servent seulement à neutraliser la charge d'espace. C'est pourquoi on parle souvent, dans la littérature, de chauffage par instabilité 2-faisceaux (two stream instability) au lieu de - en toute rigueur - instabilité faisceau d'électrons-plasma. Tout ceci n'est valable que pour les modes hautes fréquences (ici $\omega \approx \omega_{pe}$) par rapport à la fréquence ionique. Nous nous placerons suffisamment loin derrière le front du faisceau pour avoir neutralisation électrique.

e) Nous négligeons tout champ magnétique macroscopique. Or, si l'on suppose que les électrons sont confinés dans un cylindre de rayon r , le champ azimuthal maximum peut être énorme.

$$\begin{aligned} \text{Pour } I &= 100 \text{ kA, } r = 1 \text{ cm : } B = 2 \text{ Teslas} \\ r &= 1 \text{ mm : } B = 20 \text{ Teslas.} \end{aligned}$$

Une hypothèse optimiste consiste à écrire que ce champ propre aura peu d'effets si la fréquence plasma ω_p est très supérieure à la fréquence gyromagnétique $\omega_c = \frac{eB}{m}$.

$$\text{On obtient : } \omega_p \gg \omega_c \Leftrightarrow \sqrt{n_p \text{ (cm}^{-3}\text{)}} \gg \frac{I \text{ (A)}}{r \text{ (m)}}$$

Pour 100 kA et 1 mm, il faut donc $n_p \gg 10^{16}$.

Donc, si l'on s'intéresse à un plasma suffisamment dense, ou si le courant total (faisceau + courant de retour) dans le plasma est nul, le champ magnétique qui pouvait sembler énorme peut être négligé.

Enfin, et surtout, nous n'aborderons pas l'étude non linéaire du problème. Quoiqu'il en soit, une connaissance précise de la théorie linéaire est nécessaire pour évaluer l'importance des collisions et comme étape dans la résolution du problème non linéaire, par exemple dans une simulation numérique.

2 - RAPPEL SUR L'INTERACTION FAISCEAU-PLASMA NON RELATIVISTE (5)

(à une dimension, non relativiste)

C'est un des seuls cas où la saturation de l'instabilité par le biais des non-linéarités inhérentes au plasma est bien connue. Suivant la valeur d'un paramètre S, dit paramètre de O'Neil-Malmberg, on a deux situations physiquement très différentes, et ceci dès l'étape linéaire.

$$S = \frac{\Delta v}{V_0} \left(\frac{n_p}{n_f} \right)^{1/3} \quad (I.1)$$

La signification de Δv est donnée sur la figure 1-6.

Cas hydrodynamique : $S \ll 1$, faisceau froid et fort.

Les modes instables sont des modes faisceaux ($\omega \approx kV_0$) perturbés par le plasma (voir figure 1-7a).

Le taux de croissance temporelle, maximisée par rapport au vecteur d'onde k est toujours très fort :

$$\delta_h = \text{Im} \omega = \delta_{\text{hydro}} = \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \left(\frac{n_f}{n_p} \right)^{1/3} \omega_p \quad (I.2)$$

La figure 1-7b donne la variation de $\text{Im}(\omega)$ avec k .

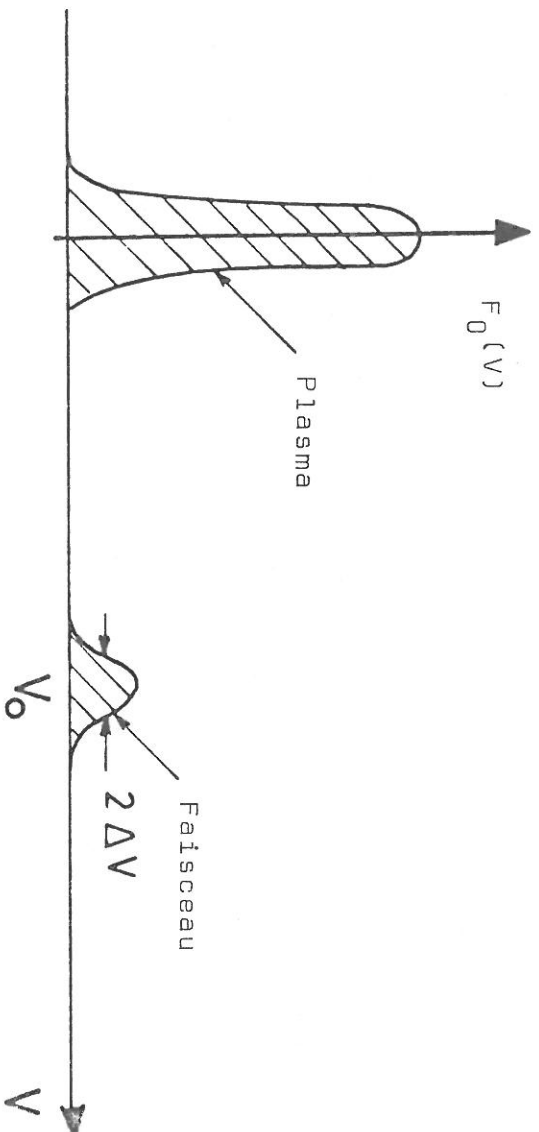


Fig. 1-6

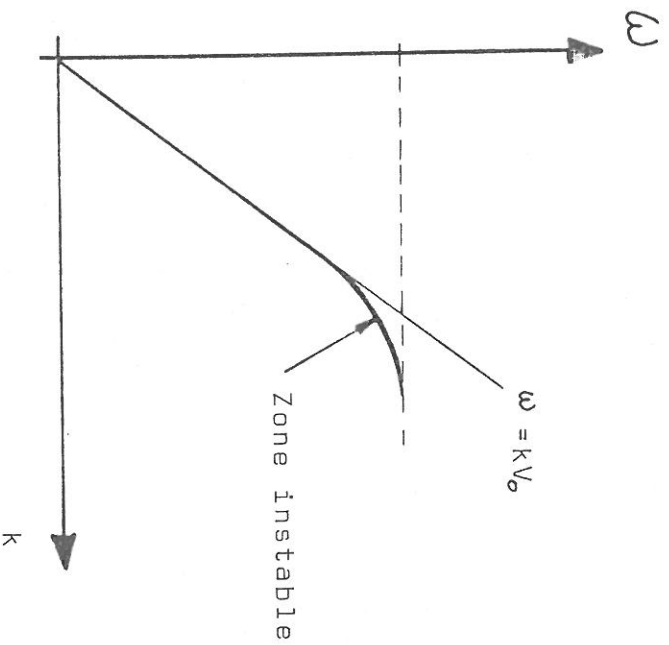


Fig. 1-7-a

Interaction hydrodynamique:
Les modes instables sont des
modes faisceaux perturbés.

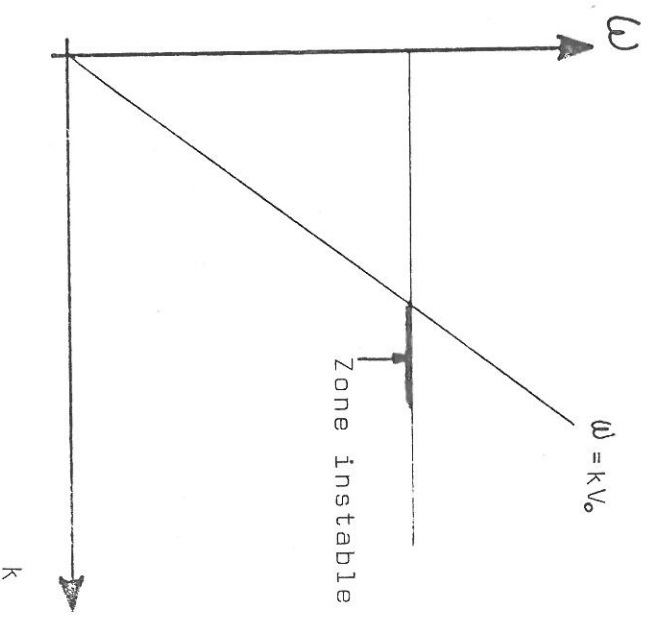


Fig. 1-7-c

Interaction cinétique:
Les modes instables sont
des modes plasmas perturbés.

Même pour une densité de faisceau très faible, par exemple $n_f = 10^{-3} n_p$, le taux de croissance est de l'ordre de 0,1 ω_p . L'instabilité est donc particulièrement violente.

Les collisions électron-ion bloquent l'instabilité si

$$\frac{v_c}{\omega_p} > \left(\frac{n_f}{n_p} \right)^{1/3}, \quad \text{avec } v_c : \text{ fréquence de collision électron-ion.}$$

Même pour un faible rapport $\frac{n_f}{n_p}$, l'approximation non collisionnelle est généralement correcte, lorsqu'on s'intéresse à la croissance temporelle.

Cas cinétique $S \gg 1$ (faisceau chaud)

Cette fois, les modes instables sont des modes plasmas perturbés par le faisceau, ayant leur vitesse de phase dans la zone de pente positive de la fonction de distribution (cf. figure 1-7c). Le taux de croissance est donné par la formule de Landau, c'est-à-dire par la dérivée de la fonction de distribution.

$$\text{On obtient : } \delta_{\text{cinétique}} \sim \omega_p \frac{n_f}{n_p} \left(\frac{V_0}{\Delta v} \right)^2 \quad (\text{I.3})$$

On peut noter que :

$$\frac{\delta_c}{\omega_p} = \frac{\Delta v}{V_0} S^{-3}, \quad \text{donc } \ll 1$$

On a aussi :

$$\delta_c = S^{-2} \delta_h, \quad \text{donc } \delta_c \ll \delta_h$$

L'instabilité est donc beaucoup plus faible que pour un faisceau froid. Ceci provient de ce que seule une petite partie des électrons du faisceau interagit avec l'onde - ceux dont la vitesse est très proche de la vitesse de phase -. La variation de $\text{Im}(\omega)$ avec k est donnée par la figure 1-7d.

Les collisions bloquent également l'instabilité si :

$$\frac{v_c}{\omega_p} > \frac{n_f}{n_p} \frac{V_0^2}{\Delta v^2}, \quad \text{condition beaucoup plus fréquente que dans}$$

le cas hydrodynamique.

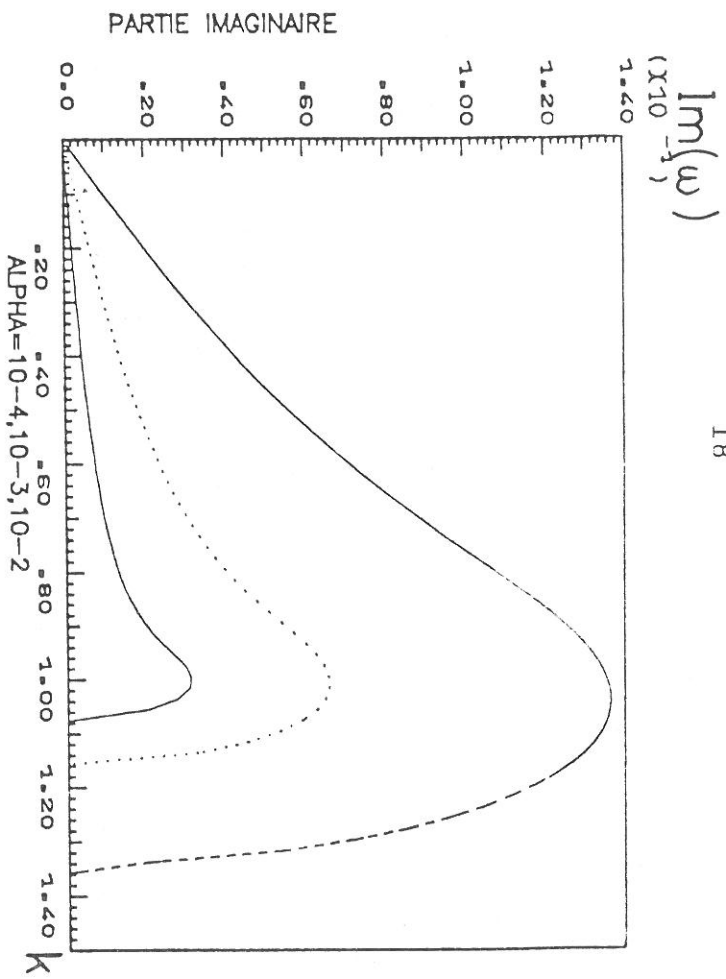


Figure 1-7-b

Dépendance de la partie imaginaire en fonction de k pour l'interaction faisceau froid-plasma

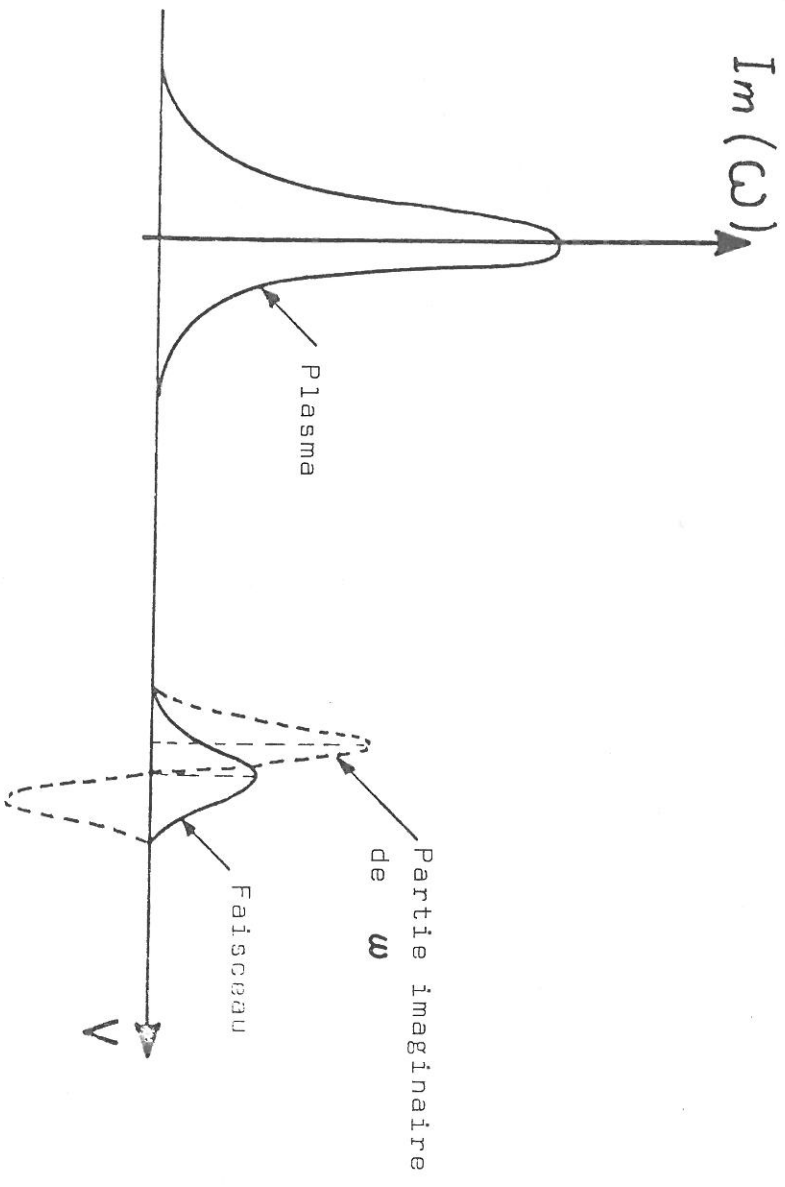


Fig.1-7-d

On a représenté $Im(w)$ en fonction de V dans le cas cinétique.

$$\left(V = \frac{\omega c}{k} \right)$$

La valeur précise de S pour laquelle se fait la transition dépend légèrement de la forme exacte de la fonction de distribution du faisceau.

Pour un faisceau maxwellien, on montre que cette valeur est 1,17 (5).

L'intérêt du paramètre S est rendu évident si l'on compare les formules I.2 et I.3, donc dès le stade linéaire. D'une part, le paramètre $\alpha = \frac{n_f}{n_p}$ y intervient de façon très différente. D'autre part, à n_f fixé, δ_{hydro} croît comme $n_p^{1/6}$, alors que $\delta_{\text{cinétique}}$ décroît comme $n_p^{-1/2}$.

Le paramètre S régit également la saturation de l'instabilité, ce qui, en définitive, est le plus intéressant si l'on s'intéresse au chauffage.

Dans le cas hydrodynamique, la saturation se fait par piégeage : l'onde et les particules échangent de l'énergie périodiquement (cf. figure 1-8). Quand la vitesse des particules dans le référentiel de l'onde est maximale, l'onde a sa plus faible amplitude et vice-versa.

Au contraire, pour un faisceau chaud, une particule de vitesse $\frac{\omega}{k}$ voit changer un grand nombre de fois le champ électrique qui lui est appliqué pendant le développement de l'instabilité. On a une diffusion stochastique des vitesses.

Ces résultats sont appuyés par de nombreuses simulations numériques (14).

3. RETOUR AU FAISCEAU RELATIVISTE - CHOIX D'UN MODELE

La résolution de l'équation de dispersion est souvent lourde, et l'extraction du paramètre S "relativiste" est difficile.

D'autre part, la dynamique relativiste complique notablement les calculs : par exemple, la relation entre fréquence de piégeage et amplitude de l'onde dans le cas hydrodynamique.

Il faut modéliser la "température" du faisceau, c'est-à-dire la dispersion en énergie et en vitesse. Plusieurs possibilités sont offertes dans lesquelles il faut pouvoir évaluer l'influence des diverses formes de fonction de distribution.

En particulier, pour un système hors d'équilibre tel qu'un faisceau relativiste produit dans une diode à basse impédance, on ne peut utiliser la fonction de distribution qui serait thermodynamiquement consistante.

Le paramètre physique important - à la fois pour les théories linéaires et non linéaires - est la composante de la vitesse parallèle au vecteur d'onde. On peut le voir facilement dans les transformations de Hilbert, qui interviennent dans l'équation de dispersion, du type

$$\int \frac{\vec{k} \cdot \vec{V}_D \vec{f}_0}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}}$$

Il faut donc trouver une fonction de distribution suffisamment simple pour que les calculs ne soient pas inextricables, et qui reproduisent correctement la répartition en vitesse. La figure 1-2 montre que les faisceaux intenses produits par des machines à électrons ne sont pas froids.

3.1. - Compétition entre dispersion angulaire et dispersion en énergie

Soit δE la dispersion en énergie, $\overline{\theta}$ la dispersion angulaire associée à une fonction de distribution f_0 . Pour $\overline{\theta}$ faible, on peut écrire la dispersion en vitesse parallèle sous la forme :

$$\delta \left(\frac{V_{\parallel}}{c} \right) \approx \frac{\overline{\theta}^2}{2} + \frac{1}{\gamma_0^2} \frac{\delta E}{E} \quad (I.4)$$

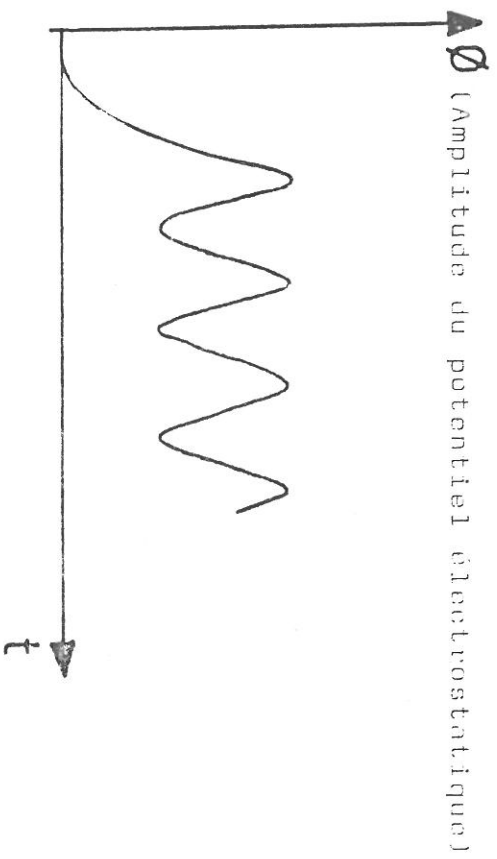


Fig. 1-8

Saturation de l'instabilité par piégeage des particules dans les creux de potentiel.

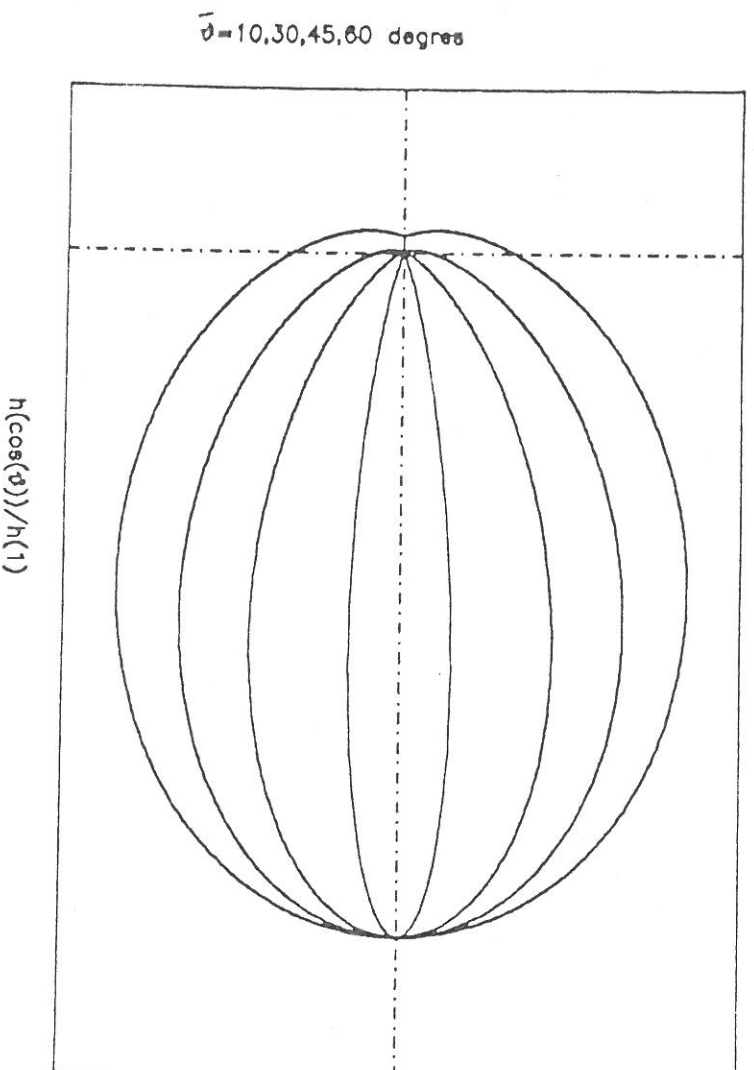


Fig. 1-9

On a tracé en coordonnées polaires pour différents angles de dispersion θ moyen l'allure de la fonction de distribution dans l'espace des \vec{p} .

Donc si : $\bar{\theta} > \frac{\sqrt{2}}{\gamma} \left(\frac{\delta E}{E} \right)^{1/2}$, la dispersion en vitesse parallèle est essentiellement déterminée par la dispersion angulaire.

Cette condition est très fréquemment réalisée :

- pour $\gamma > \frac{\sqrt{2}}{\bar{\theta}}$, quelle que soit δE . (faisceau ultrarelativiste par exemple)

Pour $\gamma = 2$, ceci est obtenu dès que $\bar{\theta} > 45^\circ$

- Le faisceau est souvent passé à travers une anode métallique avant d'interagir avec le plasma. La feuille anodique est en général une feuille mince (25 - 50 μ) d'un matériau à Z élevé (Or). Les électrons subissent des déflexions, pratiquement sans perdre leur énergie.

- D. MOSHER (7) a montré qu'un faisceau d'électrons relativistes interagissant avec un plasma à Z élevé - par exemple une coquille d'or entourant le cœur thermonucléaire - subit une dispersion angulaire avant la dispersion énergétique. Par exemple, un faisceau de 1 MeV chauffant un plasma de 1 KeV perdra 90 % de son énergie avant que l'approximation monoénergétique ne soit plus valable.

- Enfin, bien que la tension entre cathode et anode varie pendant la durée du faisceau, localement nous supposons que tous les électrons ont la même énergie.

L'hypothèse d'un faisceau monoénergétique est donc légitime dans de nombreux cas. Nous l'adopterons pour la suite de l'étude.

3.2 - Choix de la fonction de distribution f.

Nous choisissons des coordonnées sphériques dans l'espace des \vec{p} , approprié à une formulation relativiste du problème.

L'axe du faisceau correspond à $\theta = 0$.

$$\vec{p} = (p, \theta, \varphi).$$

Nous supposons la symétrie azimuthale réalisée

$$f_0(\vec{p}, \theta, \varphi) = \frac{\delta(p - p_0)}{2\pi \gamma_0^2} h(\cos\theta) \quad (I.5)$$

Les intégrations sur p et φ seront triviales.

f_0 est normalisée à 1 : $\int h(\cos\theta) \sin\theta d\theta = 1$

Pour $h(\cos\theta)$, je choisis le plus simple s'est avéré être : (8)

$$h(\cos\theta) = \frac{a}{2s\hbar a} \exp(a \cos\theta) \quad (\text{figure 1-9}) \quad (I.6)$$

a étant un paramètre sans dimension, lié à la dispersion angulaire.

Pour $\frac{\theta^2}{12} \ll 1$, $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

et h est approximativement gaussienne : $h \approx \exp\left(-\frac{\theta^2}{2/a}\right)$

$\bar{\theta} = \sqrt{\frac{2}{a}}$ est la dispersion angulaire caractéristique

si $\frac{\bar{\theta}^2}{12} \ll 1 \Leftrightarrow a \gg \frac{1}{6}$: Ce sera toujours le cas dans les conditions envisagées.

On peut calculer la valeur moyenne de la vitesse sur l'axe $\theta = 0$

$$v_{//} = v_0 \left(\coth a - \frac{1}{a} \right)$$

On a également :

$$\frac{1}{\sin^2\theta} = \frac{2 \left(\coth a - \frac{1}{a} \right)}{a}$$

4 - OBTENTION DE L'EQUATION DE DISPERSION - SIGNIFICATION PHYSIQUE

Pour l'espèce α , de charge q_α , l'équation de Vlasov s'écrit :

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_r f_\alpha + q_\alpha \vec{E} \cdot \nabla_p f_\alpha = 0$$

L'équation de Poisson couple les densités de charges au champ électrique électrostatique.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_\alpha \int f_\alpha d^3p$$

On linéarise ensuite autour de l'état d'équilibre.

$$f_\alpha = f_{\alpha 0} + f_{\alpha 1}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1$$

Le plasma est globalement neutre : $\sum q_\alpha \int f_{\alpha 0} d^3p = 0$

Il vient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\alpha 1}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}_r f_{\alpha 1} + q_\alpha \vec{E}_1 \cdot \vec{\nabla}_p f_{\alpha 0} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E}_1 &= \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_\alpha n_\alpha \int f_{\alpha 1} d^3p \end{aligned} \quad (I.7)$$

Pour poursuivre, il faut effectuer une transformation de Fourier dans l'espace, associée à une transformation de Laplace sur la variable temps.

Pour pouvoir effectuer la transformée de Laplace, nous supposons que :

$$|v_z, v_t, \exists v \text{ tel que } |f_{\alpha 1}(z, t)| < M e^{\nu t}$$

(La perturbation ne croît pas plus vite que toute exponentielle)

Par définition, $\tilde{A}(\vec{k}, \omega)$ est la transf. Fourier Laplace de $A(z, t)$

$$\text{si : } \tilde{A}(\vec{k}, \omega) = \int d^3r \int_0^\infty dt \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] A(\vec{z}, t)$$

On note $g_\alpha = g_\alpha(k)$: transformée de Fourier de $f_\alpha(p, z, t = 0)$

Le système (I-7) devient, pour $\text{Im} \omega > \nu$:

$$\begin{cases} i(\omega - \vec{k} \cdot \vec{V}) f_{\alpha 1} = q_\alpha \vec{E}_1 \cdot \vec{\nabla}_r f_{\alpha 0} - g_\alpha \\ i\vec{k} \cdot \vec{E}_1 = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_\alpha n_\alpha \int_{-\infty}^\infty f_{\alpha 1}(p, \omega, \vec{k}) d^3p \end{cases}$$

En utilisant le fait que \vec{k} et \vec{E} sont parallèles, il vient :

$$E_1(\vec{k}, \omega) = \frac{1}{\epsilon_0 k} \frac{\sum q_\alpha n_\alpha \int \frac{\vec{\epsilon}_\alpha(\vec{k}, \vec{p}) d^3 p}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}}}{1 + \frac{\sum q_\alpha^2 n_\alpha}{\epsilon_0 k^2} \int \frac{\vec{k} \cdot \vec{\nabla}_r f_\alpha d^3 p}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}}} \quad (\text{I.8})$$

Le problème est donc formellement résolu : connaissant la perturbation initiale à $t = 0$, on peut, en invariant la formule (I.8), calculer le champ électrique dans tout l'espace pour $t > 0$.

En fait, la forme temporelle précise de $E_1(z, t)$ n'est pas nécessaire. Nous sommes intéressé par le comportement *asymptotique* de $E(z, t)$. On a :

$$E_1(\vec{k}, t) = \int_{\Gamma} E_1(\vec{k}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (\text{I.9})$$

Le contour Γ étant *au-dessus* de toutes les singularités de $E_1(\vec{k}, \omega)$. Cette condition assure le respect de la causalité, c'est-à-dire $E_1(\vec{k}, t) = 0$ pour $t < 0$, puisque $E_1(\vec{k}, \omega)$ est analytique *au-dessus* de Γ (cf. figure 1-10). Nous allons, *par commodité*, prolonger analytiquement $E_1(\vec{k}, \omega)$, *au-dessous* de Γ

Supposons d'abord que les seules singularités de $E_1(\omega)$ soient les zéros du dénominateur, c'est-à-dire des pôles isolés. Les 2 contours Γ et Γ' sont équivalents, car il n'y a pas de singularités *entre* eux. Or :

- la contribution des parties horizontales tend vers 0 si t tend vers l'infini, à condition que $\sigma < 0$ (figure 1-10).
- les contributions verticales s'annulent 2 à 2.

Le comportement asymptotique est donc déterminé par le pôle qui a la partie imaginaire la plus grande.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(\vec{k}, t) \sim \exp(-i\omega_m t) (\omega - \omega_m) C(\omega_m, \vec{k})$$

(si ω_m est un pôle simple)

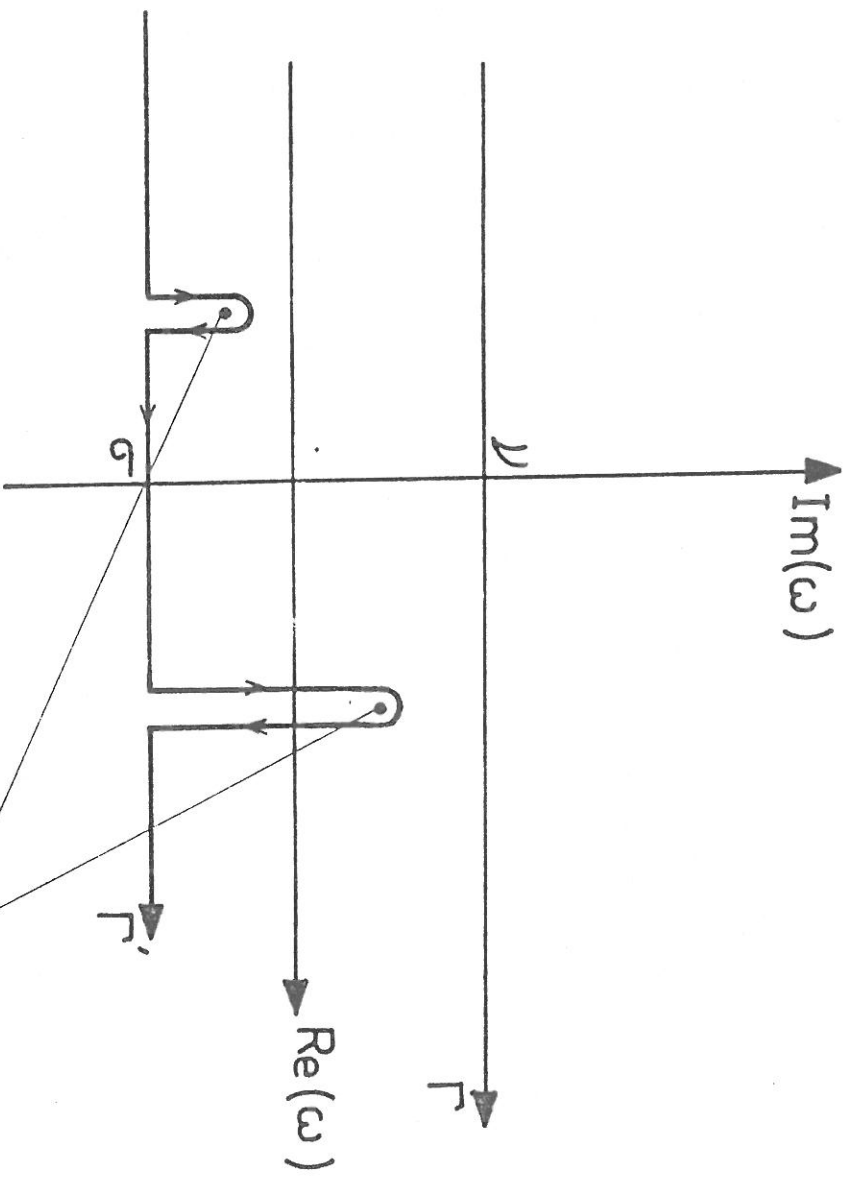


Fig. 1-10 zeros de $D(k, \omega)$

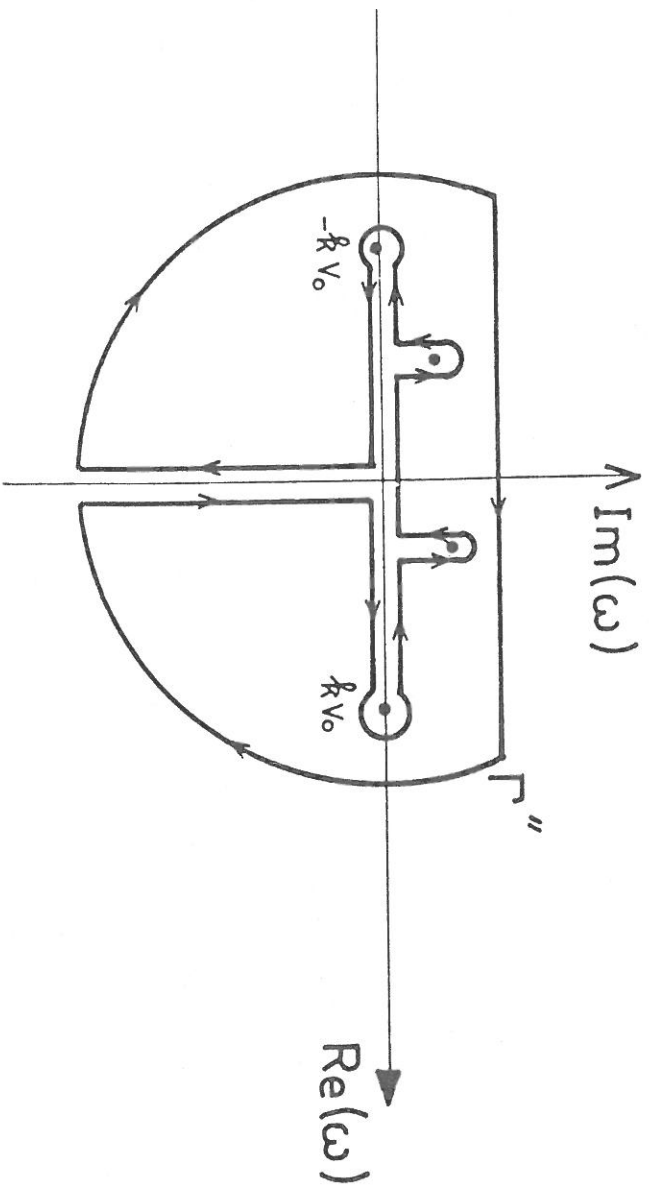


Fig. 1-11

Là réside la justification du prolongement analytique : le problème du comportement asymptotique est ramené à une recherche des zéros du dénominateur, $D(\omega, k)$. C'est ce qu'on appelle résoudre l'équation de dispersion $D(\omega, k) = 1 - \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha}(\vec{k}, \omega)$

$$\text{avec } \epsilon_{\alpha}(\vec{k}, \omega) = \frac{n_{\alpha} q_{\alpha}^2}{k^2} \int \frac{\vec{k} \cdot \vec{\nabla} f_{\alpha 0}}{k v - \omega} d^3 \vec{p} \quad (\text{I.9})$$

Revenons sur le prolongement analytique, une fonction obtenue par prolongement analytique d'une fonction définie sur une partie du plan complexe peut être *une* représentation analytique d'une fonction multiforme.

On a des intégrales au sens de Cauchy du type :

$$F\left(\frac{\omega}{k}\right) = \int_{-c}^c \frac{h(v) dv}{v - \frac{\omega}{k}}$$

Par suite de l'extension finie (entre $-c$ et $+c$) de la ligne d'intégration, en plus des pôles, une autre singularité apparaît : une ligne de branchement dans le plan complexe ω . Il y a une infinité de prolongement analytique possible pour $\epsilon(\omega, k)$, chacune correspondant à une ligne de branchement particulière. (La ligne de branchement n'est pas forcément la ligne de discontinuité). Le nombre de solutions de l'équation de dispersion peut varier suivant la ligne de branchement choisi. En toute rigueur, pour étudier l'évolution des perturbations de façon correcte, il est nécessaire de calculer les intégrales le long des lignes de branchements en plus des résidus correspondants aux points où $D(\omega, k) = 0$. (9). Il pourrait par exemple exister une situation où l'intégrale le long de la coupure annulerait le résidu dû au pôle le plus instable. De toute façon, quel que soit la méthode choisie pour tracer la coupure, quel que soit le feuillet choisi sur la surface de Riemann, il est facile de se convaincre en revenant à (I.8) que le résultat doit être le même.

Un choix possible pour la coupure et pour Γ'' est représenté sur la figure 1-11.

Nous supposons que le comportement est effectivement déterminé par le pôle simple le plus instable, suivant en cela les références (10) et (11)

5 - CALCUL DE $\vec{\epsilon}_f(k, \omega)$

I-9 s'écrit, après intégration par partie :

$$\vec{\epsilon}_f(k, \omega) = \frac{m \omega_f^2}{k^2} \int f_0(\vec{p}) d^3 p \sum_{i=1}^3 \frac{K_i}{(K_i V_i - \omega)^2} \frac{(K_i V_i)}{\partial p_i}$$

d'où :

$$\vec{\epsilon}_f(k, \omega) = \frac{m \omega_f^2 c}{k^2} \int \frac{f_0(\vec{p})}{[\omega - c \vec{k} \cdot \vec{p} / (p^2 + m^2 c^2)^{1/2}]^2}$$

$$\left[\frac{k^2}{(p^2 + m^2 c^2)^{1/2}} - \frac{(\vec{k} \cdot \vec{p})^2}{(p^2 + m^2 c^2)^{3/2}} \right] d^3 p$$

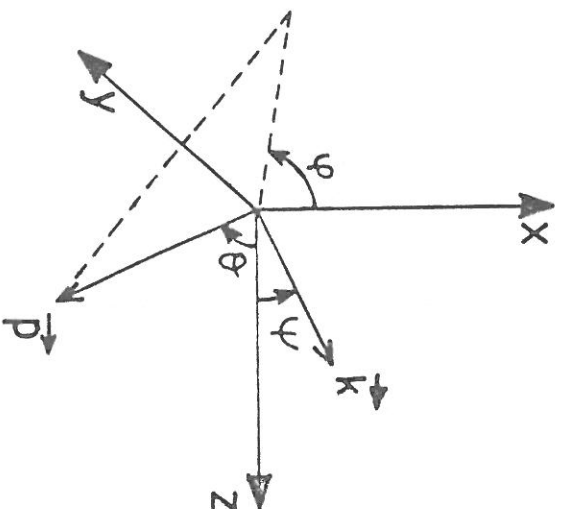


Fig. 1-11-bis

$$d^3\vec{p} = p^2 dp d\theta \sin\theta d\varphi$$

$$\vec{k} \cdot \vec{p} = k \cdot p (\sin\theta \sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \cos\theta)$$

Il vient,

$$\epsilon_f(\vec{k}, \omega) = \frac{\omega_f^2}{\gamma_0} \int_0^\pi h(\cos\theta) I(\vec{k}, \omega, \theta) \sin\theta d\theta$$

avec

$$I(\vec{k}, \omega, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi \frac{1 - V_0^2 (\cos\theta \cos\theta + \sin\psi \sin\theta \cos\varphi)^2 / c^2}{[\omega - kv_0 (\cos\psi \cos\theta + \sin\psi \sin\theta \cos\varphi)]^2} d\varphi$$

La suite du calcul est détaillée dans l'appendice A.

Utilisant l'équation (A-2), on obtient finalement :

$$\epsilon_f(\vec{k}, \omega) = \frac{\omega_f^2}{\gamma_0 k^2 c^2} + \frac{\omega_f^2}{\gamma_0 k^2 c^2} \dots \times$$

$$\dots \int_{-1}^1 h(x) dx \frac{(\omega - kv_0 \cos\psi) (\omega^2 - 2 kv_0 \cos\psi + k^2 c^2) - 2k^2 v_0^2 \omega (1-x^2) \sin^2\psi}{[(\omega - kv_0 \cos\psi)^2 - k^2 v_0^2 (1-x^2) \sin^2\psi]^{3/2}} \quad (\text{I.10})$$

pour $\psi = 0$, l'équation I-10 se ramène à :

$$\epsilon_f(k, \omega) = \frac{\omega_f^2}{\gamma_0} \int_{-1}^1 \frac{1 - \frac{x^2 v_0^2}{c^2}}{(\omega - kv_0 x)^2} h(x) dx$$

Après intégration par partie et posant

$$z = \frac{\omega}{\omega_p}, \quad b = \frac{kv_0}{\omega_p}$$

$$\epsilon_f(z) = \frac{\alpha a}{\gamma_0^3 b} \frac{b \coth a + z}{z^2 - b^2} + \frac{1}{2\gamma_0 b} \operatorname{sha} \int_{-1}^1 \frac{(a - 2b^2 x - ab^2 x^2) e^{ax}}{bx - z} dx \quad (\text{I.11})$$

On évalue l'intégrale en utilisant la fonction exponentielle intégrale $E_1(z)$ définie par :

$$E_1(z) = \int_z^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt, \quad \text{avec } (\operatorname{Arg} z) < \pi \quad (11)$$

Les calculs sont développés dans l'appendice B.

On a finalement :

$$e_f(z) = \frac{\alpha a}{\gamma_0^3} \frac{\coth a + z/b}{z^2 b^2} + \frac{\alpha a}{2\gamma_0 \operatorname{sh} a b^2} H(z/b) \quad (\text{I.12})$$

H étant défini par ($\lambda = z/b$)

$$H(\lambda) = -\beta_0^2 \left(\frac{2 \operatorname{sh} a}{a} + 2 \operatorname{ch} a + 2\lambda \operatorname{sh} a \right) + \left(a - 2\beta_0^2 - a\beta_0^2 \lambda^2 \right) \cdot G(\lambda)$$

$$G(\lambda) = \exp(\lambda) \left[E_1(a(1 + \lambda)) - E_1(a(-1 + \lambda)) \right]$$

Pour mettre en évidence la ligne de branchement, on peut écrire :

$$E_1(z) = \operatorname{Ein}(z) - \operatorname{Log} z - \gamma$$

avec γ constante d'Euler.

et $\operatorname{Ein}(z)$ une fonction *entière* définie par :
$$\int_0^z (1 - e^{-t}) \frac{dt}{t}$$

Dans $e_f(z)$ intervient donc l'expression :

$$\operatorname{Log} \left(1 + \frac{z}{b} \right) - \operatorname{Log} \left(-1 + \frac{z}{b} \right)$$

Un choix *possible* est par exemple :

$$\begin{aligned} & \operatorname{Log} \left(1 + \frac{z}{b} \right) \text{ défini avec une coupure sur }]-\infty, -1] \text{ de l'axe} \\ & \text{réel,} \\ & \operatorname{Log} \left(-1 + \frac{z}{b} \right) \text{ avec une coupure sur }]-\infty, 1] \end{aligned}$$

La différence entre les 2 valeurs du logarithme de part et d'autre de la coupure est $2i\pi$ (cf. réf.(12) p.54). Pour la différence des 2 logarithmes seul subsiste le segment $(-1, 1)$ comme ligne de branchement dans le plan complexe des λ . ($\lambda = \frac{z}{b}$)

Pour $\psi \neq 0$, nous n'avons pu obtenir de résultats, en partie parce qu'une intégration numérique directe est très difficile (10) dans l'expression (I.10).

6. RESOLUTION NUMERIQUE POUR $\psi = 0$

$$(I-9) \quad \text{s'écrit :} \quad 1 - \frac{\omega^2 p_e}{\omega^2} - \frac{\omega^2 p_i}{\omega^2} - \epsilon f'(k, \omega) = 0$$

Dans la suite nous négligerons ωp_i^2 devant ωp_e^2 .

Nous avons limité notre recherche à la racine la plus instable. Pour cela, on commence par tracer les courbes de niveaux de $D(\omega, k)$, ce qui permet de déterminer sans ambiguïté la racine la plus instable. Le programme FORTRAN de ce calcul se trouve dans l'appendice F.

Le programme calcule, pour des valeurs fixées de la dispersion anulaire, du rapport η_f/η_p et γ le maximum du taux de croissance δ lorsqu'on fait varier le vecteur d'onde k .

La rapidité du calcul permet d'obtenir le taux de croissance maximisé pour une large plage des paramètres. Dans la référence (10) l'équation de dispersion n'avait été résolue que pour un nombre très limité de cas.

Cependant, notamment à cause du recours à l'exponentielle intégrale, le calcul numérique n'est possible que pour une dispersion angulaire supérieure à une valeur limite, $\bar{\theta}_1$, qui dépend de α et γ_0 . En fait, cette restriction est peu importante, car nous verrons (voir 7-1 et 7-3) que le taux de croissance maximum pour $\bar{\theta}$ inférieur à $\bar{\theta}_1$ est très voisin du taux de croissance hydrodynamique (de l'ordre de $\alpha^{1/3}/\gamma_0$).

Quelques exemples d'utilisation sont illustrés par les figures 1-12.

7 - COMPARAISON AVEC LES RESULTATS ANALYTIQUES

Plusieurs critères ont été proposés (12, 13, 14) pour distinguer l'interaction hydrodynamique et cinétique. En particulier la référence (13) distingue 2 cas suivant la valeur de $\alpha^{1/3}\gamma$.

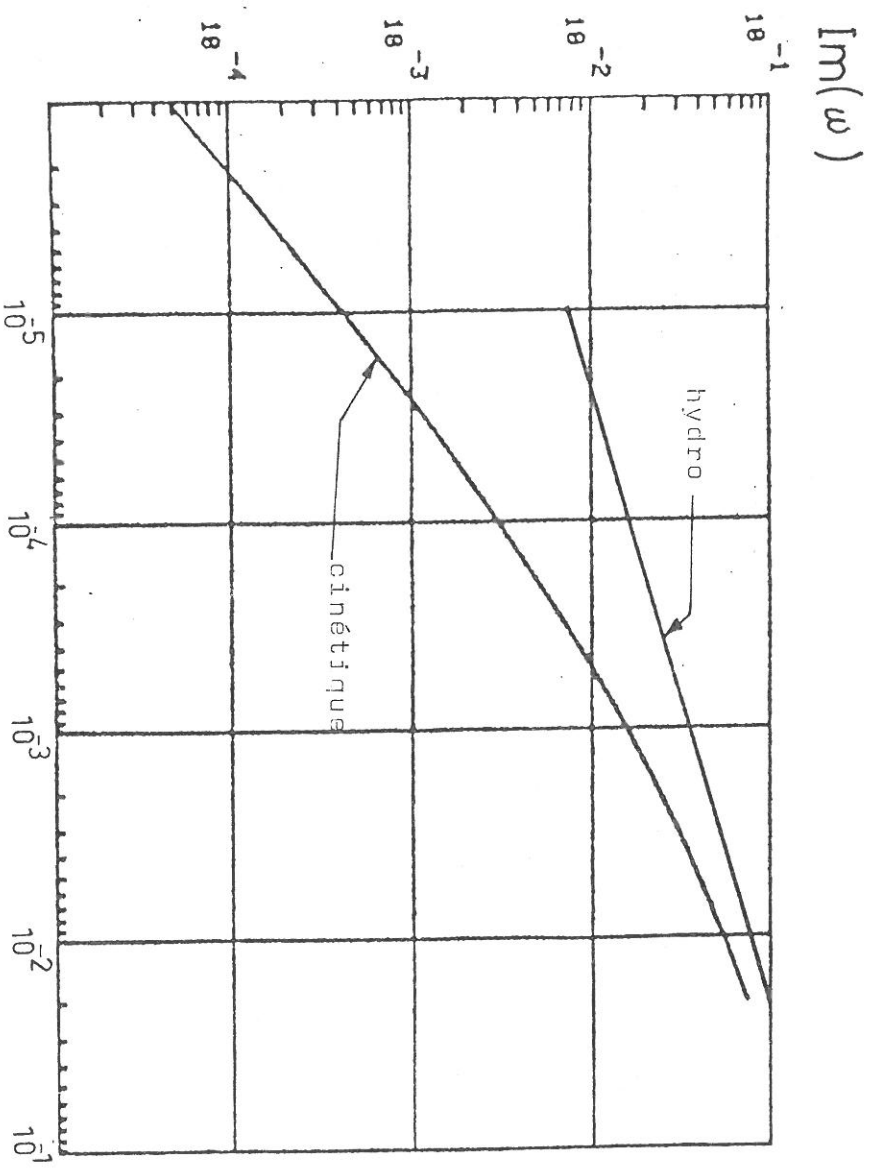


Fig. 1-12-a

Alpha

Variation de Alpha (Theta moyen=18°, Gamma=2)

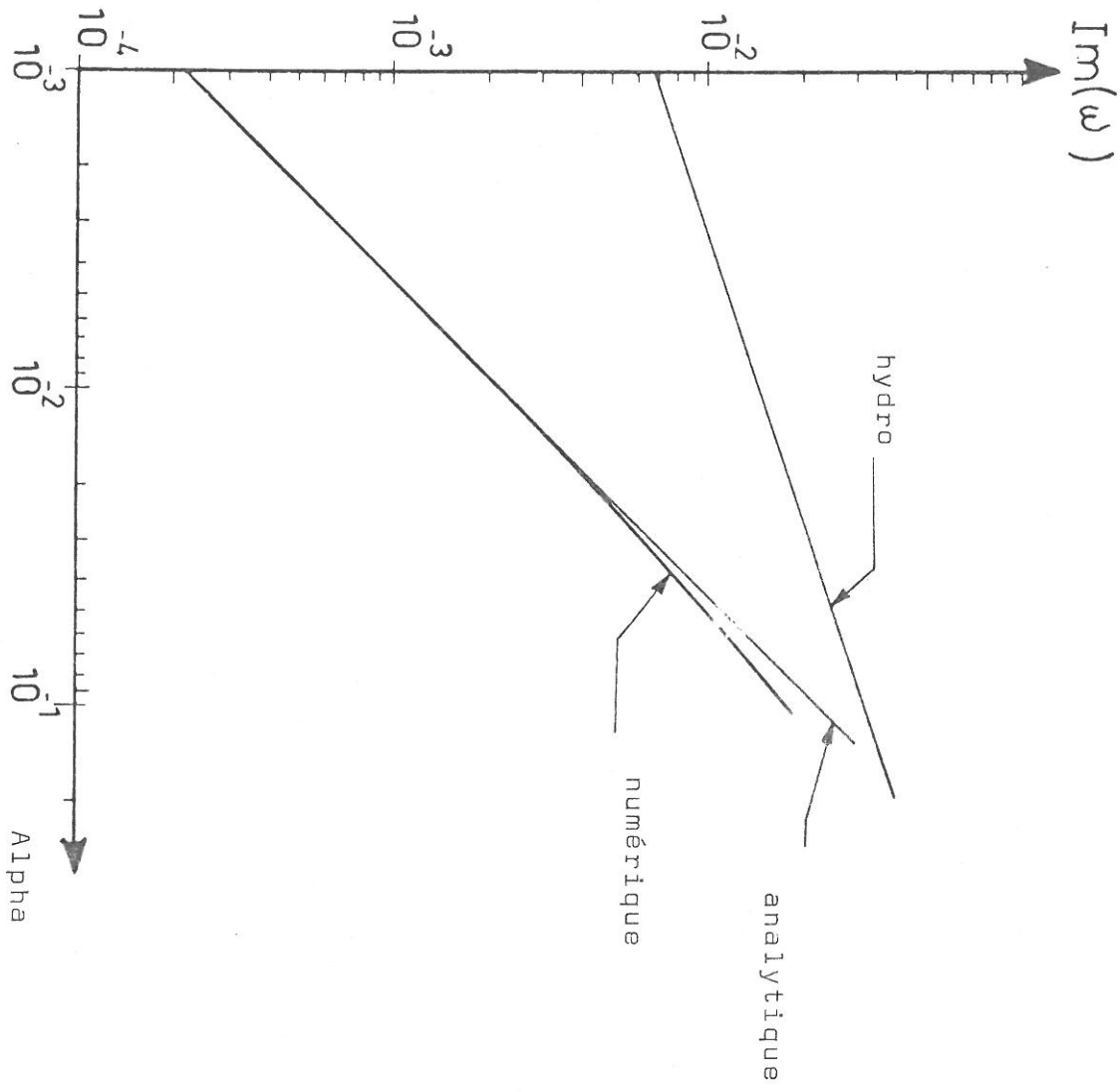


Fig. 1-12-b
Variation de Alpha (theta moyen=18°, Gamma=10)

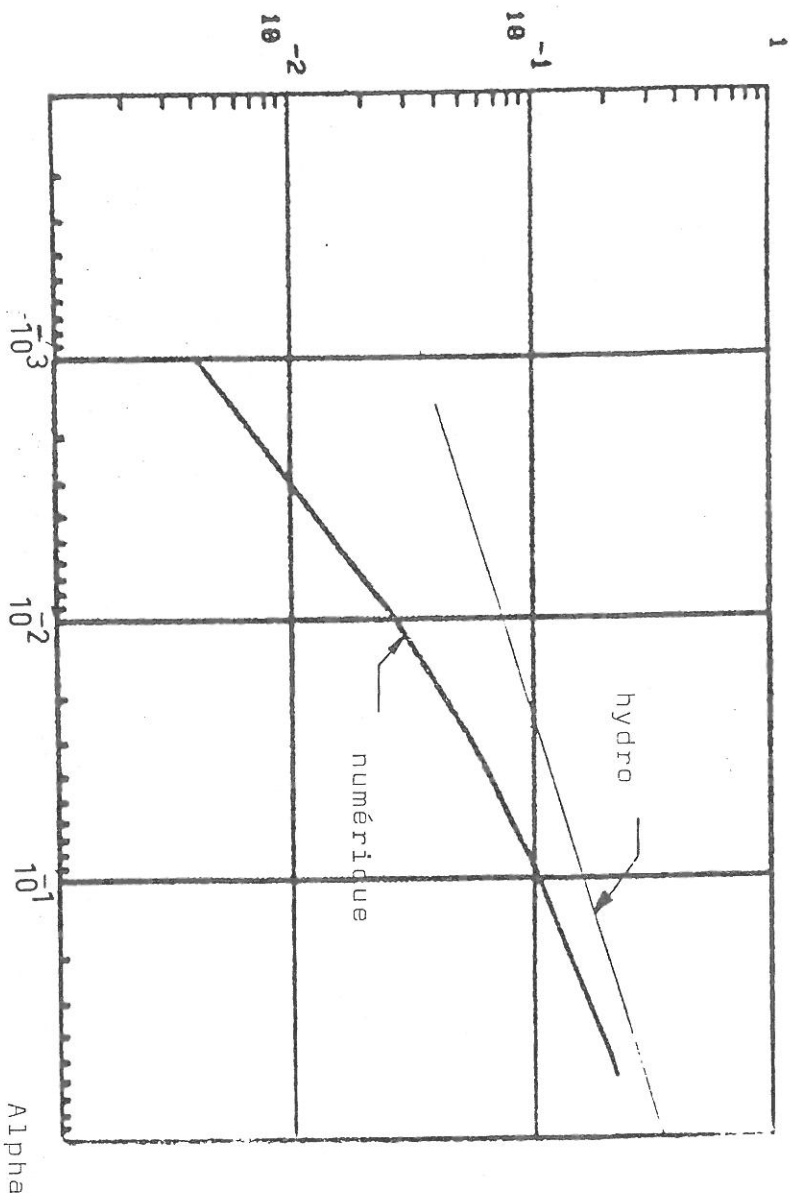


Fig. 1-12-c

Variation de Alpha (Theta moyen=20°, Gamma=2)

Variation de Theta Moyen (Alpha=.881, Gamma=2)

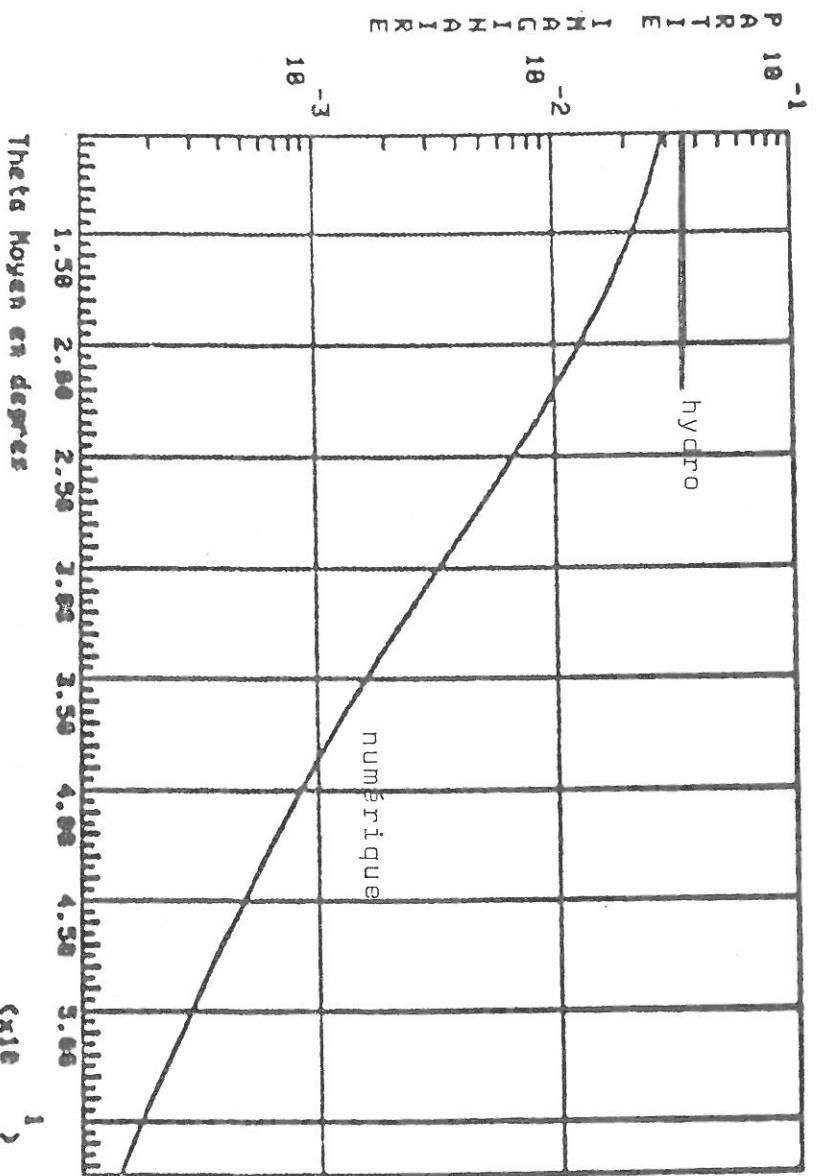


Fig. 1-12-d

(X10⁻²)

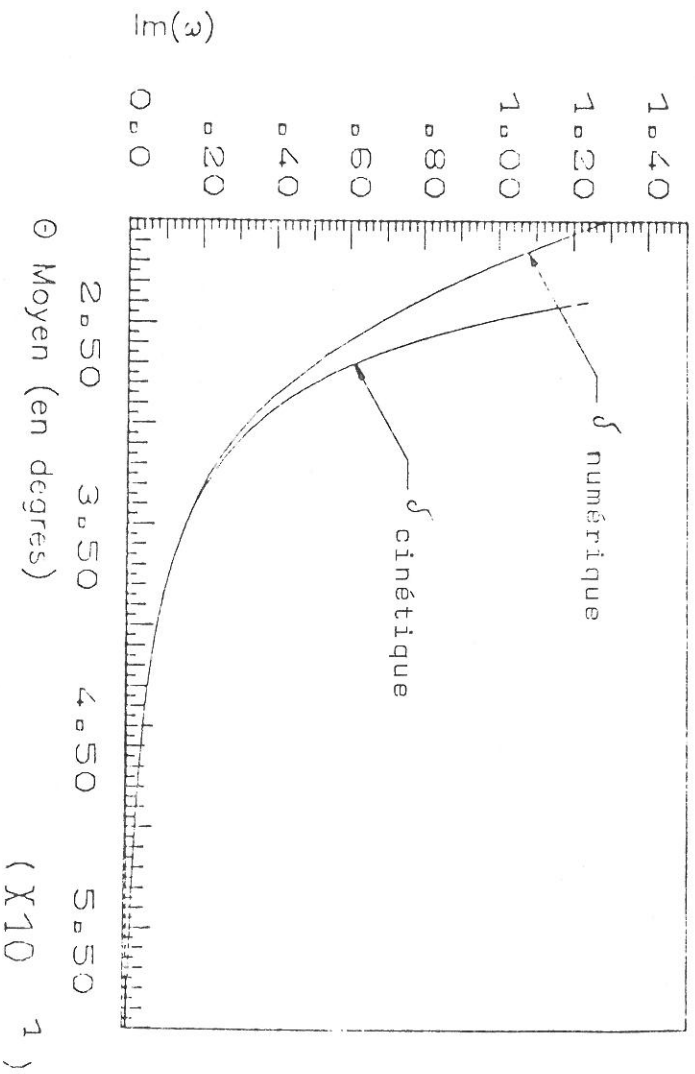


Fig. 1-12-e

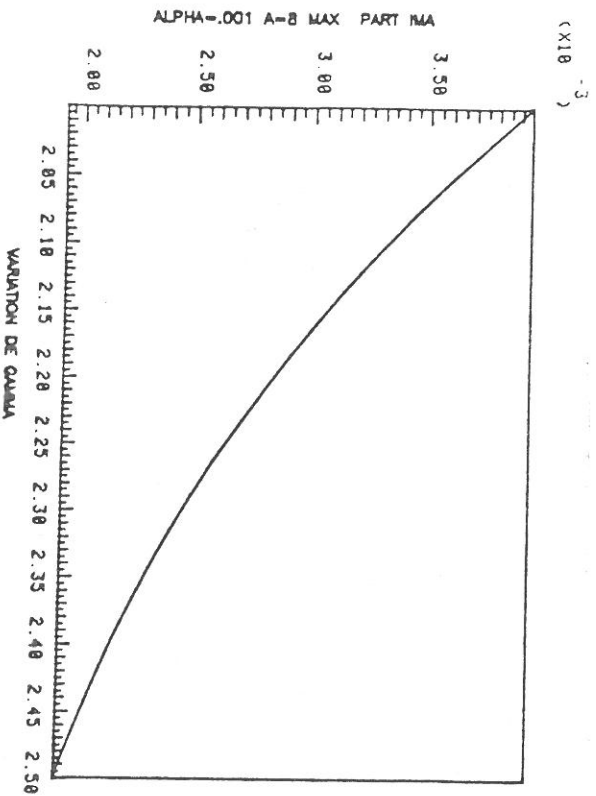


Fig. 1-12-f

Cependant, 2 des hypothèses faites :

- faisceau ultrarelativiste ($V_0 = c$)
- petits angles de dispersion $\bar{\theta}$

ne sont pas justifiées pour le faisceau dont nous disposons. Une étude détaillée est donc nécessaire.

7.1 - Limite faisceau froid (11)

Il est clair qu'en faisant tendre a vers l'infini, on doit retrouver l'équation de dispersion obtenue en faisant l'hypothèse d'un faisceau sans dispersion :

$$1 - \frac{1}{z^2} - \frac{\alpha}{\gamma_0^3 (z-b)^2} = 0. \quad (\text{I.13})$$

Une façon simple de retrouver ce résultat est de remplacer dans l'équation non relativiste la masse au repos par la "masse longitudinale" $\frac{m}{\gamma_0^3}$ (résultat classique de la dynamique relativiste).

On montre, dans l'appendice C, que c'est bien le cas.

On a pu obtenir la correction à l'ordre le plus bas en $\frac{1}{a}$ à l'équation (I.12). On obtient alors :

$$1 - \frac{1}{z^2} - \frac{\alpha}{\gamma_0^3 (z-b)^2} + \frac{2\alpha b}{\gamma_0^3 a(z-b)^3} = 0 \quad (\text{I.14})$$

(cf. équation C-5).

Une condition nécessaire pour que I-14 soit valable est (cf. C 6):

$$\bar{\sigma}^2 \gamma \left(\frac{n_D}{n_F} \right)^{1/3} < 1 \quad (\text{I.15})$$

Utilisons l'équation (I-14) pour évaluer la correction sur le taux de croissance. On peut remplacer, dans le terme en $\frac{1}{a}$, $z-b$ par la valeur obtenue en faisant $a = 0$, donnée par l'appendice (D).

Soit z' la correction, z_0 la racine pour $a \rightarrow \infty$ donné par (D)

$$\text{Du système : } \begin{cases} 1 - \frac{1}{(z_0 + z')^2} - \frac{\alpha}{\gamma_0^3 (z_0 + z' - b)^2} + \frac{2\alpha b}{\gamma_0^3 a (z_0 + z' - b)^2} = 0 \\ 1 - \frac{1}{z_0^2} - \frac{\alpha}{\gamma_0^3 (z_0 - b)^2} = 0 \\ z_0 - b = \frac{\alpha}{\gamma_0} \frac{1/3 \frac{2i\pi}{3}}{e^{2^{1/3}}} \end{cases}$$

$$\text{tire } z' = -\frac{1}{3a} = -\frac{\bar{\theta}^2}{6} \quad \text{réel}$$

Il n'y a donc pas de correction sur la partie imaginaire en $\bar{\theta}^2$ si (I-15) est vérifiée. Pour que la dispersion angulaire - et donc en vitesse parallèle - soit significative, il faut :

$$\bar{\theta}^2 \left(\frac{n_p}{n_f} \right)^{1/3} > \frac{1}{\gamma_0}$$

$\bar{\theta}^2$ correspond au facteur $\frac{\Delta V}{V_0}$ du paramètre S non relativiste.

$$\text{En effet, comme } v_{//} = v \cos \theta \approx v \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right)$$

$\bar{\theta}$ est un bon ordre de grandeur de la dispersion en vitesse. On s'aperçoit donc que plus γ_0 est grand, plus l'angle $\bar{\theta}_c$ où apparaît une correction est petit. C'est pour cette raison que dans la référence (13) où seuls des faisceaux ultrarelativistes étaient envisagés, le calcul est limité au cas cinétique.

En conclusion de ce paragraphe, la prise en compte de la dynamique relativiste entraîne 2 conséquences :

- Réduction du taux de croissance maximum

$$\delta_{\max} = \frac{\alpha^{1/3}}{\gamma_0} \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}}$$

- l'effet de la dispersion en vitesse apparaît plus rapidement, ce qui est également défavorable si l'on veut une forte instabilité, puisqu'on s'attend à ce que le taux de croissance chute fortement si l'on passe au cas cinétique.

7.2 - Limite faisceau chaud (12)

Nous rappelons que les conclusions que nous tirerons peuvent dépendre de la *forme* de la fonction de distribution du faisceau.

Le calcul se fait de façon similaire au calcul de l'amortissement Landau. L'équation à résoudre est :

$$\frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \int_0^{\infty} \frac{n_f e^2}{\epsilon_0 k^2} \frac{k \cdot \frac{\partial f}{\partial p}}{k \cdot v - \omega} d^3 p = 0 \quad (\text{I.16})$$

On fait ici la supposition - contrairement au cas hydrodynamique - que les zéros de (I-16) sont presque réels, avec seulement une petite partie imaginaire. Ceci permet de simplifier l'intégrale en la développant en une série de Taylor autour de $\delta = 0$, en posant $\omega = \omega_r + i\delta$. Au 1er ordre :

$$\int \frac{f(v)dv}{kV-\omega} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(v)dv}{kV-\omega_r - i\epsilon} + i \delta \frac{\partial}{\partial \omega_r} \left[\lim_{\epsilon \rightarrow 0} + \int \frac{f(v)dv}{kV-\omega_r - i\epsilon} \right] \quad (\text{I.17})$$

(On a identifié $k \cdot \frac{\partial f}{\partial p}$ et $f(v)dv$.)

Nous utilisons :

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} + \frac{G(u)du}{u-v-i\epsilon} = \oint \frac{G(u)du}{u-v} + \pi i \quad G(u = v)$$

(cf. référence (12) p. 232, formule 4-4)

\oint signifiant intégrale au sens de Cauchy.

Nous supposons, dans la suite $\omega_r \approx \omega_p$

Pour calculer la partie imaginaire, nous négligeons le terme con-

$$\text{nant } \frac{\partial}{\partial \omega_r} \left[\lim_{\epsilon \rightarrow 0} + \int \frac{f(v)dv}{kV-\omega_r - i\epsilon} \right]$$

à cause du facteur n_f (hypothèse d'un faisceau de faible densité).

Il reste :

$$\frac{\delta}{\omega_p} = \frac{\pi}{2} \frac{n_f e^2}{\epsilon_0 k^2} \int d^3 \vec{p} \cdot \vec{k} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{p}} \delta(\omega - kV) \quad (\text{I.18})$$

La suite des calculs est détaillée dans l'appendice (E).

On obtient finalement (cf. E - 8) :

$$\frac{\delta}{\omega_p} = \frac{1}{b^3} \frac{1}{\gamma_0^n} \frac{n_f}{n_p} \frac{\pi}{2} \frac{1}{\text{sha} \frac{1}{\theta^2}} \exp \frac{a \cos \psi}{b} [I_0(ay)].$$

$$\cdot \left\{ \frac{a \cos \psi}{b} (b^2 - \beta_0^2) - 2\beta_0^2 \right\} - ay \cdot I_1(ay) \frac{b^2 - \beta_0^2}{b \cdot 1} \quad (\text{I.19})$$

$$\text{avec } b = \frac{kV_0}{\omega_p},$$

$$y = \frac{\sin \psi}{b} [b^2 - 1]^{1/2}$$

b étant nécessairement supérieur à 1 (cf. E.5).

Physiquement, cette condition sur b signifie que la vitesse de phase des modes instables $\frac{\omega_r}{k} \approx \frac{\omega_p}{k}$ est inférieure à V_0 , et donc qu'il existe des particules résonnantes. On retrouve une situation similaire à la figure 1-7-d.

Il reste à déterminer le domaine de validité de (I-19), c'est-à-dire, en fait, la validité du passage à la limite dans (I-17)

7.2 a - Modes parallèles : $\psi = 0$

(E.8) devient alors :

$$\frac{\delta}{\omega_p} = \frac{1}{\gamma_0} \frac{n_f}{n_p} \frac{1}{\theta^2} \cdot F_0(b, a, \beta_0) \quad (\text{I.20})$$

$$\text{avec } F_0(b, a, \gamma_0) = \frac{\pi}{2} \frac{e^{a/b}}{\text{sha} \frac{1}{b^4}} \left\{ a(b^2 - \beta_0^2) - 2\beta_0^2 b \right\}$$

L'expression (I-20) est beaucoup plus lourde que l'expression (I-3) obtenue dans le cas non relativiste.

Nous cherchons à maximiser δ en faisant varier k , donc b .

$\frac{\partial \delta}{\partial k} = 0$ impose que b soit solution de :

$$b^3 + \left(\frac{a}{2} - \frac{3\beta_0^2}{a} \right) b^2 - 3\beta_0^2 b - \beta_0^2 \frac{2a}{2} = 0$$

En reportant la solution en b , b_m , supérieure à 1 - si elle existe - dans (I-20) on obtient le taux de croissance maximisé par rapport au vecteur d'onde. C'est ce qu'on a représenté sur la figure 1-13 pour $\bar{\theta}$ inférieur à 65° . Chaque courbe s'arrête quand b_m devient inférieur à 1.

On sait que pour b inférieur à 1, il n'y a pas d'électrons résonnants $\frac{\omega}{k} > V_0$. On doit donc avoir δ inférieur à 0, puisque les modes instables engendrés par une interaction de type cinétique sont résonnants.

Faisant dans (I.20) $b = 1$, δ inférieur à 0 entraîne :

$$\frac{a}{2} < \beta_0^2 \gamma_0^2$$

soit encore : $\bar{\theta} > \frac{1}{\beta_0 \gamma_0}$.

On a représenté sur la figure 1-13, l'intersection entre les courbes $F_0(b_m, \bar{\theta}, \gamma_0)$ et $\bar{\theta} = \frac{1}{\beta_0 \gamma_0}$ (courbe en pointillés).

On peut aussi comparer directement le résultat (I-17) aux racines obtenues numériquement à partir de l'équation de dispersion exacte. Pour cela, il faut comparer la variation de δ avec k donné par I-20 (cf. figure 1-15-bis) avec $\delta(k)$ obtenue numériquement, pour les mêmes paramètres (cf figure 1-15).

7.2 b - Modes obliques : $\psi \neq 0$

On a représenté sur la figure 1-13-bis le taux de croissance cinétique δ_c pour plusieurs angles ψ . On vérifie que le mode le plus instable est obtenue pour $\psi = 0$.

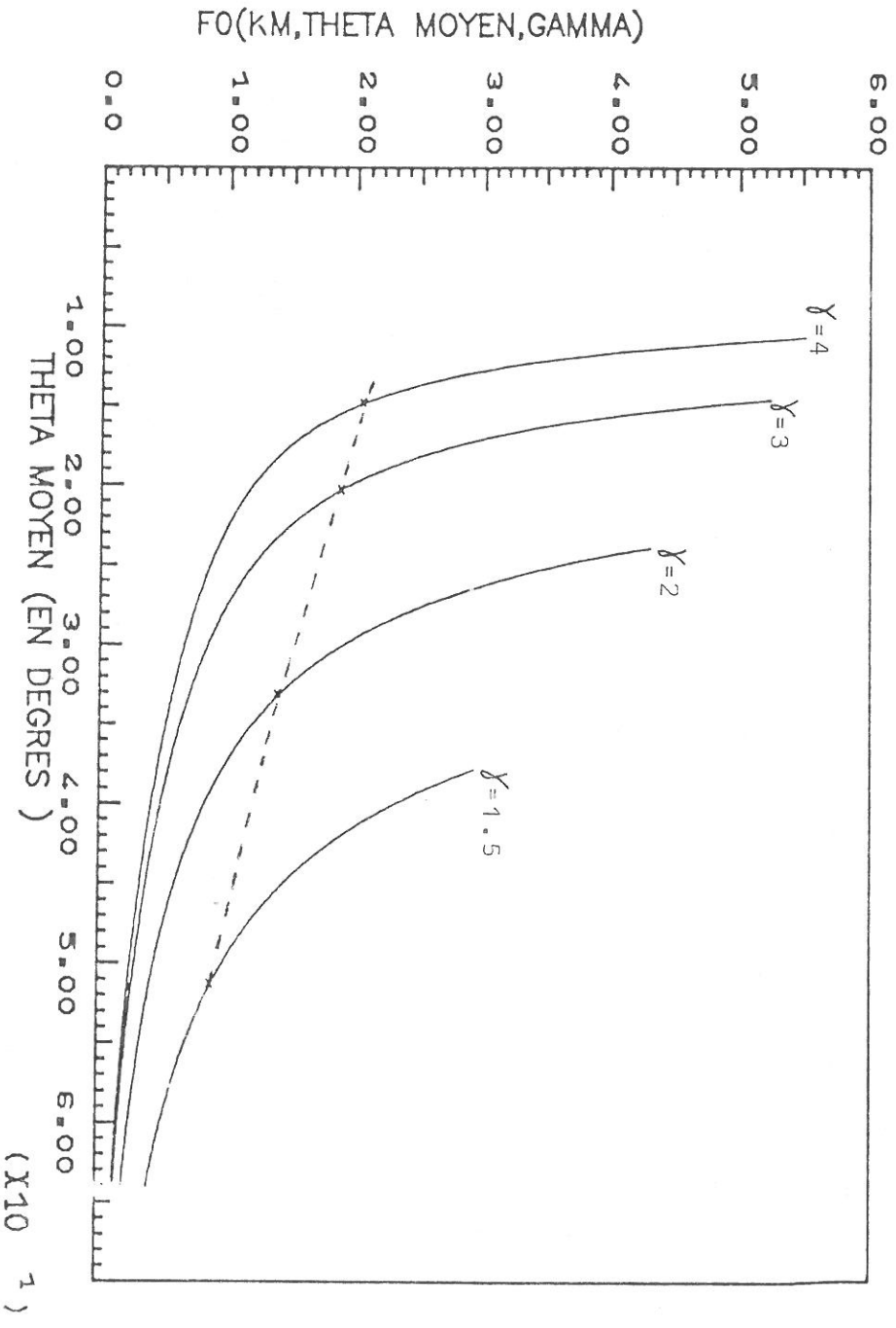


Fig. 1-13

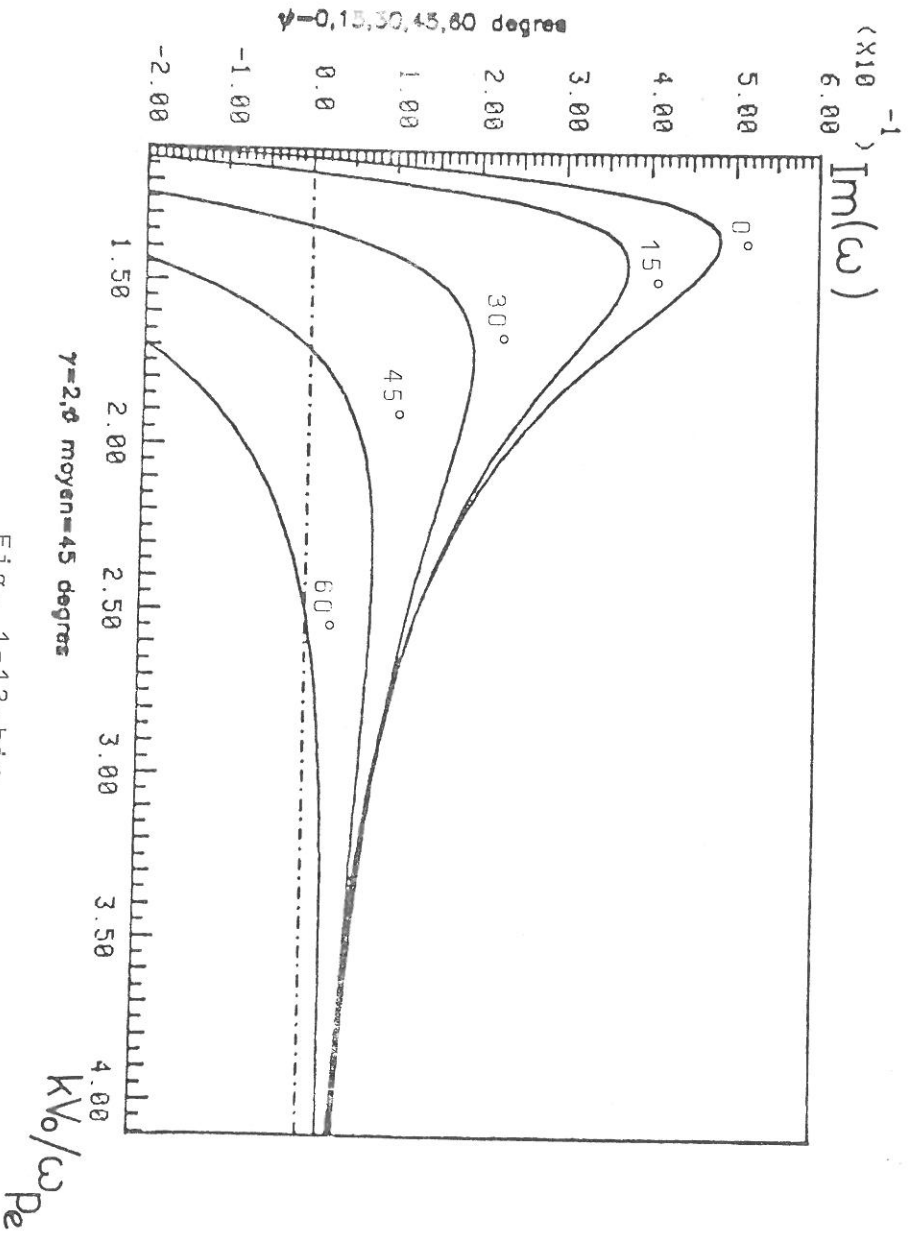


Fig. 1-13-bis
Variation de δ_c en fonction de k (normalisée)
pour plusieurs angles ψ .

7.3 - Interprétation

Nous sommes maintenant en mesure de pouvoir calculer le taux de croissance maximum pour une large gamme de variations des paramètres α , γ_0 et $\bar{\theta}$.

a) Variation de α

A titre d'exemple, sur la figure 1-12a, où $\bar{\theta} \approx 18^\circ$, $\gamma_0 = 2$, la résolution numérique est utilisable de $\alpha = 10^{-6}$ jusqu'à $\alpha = 2 \cdot 10^{-2}$. Pour α plus grand, le taux de croissance hydrodynamique, δ_h donne un bon ordre de grandeur. En effet :

$$\delta_h = \frac{\sqrt[3]{n_f}}{2} \cdot \frac{1}{n_p} \cdot \frac{1}{\gamma_0}$$

On a représenté δ_h sur 1-12a. On vérifie que la valeur calculée, $\delta_{\text{numérique}}$, tend vers δ_h , pour α de l'ordre de 10^{-2} .

$$\text{Pour } \alpha = 2 \cdot 10^{-2}, \delta_{\text{numérique}} = 7,45 \cdot 10^{-2}$$

$$\delta_h = 9,31 \cdot 10^{-2},$$

soit une différence de seulement 20 %.

Une autre façon de vérifier le caractère hydrodynamique de l'interaction dans cette gamme est d'étudier la variation de δ_h avec α .

Entre $\alpha = 10^{-2}$ et $\alpha = 2 \cdot 10^{-2}$, $\delta_{\text{numérique}}$ passe de $5,475 \cdot 10^{-2}$ à $7,455 \cdot 10^{-2}$, donc augmente d'un facteur 1,36. Si l'interaction était parfaitement hydrodynamique, on aurait seulement un facteur $2^{1/3}$, soit 1,26 ; si elle était cinétique

$$\left(\delta_c \text{ en } \frac{n_f}{n_p} \text{ au lieu de } \left(\frac{n_f}{n_p} \right)^{1/3} \right),$$

on aurait un facteur 2.

On peut aussi comparer la dépendance en k de la racine la plus instable calculée numériquement avec ce qu'on obtient en résolvant l'équation (du 4° degré) de dispersion faisceau froid-plasma (figures 1-14 et 1-14-bis). La prise en compte d'une certaine dispersion se traduit par la persistance d'une racine faiblement instable pour les grands nombres d'onde, contrairement au cas froid où il y a un seuil, b_{\max} :

$$b_{\max} = (1 + \alpha^{1/3})^{3/2}$$

Cependant, la forme générale - présence d'une racine instable pour $0 < b < 1$ - et le maximum sont voisins.

Au contraire pour α de l'ordre de 10^{-5} , l'interaction est cinétique :

- la variation de $\delta_{\text{numérique}}$ avec α est presque linéaire

$$\frac{\delta(\alpha=10^{-5})}{\delta(\alpha=10^{-6})} = 9,4, \quad \frac{\delta(\alpha=10^{-4})}{\delta(\alpha=10^{-5})} = 8,5$$

(au lieu de 10 pour une interaction purement cinétique).

- l'ordre de grandeur de $\delta_{\text{numérique}}$ est - grossièrement -

$$\delta \approx \frac{1}{\gamma_0} \cdot \frac{1}{\bar{\theta}^2} \frac{n_f}{n_p}$$

En effet, si on forme le rapport entre $\delta_{\text{numérique}}$ et δ donné par la formule ci-dessus, on trouve pour

$$\alpha = 10^{-6}, 10^{-5}, 10^{-4} \text{ respectivement } 10, 8.4 \text{ et } 6.$$

Il faut remarquer que pour $\gamma_0 = 2$, les calculs de l'appendice (E) ne sont valides que pour $\bar{\theta} > 33^{\circ}$ et ne sont donc pas utilisables ici ($\bar{\theta} = 18^{\circ}$).

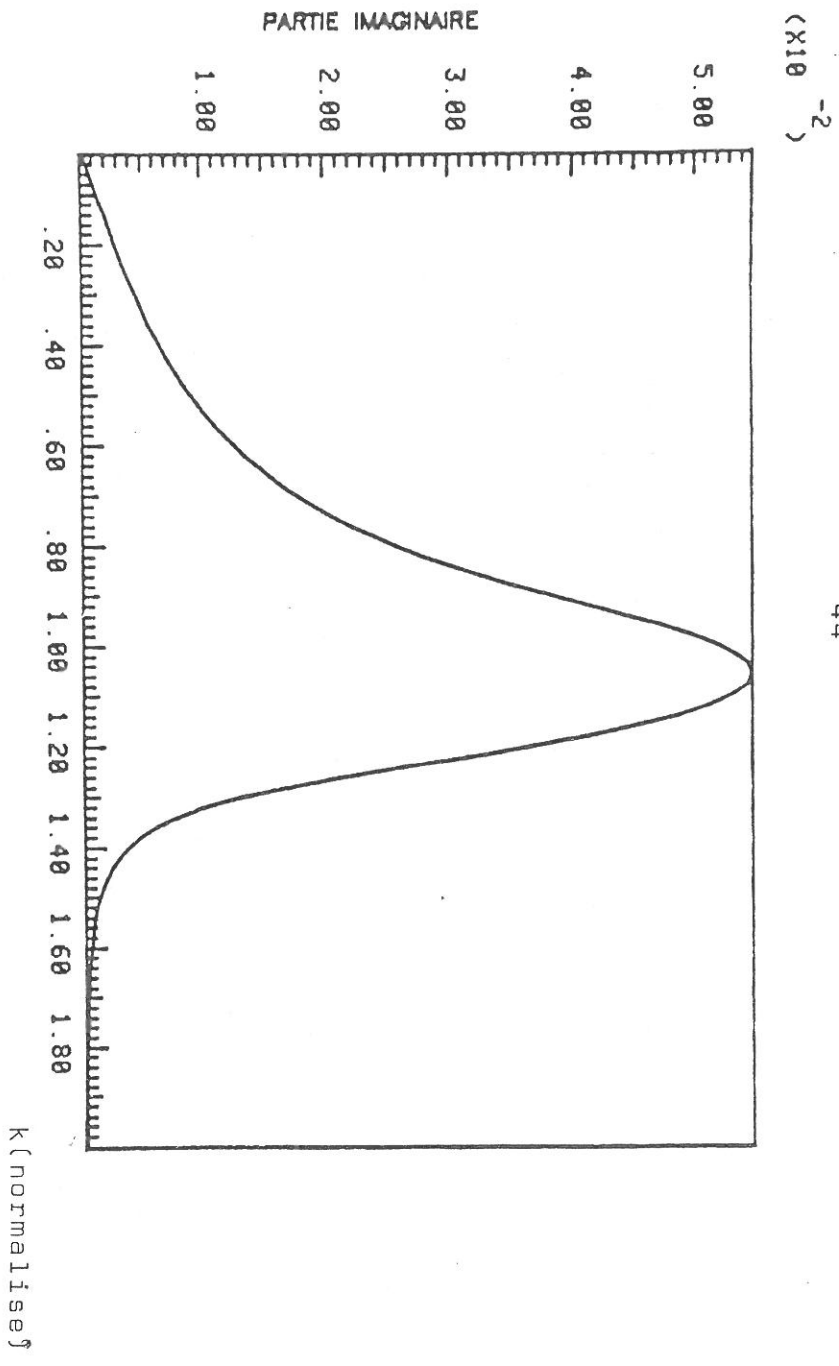


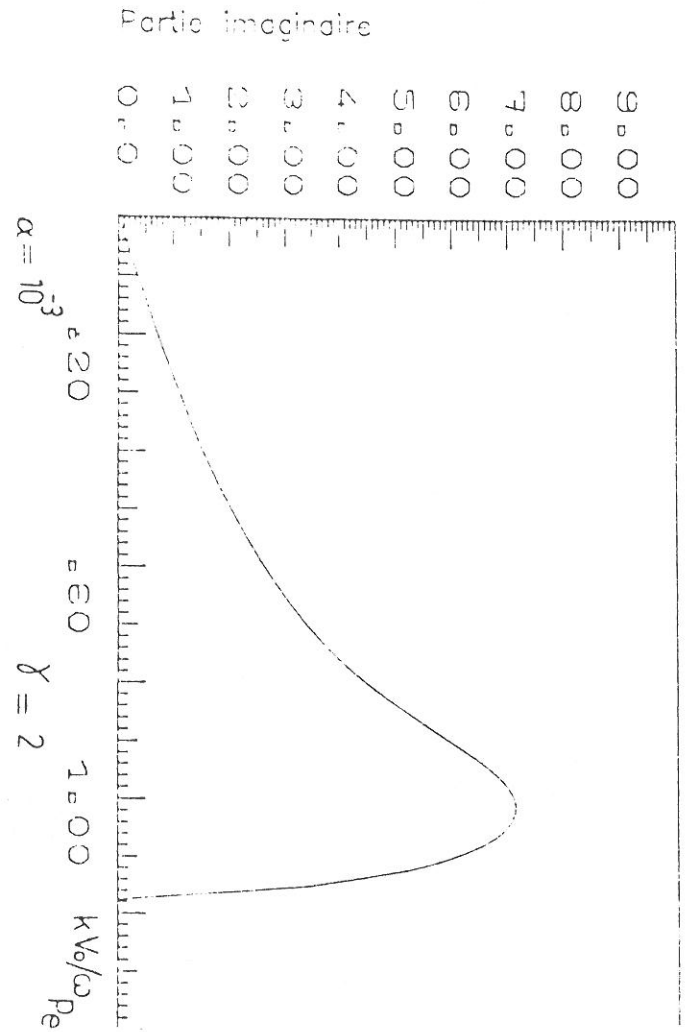
Fig. 1-14

Alpha=.001, Gamma=2, Theta m=18°

Résultat obtenu numériquement

(X10⁻²)

Fig. 1-14-bis (hydrodynamique)



$\alpha = 10^{-3}$

$\gamma = 2$

Sur la figure 1-15, on a représenté la variation de $\text{Im}(\omega)$ en fonction de k (normalisé) pour la racine la plus instable. Un point intéressant est qu'il y a un seuil, b_{\min} , pour qu'il existe une racine instable, à la différence des figures 1-14. On voit apparaître ici les mêmes différences qu'entre 1-7-b et 1-7-d (faisceau non relativiste).

Sur la figure 1-12-c, on a représenté $\text{Im}(\omega)$ en fonction de α pour $\bar{\theta} = 28^\circ$ et $\gamma_0 = 2$. Le taux de croissance est bien sûr inférieur, pour une même valeur de α , à celui obtenu pour $\bar{\theta} = 18^\circ$.

La valeur critique de α est ici $\alpha_c = 0,125$.

Là encore, on peut voir que pour $\alpha < \alpha_c$, le taux de croissance se rapproche beaucoup de δ_{hydro} .

Pour $\alpha < \alpha_c$, la zone de transition est assez large.

b) Variation de $\bar{\theta}$

La figure 1-12-d représente $\delta_{\text{numérique}}$ en fonction de $\bar{\theta}$ pour $\alpha = 10^{-3}$ et $\gamma_0 = 2$.

Sur la figure 1-12-e, on peut comparer $\delta_{\text{numérique}}$ et $\delta_{\text{analytique}}$ (dans leur zone de recouvrement).

L'accord est très bon. La valeur de transition, $\bar{\theta}_c$, vaut :

$$\bar{\theta}_c = \alpha^{1/6} \gamma_0^{-1/2} = 13^\circ.$$

Le programme ne permet pas de résoudre pour $\bar{\theta} < 10^\circ$; on ne peut donc pas arriver à la zone où $\delta_{\text{numérique}}$ est indépendant de $\bar{\theta}$, et tend vers :

$$\delta_h = 3,4 \cdot 10^{-2}.$$

Cependant, on en est très près puisque $\delta_{\text{numérique}}$ pour $\bar{\theta} = 11^\circ$ vaut $3 \cdot 10^{-2}$.

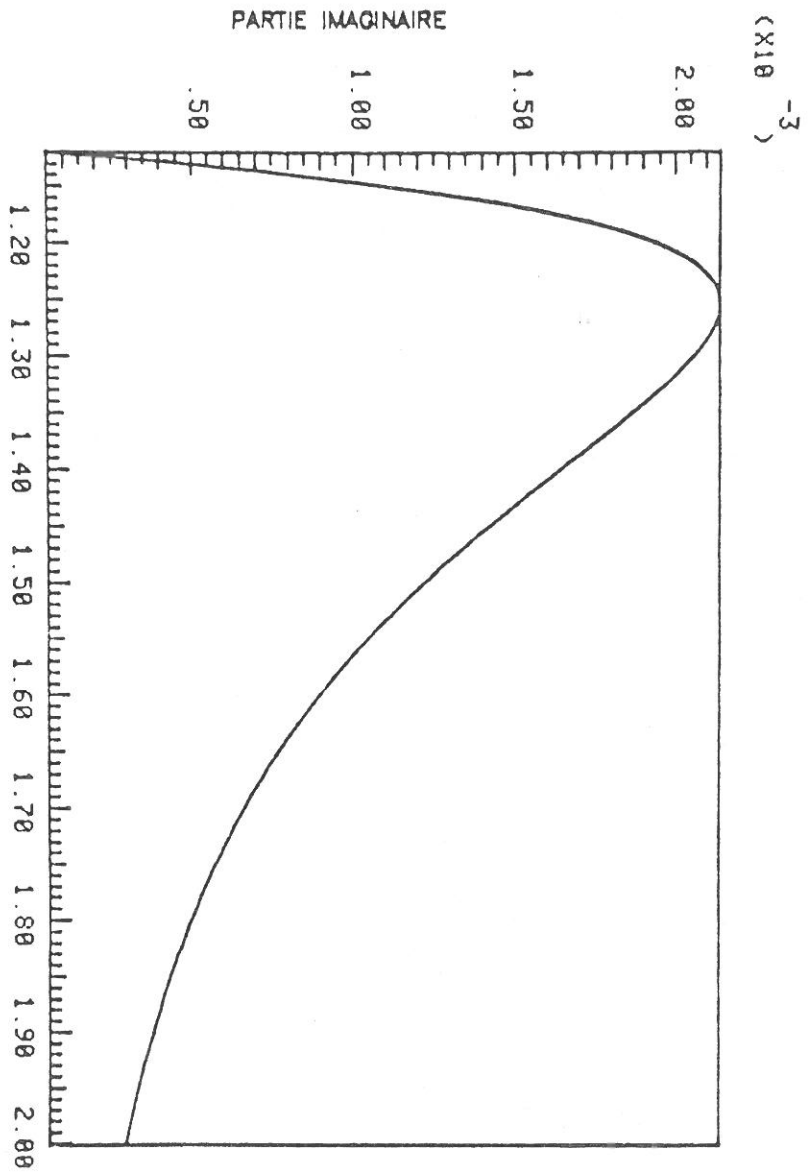


Fig. 1-15 (Calcul numérique)
Alpha=.001, Gamma=10, Theta m=28°

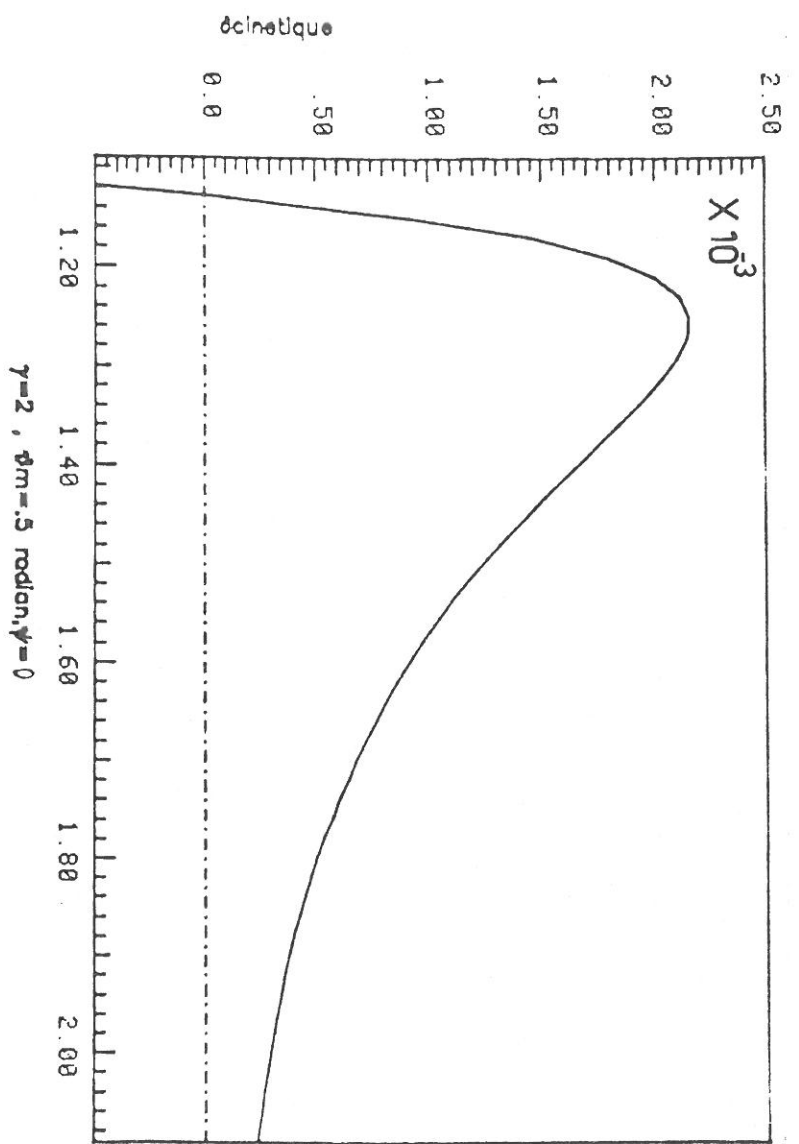


Fig. 1-15-bis
Calcul cinétique

Le critère de transition hydrodynamique \rightarrow cinétique (appendice C) donne, pour $\gamma_0 = 2$:

$$\alpha^{1/3} < 2\bar{\theta}^2$$

soit pour $\bar{\theta}^2 = 0,1$, $\alpha < 8 \cdot 10^{-3}$.

Il est donc normal que la situation soit différente entre $\alpha = 10^{-6}$ et 10^{-4} et pour $\alpha > 10^{-2}$.

La zone de transition est cependant assez large : il n'y a pas passage brutal du cas hydrodynamique au cas cinétique.

On peut s'intéresser à une autre gamme :

$$\bar{\theta} = 0,5 \text{ rd } (\approx 30^\circ), \gamma_0 = 10 \text{ (cf figure 1-12 b).}$$

Le critère de transition donne α_{critique} :

$$\alpha_c = (\gamma \cdot \bar{\theta}^2)^3 = 15,6.$$

Le domaine de résolution numérique est bornée supérieurement par $\alpha = 10^{-1}$: nous sommes donc entièrement en zone cinétique. Ainsi les figures 1-15 (numérique) et 1-15-bis (cinétique) sont très semblables.

On peut cette fois comparer $\delta_{\text{numérique}}$ et $\delta_{\text{calculé}}$ analytiquement (appendice E).

$$\delta_{\text{analytique}} = \frac{\alpha}{\gamma_0} \frac{1}{\bar{\theta}} F_0(b, \bar{\theta}, \gamma_0)$$

$$\text{Or } F_0(b_m, \bar{\theta} = 0,5 \text{ rd}, \gamma_0 = 10) = 0,55$$

$$\text{D'où } \delta_{\text{analytique}} = 0,22 \alpha.$$

On a représenté sur la figure 1-12 b la droite $0,22 \alpha$.

L'accord est excellent ; au contraire, la droite représentant δ_h (de pente $1/3$) est beaucoup trop haute.

On a donc 3 "domaines" :

- pour $\bar{\theta} < 10^\circ$, l'interaction est essentiellement hydrodynamique

$$\delta = \delta_h = 0,687 \frac{\alpha^{1/3}}{\gamma_0}$$

- pour $10^\circ < \bar{\theta} < 33^\circ$, la résolution numérique est nécessaire dans cette zone intermédiaire ; il n'existe pas de résultat analytique simple.

- pour $33^\circ < \bar{\theta}$, la résolution numérique et l'expression analytique de l'appendice (E) sont utilisables et coïncident.

Pour d'autres valeurs de γ_0 et α , on aurait de la même façon 3 intervalles pour $\bar{\theta}$, de frontières bien sûr différentes.

c) Variation de γ_0

Sur la figure 1-12-f, on a représenté δ numérique en fonction de γ_0 pour $\alpha = 10^{-3}$ et $\bar{\theta} = 0,5$ rd.

- C H A P I T R E II -

QUELQUES ASPECTS DU CHAUFFAGE D'UNE FEUILLE MINCE
 PAR INTERACTION FAISCEAU-PLASMA

Les résultats du chapitre I vont nous servir pour étudier la possibilité de chauffer une feuille mince (inférieur à 100 microns).

Pour une feuille d'or, l'augmentation importante du dépôt mise en évidence par RUDAKOV (1), de l'Institut Kurchatov, en 1976, est interprétée comme un effet du champ magnétique ("magnetic enhancement"). Cet effet n'est donc pas utilisable pour la compression d'une cible dans une géométrie sphérique.

Pour une feuille en polyéthylène, le groupe japonais du Professeur NAKAI a publié des résultats intéressants ... qui sont interprétés en invoquant l'instabilité 2-faisceaux électroniques. D'autres travaux ont mis en évidence des effets "anormaux", attribués à cette instabilité. (2) (3). WINTERBERG (4) proposait dès 1968 l'utilisation de l'instabilité pour chauffer un plasma dense thermonucléaire.

L'avantage évident de cette instabilité est son très fort taux de croissance, même pour un faisceau chaud.

$$\text{Ecrivons } \delta \sim \frac{1}{\gamma_0} \frac{n_f}{n_p} \omega_p = \frac{6 \cdot 10^4}{\gamma_0} \frac{n_f}{n_p} + 1/2$$

$$\text{Pour } \begin{matrix} n_f \sim 10^{15} \\ \gamma_0 \sim 2 \end{matrix} \delta \sim 3 \cdot 10^{19} n_p^{-1/2}$$

Pour $n_p = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$, $\delta \sim 3 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$, et donc, pour un faisceau de quelques dizaines de nS, l'instabilité peut être importante.

Mais le taux de croissance linéaire ne raconte que le début de l'histoire ; pour déterminer la force de l'interaction, il faut étudier l'étape non linéaire. Les longueurs d'interactions pré-

dites (5, 6) varient de plusieurs ordres de grandeurs. Par exemple, la longueur de relaxation quasilineaire (5) : $\lambda \approx 10 \frac{c}{\omega_p} \frac{n_p}{n_f} \frac{T_e}{m c^2} \gamma_0^{-2} \theta^{-2}$

donne pour : $n_f = 10^{12} \text{cm}^{-3}$, $n_p = 10^{14} \text{cm}^{-3}$, $T_e \approx 2 \text{ eV}$
une longueur λ petite devant $\frac{c}{\omega_{pe}}$, donc extrêmement petite.

En réalité, il n'existe pas de théorie de turbulence forté satisfaisante (7). Or la théorie de la turbulence faible, presque tous jours utilisée, suppose : $\frac{W}{N k T} \ll (k \lambda_D)^2$ avec

W densité d'énergie turbulente
N k T densité d'énergie thermique
 $k \approx \frac{\omega_p}{c}$: nombre d'onde typiques du spectre
 λ_D : longueur de Debye.

Pour un plasma de 50 eV, il faut alors $\frac{W}{N k T} < 10^{-4}$, ce qui est un niveau très faible, sans intérêt pour un chauffage réel.

Quoi qu'il en soit, des conditions *nécessaires*, sinon suffisantes, de chauffage dérivent de l'étude linéaire.

1 - IMPORTANCE DES COLLISIONS

Dans le chapitre I nous avons utilisé l'équation de Vlasov sans collisions. Il faut évaluer la fréquence de collisions électron-ion (dans le plasma).

$$\text{On a : } \nu_{e-i} \approx 3.10^{-6} Z T_e^{-3/2} n_p \text{ Log } \Lambda \quad (\text{II.1})$$

avec Z : numéro atomique effectif des ions du plasma

T_e : température électronique (en eV)

n_p : densité (cm^{-3})

Log Λ : logarithme Coulombien, entre 10 et 20.

Nous avons vu au chapitre I que, pour les machines à basse impédance, le faisceau produit est toujours "chaud" ; l'ordre de grandeur du

taux de croissance δ de l'instabilité faisceau-plasma est alors :

$$\delta \sim \frac{1}{\gamma_0} \frac{n_f}{n_p} \omega_p = \left(\frac{e^2}{m\epsilon_0} \right)^{1/2} \frac{1}{\gamma_0} n_f n_p^{-1/2}$$

(interaction cinétique).

Les modes instables étant des modes plasmas, les collisions électronique bloquent l'instabilité,

si : $v_{e-i} > 2\delta$, ce qui s'écrit :

$$4 \cdot 10^9 \frac{n_f}{(n_p)^{3/2}} \frac{T_e^{3/2}}{\gamma_0 Z \text{Log } \lambda} < 1 \quad (\text{II.2})$$

Cette condition est en fait une contrainte très forte.

En effet, choisissons des conditions optimistes :

- $n_f = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, ce qui correspond à une densité de courant de 5 MA/cm² (Les valeurs maximales des densités de courant obtenues expérimentalement sont de l'ordre de 10 MA/cm²)

- $\gamma_0 = 2$

- $Z = 1$ (plasma d'hydrogène)

- $\text{Log } \lambda = 10$

(II.2) entraîne :

$$\frac{n_p}{T_e} > 10^{16} \text{ cm}^{-3} \text{ eV}^{-1} \quad (\text{II.3})$$

Pour $T_e = 10 \text{ eV}$, l'instabilité sera bloquée dès que n_p vaudra 10^{17} . Même pour $T_e = 1 \text{ keV}$, il faut $n_p < 10^{19}$.

On ne peut donc chauffer qu'une zone de densité très inférieure au solide ($n_{\text{solide}} \approx 10^{22} \text{ cm}^{-3}$), par exemple une zone de faible densité (zone coronale) provenant de l'expansion de la feuille.

On se heurte à une grosse difficulté : pour chauffer un milieu de densité donné (n_p fixé), il faut que ce milieu ait déjà atteint une température élevée. Mais par quels mécanismes ? Les valeurs publiées pour T_e sont au plus de quelques dizaines d'eV, une

exception notable étant 1keV, par le professeur NAKAI.

Revenant à (II-1), il apparaît d'autres facteurs défavorables

- il ne servirait à rien d'utiliser des électrons ultrarelativistes puisque δ est en γ_0^{-1}
- toute augmentation de Z augmente ν_{g-i} et gêne donc le développement de l'instabilité. Rappelons que la différence observée entre une cible de polyéthylène et une cible de nickel a été attribuée dans l'expérience japonaise à cette différence de Z . Il faudrait cependant pouvoir estimer Z effectif dans le plasma.

En conclusion, la prise en compte des collisions limite la possibilité de chauffage à une zone suffisamment chaude, de faible densité (voir figure 2-1) présentant nécessairement un gradient de densité. Tout ceci repose en définitive sur les calculs du chapitre I, qui nous ont permis d'estimer un ordre de grandeur du taux de croissance temporelle dans des conditions réalistes.

2 - GRADIENT DE DENSITE

Nous nous restreignons à un gradient dans la direction du faisceau.

Le rôle important des inhomogénéités pour la relaxation d'un faisceau d'électrons est bien connu. En particulier, dans la simulation de numérique de J. DAVIS et A. BERS (8), ce sont les gradients de densité qui limitent la croissance du champ électrique, et non pas la température du plasma ou les collisions.

Pour un plasma homogène, l'instabilité 2-faisceaux électron-électron évolue essentiellement comme une instabilité absolue, même pour un faisceau chaud

$$\left[\left(\frac{n_f}{n_p} \right)^{1/3} \left(\frac{V_0}{\Delta V} \right) < 1 \right]$$

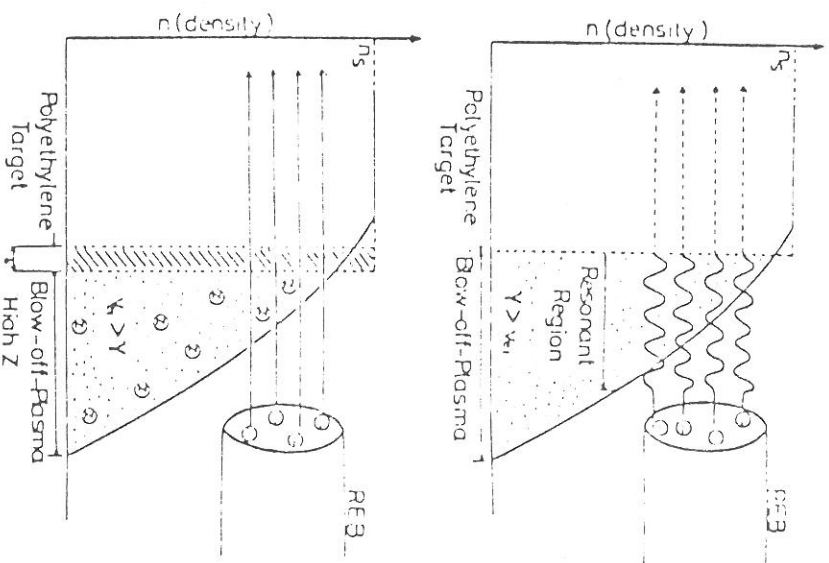


Fig. 2-1

Description schématique de l'interaction faisceau-plasma où γ et ω_e sont respectivement le taux de croissance et la fréquence de collision électron-ion.

Par conséquent, lorsqu'on injecte le faisceau dans un plasma - c'est la situation expérimentale réelle - les ondes électrostatiques vont croître partout et la saturation aura lieu très près du plan d'injection. La distance à laquelle l'onde sature ne dépend que fort peu de la température du faisceau. C'est la raison pour laquelle on ne cherche pas, pour un plasma homogène, à résoudre le problème du développement spatiotemporel de l'instabilité, ce qui reviendrait à calculer la fonction de Green du problème. Ce qui importe davantage est la compréhension du régime turbulent (8). La situation change radicalement si l'on prend en compte l'inhomogénéité du plasma. On peut montrer (9) que l'instabilité est alors convective, de sorte que l'amplitude maximum d'un signal se propageant dans le système est une fonction de la *distance* au point d'injection plutôt qu'une fonction du temps. Cette transition absolue - convective est très importante en pratique : une instabilité qui serait très violente pour un système infini peut en réalité s'éloigner suffisamment vite du système expérimental, avant que la perturbation ait le temps de croître. Pour le problème du chauffage, il faut estimer la distance à partir de laquelle apparaissent des mécanismes non linéaires susceptibles de freiner le faisceau ; le chauffage sera possible si la longueur du plasma est supérieure à cette distance.

Pour faire apparaître les aspects physiques essentiels du problème, étudions d'abord un modèle simplifié

- un faisceau non relativiste, avec une fonction de distribution lorentzienne,
- un plasma, caractérisé par une "vitesse thermique" V_T .

Pour le problème aux limites - à la différence du problème temporel - la température du plasma est importante. Le taux de croissance spatiale $-\frac{k_I}{K_0\omega_I}$ est toujours plus grand que le taux de croissance temporelle $\frac{\omega_I}{\omega_0}$, le rapport dépendant de la température du plasma. A la limite d'un plasma froid, $-k_I$ tend vers l'infini, alors que ω_I reste fini.

Il n'existe pas de façon simple de relier taux de croissance spatiale et temporelle, à travers une vitesse de groupe, par exemple. Ceci

provient de la singularité essentielle associée à l'instabilité faisceau-plasma (un pôle à l'infini dans le plan complexe des k).

L'équation de dispersion est de la forme

$$1 - \frac{\omega_p^2(x)}{\omega^2} \left[1 + \frac{3k^2}{\omega^2} V_T^2 \right] - \frac{\omega_f^2}{[\omega - k(V_0 + i\Delta v)]^2} = 0 \quad (\text{II-4})$$

L'inhomogénéité apparaît dans le facteur $\omega_p^2(x)$ (voir figure 2-2)

2.1 - Effets dus à la température du faisceau

Faisons d'abord $V_T = 0$, et résolvons (II-4) en $k(\omega)$, avec ω réel, $\omega < \omega_p(x)$. En séparant partie réelle k_r et partie imaginaire k_i de k , on obtient, pour le mode amplifié

$$k_r(x) = \frac{\left(\frac{\omega}{V_0}\right)}{1 + \left(\frac{\Delta v}{V_0}\right)^2} \left[1 + \frac{\omega_f \frac{\Delta v}{V_0}}{\sqrt{\omega_p^2(x) - \omega^2}} \right]$$

$$-k_i(x) = \frac{\left(\frac{\omega}{V_0}\right)}{1 + \left(\frac{\Delta v}{V_0}\right)^2} \left[\frac{\omega_f}{\sqrt{\omega_p^2(x) - \omega^2}} - \frac{\Delta v}{V_0} \right]$$

Supposons que la densité croisse dans la direction du faisceau ; posant $\omega = \omega_p(0)$ et développant $\omega_p^2(x)$ au voisinage de $x = 0$:

$$\omega_p^2(x) - \omega^2 = \frac{x}{L} \omega_p^2, \quad L \text{ étant la longueur de gradient, il vient :}$$

$$k_r(x) = \frac{\left(\frac{\omega}{V_0}\right)}{1 + \left(\frac{\Delta v}{V_0}\right)^2} \left[1 + \frac{\left(\frac{\omega_f}{\omega_p}\right) \left(\frac{\Delta v}{V_0}\right)}{\sqrt{\frac{x}{L}}} \right]$$

$$-k_i(x) = \frac{\left(\frac{\omega}{V_0}\right)}{1 + \left(\frac{\Delta v}{V_0}\right)^2} \left[\frac{\left(\frac{\omega_f}{\omega_p}\right) \left(\frac{\Delta v}{V_0}\right)}{\sqrt{\frac{x}{L}}} - \frac{\Delta v}{V_0} \right]$$

Nous pouvons maintenant estimer la phase et le taux de croissance au sens WK B (approximation de l'optique géométrique)

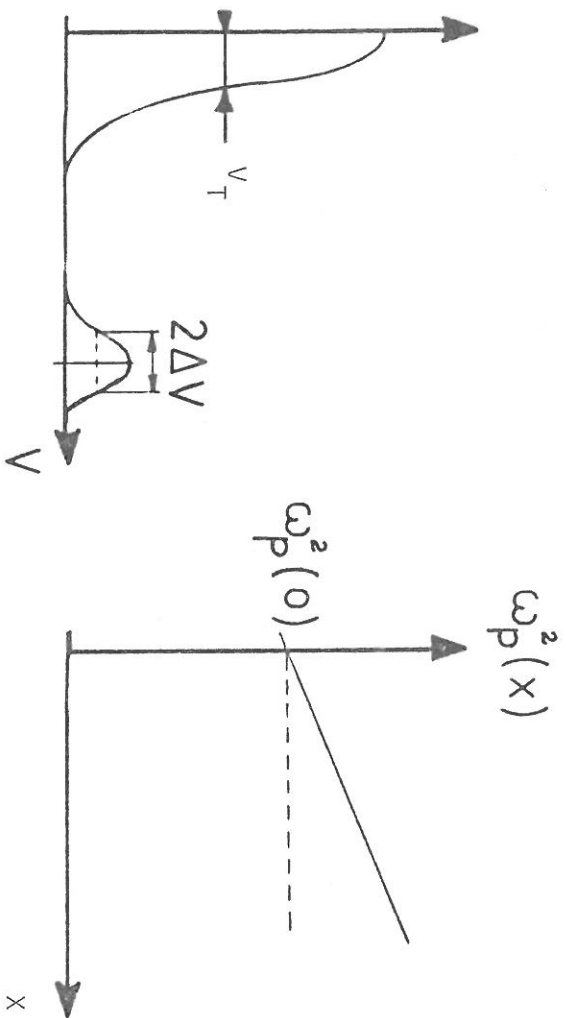


Fig. 2-2

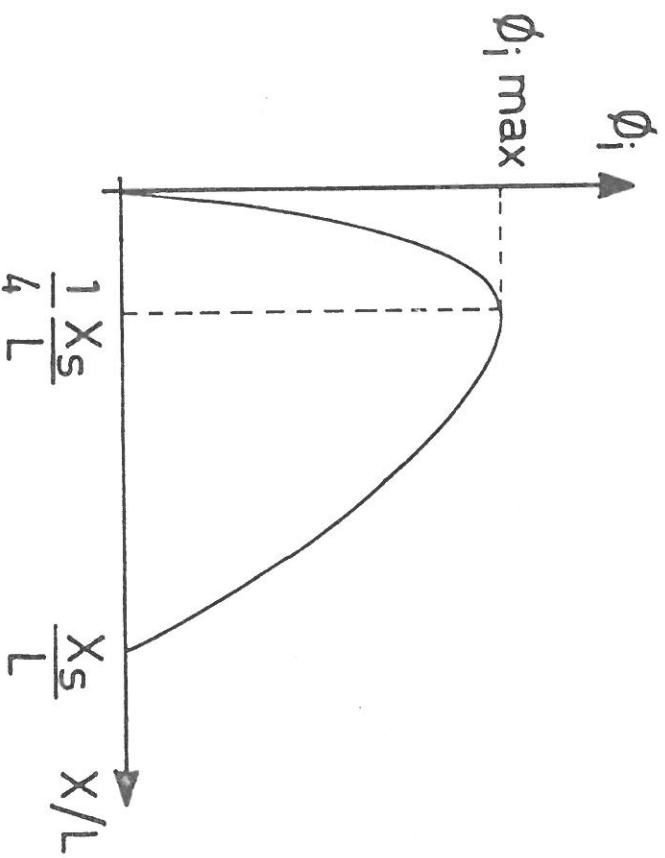


Fig. 2-3

$$\phi = \int_0^X k(x') dx'$$

$$\phi_r = \frac{\frac{\omega}{V_0}}{1 + \left(\frac{\Delta V}{V_0}\right)^2} \left[x + 2 \left(\frac{\omega F}{\omega_p}\right) \left(\frac{\Delta V}{V_0}\right) (xL)^{1/2} \right]$$

$$\phi_i = \frac{\frac{\omega}{V_0}}{1 + \left(\frac{\Delta V}{V_0}\right)^2} \left[2 \left(\frac{\omega F}{\omega_p}\right) (xL)^{1/2} - \left(\frac{\Delta V}{V_0}\right) x \right] \quad (\text{II.5})$$

On voit ici le rôle stabilisateur du gradient : si L décroît, ϕ_i décroît.

L'équation (II.5) signifie que l'instabilité est stoppée en $X = X_S$,

$$\left(\frac{X_S}{L}\right) = 4 \left(\frac{n_f}{n_p}\right) \left(\frac{V_0}{\Delta V}\right)^2, \text{ où } \phi_r = \frac{\omega}{V_0} x.$$

Si $\left(\frac{n_f}{n_p}\right) \left(\frac{V_0}{\Delta V}\right)^2 < \frac{1}{4}$, on a $X_S < L$, donc stabilisation pour

$X < L$. On peut estimer l'amplitude maximum de l'onde en maximisant $\phi_i(x)$. On obtient

$$\phi_{i \text{ max}} \sim \left(\frac{\omega L}{\Delta V}\right) \left(\frac{n_f}{n_p}\right) \left[1 + \left(\frac{\Delta V}{V_0}\right)^2 \right]^{-1}$$

$$\text{au point : } \frac{X_{\text{max}}}{L} = \left(\frac{n_f}{n_p}\right) \left(\frac{V_0}{\Delta V}\right)^2 = \frac{1}{4} \frac{X_S}{L} \quad (\text{voir figure 2-3}).$$

Pour $\frac{\Delta V}{V_0} \ll 1$, on peut simplement écrire l'amplitude maximum A_{max} :

$$A_{\text{max}} \propto \exp \left[\left(\frac{n_f}{n_p}\right) \left(\frac{\omega L}{\Delta V}\right) \right]$$

Ceci signifie que pour :

$L < \frac{\Delta V}{\omega_p} \frac{n_p}{n_f}$, l'interaction est stabilisée par le gradient de densité. L'interprétation physique de la stabilisation de cette instabilité cinétique est simple. La vitesse de phase de l'onde, $\frac{\omega}{k}$, croît le long du gradient, et lorsqu'elle devient supérieure à V_0 ,

L'onde décroît à cause de la pente négative de la fonction de distribution.

En effet : $k(x) = \frac{\phi_r}{X}$

pour : $\left(\frac{X}{L}\right)^{1/2} = \left(\frac{X_s}{L}\right)^{1/2} (1 + \delta)$, avec $\delta \ll 1$, il vient :

$$k \sim \left(\frac{\omega}{V_0}\right) \left[1 - \left(\frac{\Delta V}{V_0}\right)^2 \delta \right]$$

d'où $v_{\text{phase}} \sim V_0 \left[1 + \left(\frac{\Delta V}{V_0}\right)^2 \delta \right] > V_0$

et $-k_1 \sim -\frac{\left(\frac{\omega_f}{V_0}\right) \left(\frac{\Delta V}{V_0}\right)}{1 + \left(\frac{\Delta V}{V_0}\right)^2} \delta < 0$

Ce modèle simple montre donc que pour avoir un chauffage important, il faut 2 conditions :

- $L > \frac{\Delta v}{\omega_p} \frac{n_f}{n_p}$: assure que l'amplitude est grande, c'est-à-dire que le stade non linéaire est atteint.
- $\frac{n_f}{n_p} \left(\frac{V_0}{\Delta V}\right)^2 > \frac{1}{4}$, soit $X_s > L$, ce qui assure que l'instabilité n'est pas limitée à une zone de largeur X_s , petite devant L .

2.2 - Température du plasma

On peut (9) montrer à partir de l'équation de dispersion complète, que la température du plasma ne change pas la croissance pour $\frac{L}{L} X \gg \frac{V_I}{V_0} \left(\frac{n_f}{n_p}\right)^{1/2}$, c'est-à-dire que l'amplitude croît comme $\exp\left(\frac{2\omega_f L}{V_0} \sqrt{\frac{X}{L}}\right)$.

2.3 - Résultats exacts

A. BERS et M. VIAMNA (9) ont résolu le problème général de l'injection en calculant la fonction de Green du système. Deux cas sont à distinguer :

Faisceau froid

$$\text{pour } \left(\frac{n_f}{n_p}\right)^{1/2} \left(\frac{V_0}{\Delta V}\right) \gg 1$$

(II.6)

(on a une puissance $1/2$ au lieu de $1/3$ pour le critère habituel). La température du faisceau ne joue alors aucun rôle.

L'interaction faisceau-plasma est convective ; le régime non linéaire le long du faisceau est atteint lorsque la densité de courant oscillante égale la densité de courant continu due au faisceau. La stabilisation est assurée par le piégeage des électrons dans les puits de potentiel électrostatiques. Le niveau de bruit est estimé en supposant un plasma à l'équilibre thermodynamique, et donc satisfaisant le théorème d'équipartition de l'énergie. On peut alors calculer la distance normalisée $\frac{X}{L}$ entre la zone d'injection et la zone où dominent les effets non linéaires. Cette distance est la dimension minimum nécessaire pour que le faisceau puisse céder son énergie.

Sur la figure (2-4), on a reproduit le seuil en dimensions normalisées nécessaires pour l'apparition du régime non linéaire en fonction de $\frac{V_0}{c}$.

$$\bullet \text{ Faisceau chaud } \left(\frac{n_f}{n_p}\right)^{1/2} \frac{V_0}{\Delta V} \ll 1$$

(II-7)

- la température du plasma est négligeable si :

$$\frac{\omega_f}{\omega_p} > \frac{VT}{V_0^2} \frac{\Delta V}{\Delta V}$$

- l'instabilité est bloquée si $S_G^2 \omega_f \frac{L}{V_0} < 1$

$$\text{avec } S_G = \left(\frac{n_f}{n_p}\right)^{1/2} \frac{V_0}{\Delta V}$$

- Si $S_G^2 \omega_f L / V_0 > 1 > S_G^2$, les champs électriques sont localisés dans une bande étroite de largeur

$$\delta x \sim L S_G (\omega_f L / V_0)^{-1/2}$$

à une distance $x \sim L S_G^2$ du point d'injection avec une amplitude maximum proportionnelle à

$$\exp \left\{ \left(\frac{8}{27} \right) L S_G^2 \omega_f / V_0 \right\}$$

Exemple : Prenons $n_f = 10^{15}$, $n_p = 10^{18}$: c'est un cas où pour $T_e > 100 \text{ eV}$, les collisions ne bloquent pas l'instabilité ; plaçons-nous dans un cas très favorable où $\frac{V_0}{\Delta V} = 10^2$, donc $S_G = 10^{-1}$. L'instabilité n'est pas bloquée si : $\omega_f L / V_0 > 10^2$.

$$\text{Soit } L > 1,7 \text{ cm pour } n_f = 10^{15}.$$

La longueur de gradient du plasma-cible est certainement bien inférieure, puisque l'espace inter-électrodes est de quelques millimètres. Le chauffage par faisceau chaud au sens du critère (II.7) est donc exclu.

Il apparaît donc que l'instabilité faisceau froid-plasma peut jouer un rôle dans le chauffage d'une zone de température de l'ordre du keV et de densité entre 10^{18} et 10^{20} , présentant un gradient de densité de l'ordre du mm (cf figure 2-4).

Malheureusement, la condition (II.6) est extrêmement difficile à remplir expérimentalement :

Avec une densité de courant de 1 MA/cm^2 , on aura $\frac{n_f}{n_{p0}}$ de l'ordre de 10^{-3} , il faut donc

$$\frac{\Delta V}{V_0} < \frac{1}{100}.$$

Avec la fonction de distribution du chapitre I, ceci se traduit par : $\bar{\theta} < 5^\circ$,

Ce qui est irréaliste dans la plupart des cas.

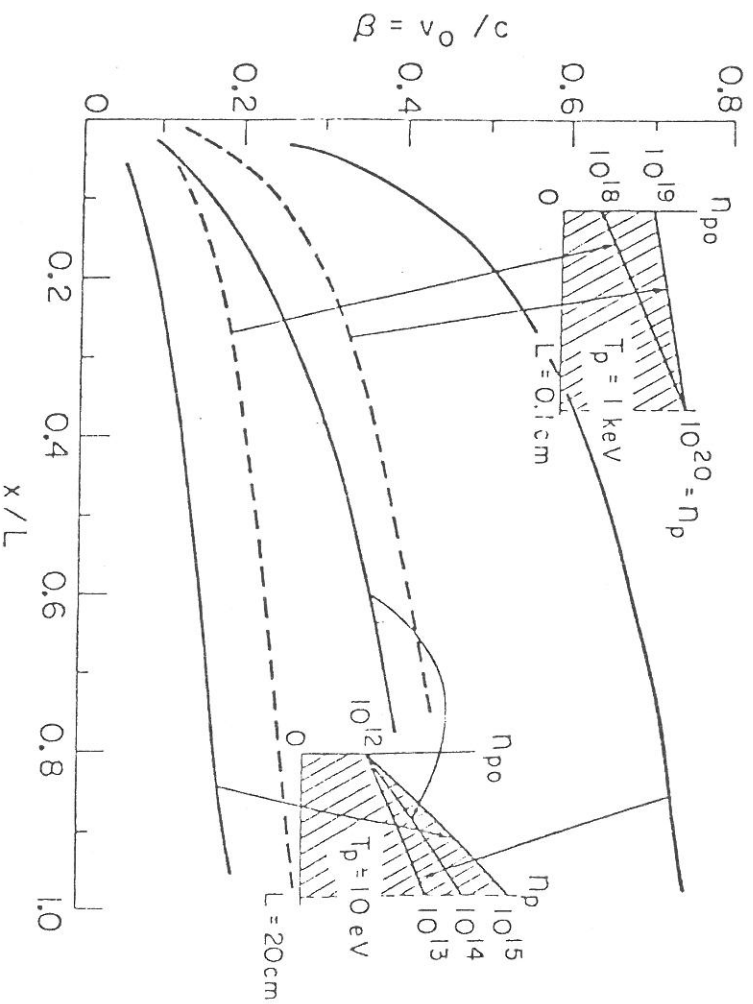


Fig.2-4

On a représenté le seuil en distance (normalisée) x/L nécessaire pour l'apparition du régime non linéaire pour 2 situations différentes. Les courbes en traits pleins sont typiques d'une interaction type solénoïde et montre comment la distance critique augmente si le gradient augmente (c.à.d. si L diminue).

Les courbes en pointillés sont représentatives d'une plasma issu d'une cible solide. Ici, le gradient de densité est supposé fixé et chaque courbe montre comment décroît la distance critique si on augmente la densité du faisceau.

- C H A P I T R E III -

AUTRES POSSIBILITÉS DE CHAUFFAGE ANORMAL
(NON COLLISIONNEL)

La théorie du courant de retour a d'abord été développée pour rendre compte de la propagation de faisceau intense ($I \gg I_A$ avec $I_A(KA) = 17 B\gamma$, courant d'Alfven). Physiquement le courant limite I_A correspond au cas où le champ magnétique propre du faisceau (neutre électriquement) empêche la propagation des électrons (cf. figure I-2).

1 - COURANT DE RETOUR1.1 - Qu'est-ce que le courant de retour.

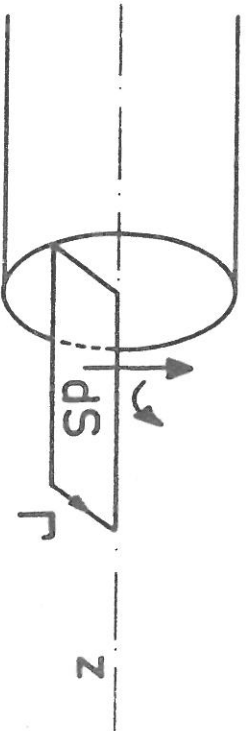
On entend par courant de retour un courant quasi statique induit par le faisceau, qui circule en sens inverse du faisceau.

A l'arrivée du front du faisceau, apparaît un champ magnétique azimuthal B :

$$B_{\theta} = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} \frac{r}{a} \quad \text{pour } r < a$$

$$B_{\theta} = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r} \quad \text{pour } r \gg a.$$

Il y a donc un champ magnétique variable. $\frac{\partial B_{\theta}}{\partial t}$, ce qui entraîne l'apparition d'un champ électrique E_z ; quantitativement :
 $\text{rot } E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ (loi de Faraday).



$$\int_{\Gamma} E_{\perp} d l = - \frac{d}{dt} \int_{\Gamma} B_{\theta} dS$$

$$E_{\perp} = - \frac{1}{H} \frac{dI}{dt}$$

L_H étant l'inductance par unité de longueur du faisceau

Ce champ électrique d'origine inductif accélère les électrons du plasma. (Les ions, beaucoup plus lourds, sont beaucoup moins affectés).

Les électrons du plasma tendent donc à diminuer le courant total J (en fait densité de courant)

$$J = J_f + J_p, \text{ avec } J_f \text{ courant direct dû au faisceau}$$

$$J_p \text{ courant dû aux électrons du plasma,}$$

ou courant de retour.

Le courant de retour résulte du caractère diamagnétique du plasma.

$$\text{Le courant } \vec{J} \text{ est déterminé par la loi d'Ampère :}$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right).$$

Remarque - Lorsqu'on injecte un faisceau d'électrons dans un tube vide métallique, il existe également un courant de retour, dû cette fois aux électrons de la surface interne du tube. Ce courant a la même origine physique, c'est-à-dire la variation de B_{θ} .

Théoriquement, on peut calculer le courant induit dans le plasma par le champ électromagnétique variable associé au front du faisceau, à l'aide des équations de Maxwell et du tenseur de conductivité, obtenu à partir des équations dynamiques du plasma.

Il est possible de calculer l'effet sur les électrons du faisceau des champs générés par le faisceau lui-même, cependant dans ce qui suit, nous négligerons cet effet.

Nous avons ignoré la composante électrostatique du champ électrique longitudinal, dans le sens du faisceau, qui est présente si le faisceau n'est pas neutralisé en charge.

En fait, on peut montrer (1) que la condition de neutralité électrique est plus facile à réaliser que la neutralité magnétique si $c\Delta t > L$, avec Δt durée du faisceau

L longueur du plasma.

Ce sera le cas généralement (pour $\Delta t = 10$ ns, $L = 3$ mm, $c\Delta t = 3m$)

Calculons L_H . Si b est le rayon de l'enceinte extérieure,

$$L_H = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{2} + \log \frac{b}{a} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \left(\frac{1}{2} + \log \frac{b}{a} \right) \text{ Henry/m}$$

L'imposition d'un champ magnétique intense détruirait le courant de retour : il n'y a pas de possibilités pour les électrons du plasma pour s'échapper radialement vers le plasma extérieur au faisceau. Dans ce cas, le champ électrostatique *domine* le champ inducteur et les électrons du plasma sont accélérés dans le sens du faisceau. Quantitativement, il faut

$$\omega_p > \omega_c = \frac{eB}{m_0}$$

pour que le courant de retour puisse s'établir.

1.2 - Etude quantitative.

Tout ce qui suit ne sera valable que si la période plasma ($2\pi/\omega_p$) est petite devant le temps caractéristique de variation du faisceau. Nous cherchons à déterminer dans quelle région et pendant combien de temps le courant de retour est important, c'est-à-dire J_p de l'ordre de grandeur de $-J_f$. Il est clair que loin derrière le front du faisceau, le régime permanent est atteint (le champ magnétique est établi), et donc J_p est nul.

La loi d'Ohm généralisée s'écrit, en supposant les ions immobiles :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau_c} \right) \vec{J}_p = \frac{ne^2}{m} \vec{E} + \frac{e}{m} \vec{J}_p \wedge \vec{B}$$

avec : \vec{B} champ magnétique total créé par $\vec{J}_p + \vec{J}_f$ (III-1)

τ_c temps de relaxation phénoménologique pour la quantité de mouvement des électrons du plasma.

$$\begin{aligned} \text{On utilise : } \operatorname{rot} \vec{B} &= \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \left(\vec{J}_p + \vec{J}_f + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{B} - \Delta \vec{B} &= \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{B} \end{aligned}$$

En appliquant l'opérateur $\nabla \wedge \nabla$ à l'équation (III.1), il vient :

$$-\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau_c} \right) \Delta \vec{J}_p = - \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\vec{J}_p + \vec{J}_f + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) + \frac{e}{m} \operatorname{rot} \operatorname{rot} (\vec{J}_p \wedge \vec{B})$$

On néglige le courant de déplacement $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$: hypothèse quasistatique. C'est légitime puisque $c \Delta t \gg L$. (1). On peut donc négliger $\frac{\partial}{\partial t}$ devant $\frac{c}{L}$

On néglige également le terme $\vec{J}_p \wedge \vec{B}$ (responsable de l'effet Hall)

$$-\lambda_E^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau_c} \right) \Delta \vec{J}_p = - \frac{\partial}{\partial t} (\vec{J}_p + \vec{J}_f)$$

$$\text{avec } \lambda_E = \frac{c}{\omega_{pe}}$$

Si a est le rayon du faisceau, on peut estimer que le gradient est de l'ordre de $\frac{1}{a}$

Donc : si $\lambda_E/a \ll 1$, c'est-à-dire pour un faisceau assez large et une densité de plasma assez grande, on a

$$\vec{J}_p \approx -\vec{J}_f \quad \text{initialement, ce qui justifie a posteriori le rejet du terme } (\vec{J}_p + \vec{J}_f) \wedge \vec{B}.$$

Le courant J_p emprunte le "canal" du faisceau.

Comme en général $n_f \ll n_p$, la vitesse V_p des électrons du plasma $V_p = - \frac{n_f}{n_p} V_0 \ll V_0$; les électrons du plasma sont donc non relativistes.

Pour une variation temporelle lente de J_p :

$$\frac{\partial J}{\partial t} \ll \frac{J}{\tau_c}, \quad (\text{III.1}) \quad \text{devient :}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\lambda_E^2}{\tau_c} \nabla^2 \right) J_p = - \frac{\partial}{\partial t} J_f$$

On a une équation de diffusion classique pour J_p . Le temps de décroissance caractéristique T_d et la longueur de décroissance L_d sont donnés par :

$$T_d = \tau_c \left(\frac{a}{\lambda_E} \right)^2, \quad L_d = T_d V_0 \quad (\text{III.2})$$

Nous avons négligé dans le gradient de J le terme correspondant à cette décroissance, donc implicitement on a supposé $L_d \gg a$.

Pour un faisceau idéalisé, se propageant vers les z positifs avec un front très raide,

$$J_f(\vec{r}, t) = J_f(x, y) H(V_0 t - z)$$

avec H fonction de Heaviside.

Le terme source de l'équation de diffusion est alors nul, sauf au front du faisceau.

Derrière le front, le courant de retour décroît avec la longueur caractéristique L_d .

Revenons sur les approximations faites :

$$\lambda_E = \frac{c}{\omega_{pe}} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{5.6 \cdot 10^4} n_p^{-1/2}$$

$$\lambda_E(\text{cm}) \sim 5.10^5 n_p^{-1/2} (\text{cm}^{-3})$$

L'ordre de grandeur de a , rayon du faisceau, est au moins 1 mm.

Supposer $\lambda_E \ll a$ revient donc à :

$$n_p \gg 2,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

Cette condition sera donc très facilement satisfaite pour notre expérience, où le plasma cible est dense.

$$T_D = \left(\frac{a}{\lambda_E} \right)^2 \frac{1}{v_{e-i}} = \frac{a^2 \cdot 3 \cdot 10^9 T_e^{3/2}}{9 \cdot 10^{20} \cdot 3 \cdot 10^{-6} Z \text{ Log } \Lambda} \quad (\text{en secondes})$$

avec T_e en eV, a en cm ; Pour $Z = 1$, $\text{Log } \Lambda = 10$.

$$T_D \approx 10^{-7} a^2 T_e^{3/2}$$

Donc, pour $a \sim 1 \text{ cm}$

$$T_e \sim 10 \text{ eV} \quad \left| \rightarrow T_D \sim 30 \text{ ns} \right.$$

Ce temps est comparable à la durée du faisceau. Le courant de retour existe donc bien dans les conditions de notre expérience.

Remarques : La longueur de neutralisation magnétique du faisceau est de l'ordre de la longueur de diffusion magnétique L_D . On s'attend donc à ne pas trouver de faisceau plus long que L_D si le courant du faisceau est plus grand que la limite d'Alfvén.

$$L_D = V_0 T_D \sim 3 \cdot 10^3 a^2 T_e^{3/2} \text{ cm} \quad (\text{III.3})$$

ce qui sera toujours très long, devant la distance anode-cathode par exemple (quelques millimètres !). Si cependant la fréquence de collision effective est beaucoup plus grande que la valeur classique par suite de turbulence, L_D peut être beaucoup plus petit que ne l'indique la relation III-3.

Le fait que le temps de décroissance de \vec{j}_p est grand devant τ_c provient du fait que le champ électrique inductif remplace l'énergie perdue par collisions.

Une façon simple de retrouver le temps caractéristique de diffusion est de calculer le temps de diffusion du champ magnétique créé par le courant du plasma.

$$\begin{aligned} \text{On a : } \quad \text{rot } \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{B} &= \mu_0 \vec{J} \quad (\text{toujours en négligeant le courant de} \\ &\quad \text{déplacement } \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \end{aligned}$$

La loi d'Ohm pour un plasma froid magnétisé à une composante s'écrit :

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B})$$

Il vient alors, en éliminant \vec{E} :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = - \text{rot} \left[\frac{1}{\sigma} \vec{J} - \vec{V} \wedge \vec{B} \right] = - \frac{1}{\sigma \mu_0} \text{rot} (\text{rot } \vec{B}) + \text{rot} (\vec{V} \wedge \vec{B})$$

Comme $\text{div } \vec{B} = 0$
 et $\text{grad. div } \vec{B} - \Delta \vec{B} = \text{rot rot } \vec{B}$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot} (\vec{V} \wedge \vec{B}) + \frac{1}{\sigma \mu_0} \Delta \vec{B}$$

Pour un fluide au repos :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \mu_0} \Delta \vec{B} \quad : \text{équation de diffusion du champ magnétique}$$

Ceci signifie qu'une configuration initiale de champ magnétique va décroître avec comme temps de diffusion : $T = \frac{a^2 \sigma}{\epsilon_0 c^2}$, si a est une longueur caractéristique de la variation spatiale de \vec{B} .

Comme $\sigma = \epsilon_0 \omega_{pe}^2 \tau_c$, on retrouve l'expression (III-2).

2 - CHAUFFAGE PAR EFFET JOULE (2)

Le champ électrique qui crée le courant dans le plasma ralentit simultanément les électrons du faisceau ; pour un faisceau intense ($I \gg I_A$, courant d'Alfven) le faisceau est en fait stoppé

sur une distance petite devant la longueur de décroissance du courant de retour.

Le taux de décroissance de l'énergie du faisceau est proportionnelle à $-\int_{\text{section du faisceau}} dS \vec{j}_f \cdot \vec{E}$

Cette énergie est répartie en énergie cinétique, E_c , dans le plasma et en énergie magnétique, W_m [$W_m = \left(\frac{B^2}{2\mu_0}\right)$]

Le chauffage par courant de retour fait appel aux mêmes mécanismes que le chauffage par courants induits à l'aide de champs externes (variables), comme par exemple le chauffage ohmique des Tokamaks. L'avantage réside dans la suppression de la limitation due aux effets de peau, inhérente aux courants induits par un champ externe.

Le courant de plasma I_p peut chauffer le plasma par effet Joule.

Soit R la résistance de la colonne de plasma par unité de longueur

L_H l'inductance du système faisceau + plasma par unité de longueur,

I , I_p , I_f respectivement le courant total, de retour, et le courant dû au faisceau,

ϕ le flux magnétique $L_H I$ total,

le bilan d'énergie s'écrit :

$$W_R = \int_0^t dt R I_p^2 = \int_0^t I_f \frac{d\phi}{dt} dt - \frac{1}{2} L_H I^2$$

Le faisceau est initialement complètement neutralisé :

$$I = I_f + I_p = 0$$

Pour un faisceau relativiste, le *courant* varie moins que l'*énergie* :

$$\frac{\delta V_f}{V_0} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{\delta \gamma}{\gamma} ; \text{ nous sortons donc } I_f \text{ de l'intégrale.}$$

En posant $f = \frac{I}{I_F}$, il vient :

$$W_R = \frac{1}{2} L_H I_F^2 (2f - f^2)$$

Notre théorie à une dimension nous impose comme courant total limite le courant d'Alfven I_A ,

$$I_A = \frac{mc^3}{e} \beta \gamma = 17 \beta \gamma \text{ (KA)}$$

$$\text{Donc } f_{\text{limite}} = \frac{I_A}{I_F} = \frac{\gamma_0}{\gamma}, \text{ avec } \gamma = \frac{Ne^2}{4\pi m_0 c^2 \epsilon_0}$$

N'étant le nombre d'électrons par unité de longueur. Les faisceaux qui nous intéressent ont $\frac{\gamma}{\gamma_0} \gg 1$

(pour notre expérience, $\frac{\gamma}{\gamma_0} \sim 5$)

Donc $f \ll 1$ et $W_R \sim L_H I_A I_F$

Prenons par exemple $I_F = 1\text{MA}$, $\gamma = 3$, $L_H = 4,5\mu \text{ H/m}$,

On a alors $W_{R\text{max}} = 23 \text{ kJ/m}$

Le temps nécessaire à ce chauffage, T_c , est le temps qu'il faut au courant total pour passer de 0 à I_A (la prise en compte de courant supérieur à I_A est discutable sans champ magnétique extérieur imposé assurant la propagation pour $I > I_A$).

Nous avons vu précédemment que le temps de décroissance caractéristique de I_p , donc de croissance de I total est

$$T_D = \tau_0 \left(\frac{a}{\lambda E} \right)^2,$$

$$\text{d'où } T_c \approx T_D \frac{I_A}{I_F} = f \tau_0 \left(\frac{a}{\lambda E} \right)^2 \text{ avec } \frac{a}{\lambda E} \gg 1$$

Au lieu de τ_c , introduisons la conductivité σ :

$$\sigma = \frac{ne^2}{m} \tau_c = \epsilon_0 \omega_{pe}^2 \tau_c$$

$$\tau_c = \frac{f}{\epsilon_0} \frac{a^2}{c^2} \sigma \sim \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{a^2}{c^2} \frac{\gamma}{v_0}$$

- Si pour σ nous prenons la conductivité de SPITZER pour un plasma d'hydrogène :

$$\sigma_{\text{mho-cm}^{-1}} = 9,3 T_e^{3/2}, \text{ avec } T_e \text{ en eV}$$

$$\text{Il vient } \tau_c \sim 10^{-7} \frac{a^2}{(\text{cm})} T_e^{3/2} \frac{\gamma}{v_0} \quad (\text{III-4})$$

$$\text{Pour } T_e = 100\text{eV} \sim 10^6 \text{ } ^\circ\text{K}, \quad a \sim 1\text{cm}, \quad \frac{v}{v_0} \sim 1$$

$$\tau_c \sim 10^{-4} \text{ s !!}$$

Il apparait donc malheureusement que si la conductivité est seulement due aux collisions coulombiennes, le courant de retour n'a pas le temps de chauffer par effet Joule le plasma.

Pour que τ_c soit voisin de $\Delta t \sim 100\text{ns}$, il faudrait :

$$\frac{v}{\gamma_0} \gtrsim 5 \cdot 10^3, \text{ ce qui est impossible pratiquement (il faudrait}$$

$$\text{un courant } I_F \approx 5 \cdot 10^3 \text{ } 17 \cdot 10^3 \text{A}$$

$$I_F \approx 10^8 \text{ ampères !)}$$

----- Autre approche du problème -----

Comparons le chauffage par dissipation ohmique du courant de retour au chauffage obtenu simplement par collisions directes entre les électrons du faisceau et le plasma.

$$\text{Il faut calculer : } (J^2/\sigma) / \left(\frac{J}{e} \frac{dE}{dx} \right) = e$$

où $\frac{dE}{dx}$ est donné par la formule (I) de l'introduction.

Pour un plasma d'hydrogène,

$$e \sim \frac{3 \cdot 10^{16} \text{ J}}{n_p T_e^{3/2}} \quad \text{avec } j \text{ en A/cm}^2 \quad \text{(III-5)}$$

$$n_p \text{ en cm}^{-3}$$

$$T_e \text{ en eV}$$

Pour une densité de courant de 1 MA/cm^2 , le chauffage ohmique est important si :

$$n_p T_e^{3/2} \lesssim 10^{22}$$

par exemple $T_e = 100 \text{ eV}$, $n_p < 10^{19}$

Par contre, on ne peut chauffer directement le solide ($n_p \sim 10^{22}$ à 1 keV : il faudrait j supérieur à 10^{10} A/cm^2 , ce qui est plusieurs ordres de grandeurs plus grand que les valeurs expérimentales).

3 - RESISTIVITE "ANORMALE"

Le chauffage par courant de retour peut devenir acceptable si la résistance est anormale, c'est-à-dire si la fréquence de collision "effective" est très supérieure à ν_{e-i} . Une condition *nécessaire* pour avoir une résistance anormale est que la vitesse dirigée V_d des électrons du plasma soit être supérieure à αV_{TE} , où V_{TE} est la vitesse thermique électronique et α un coefficient numérique dépendant du rapport T_e/T_i : si $T_e \gg T_i$, $\alpha \sim \sqrt{\frac{m_e}{M_i}}$ (1).

$$\text{Si } T_e \sim T_i, \quad \alpha \sim 1.$$

Il faut donc, *au moins*,

$$j (\text{A/cm}^2) > 1,5 \cdot 10^{-13} n_p T_e^{1/2} (\text{eV}) \quad \text{(III-6)}$$

$$(\text{cm}^{-3})$$

soit pour $j = 1 \text{ MA/cm}^2$, $T_e = 100 \text{ eV}$, $n_p < 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

$$\text{--- cas : } V_d \gg V_{T_e}, \quad \text{soit } \frac{n_p}{n_p} \gg \left(\frac{k T_e}{m_e c^2} \right)^{1/2}$$

C'est la situation initiale, où le plasma est froid, l'instabilité est du type Buneman.

L'équation de dispersion est, en négligeant le faisceau ($n_f \ll n_p$)

$$1 - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - kv_d)^2} - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} = 0$$

Les modes les plus instables ont un taux de croissance δ

$$\delta \sim \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\left(\frac{M_i}{m_e}\right)^{1/3}}{\omega_{pi}}$$

pour un plasma d'hydrogène : $\delta \approx 2,41 \omega_{pi}$.

Pour que l'instabilité soit importante, il faut que $\frac{1}{\delta}$ soit très inférieur à la durée du faisceau injecté, dans notre cas environ 50ns.

$$\text{or } \omega_{pi} \approx 1,5 \cdot 10^3 \sqrt{n_{p \text{ cm}^{-3}}}$$

Donc une condition nécessaire est que $n_p > 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

En quelques exponentiations, les électrons sont chauffés par piégeage dans les creux de potentiels de l'onde.

Si la fréquence de collision électron-ion est suffisamment basse, il y aura une phase intermédiaire où $T_e \gg T_i$. Si de plus, le temps de décroissance du courant de retour est suffisamment long, à la fin de cette phase les électrons ont encore la même vitesse de dérive V_d . Donc :

$$\text{2ème cas : } C_s < V_d < V_{Te}, \text{ avec } C_s = \sqrt{\frac{kT_e}{M_i}}$$

$$\text{Soit encore } \left(\frac{kT_e}{m_e c^2}\right)^{1/2} > \frac{n_f}{n_p} > \left(\frac{kT_e}{M_i c^2}\right)^{1/2}$$

Pour $T_e \gg T_i$, le courant de retour a une vitesse supérieure à la vitesse acoustique-ionique dans le plasma et excite donc des fluctuations électrostatiques dans le plasma : instabilité acoustique ionique.

Son taux de croissance est de l'ordre de ω_{pi} (V_d/V_{Te})

Dans les deux cas, si la turbulence devient assez forte, la résistivité du plasma est modifiée : le champ électrique stochastique freine les électrons. L'effet Joule est alors augmenté. Il faut introduire une conductivité efficace σ_{eff} . L'énergie cinétique des électrons du plasma $\frac{1}{2} n_p m V_d^2$ est convertie en énergie thermique :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} n_p m V_d^2 \right) \approx \frac{1}{\sigma_{eff}} J_p^2$$

Il faut estimer σ_{eff} , avec $\sigma_{ff} = \frac{ne^2}{m} \frac{1}{V_{eff}}$

où V_{eff} est la fréquence de collision effective, résultant d'interactions onde-particules. Ce problème est très difficile : v_{eff} dépend du spectre réel, c'est-à-dire de la répartition de l'énergie électrostatique dans les différents modes et dépend également de la forme des fonctions de distribution (par exemple présence d'électrons chauds...). Trois possibilités sont offertes :

- 1 - modèle théorique de la turbulence
- 2 - simulations numériques,
- 3 - expériences de laboratoire.

BUNEMAN avait proposé $v_{eff} \approx \omega_{pi}$ pour la première phase.

Les méthodes 2 et 3 ont montré que c'est le bon ordre de grandeur.

Par exemple, la simulation numérique de THODE-SUDAN (3), évalue $v_{eff} \approx 0,3 \omega_{pi}$.

Pour la deuxième phase, la turbulence est beaucoup moins forte. Les prédictions théoriques varient beaucoup, suivant le mécanisme non linéaire supposé assurer la saturation (4) (5).

Quoi qu'il en soit, nous supposons valable la formule de SAGDEEV (4)

$$v_{eff} \approx 10^{-2} \frac{T_e}{T_i} \frac{V_d}{V_{Te}} \omega_{pe}$$

Pour des ions H^+ , $\omega_{pe} \approx 43\omega_{pi}$

$$v_{eff} \approx 0,5 \frac{T_e}{T_i} \frac{V_d}{V_{Te}} \omega_{pi}.$$

Cherchons la longueur minimum nécessaire pour le chauffage anormal :

$$V_0 = RI = \frac{1}{\sigma^*} \lambda J$$

$$D'ou \lambda = \sigma^* \frac{V_0}{J}$$

Avec l'expression de Sagdeev pour σ^*

$$\lambda = \frac{n_e^2}{m v^*} \frac{V_0}{J} = \lambda_D \left(\frac{n_p}{n_f} \right)^2 \frac{T_i}{T_e} \frac{\gamma^2}{\gamma+1} \quad (III-8)$$

pour des électrons de 1MeV, il faudrait pour $\lambda = 1mm$,

$$n_f = 2,8 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3} \text{ (toujours avec } n_p = 10^{19} \text{ cm}^{-3} \text{)}$$

$$\text{Soit } J = 1,3 \cdot 10^8 \text{ A/cm}^2$$

Soit par exemple un courant de 1MA focalisé dans une tache de 1mm de diamètre.

Ceci paraît extrêmement difficile à réaliser.

Il paraît donc difficile de chauffer un plasma de densité supérieure à 10^{19} cm^{-3} . Par contre, il est envisageable de chauffer un plasma tenu.

EXEMPLE - Supposons $\lambda = 1 \text{ mm}$, $I = 1MA$, focalisé dans une région de 4mm de diamètre, ce qui paraît raisonnable. On peut alors chauffer un plasma de densité n_p jusqu'à $2.3 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ (d'après l'équation (III-8)).

Revenons sur la condition $T_e \gg T_i$. Ceci ne pourra être réalisé que pour un temps inférieur au temps d'équipartition de l'énergie t_{eq}

$$t_{eq} = 5,87 \frac{A T_e^{3/2}}{n z^2 \log A} \left(\frac{M_i}{m_e} \right)^{1/2} \quad (6)$$

pour $A = 1$, $Z = 1$:

$$t_{eq} \sim 250 \frac{T_e^{3/2}}{n_e \text{ Log } \Lambda}, \quad n \text{ en cm}^3, \quad T_e \text{ en } ^\circ\text{K}.$$

pour $n = 6 \cdot 10^{22}$, $T_e = 1 \text{ keV} \approx 10^7 \text{ } ^\circ\text{K}$

$$t_{eq} = 1,6 \cdot 10^{-11} \text{ s}$$

On aura donc très rapidement thermalisation du plasma qui perdre ainsi sa forte résistivité "anormale".

Par contre, pour un plasma moins dense

$$(n \sim 10^{19} - 10^{20} \text{ cm}^{-3}) \text{ on obtient}$$

$$t_{eq} \sim 10 - 100 \text{ ns}$$

Choisissons par exemple un plasma de densité 10^{19} cm^{-3} .

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{T_e - T_i}{t_{eq}}$$

La température ionique varie comme : $T_i \sim T_e \frac{t}{t_{eq}}$

Si $T_e = 1 \text{ keV}$, l'équipartition de l'énergie se traduira par une température finale voisine de 50 eV .

Il paraît donc possible de chauffer efficacement une couronne de densité 100 à 1000 fois la densité du faisceau, sur une épaisseur de l'ordre du mm, si un tel plasma (quelques 10^{17} à 10^{19} cm^{-3}) a pu être formé par une préimpulsion, par exemple.

Un point intéressant à souligner est que le chauffage, dans ce cas, marche d'autant mieux que la fréquence de collision ν est grande (dans la limite où $\nu \ll \omega_p$, sinon il n'y a plus de courant de retour) à la différence du chauffage par instabilité faisceau-plasma, qui requerrait une fréquence de collision la plus faible possible.

Les deux mécanismes sont donc complémentaires et l'on pourrait imaginer une situation où ils interviennent successivement.

Il reste un point important à étudier, propre aux expériences d'interaction avec une feuille mince : le plasma est nécessairement de longueur limitée. Il faut étudier l'influence de cette limitation sur le développement des instabilités. On s'attend, par exemple, à ce que l'instabilité soit bloquée si la longueur d'interaction (dans notre cas l'espace interélectrode, si on suppose le plasma remplissant tout l'espace physique) tend vers 0. C'est le but du paragraphe 4. Nous nous limitons à la première phase, où les électrons sont froids : c'est donc l'instabilité de Buneman qui domine.

4 - INSTABILITE DE BUNEMAN EN MILIEU LIMITE.

Expérimentalement, les limitations de l'espace d'interaction sont l'anode et la cathode. Les électrons et les ions ont une vitesse relative, V_D . On néglige toute dispersion thermique. Le but de l'étude est de déterminer la distance minimale pour que l'instabilité puisse être efficace. On se limite à une dimension, sans effets magnétiques ou relativistes, et aux modes électrostatiques parallèles.

L'équation de dispersion est alors simplement :

$$1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - kV_D)^2} = 0$$

C'est une équation très voisine de celle obtenue pour l'interaction faisceau-plasma, à condition d'identifier

$$\frac{n_f}{n_p} = \alpha \quad \text{à} \quad \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{pe}^2} = \frac{m_e}{M_i}$$

Le taux de croissance maximum (cf. Appendice D) est de l'ordre de ω_{pi} .

$$\omega \approx \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\omega_{pe} \omega_{pi}^2}{\omega_{pi}^2}^{1/3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\omega_{pe}}{\omega_{pi}^2}^{1/3} \left(\frac{M_i}{m_e} \right)^{1/6} \omega_{pi}$$

Habituellement, on considère que le milieu est infini et on résout l'équation en $\omega(k)$, k étant réel en cherchant le mode le plus instable ($\text{Max}[\text{Im}(\omega)]$).

Considérons un système borné soumis initialement à une perturbation localisée. Il est clair que la théorie "infinie" est insuffisante à partir du moment où la perturbation arrive aux limites du système ; suivant la nature des conditions aux limites, l'évolution de l'instabilité peut être très variable.

Une approche plus appropriée est de résoudre l'équation de dispersion en k , $k(\omega)$ avec ω et k complexes. La prise en compte des conditions aux limites est alors possible, ce qui permet

de déterminer les modes propres du système, c'est-à-dire les vecteurs d'ondes k possibles.

4-1 - Recherche des modes propres

Il suffit de linéariser les équations dynamiques pour les électrons et les ions, et d'adjoindre l'équation de Poisson. Le système de 5 équations admet une solution non triviale si et seulement si le déterminant est non nul.

$$\text{Il vient : } k \cdot \left[1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - kV_d)^2} \right] = 0$$

Les couples (ω, k) solutions sont donc :

$k = 0$, ω quelconque,

$$\text{ou } (\omega, k) \text{ tel que } 1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - kV_d)^2} \quad (\text{III.9})$$

La solution $k = 0$ est souvent "oubliée" mais ici il faut en tenir compte pour pouvoir satisfaire les conditions aux limites.

(III-9) donne pour k :

$$k_{\pm} = \frac{\omega}{V_d} \pm \frac{\beta}{\lambda} \quad \text{avec } \beta^2 = \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{pi}^2} \quad \text{et } \lambda = \frac{V_d}{\omega_{pe}}$$

La solution la plus générale est la somme de 3 modes propres ; le potentiel ψ s'écrit :

$$\psi = \left(A \exp \left[-ix \left(\frac{\omega}{V_d} + \frac{\beta}{\lambda} \right) \right] + B \exp \left[-ix \left(\frac{\omega}{V_d} - \frac{\beta}{\lambda} \right) \right] + C \right) e^{i\omega t}$$

Nous pouvons imposer 3 conditions aux limites.

2 serviront à déterminer A, B, C , à une constante multiplicative près.

La 3ème donnera l'équation que vérifient les fréquences des modes propres du système.

Des conditions de bord "raisonnables" sont :

$$\left. \begin{array}{l} n_e(0) = 0 \\ v_e(0) = 0 \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{sur la cathode, les perturbations de densité et de} \\ \text{vitesse sont nulles} \end{array}$$

D'autre part.

$\int_0^L E dx = 0$: pas de différence de potentiel globalement entre anode et cathode superposée à la tension appliquée ; cela revient à imposer un générateur de tension parfait, sans résistance interne.

Il est commode de passer à des variables sans dimensions :

$$z = \frac{\omega}{\omega_{pe}} , \quad \lambda = \frac{V_d}{\omega_{pe}} , \quad X = \frac{L}{\lambda}$$

On obtient finalement :

$$2i\beta^2 z - z^2 (\beta^2 - z^2) X + \beta e^{-iXz} \cdot [(\beta^2 + z^2) \sin \beta X - 2i\beta z \cos \beta X] = 0$$

(III-10)

Remarques :

- Si l'on fait tendre ω_{pi} vers $0 \left(\frac{m_i}{m} \rightarrow \infty \right)$ β tend vers 1. L'équation devient alors, en posant $\xi = \frac{L\omega}{V_d}$, $\alpha = \frac{L\omega_{pe}}{V_d}$:

$$2 \xi \alpha (1 - e^{-i\xi} \cos \alpha) - i(\xi^2 + \alpha^2) \sin \alpha e^{-i\xi} - i \frac{\xi^2}{\alpha} (\xi^2 - \alpha^2) = 0$$

On retrouve l'équation (1-86) p. 21 de la référence (8).

- En général, on ne retient pas la solution en $k = 0$.

Il faut noter que la solution en $k = 0$ n'est pas électrostatique : $\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ n'est pas nul, et il existe un champ magnétique \vec{B} , $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$.

On a, pour le mode $k = 0$ $(E = E_0 e^{i\omega t})$

$$\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -i \epsilon_0 \frac{\omega}{\beta^2} E_0 \neq 0.$$

En toute rigueur, il faudrait donc chercher des modes électromagnétiques. L'approximation faite (quasistatique) est d'autant meilleure que la longueur du système est faible et la fréquence ω basse car :

$$\vec{B} \approx \text{rot } B. \quad L \approx \frac{L\omega}{C} \frac{1}{\beta^2} \frac{E_0}{C}$$

Une condition de validité de l'approximation est donc :

$$B \ll \frac{E}{c} \Leftrightarrow \frac{X}{\beta^2} \ll 1.$$

Nous nous intéressons plus particulièrement à X petit devant 1, auquel cas l'approximation quasistatique est correcte.

4-2 - Calcul numérique des racines

On utilise encore la méthode de Newton. L'équation transcendente (III-10) admet de nombreuses racines. Nous nous intéressons seulement aux modes instables. Ayant choisi les modes sous la forme $\exp[i(\omega t - kX)]$, ce sont les racines à partie imaginaire négative. On a choisi $\frac{M_i}{M_e} = 2000$.

On a représenté sur les figures (3-1) parties réelles et imaginaires des racines prédominantes - c'est-à-dire les plus instables - pour $X > 10$.

On peut distinguer 2 types de modes :

- les modes électroniques, dont la partie réelle tend vers ω_{pe} pour $X \rightarrow \infty$. Leur partie imaginaire est importante pour les premiers (0,16 ω au maximum), mais décroît ensuite ; en effet, pour $|\omega| \gg \omega_{pi}$, β tend vers 1 et si X est grand, on peut négliger le terme qui contient $\exp(-izX)$ dans III-10, soit un terme qui est exponentiellement petit (comme $\exp(-X|\text{Im}(z)|)$) pour un mode instable.

Il vient alors : $2i = zX (1 - z^2)$

$$d'où \begin{cases} \text{Re}(z) = 1 \\ \text{Im}(z) = \frac{1}{X} \end{cases} \begin{matrix} \rightarrow 0 \\ \rightarrow \infty \end{matrix} \quad (\text{voir figure 3-2})$$

- les modes ioniques, qui prédominent pour X grand.

En effet, si : $\omega \lesssim \omega_{pi}$

β est différent de 1 et, contrairement au cas précédent, le terme en $\exp(-izX)$ reste important, à cause de la partie imaginaire de $\sin \beta X$ et $\cos \beta X$.

Le taux de croissance "oscille", avec un maximum qui tend lorsque X tend vers l'infini vers la valeur obtenue en résolvant l'équation de Buneman en milieu infini :

$$\omega = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{4/3}{\omega_{pe} \omega_{pi}} \Big)^{1/3}$$

$$\text{soit : } = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{4/3}{\left(\frac{M}{m}\right)^{1/3}} = 0,056 \quad (\text{voir figure 3-3}).$$

Ce qui est important, c'est que pour $X > \pi$, il y a toujours un mode fortement instable ($\omega \sim 0,1 \omega_{pe}$) et donc que les effets de dimension finis sont peu importants.

Pour $X < \pi$, contrairement au cas où les ions sont supposés immobiles ($\frac{M}{m} \rightarrow \infty$), il reste des modes instables. La partie imaginaire la plus grande est représentée sur la figure 3-4.

Lorsque X tend vers 0, la partie réelle de tous les modes tend vers ω_{pi} et la partie imaginaire vers 0 : l'instabilité devient négligeable pour X suffisamment petit.

Remarque : Le cas où $\frac{M}{m} = \infty$ a été étudié par PIERCE en 1944 (9).

Pour $\frac{M}{m}$ fini, une certaine confusion a persisté jusqu'en 1968.

En particulier, FREY et BIRDSALL (10) ont ignoré les racines instables pour $\frac{L}{\omega_{pe} Vd} < \pi$.

4.3 - Discussion

Pour que l'instabilité de Buneman soit importante, il faut qu'une partie importante de l'énergie cinétique des électrons soit transformée en énergie turbulente, et ceci sur la distance anode-cathode, L. Les résultats du paragraphe 4-2 nous

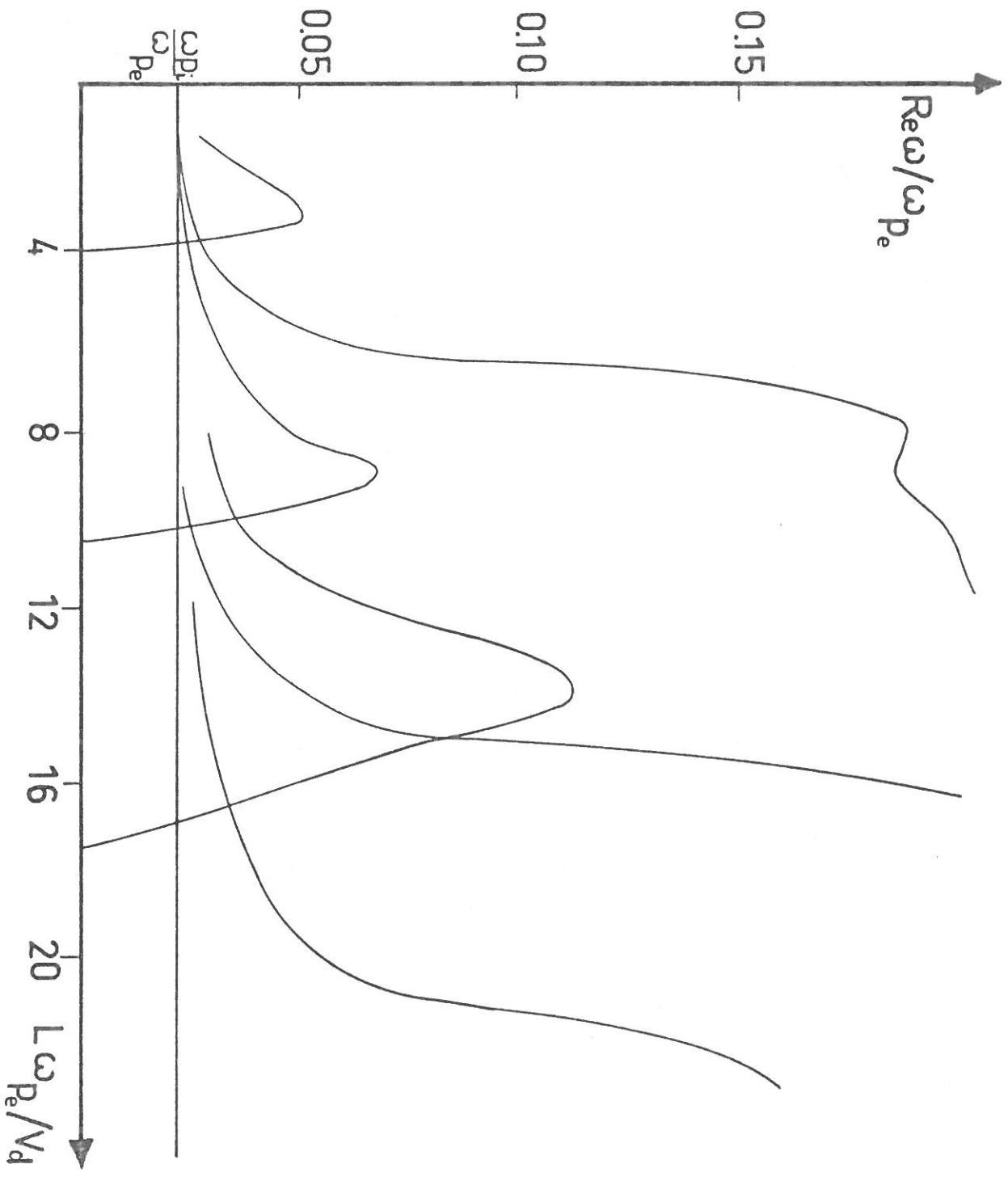


Fig. 3-1

On a représenté les racines les plus instables. Lorsque la partie réelle devient nulle, il apparaît 2 branches pour la partie imaginaire (cf. figure 3-1-bis).

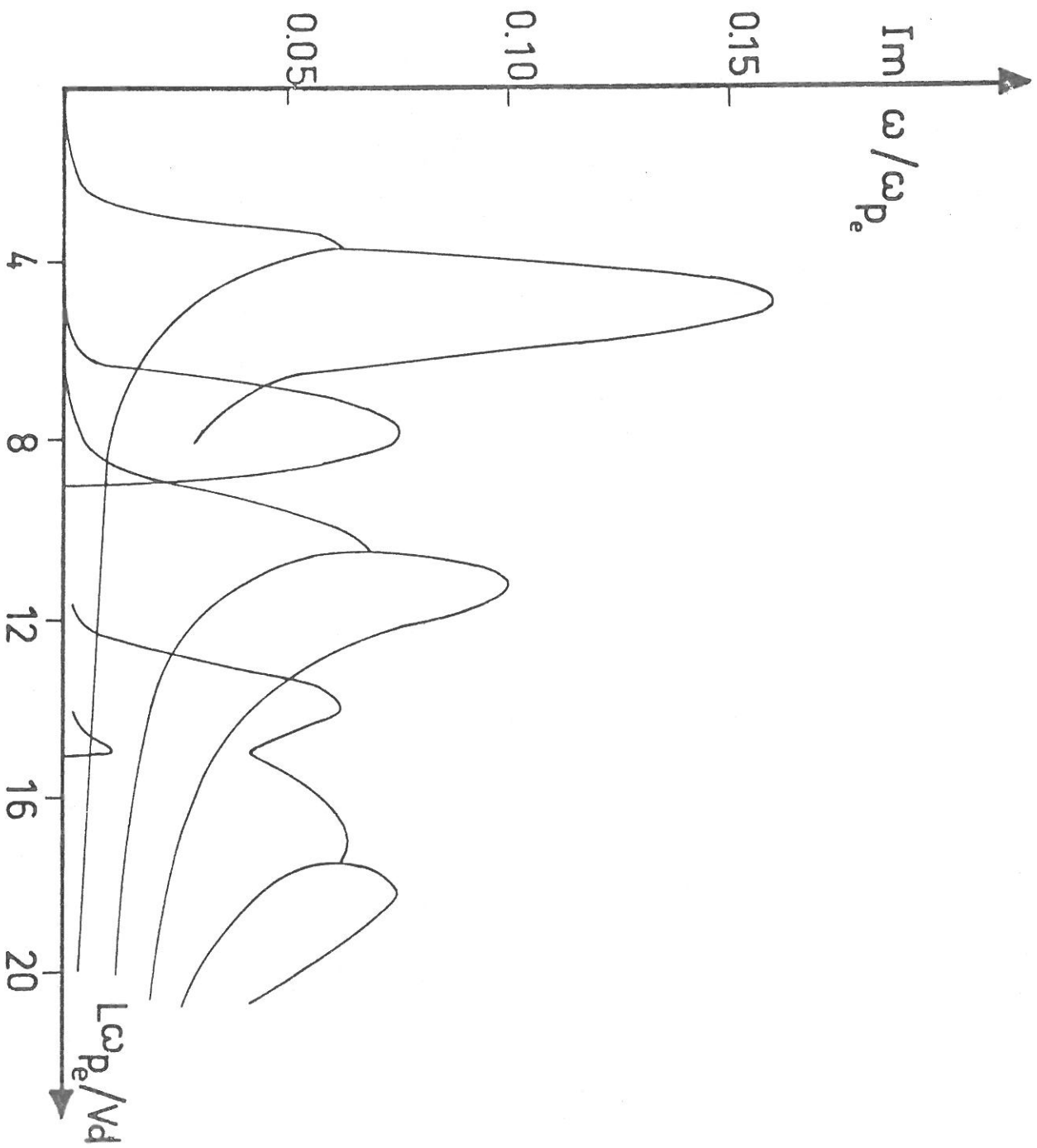
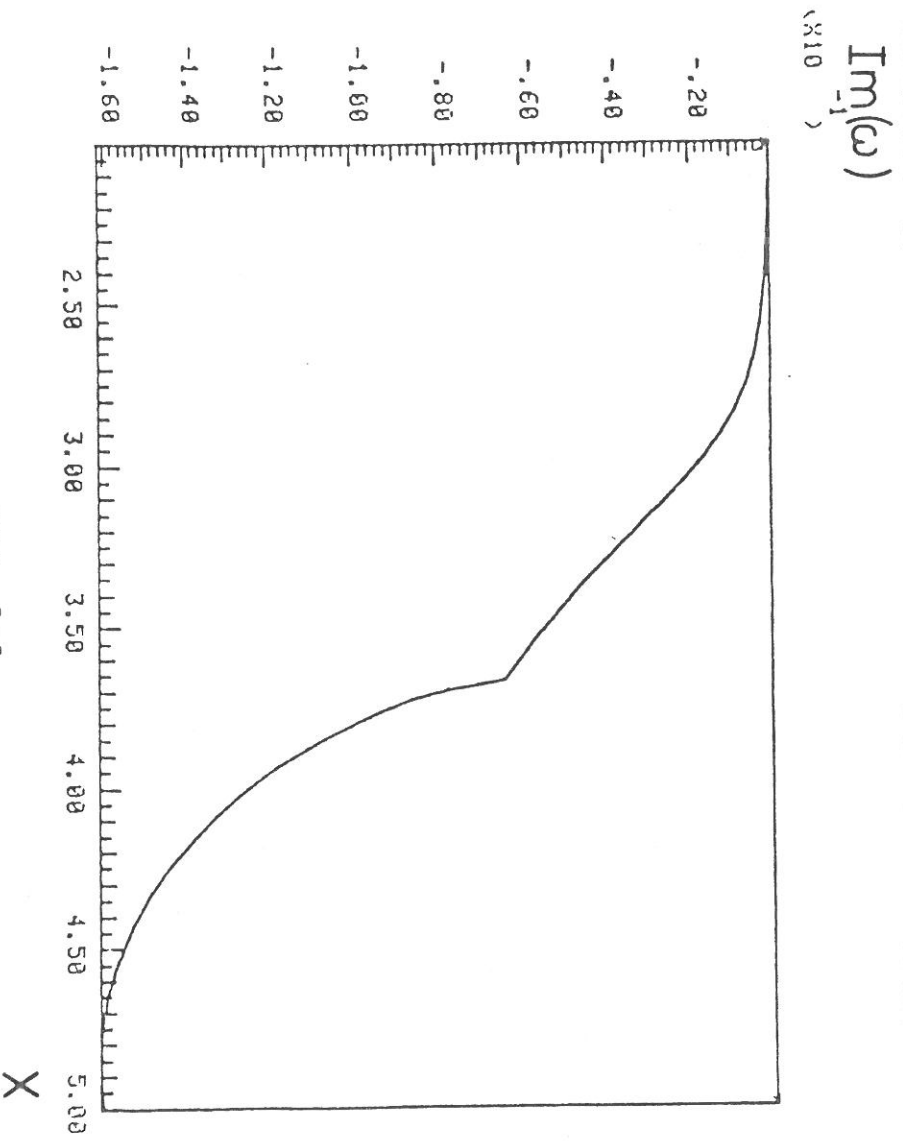
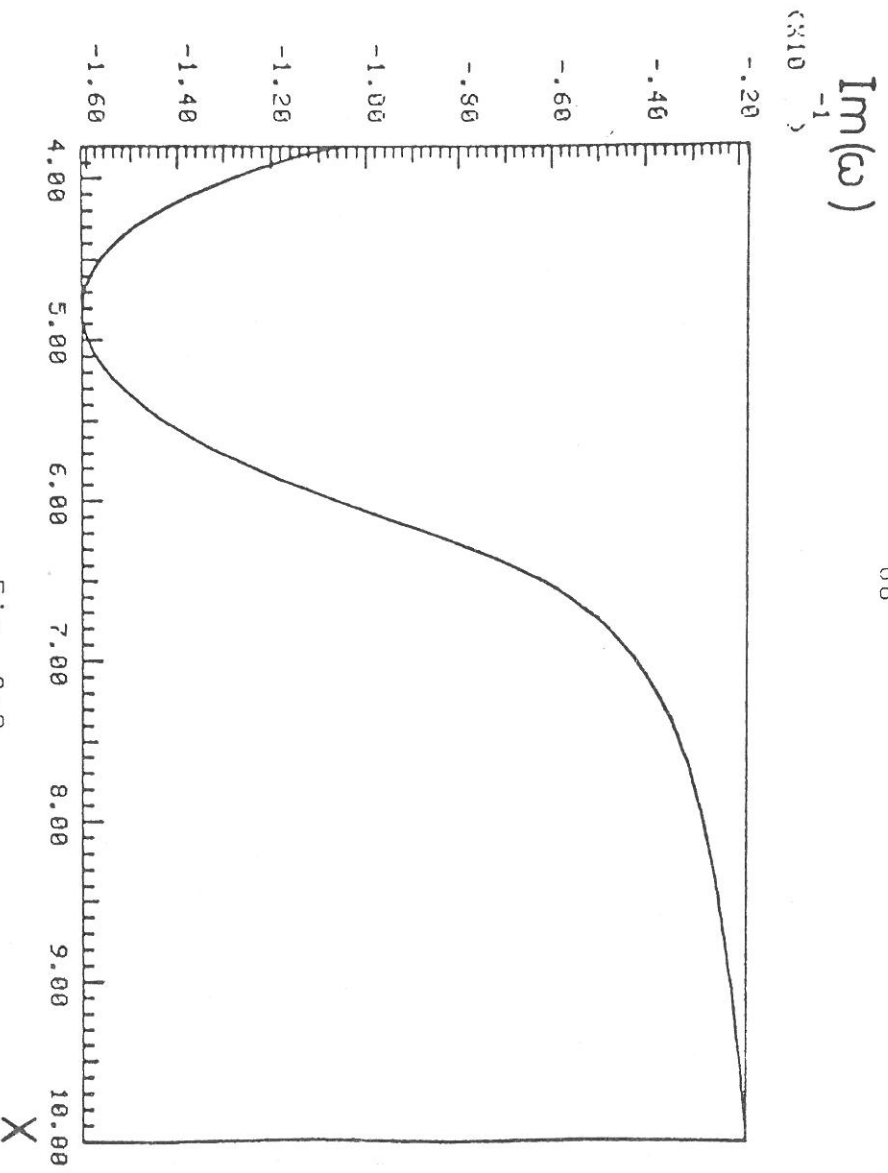


Fig. 3-1-bis



Mode ionique: variation de la partie imaginaire
avec X

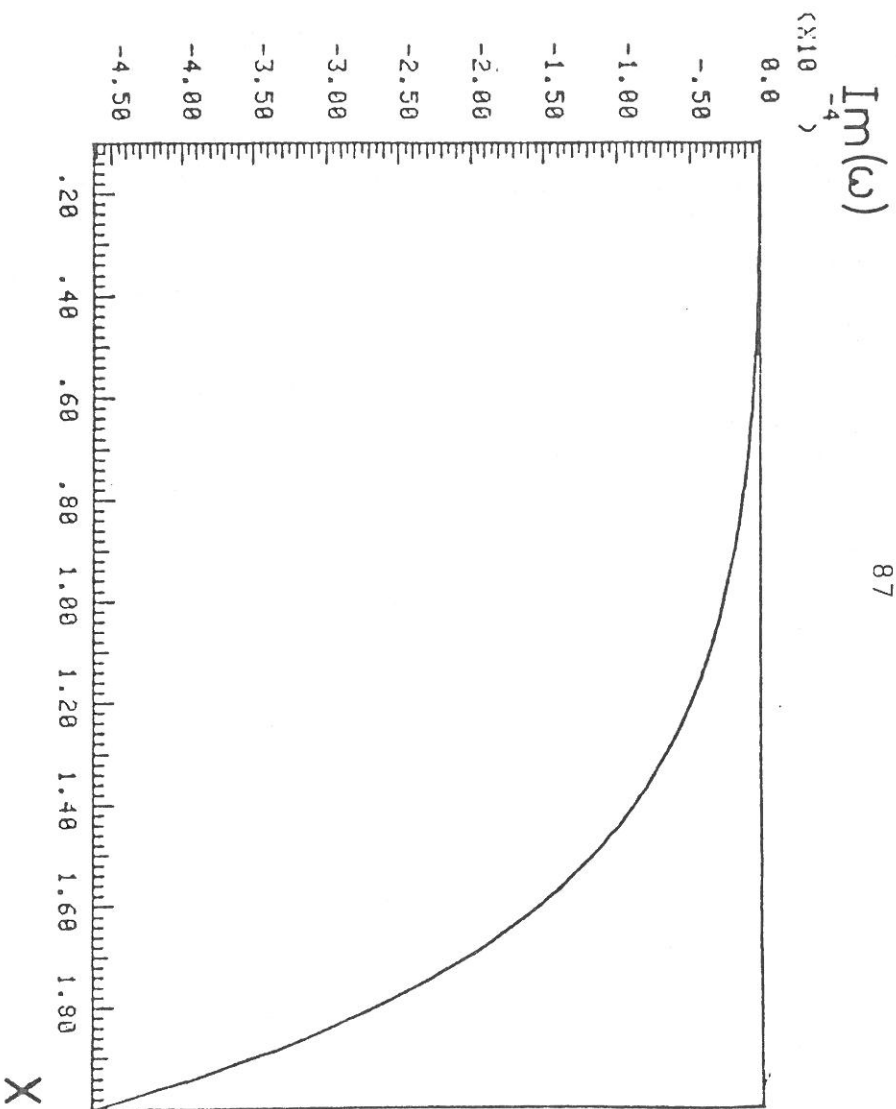


Fig. 3-4

Partie imaginaire de la racine la plus instable
lorsque X tend vers 0.

montrent que tout dépend du rapport $X = \frac{L \omega_{pe}}{V_d}$. En fonction de ce paramètre, on obtient un taux de croissance temporelle, qui doit être grand devant la durée du faisceau. La partie imaginaire de ω varie très vite avec X (cf. figure 3-4). Il devrait donc exister un seuil brusque d'apparition de la turbulence si on fait croître X , par exemple en augmentant L à courant constant.

- Appliquons ceci à l'instabilité associée au courant de retour.

Pour une densité de courant de $1\text{MA}/\text{cm}^2$, $n_f \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$,

$$V_d \sim \frac{n_f}{n_p} C$$

$$\text{Il vient } \frac{V_d}{\omega_{pe}} \sim 3 \cdot 10^{20} n_p^{-3/2} \text{ (cm)}$$

X sera toujours très supérieur à 1 dans ce cas.

- Supposons maintenant que le faisceau d'électron interagit *directement* avec des ions de même densité : c'est le modèle du *canal de plasma* turbulent proposé par RUDAKOV pour expliquer la non-fermeture des diodes à basse impédance ([11]).

V_d est voisin de C .

$$\frac{C}{\omega_{pe}} \approx 5 \cdot 10^5 n_f^{-1/2}$$

Cherchons pour quel courant minimum l'instabilité apparaît.

Il faut un taux de croissance de l'ordre de 10^8 s^{-1} , (10 ns comme temps d'exponentiation).

Ceci correspond, par exemple, à un courant de 20 kA produit par des électrons de 100 à 200 keV ; focalisée sur 1cm^2 . (condition du "prépuise" par exemple).

On a en effet : $n_f \approx 6 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$

$$\lambda \approx 1 \text{ mm}$$

Pour $L = 2\text{mm}$, on a $X = 2$, ce qui entraîne pour ω :

$$\omega \sim 5 \cdot 10^{-4} \omega_{pe}$$

 Remarque : L'existence de modes de fréquence voisine de ω_{p1}

 est donc possible. Estimons leur fréquence.

$$f = \frac{\omega_{p1}}{2\pi} \approx 10^4 \sqrt{n_p} \sqrt{\frac{m}{M}}$$

pour des protons, $f \sim 2 \cdot 10^2 n_p^{1/2}$ Hz
 [cm⁻³]

Par exemple, pour $n_p \approx 4 \cdot 10^{13}$ cm⁻³, $f \approx 10^9$ Hz. Ces oscillations peuvent peut-être apparaître sur les diagnostics électriques donnant la tension et le courant.

- C H A P I T R E I V -

AUGMENTATION DU CHAUFFAGE PAR LES CHAMPS PROPRES

1 - CHAMP MAGNETIQUE PROPRE (1)

Nous nous intéresserons maintenant à une situation où le faisceau n'est pas neutralisé en courant. Le champ magnétique propre du faisceau peut alors modifier les trajectoires des électrons dans la cible - à la condition, bien sûr, que le champ magnétique puisse pénétrer dans le plasma cible.

Si le temps caractéristique de variation du courant faisceau est $\Delta t = \frac{1}{\omega}$, l'épaisseur de peau électromagnétique δ_{em} vaut :

$$\delta_{em} = (2/\mu_0 \omega \sigma)^{1/2}$$

Pour un plasma de température T_e (eV), $Z = 1$,

$$\delta_{em}(\text{cm}) \sim 1,31 \cdot 10^3 (\Delta t \log \lambda)^{1/2} / T_e^{3/4} \quad (\text{IV-1})$$

(En prenant pour σ la conductivité de Spitzer)

Prenons $\Delta t \approx 1\text{ns}$

$$\text{pour } T_e = 10\text{eV} \quad \delta_{em} \sim 200\mu$$

$$\text{pour } T_e = 1\text{keV} \quad \delta_{em} \sim 10\mu$$

Donc, pour les cibles minces utilisées, le champ magnétique peut pénétrer tout le plasma cible, tant que celui-ci est relativement froid et qu'il ne s'est pas trop étendu (par expansion).

Nous avons pu estimer expérimentalement la vitesse d'expansion du plasma cible à quelques dizaines de microns par nanoseconde

et la température à 10eV : le champ magnétique ne peut pénétrer entièrement le plasma cible qu'au tout début de l'interaction.

La condition sur l'épaisseur de peau n'est pas suffisante, car l'épaisseur du plasma peut entraîner les lignes de champ loin de la zone dense où l'on cherche à déposer l'énergie. Le paramètre qui permet de distinguer les cas où il y a diffusion des lignes de champ et ceux où les lignes de champ sont "gelées" est le nombre magnétique de Reynolds R_m .

Soit V_{exp} la vitesse d'expansion.

$$T_D \quad \text{le temps de diffusion} \quad T_D = \frac{a^2 \sigma}{\epsilon_0 c^2}$$

a une longueur caractéristique du problème.

$$R_m = \frac{V_{exp} T_D}{a} = V_{exp} a \sigma \mu_0 \quad (IV-2)$$

Pour ne pas avoir convection des lignes de champ, il faut $R_m \ll 1$ (2). Avec la conductivité de Spitzer, très élevée, c'est impossible.

Exemple : $V_{exp} = 10^6$ cm/s,

$$\text{pour } T_e = 10\text{eV} \quad \left| \begin{array}{l} T_D \sim 10^{-5}\text{s}, V_{exp} T_D \sim 10 \text{ cm} \\ a \approx 1 \text{ cm} \quad D' \text{ où } R_m \approx 10 \end{array} \right.$$

Si par contre la conductivité σ est réduite - conductivité dite "anormale", alors la condition $R_m \ll 1$ peut être réalisée.

De même l'épaisseur de peau croît avec $\frac{1}{\sigma}$.

Le chauffage est donc accru si la conductivité est diminuée, comme dans le chauffage par courant de retour.

Supposons maintenant qu'on se trouve dans une zone "imprégnée" par le champ magnétique.

Le champ magnétique affectera de façon significative la trajectoire des électrons s'il est suffisamment intense. Un critère simple est que le rayon de Larmor r_L doit être inférieur à l'épaisseur de peau.

$$r_L < \delta_{em} \Leftrightarrow \frac{\gamma mc}{eB} < \delta_{em}$$

$$\text{soit } B > \frac{\gamma mc}{e\delta}$$

(IV-3)

Le rayon de Larmor "moyen" des électrons du faisceau, de rayon a , est de l'ordre de $a \frac{I}{I_A}$.

$$\frac{I}{I_A} \text{ est de l'ordre de } 10, \quad a \text{ de l'ordre du mm.}$$

Le rayon de Larmor est donc de l'ordre de 100 μ .

En comparant avec l'ordre de grandeur de δ , on constate que le champ magnétique peut jouer un rôle pour un plasma froid, mais pas pour un plasma de 1 keV, à moins que le plasma ait une résistivité anormale.

Remarque : Pour que le concept de rayon de Larmor soit utile, il faut aussi que les déflexions (dus surtout aux collisions à grands paramètres d'impact, et donc à petites déviations) subies pendant une distance r_L soient faibles ! La longueur caractéristique de déflexion est : $L \sim \gamma_0^2 \beta_0^4 (4 \pi n_p Z^2 r_0^2 \text{Log } \Lambda)^{-1}$

$$\text{Il faut : } r_L < L$$

$$\text{Or : } L(\text{cm}) = \frac{\gamma_0^2 \beta_0^4}{Z^2} 10^{23} n_p (\text{cm}^{-3})$$

Pour un plasma avec $Z = 1$, même pour $n_p \approx n_{\text{solide}}$, on a L de l'ordre du cm. On a donc bien $r_L \ll L$.

Les électrons sont donc - partiellement - piégés dans une zone épaisse de quelques rayons de Larmor, où ils perdent leur énergie par collisions avec les électrons du plasma : d'où la nécessité de la pénétration de B dans une zone dense dans laquelle les collisions sont nombreuses.

En conclusion de ce paragraphe, il apparaît que le champ magnétique propre permet d'augmenter le chauffage d'une zone d'épaisseur faible devant l'épaisseur de peau (donc d'autant plus faible que la température est grande) et dont la vitesse d'expansion est suffisamment faible ($R_m \ll 1$).

L'efficacité du chauffage est augmentée si la résistivité est anormalement haute.

Le chauffage par courant de retour est d'une certaine façon complémentaire, puisqu'il a lieu lorsque le champ magnétique ne peut pénétrer le plasma (cas où $R_m \gg 1$).

Pour nos conditions expérimentales, il semble que le champ magnétique peut jouer un rôle avant l'expansion du plasma, au début de l'interaction.

Puis, par suite de la vitesse relativement élevée d'expansion, le champ ne pénètre plus dans le plasma.

Le problème complet demande la résolution simultanée des équations magnétohydrodynamiques, de diffusion magnétique et de dépôt de l'énergie dans une géométrie réaliste. On peut cependant penser qu'on ne peut pas chauffer une cible à des températures thermonucléaires, à moins que la résistivité soit "très anormale".

2 - CHAMP ELECTROSTATIQUE

Nous nous restreignons ici à des cibles minces devant la distance nécessaire pour stopper les électrons (cf. figure 4-1). Par exemple, pour des électrons de 500 keV, une feuille de polyéthylène de 100 microns laisse passer 90% du courant. Les premiers électrons issus de la cathode vont pouvoir créer une charge d'espace négative en deçà de l'anode ; cette charge d'espace peut être suffisante pour repousser les électrons suivants, et les faire revenir vers la cathode : c'est une sorte de réflexion électrostatique. Limitons-nous à un modèle simple (5). Considérons l'injection d'un faisceau d'électrons à travers un plan au potentiel zéro (l'anode) dans un espace vide. On ignore les forces magnétiques. Les temps de montée du courant et de la tension sont supposés nuls. On se limite à une dimension. Le champ électrique ralentisseur en un point donné est proportionnel au nombre d'électrons qui sont devant ce point (cf. figure 4-2). Le premier électron sera réfléchi lorsque le potentiel retardateur atteindra U_0 , l'énergie d'injection.

On utilise des coordonnées lagrangiennes : $z = z(z_0, t)$ avec $z_0 = z(z_0, 0) \leq 0$; un électron initialement en z_0 traverse le plan $z = 0$ au temps $-z_0/V_0$, V_0 étant la vitesse d'injection.

On a : $V_0 = \frac{B_0}{C}$, $\gamma_0 = (1 - \beta_0^2)^{-1/2}$, $U_0 = (\gamma_0 - 1)mc^2$
 n_f est la densité du faisceau en $z = 0$.

Pour $t > 0$, les charges négatives présentes dans le demi-espace $z > 0$ induisent sur le plan conducteur à la masse en $z = 0$ une charge positive de même valeur absolue. Le champ électrique est donc nul pour $z \gg V_0 t$.

L'équation de Poisson donne :

$$E(z, t) = - \int_{V_0 t}^z \frac{n(z)e}{\epsilon_0} dz = - \frac{n_f}{\epsilon_0} z_0 e .$$

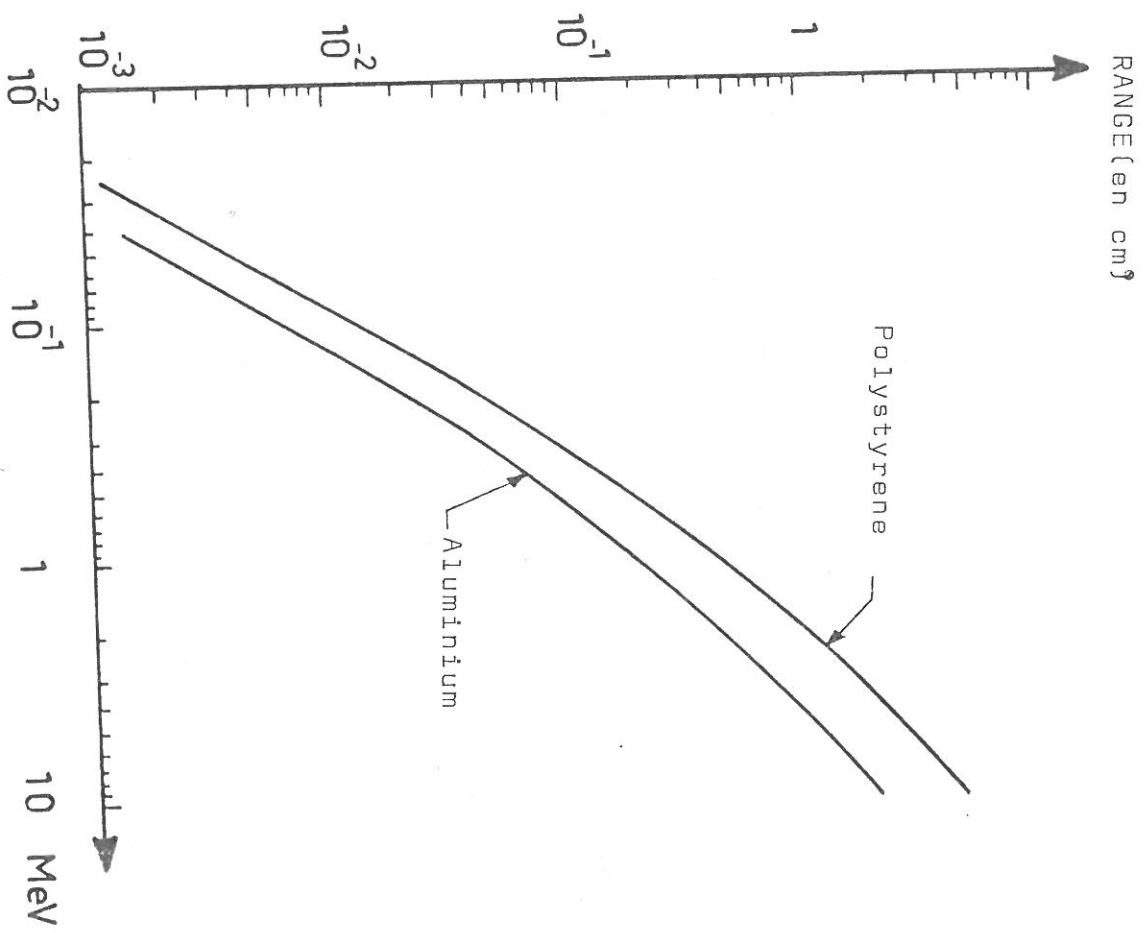


Fig. 4-1
(d'après réf. 8)

Distance d'absorption
en fonction de l'énergie des électrons

Le champ retardateur qui freine un électron donné ne dépend que du nombre d'électrons qui le précédaient à $t = 0$.

L'équation du mouvement relativiste pour un électron donné (z_0 fixé) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\gamma m v) = -eE = m \omega_f^2 z_0$$

avec
$$\omega_f^2 = \frac{n_f e^2}{m \epsilon_0}$$

ce qui entraîne :

$$\gamma V - \gamma_0 V_0 = \omega_f^2 z_0 \left[t - \left(-\frac{z_0}{V_0} \right) \right]$$

d'où finalement :

$$V = C \frac{\omega_f^2 z_0 t + \gamma_0 V_0 + \omega_f^2 z_0^2 / V_0}{\left[(\omega_f^2 z_0 t + \gamma_0 V_0 + \omega_f^2 z_0^2 / V_0)^2 + C^2 \right]^{1/2}} \quad (\text{IV-4})$$

Ceci est valable tant qu'aucun électron n'est réfléchi, c'est-à-dire jusqu'au temps t_r où $V = 0$, soit :

$$t_r = -\frac{\gamma_0 V_0}{z_0 \omega_f^2} - \frac{z_0}{V_0}$$

Le premier électron réfléchi correspond à : $\frac{\partial t_r}{\partial z_0} = 0$

On en tire :

$$t_r = 2 \sqrt{\gamma_0} / \omega_f \quad \text{et} \quad z_0 = -\frac{\sqrt{\gamma_0}}{\omega_f} \frac{V_0}{\omega_f}$$

Pour $t > t_r$, la formulation Lagrangienne est incorrecte : à un même z correspondraient plusieurs z_0 .

On peut intégrer l'équation (IV-4) en tenant compte de $z = 0$ pour $t = -\frac{z_0}{V_0}$.

$$z(z_0, t) = \frac{C}{\omega_f^2 z_0} \left(\left[(\omega_f^2 z_0 t + \gamma_0 V_0 + \omega_f^2 z_0^2 / V_0)^2 + C^2 \right]^{1/2} - \gamma_0 C \right)$$

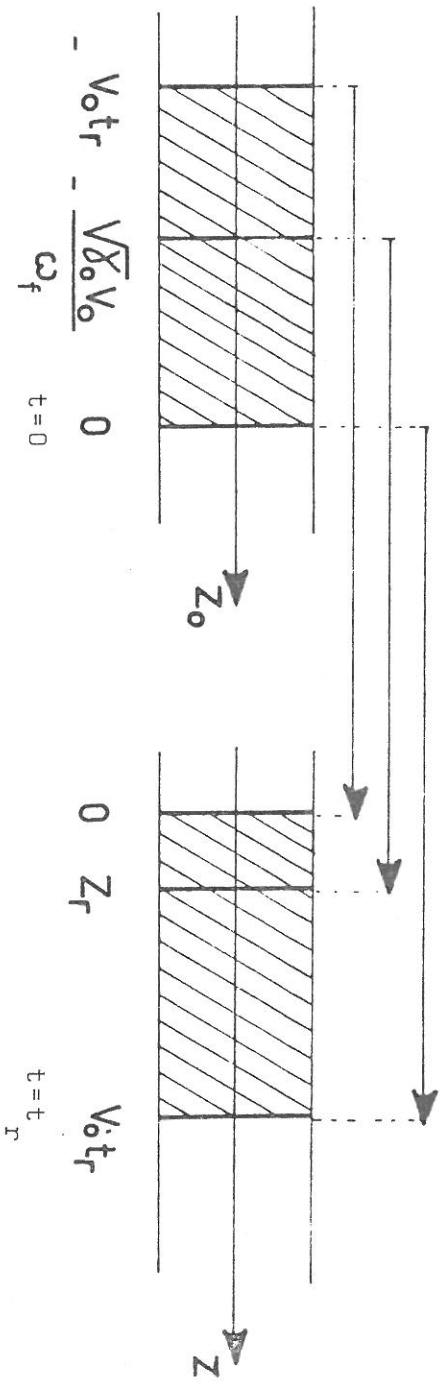


Fig.4-2

On a, bien sûr, quelque soit t , $z(z_0 = -V_0 t, t) = 0$, et donc en particulier pour $t = t_r$.

$$z_r = z(z_0 = -\sqrt{\gamma_0} V_0 / \omega_f, t_r) = \frac{1}{\beta_0} \frac{c}{\omega_f} \frac{\gamma_0 - 1}{\sqrt{\gamma_0}} = \frac{c}{\omega_f} \sqrt{\frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0 + 1}} \sqrt{\gamma_0}$$

Un électron qui arrive au temps t_r en $z = 0$ - donc $z_0 = -V_0 t_r$ "voit" une barrière de potentiel $\phi(z_0 = -V_0 t_r, t_r)$

$$\phi = - \int_0^{V_0 t_r} E(z) dz$$

On change la variable d'intégration de z en z_0 .

$$\phi = + \frac{n_f e}{\epsilon_0} \int_{-V_0 t_r}^0 z_0 \left(\frac{\partial z}{\partial z_0} \right)_t dz_0$$

On intègre par parties ; le terme tout intégré est nul.

$$\phi = - \frac{n_f e}{\epsilon_0} \int_{-V_0 t_r}^0 z(z_0, t_r) dz_0$$

La barrière d'énergie potentielle est donc :

$$-e\phi = m \omega_f^2 \int_0^0 z(z_0, t_r) dz_0 - V_0 t_r \quad (\text{IV-5})$$

On peut obtenir un résultat analytique pour $\beta_0 \ll 1$ ou $\beta_0 \gg 1$.

- $\beta_0 \ll 1$: limite non relativiste.

$$v = V_0 + \omega_f^2 z_0^2 / V_0 + \omega_f^2 z_0 t$$

$$z(z_0, t) = \frac{\omega_f^2}{2} z_0 t^2 + \left(\omega_f^2 \frac{z_0^2}{V_0} + V_0 \right) t + z_0 + \frac{\omega_f^2}{2V_0^2} z_0^3$$

donc pour $t_r = \frac{2}{\omega_f}$, on a :

$$z(z_0, t_r) = 3z_0 + 2 \frac{V_0}{\omega_f} + 2\omega_f \frac{z_0^2}{V_0} + \frac{\omega_f^2}{2V_0^2} z_0^3$$

En reportant dans (IV-5) on obtient :

$$\frac{-e\phi}{\frac{1}{2} m V_0^2} = \frac{2\omega_f^2}{V_0^2} \int_0^0 z(z_0, t_r) dz_0.$$

d'où :

$$\frac{-2e\phi}{mV_0^2} = \frac{8}{3}$$

- $\beta_0 \ll 1$: limite ultrarelativiste

$$z = z_0 + ct_r$$

$$\int_0^{-ct_r} z(z_0) dz_0 = 2 \gamma_0 \frac{c^2}{\omega_f^2}$$

d'où :

$$\frac{-e\phi}{(\gamma_0 - 1) mc^2} \approx \frac{-e\phi}{\gamma_0 mc^2} = 2$$

Il y a donc un puits de potentiel plus profond que l'énergie cinétique des électrons incidents (entre 2 et 2,67 fois), formé à une distance $\sim \sqrt{\gamma_0} V_0 / \omega_f$.

Le premier électron réfléchi l'est à une distance z_r du plan $z = 0$, ce qui entraîne qu'une partie des électrons suivants a traversé le plan $x = 0$, et donc pénétré sur une certaine distance : c'est la raison pour laquelle le puits de potentiel est plus profond que la tension d'accélération. La situation est bien sûr instable, et le puits de potentiel oscille à la fois en profondeur et en position. La simulation numérique de POUKEY et ROSTOKER montre que ces oscillations sont relativement faibles ($\sim 10\%$) autour des positions z_r et ϕ calculés ci-dessus. Il est donc possible dans ce modèle à une dimension, de renvoyer les électrons vers l'anode ; la charge d'espace est une cathode virtuelle. Dans la réalité, les électrons perdent une partie de leur énergie à chaque passage, et ne parviennent donc pas jusqu'à la cathode ; ils vont donc pouvoir osciller un certain nombre de fois (cf. figure 1-3).

Le modèle à une dimension est valable si le rayon du faisceau, a , est grand devant c/ω_f .

$$\text{Soit } a > 5 \cdot 10^5 \eta_f^{-1/2} \text{ cm}^{-3}$$

Le courant doit satisfaire à la condition : $I \gg 4kA$ (la disparaît car η_f est en $1/a^2$) ce qui est facilement réalisé expérimentalement.

Pour une densité de courant de $1MA/cm^2$, $\eta_f \approx 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$. La cathode virtuelle est en fait très près de l'anode. Le temps de transit d'un électron entre anode et cathode virtuelle correspond en gros à la fréquence d'oscillation. Cette hypothèse a été vérifiée expérimentalement (4) :

- on observe une émission microondes dont la fréquence correspond à la fréquence d'oscillation.
- en approchant un bloc de graphite près de l'anode (de l'ordre du mm), on bloque l'émission car on détruit la charge d'espace.

Il reste cependant difficile d'estimer le nombre de transits réels, et donc l'accroissement du chauffage.

On a une situation violemment turbulente (6) connue depuis longtemps, et où la puissance électromagnétique rayonnée peut être très grande, de l'ordre de 100 MW. (7). Assez vite la cible est ionisée : le champ électrique présent entre anode et cathode virtuelle, intense, accélère les ions positifs : on peut donc produire par ce mécanisme des ions d'énergie 2 ou 3 fois supérieurs à la tension anode-cathode.

Cependant, les ions neutralisent partiellement la charge d'espace électronique, la cathode virtuelle se déplace donc à une vitesse voisine de celle des ions. Le champ électrique devient alors plus faible à mesure que le plasma s'étend loin de l'anode, et l'hypothèse uni-dimensionnelle n'est plus valable.

- C H A P I T R E V -

EXPÉRIENCES

La machine utilisée - Générateur GAEL - a comme caractéristiques :

- Tension d'accélération : 500 kV
- Courant : 250 kA
- Durée d'impulsion : 50ns.
- Temps de montée du courant : 10 ns.
- Inductance de la diode : 25 nH

La figure 5-1 représente les éléments les plus importants du générateur.

L'activité principale jusqu'à maintenant a été centrée sur l'implantation et la mise au point des diagnostics. Le fonctionnement de la machine et les mesures de tension, de courant, du rayonnement micro-ondes sont rappelés brièvement. Je décrirai plus en détail les mesures optiques (interférométrie) et les mesures de , auxquelles j'ai participé plus particulièrement.

1 - FONCTIONNEMENT

Le principe de base repose sur le transfert d'énergie électrique à travers des éléments (capacité, lignes puis diode)

- Le générateur de Marx utilisé (0) se compose de 12 modules de 2 étages, chaque étage ayant une capacité de 0,32 μ F, chargé jusqu'à 50 kV. On a donc pour les 12 modules en série :
C = 13,3 nF. Actuellement, la tension de charge est 35 kV, soit
- | | |
|------------------|----------|
| Tension maximale | : 840 kV |
| Energie maximale | : 4,7 kJ |

Figure 5-1

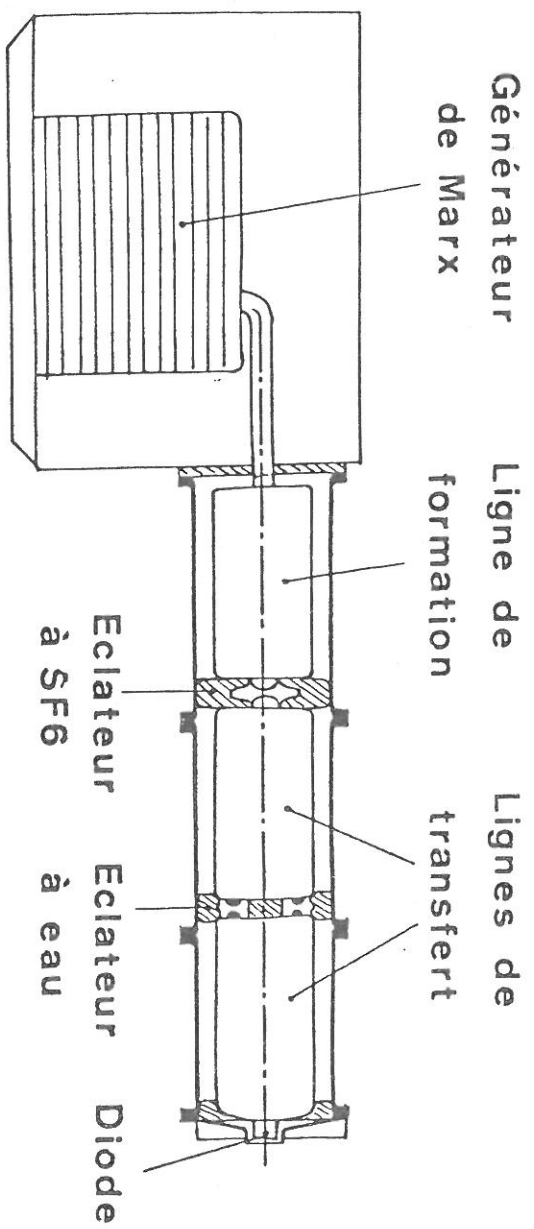


Schéma du générateur GAEL

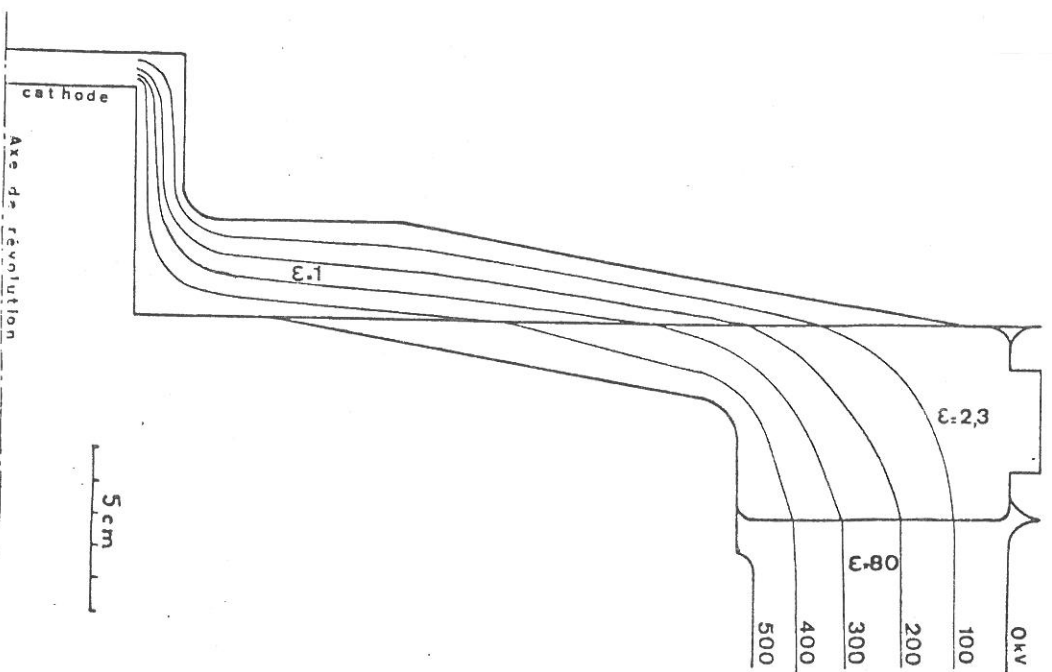


Fig. 5-2

Plan de la diode et tracé des lignes équipotentielles.
 Les lignes équipotentielles sont obtenues par une résolution numérique de l'équation de Laplace. La figure montre leur réfraction à la traversée eau-insolant et isolant-vide ainsi que leur répartition le long de l'isolant.

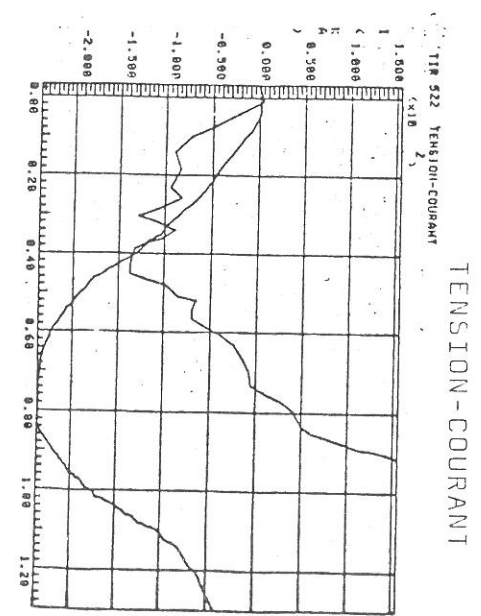
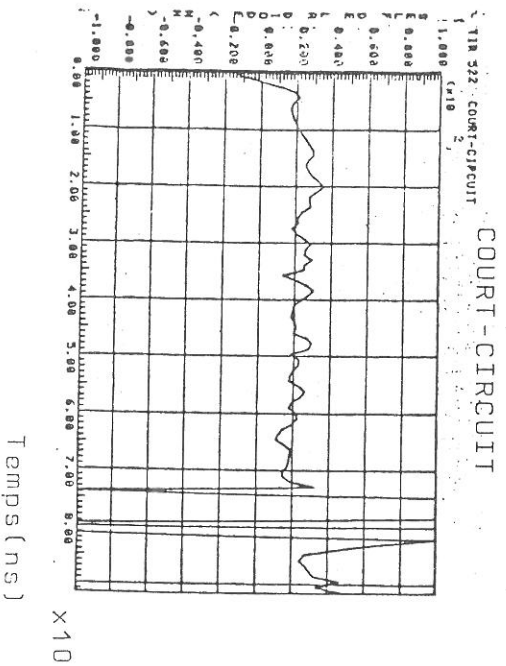


Figure 5-3

- La ligne d'impédance 2 ohms est en fait constituée de 3 lignes coaxiales identiques reliées entre elles par des éclateurs. La 1ère ligne - ligne de formation - reçoit l'énergie du Marx et forme l'impulsion de base. Elle est séparée d'une seconde ligne - ligne de transfert - par un éclateur à SF₆ autodéclenché, cette ligne de transfert permettant de découpler le fonctionnement de l'éclateur de celui de la diode. L'éclateur à eau sépare la 1ère de la 2ème ligne de transfert, permet de diminuer le temps de montée de l'impulsion d'environ un ordre de grandeur (de 70ns à 6-8ns). Le principe de ce raidissement est que le nombre de canaux de courant (streamer) dans l'éclateur à eau est une fonction croissante de la *variation* de tension au moment du claquage, $\frac{dV_c}{dt}$, et que l'inductance diminue avec le nombre de streamers. On place donc l'éclateur à eau en 2ème position, car il est attaqué par une onde (provenant de l'éclateur SF₆), à front de montée relativement raide.

- La diode (figure 2) a été calculée afin d'obtenir l'inductance minimum avec, comme contrainte, la tenue en tension du panneau isolant.

2 - MESURE DE TENSION ET DE COURANT

- La tension est mesurée par division capacitive. Le détecteur est situé à 15cm du centre de l'anode. On effectue la calibration en reliant anode et cathode par une résistance de faible inductance de 18Ω. Une impulsion de 5 kV est appliquée sur la ligne de transmission, utilisée sans eau et donc d'impédance 18Ω également. Le rapport entre la tension mesurée par le détecteur et la tension sur la résistance donne la calibration.

La tension mesurée au niveau détecteur n'est pas la tension réelle au niveau anode-cathode. Au premier ordre, on peut écrire :

$$V_{\text{diode}} = V_{\text{mesurée}} - L \frac{dI}{dt}$$

où L est l'inductance de la portion de ligne entre l'espace interélectrode et le détecteur. On évalue L en mesurant tension et courant en court-circuit. On a alors $V_{\text{diode}} = 0$ et $L = V/\frac{dI}{dt}$ (cf. figure 5-3)

On évalue $L \approx 20$ nH.

La correction reste inférieure à 10 %, en général, mais peut devenir importante si la machine est bien adaptée (I grand) et si le courant croît rapidement. Cependant, lorsque le courant est maximum, la correction est nulle.

- Le courant est mesuré par une sonde B_{θ} , associée à un intégrateur : la sonde mesure $\frac{dB_{\theta}}{dt}$, proportionnel à $\frac{dI}{dt}$, calibrée par une coupe de Faraday.

Un exemple de diagnostic est donné sur la figure 5-4. La tension et le courant présentent une préimpulsion importante (100 - 150 kV) qui dure environ 50ns, qui est due au couplage capacitif de part et d'autre de l'éclateur à eau. L'impulsion proprement dite débute ensuite. Il faut noter que l'énergie contenue dans la préimpulsion suffit à ioniser la feuille.

Remarque : La majorité des tirs ont été effectués avec l'éclateur à eau fonctionnant mal. En conséquence, le temps de montée du courant était anormalement long.

D'autre part, l'adaptation était - dans cette phase de mise au point - souvent mauvaise, l'impédance de diode étant beaucoup trop grande. En conséquence, seule une partie de l'énergie stockée dans le générateur de Marx était délivrée dans la diode.

On a représenté sur la figure 5-5 l'impédance de diode V/I et la puissance électrique instantanée VI . La quantité $\int VI dt$ donne l'énergie effectivement délivrée par la machine aux électrons de la cathode.

L'ordre de grandeur est 1kJ, ce qui est en accord avec des mesures calorimétriques.

Fig. 5-4

COURANT

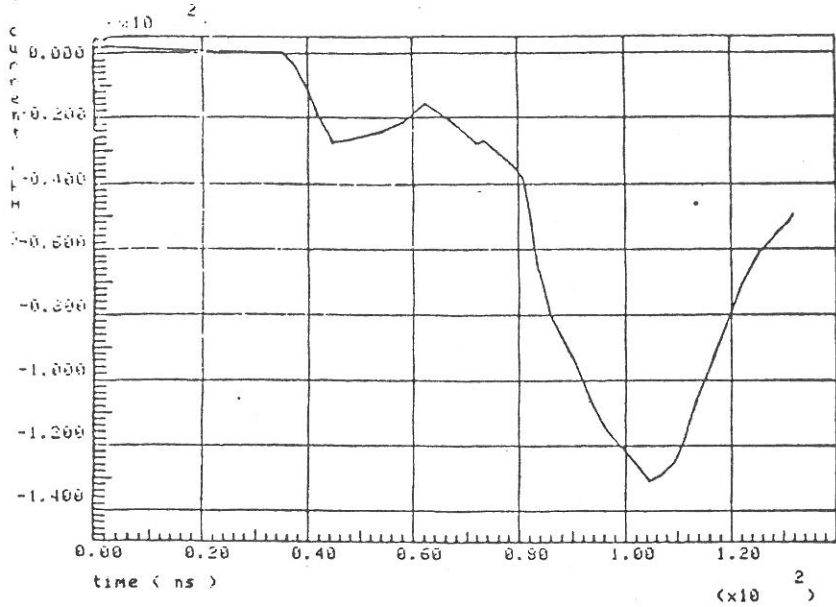
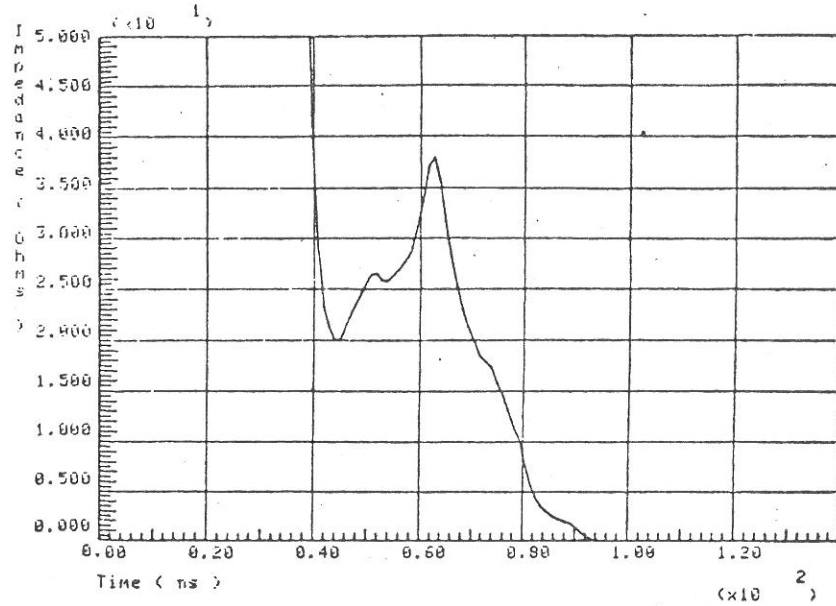
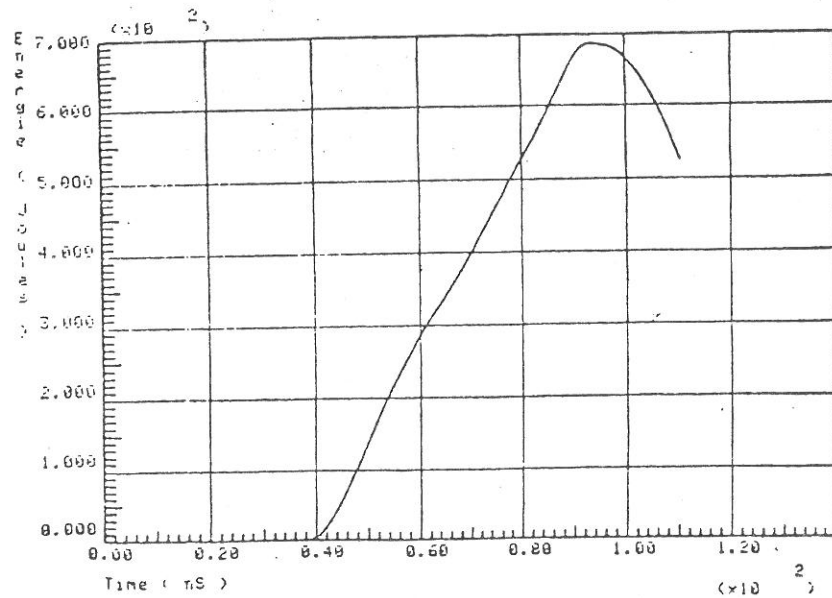
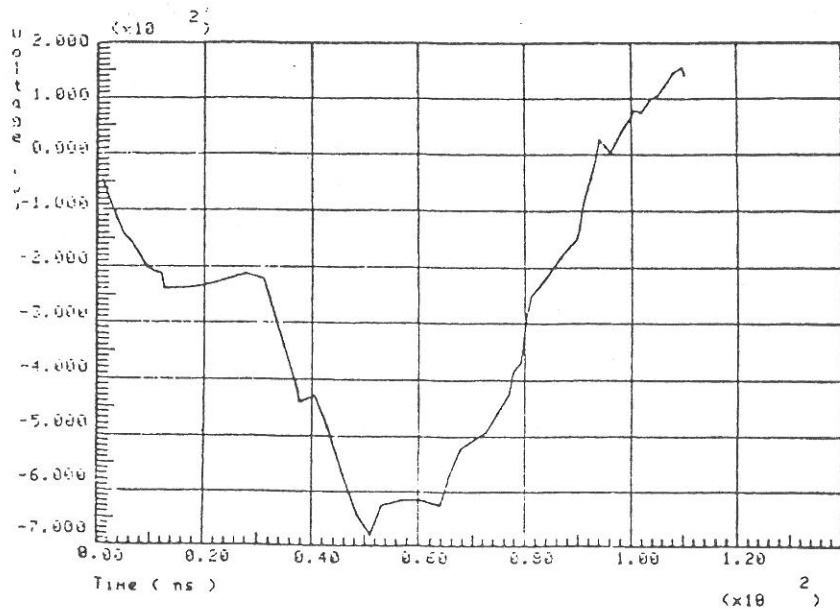


Fig. 5-5

IMPEDANCE DE DIODE



TENSION



3 - MESURE DE MICRO-ONDES

Les mesures sont effectuées dans l'espace anode-cathode et derrière l'anode (cf. figure 5-6). Pendant l'impulsion, le plasma anodique est forcément dense ($> 10^{19} \text{cm}^{-3}$) et est donc opaque pour les micro-ondes.

Les 2 signaux micro-ondes passent dans des lignes à retard dispersives pour mesurer leurs fréquences.

Les observations ont montré :

- les fréquences sont dans la gamme 9-14 GHz, et sont reproductibles, contrairement aux puissances.
- les 2 impulsions ont la même fréquence, la même forme (cf. figure 5-7) et se produisent au même moment pendant l'impulsion de courant. Ceci est un point positif en faveur du modèle d'un nuage d'électrons oscillants de part et d'autre de la feuille. Dans la référence (IV-4) on montre que les fréquences observées sont en gros en accord avec ce modèle.
- En approchant une 3ème électrode de l'anode, l'émission décroît à fréquence constante, puis disparaît (distance anticathode-anode $\approx 1 \text{mm}$) *des 2 côtés* de l'anode.
- Une puissance maximum de quelques centaines de Mégawatts est obtenue, ce qui - en ordre de grandeur - correspond à la puissance rayonnée par un nuage d'électrons *cohérents* émettant comme un dipole oscillant, entre cathode et anticathode.

Ce mécanisme d'oscillation est à rapprocher de l'instabilité observée dans les diodes à faibles courants (IV-5) associée au puits de potentiel derrière la feuille, qui, pour un courant critique I_c conduit à une "bifurcation". On observe alors un changement du comportement de la diode.

4 - MESURES OPTIQUES

Un faisceau laser constitue une sonde plasma bien adaptée à l'étude des plasmas denses :

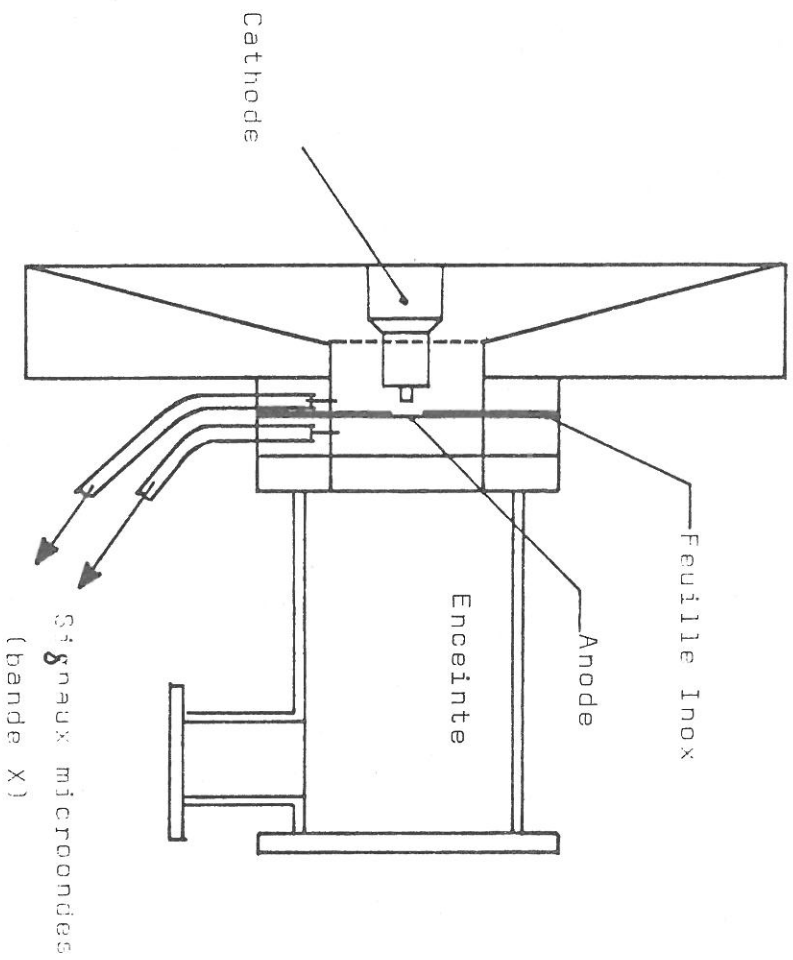


Figure 5-6

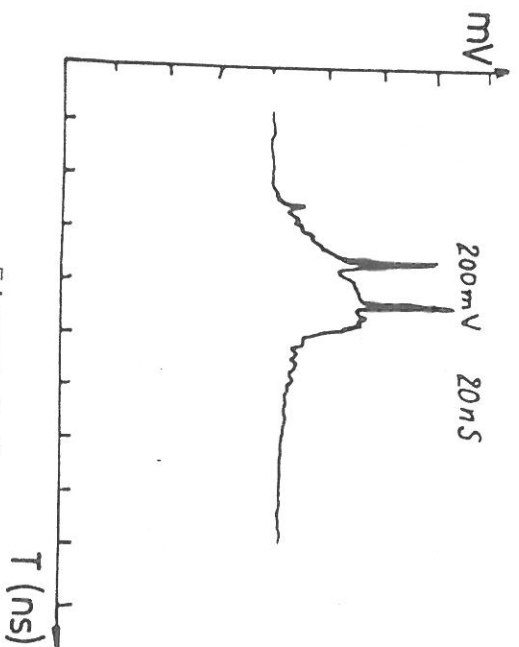


Figure 5-7
(d'après (7))

- faible perturbation du plasma sondé,
- bonne résolution spatiale,
- résolution temporelle (si laser pulsé assez puissant)

Nous excluons la diffusion (Thomson sur les électrons libres, par exemple). Le faisceau sondé décèle les *variations* de l'indice de réfraction, N. On a le choix entre deux possibilités : (voir figure 5-8)

- mesurer la *déflexion* du faisceau, $\theta^* - \theta$. Si le profil de densité du plasma sondé est "raisonnable", on peut estimer un ordre de grandeur de la densité maximum. On mesure en fait le gradient d'indice, et il est impératif, pour utiliser cette méthode, de connaître au moins grossièrement les *dimensions* du plasma.
- mesurer la variation de chemin optique (proportionnelle à $t^* - t$) induite par le plasma. L'interféromètre devra être choisi de façon à minimiser l'effet de déflexion, toujours présent mais ici parasite. On mesure l'intégrale $\int (N-1) dx$, et on peut, en général, "inverser" pour obtenir le profil $N(r)$.

Aucune des deux méthodes ne donne l'indice (et donc la densité) directement.

----- Indice de réfraction -----

On néglige l'effet d'éventuels champs magnétiques, ce qui est justifié aux fréquences lumineuses ($v \gg \omega_B$).

Dans le cas général, l'indice du plasma est déterminé en ajoutant les parties dues aux électrons, aux ions, et aux atomes, s'il est incomplètement ionisé.

$$N-1 = \underbrace{(N_e^{-1})}_{\text{(électrons libres)}} + \underbrace{(N_a^{-1})}_{\text{(atomes)}} + \underbrace{(N_i^{-1})}_{\text{(ions)}}$$

L'indice électronique, pour un plasma froid, vaut : (2)

$$N_e^{-2} - 1 = - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{me}{M_i} \right) \approx - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \quad (\text{V.I})$$

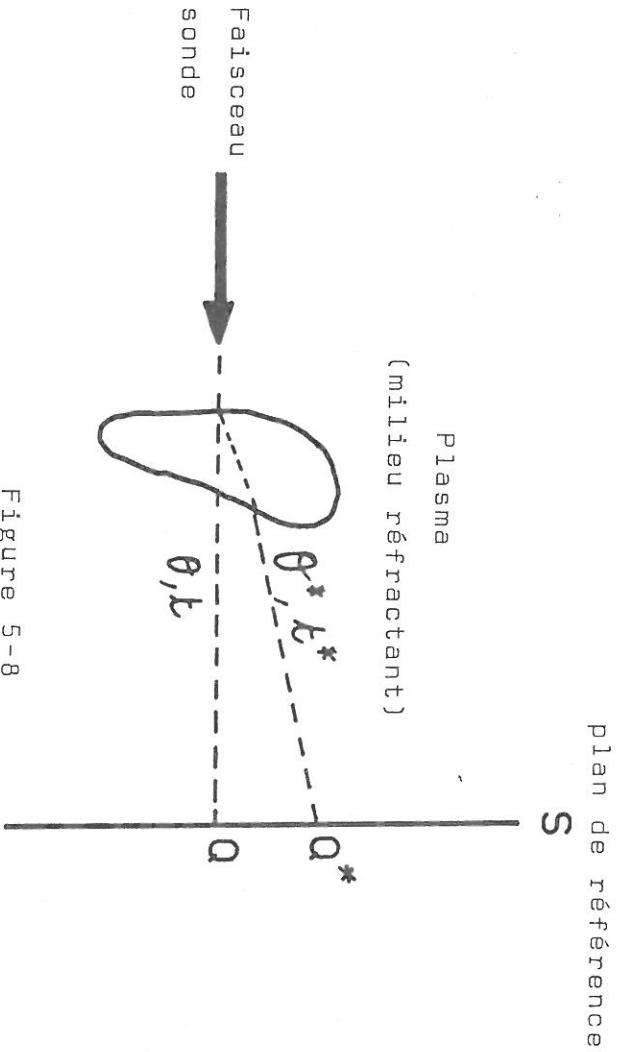


Figure 5-8

Sans objet réfracteur, le rayon aurait atteint S au point Q au temps t avec la direction θ . Avec le plasma, le rayon arrive au point Q^* , au temps t^* , dans la direction θ^* .

un dispositif optique approprié permet d'enregistrer un des 3 paramètres :

$$T = t^* - t$$

$$\varepsilon = \theta^* - \theta$$

$$D = Q^* - Q$$

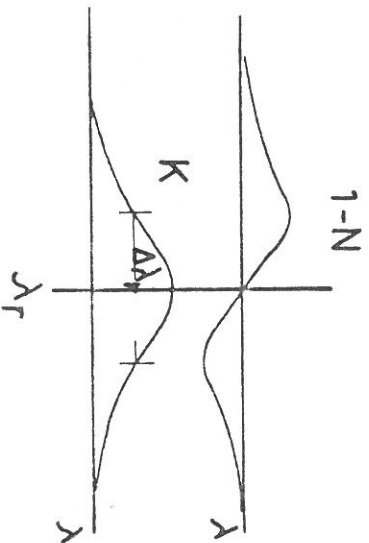


Figure 5.9

Schéma montrant l'allure générale de la variation de l'indice de réfraction N et de l'absorption K près d'une longueur d'onde de résonance λ_r .

On définit la densité critique n_c comme la densité électronique annulant l'indice pour une longueur d'onde λ donnée :

$$n_c = \frac{4\pi^2 m\epsilon_0 c^2}{\lambda^2 e^2} = \frac{1,113 \cdot 10^{13}}{\lambda^2} \text{ cm}^{-3}, \quad (V-2)$$

Pour $0,5\mu$, $n_c = 4,4 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$

On a en général $n_e \ll n_c$, d'où :

$$N_e = 1 - \frac{n_e}{2n_c} = 1 - 4,49 \cdot 10^{-14} \lambda^2 (\text{cm}) n_e (\text{cm}^{-3}) \quad (V-3)$$

Les contributions atomiques et ioniques sont plus complexes : si la fréquence lumineuse est proche d'une fréquence propre d'oscillation des électrons liés (transition optique) il y a dispersion anormale, c'est-à-dire variation rapide de N_a (ou N_i) avec la fréquence avec une amplitude bien supérieure aux valeurs en dehors des résonances (figure 5-9).

- en dehors d'une résonance, l'indice est bien représenté par la formule de Cauchy :

$$N_a^{-1} = n_a + \frac{B}{\lambda^2}, \quad A \text{ et } B \text{ étant des constantes caractéristiques d'un atome (ou d'un ion)} \quad (3).$$

Dans les conditions normales, $A n_{ao}$ ($n_{ao} = 2,687 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$) est voisin de 10^{-4} (1,358.10⁻⁴ pour l'hydrogène). Pour que la contribution des atomes soit négligeable devant celles des électrons libres, il faut :

$$\frac{n_e}{2n_c} \gg 10^{-4} \frac{n_a}{n_{ao}}$$

$$\text{soit : } \frac{n_e}{n_a} \gg 8 \cdot 10^{-11} \lambda^2 (\text{cm})$$

$$\text{pour } \lambda = 0,5\mu, \text{ il faut } \frac{n_e}{n_a} \gg 3 \cdot 10^{-2}$$

Il faut donc que le taux d'ionisation soit au moins quelques pour cent.

Comme $n_e \approx n_1$, la contribution des ions est négligeable (en dehors des résonances)

- au voisinage d'une résonance, il faut remplacer la formule de Cauchy par :

$$N_a^2 - 1 = \frac{e^2}{m_e \epsilon_0} \frac{f n_a}{\omega_r^2 - \omega^2 + i \omega \Gamma}$$

où f est la force d'oscillateur,

ω_r est la fréquence de transition optique,

Γ est la largeur de la raie à mi-hauteur.

On ne peut donner de conclusions générales puisque f, Γ varient suivant la transition considérée. L'effet peut être très fort, et a été utilisé : en utilisant une transition de l'ion Baryum Ba^{2+} , KOOPMAN et al (4) ont pu augmenter $N_1 - 1$ de 4 ordres de grandeurs pour λ proche de λ_r :

$$N_1 - 1 \sim \frac{1,56 \cdot 10^{-19}}{\lambda - \lambda_r} n_1 \quad \text{avec} \quad \lambda - \lambda_r \text{ en } \text{\AA}$$

au lieu de $N_e - 1 \sim 10^{-22} n_e$.

Nous devons nous efforcer de nous placer loin des résonances, en accordant soigneusement le laser à colorant utilisé. Ce peut être difficile si le spectre des résonances possibles est varié. Toujours d'après la référence (4), à 1000 Å d'une raie de résonance de l'atome baryum, la contribution atomique est encore négative, et un ordre de grandeur plus grand que ne l'indiquerait la formule de Cauchy.

Pour déterminer les densités à partir de l'indice de réfraction, il faudrait en toute rigueur travailler à plusieurs longueurs d'ondes, ce qui permettrait d'isoler la contribution de chaque espèce.

Absorption : Si l'on néglige l'absorption résonnante, l'absorption est limitée au bremsstrahlung inverse. L'épaisseur optique d'atténuation de 10 % par bremsstrahlung inverse est
 (5)

$$D \sim \frac{8 \cdot 10^{35}}{n_e^2 Z} \quad n_e \text{ en cm}^{-3}$$

$$D \text{ en cm}$$

Pour $T = 10\text{eV}$, $h\nu = 3\text{eV}$ ($\lambda = 0,4\mu$)

on a $D_{10\%} = 6\text{mm}$ pour $n_e = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

$$D_{10\%} = 0,06\text{mm} \text{ pour } n_e = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$$

Les dimensions du plasma sont de l'ordre du mm.

On ne pourra sonder qu'un plasma de densité inférieure à 10^{20} cm^{-3} .

----- Mesure par interférométrie - -----

Nous avons monté un interféromètre du type Mach-Zehnder (voir figure 5-10). Le changement de réfractivité dû au plasma présent sur un des 2 faisceaux entraîne un déplacement des franges. Si le chemin optique L a varié de ΔL , le déplacement, exprimé en nombre de franges, vaut $\Delta L/\lambda$.

L'interféromètre a été presque toujours utilisé en coin d'air ; le nombre de franges visibles sur une plage donnée est d'autant plus grand que l'angle du coin d'air est grand. Bien évidemment, le *déplacement* [parfois appelé variation d'ordre d'interférence) *ne dépend pas* de l'angle du coin d'air. On peut travailler en teinte plate (voir figure 5-16), à condition d'avoir des surfaces optiques de bonne qualité : on évite alors une "soustraction" d'ordre d'interférence avec l'interférogramme de référence.

Négligeons d'abord les déflexions : les rayons lumineux sont supposés être des segments de droite, le milieu étant à symétrie cylindrique (figure 5-11)

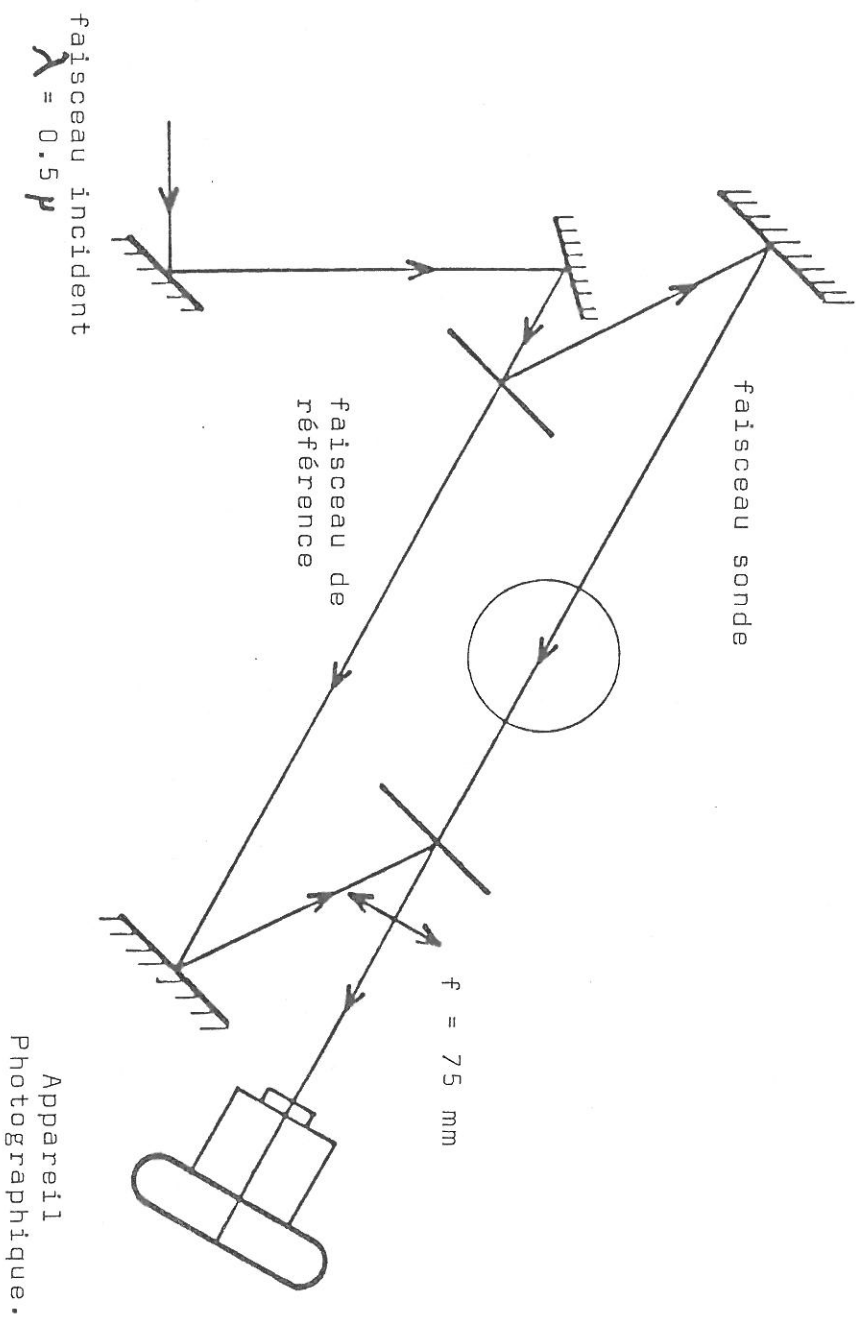
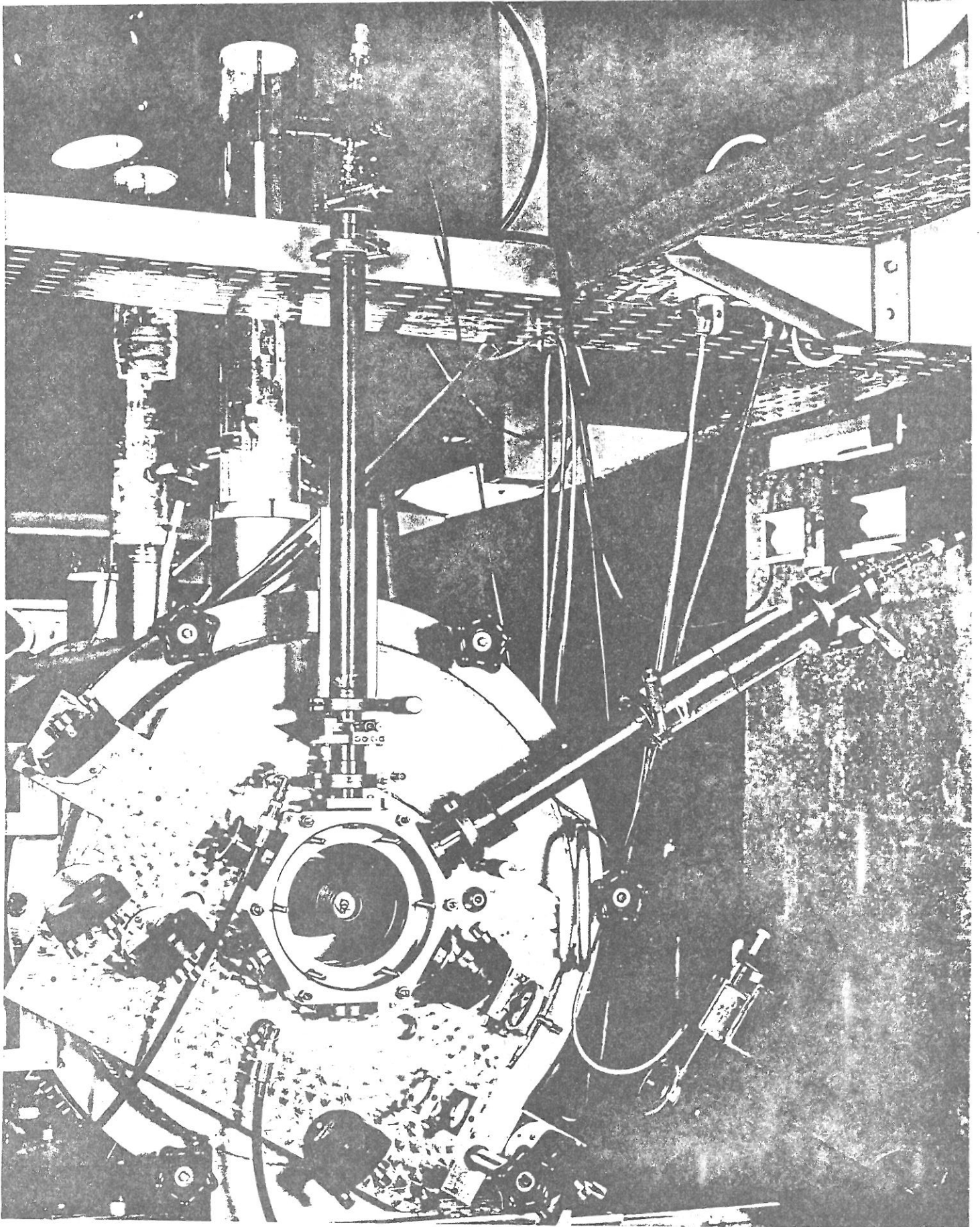


Figure 5.10



GENERATEUR DE FAISCEAUX D'ELECTRONS GAEL (500 KV, 250 KA)

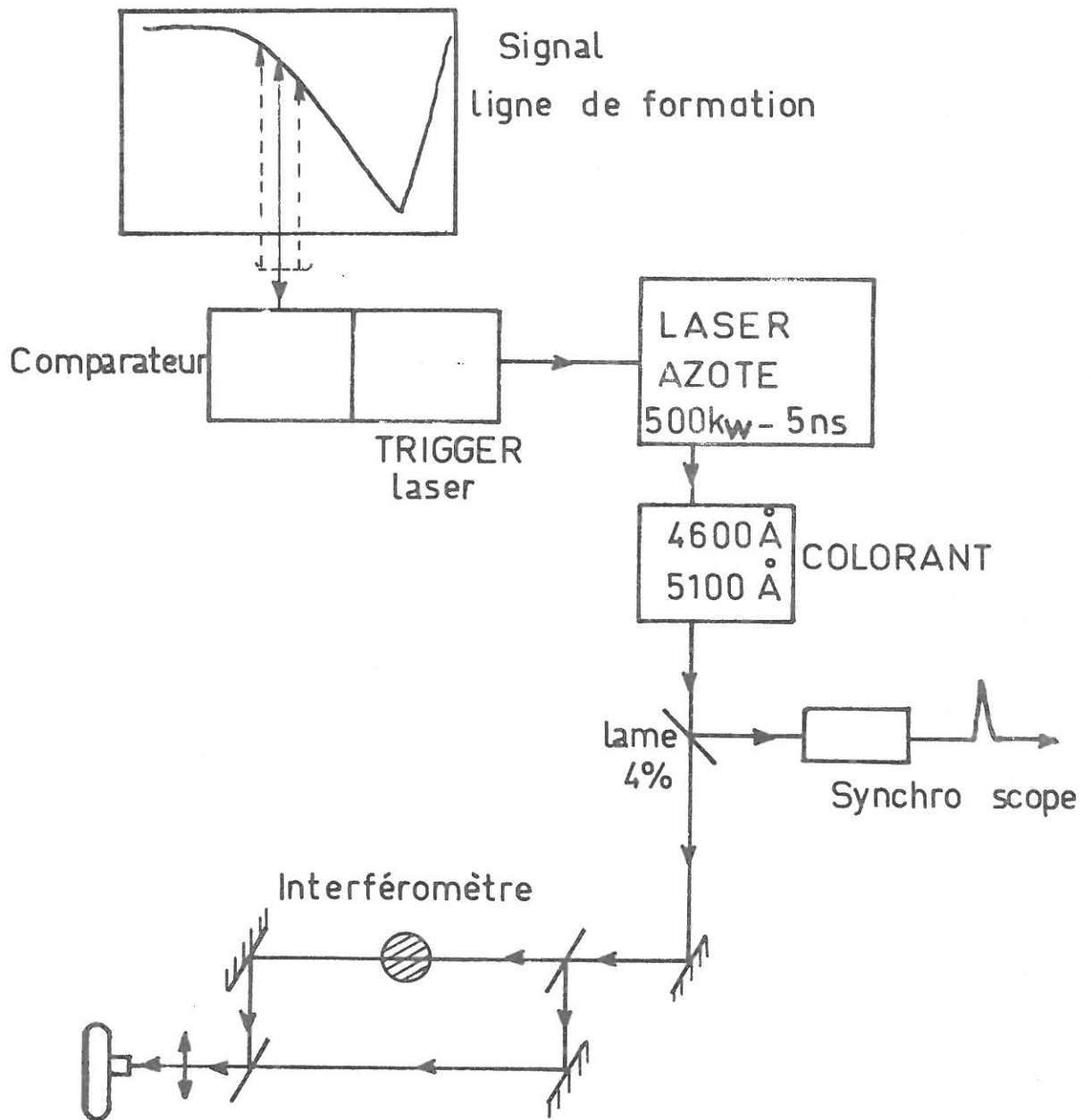


Figure 5-10-bis

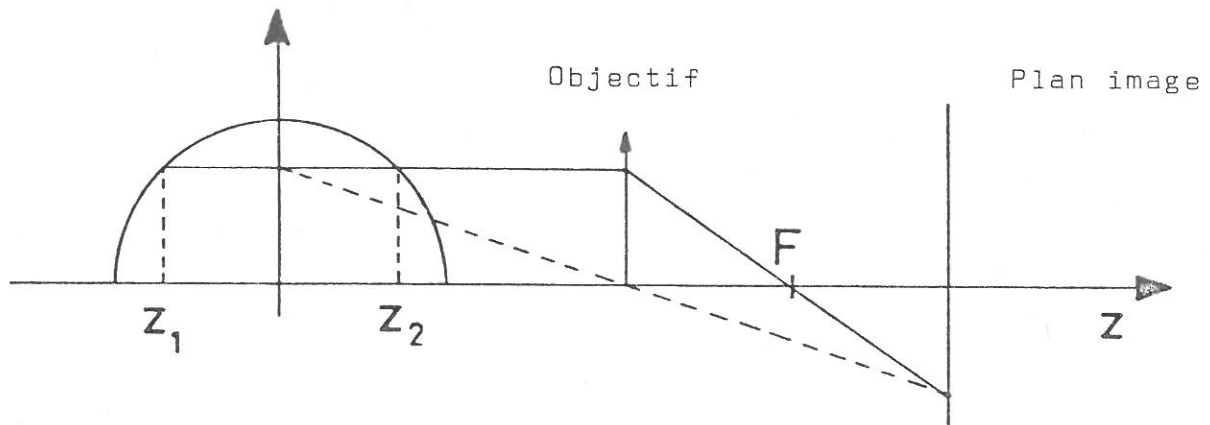


Figure 5.11.

La différence de phase introduite par le plasma vaut :

$$\varphi(y) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{z_1}^{z_2} (N-1) dz$$

ce qui entraîne une variation d'ordre d'interférence

$$\Delta k = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1}{\lambda} \int_{z_1}^{z_2} (N-1) dz \quad (V-4)$$

Pour remonter à la densité, il faut :

- une hypothèse physique sur la relation entre N et les densités,
- que le profil soit monotone ; on peut alors faire une transformation d'Abel (en fait, il suffit que $r \cdot N(r)$ soit monotone).

Si $N-1 = \frac{n_e}{2n_c}$, on a :

$$\Delta k = 4,49 \cdot 10^{-16} \lambda \int_{z_1}^{z_2} n_e(z) dz$$

$$\begin{aligned}
 \text{d'où : } n_e(r) &= - \frac{2\lambda n_c}{\pi} \int_r^{r_0} \frac{d(\Delta k)}{dy} \frac{dy}{(y^2 - r^2)^{1/2}} \\
 n_e(r) &= - \frac{7,9 \cdot 10^{12}}{\lambda} \int_{r_0}^r \frac{d(\Delta k)}{dy} \frac{dy}{(y^2 - r^2)^{1/2}} \quad (V-5)
 \end{aligned}$$

Le dépouillement s'effectue comme suit :

- On dresse, pour un certain nombre de valeurs de x (coordonnée le long de l'axe de symétrie du plasma, c'est-à-dire l'axe cathode-anode), un tableau $(y, \Delta k(y))$.
- Le tableau est interpolé, éventuellement lissé.
- On effectue alors la transformation d'Abel définie par l'équation (V-5).

Nous n'avons pas besoin d'une très grande précision pour la forme exacte du profil : la méthode de Bockasten est tout à fait suffisante (6). Elle est détaillée dans l'appendice H.

Le résultat final est donc le profil $n_e(r)$ pour différentes positions axiales.

----- Limite de sensibilité

La densité minimale mesurable est celle qui correspond à un déplacement d'une demi-frange, car il est très difficile de "résoudre" une frange (blanche ou noire).

Si l'on suppose un profil parabolique, le rayon qui passe par le centre subit une variation d'ordre d'interférence

$$\Delta k_0 : \Delta k_0 = \int_{-r_0}^{r_0} \frac{n_{e0}}{2n_c \lambda} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) dr = \frac{2}{3} \frac{n_{e0} r_0}{\lambda n_c}$$

La densité minimum détectable est telle que :

$$\frac{2}{3} \frac{n_{e \min}}{n_c} \frac{r_0}{\lambda} = \frac{1}{2}, \quad \text{soit} : \quad \frac{n_{\min}}{n_c} = \frac{3}{4} \frac{\lambda}{r_0},$$

Pour que le diagnostic soit exploitable, il faut donc :

$$n_{e0} \cdot r_0 > \lambda n_c$$

Soit :
$$n_{e0} \cdot r_0 > \frac{1,113 \cdot 10^{13}}{\lambda}$$

Pour $\lambda = 0,5\mu$, il faut $n_{e0} \cdot r_0 > 2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-2}$ (V-6)

Cette quantité, $n_{e0} \cdot r_0$, constitue une limitation fondamentale de l'interférométrie vers les basses densités.

Ce sont les gradients de densité - et donc d'indice optique - qui limitent la mesure des hautes densités.

Pour r_0 de l'ordre du mm, $n_{e_{\min}} \approx 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$

Limite haute densité -

A cause des gradients d'indice, les rayons ne sont pas des segments de droite, ce qui introduit 2 difficultés :

- dans la formule (V-4), au lieu d'intégrer sur la droite $y = c^{te}$, il faut intégrer sur la trajectoire réelle.
- à cause de *l'ouverture limitée* du système optique, si le rayon est trop dévié, il n'y a plus interférence puisque le rayon ayant traversé le plasma n'est plus collecté.

Remarque : En théorie, un objectif n'est pas nécessaire pour obtenir des franges d'interférence (7). On peut enregistrer directement, par interférométrie holographique, la phase ϕ , et l'angle d'émergence i_0 (cf. appendice G) associé à chaque frange peut être calculé à partir de la séparation des franges. Malheureusement :

- les rayons peuvent "se couper" et rendre le comptage des franges impossible (voir figure 5-12)
- la mesure de i_0 entraîne des erreurs importantes par suite de l'introduction d'une mesure de gradient supplémentaire.

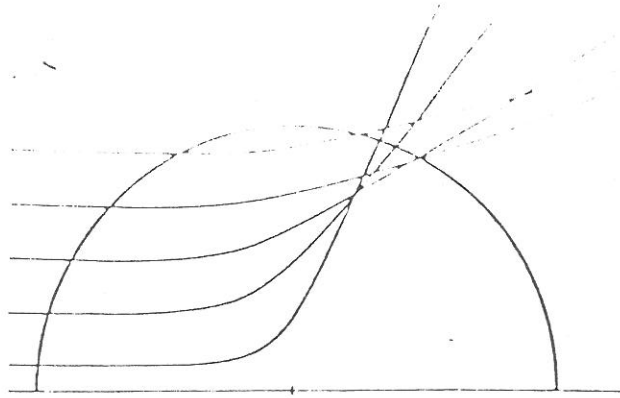


Figure 5.12 (d'après (7))

On a représenté le trajet des rayons lumineux pour un indice :

$$n(r) = (1 - 0.9 \exp(-4r^2))^{1/2}$$

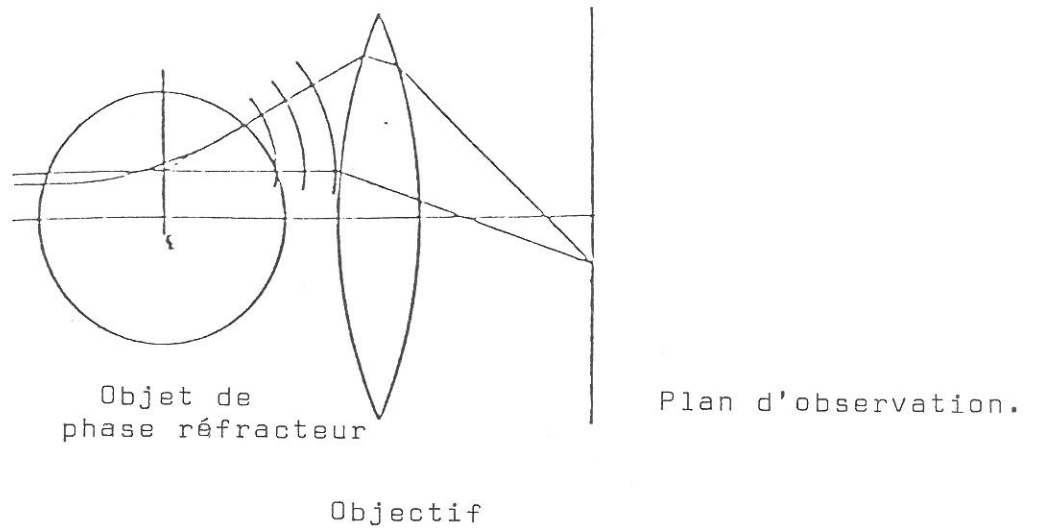


Figure 5.13 (d'après (7))

On a représenté les 2 rayons qui interfèrent réellement dans le plan image du centre de l'objet de phase.

C'est pourquoi, expérimentalement, un objectif forme l'image du centre de l'objet de phase. Dans notre cas, l'ouverture étant faible, nous avons une grande profondeur de champ et la mise au point n'est pas critique (contrairement à l'étude interférométrique des plasmas créés par laser).

Sur la figure (5-13) on a représenté les 2 rayons qui interfèrent réellement. L'interféromètre mesure une phase apparente $\varphi_m(x)$, apparente au sens où la valeur de x où une frange donnée apparaît peut-être différente de la valeur où le rayon a pénétré dans le plasma. C.M. VEST a montré (7) qu'une inversion d'Abel directe donne de bons résultats pour $n(r)$, même pour une forte réfraction, à condition que la fonction $rN(r)$ soit monotone, croissante et continue et que l'objectif forme l'image du centre du plasma. Cette bonne précision est due à la compensation de 2 effets contraires.

Il reste à estimer la limitation due à l'ouverture faible. Pour les petites déviations, on peut séparer les déviations parallèles à l'axe et radiales.

Déviaton radiale : On montre (appendice G), que pour un profil parabolique, la déviation maximum est de l'ordre de $\frac{n_{e0}}{n_c}$, avec n_{e0} densité au centre. KEILMANN (8) a montré que pour des profils "raisonnables", c'est toujours un bon ordre de grandeur :

$$D_{\max} = \frac{n_e}{n_c} (1.01 \pm 0,33)$$

Soit α l'ouverture du système optique, il faut donc :

$$\boxed{n_e < n_c \alpha}$$

(V-7)

pour que les franges se forment.

Dans le cas contraire, on a une zone grise ($\frac{1}{4}$ de l'éclairement maximum). L'objectif utilisé étant - par suite de manque de place - au moins à 20cm de l'objet, l'ouverture est en fait assez faible. (L'ouverture est l'angle du cône des rayons utiles, c'est-à-dire collectés par l'objectif).

Défectométrie

Avant de présenter les interférogrammes obtenus, comparons l'interféromètre décrit ci-dessus avec la déflectométrie, par exemple réalisée avec un laser hélium-néon, donc remarquablement simple.

L'idée est de mesurer la déviation du faisceau laser lors de l'apparition d'un gradient d'indice assez fort, et d'en déduire la densité au centre. Il faut que le diamètre du faisceau, ω_0 , soit petit devant le rayon du plasma pour pouvoir assimiler le faisceau à un rayon et appliquer les résultats de l'appendice G. Cependant, il y a un compromis à trouver, car plus le faisceau est petit, plus sa divergence est grande (en vertu des relations d'incertitude d'Heisenberg), et pour pouvoir expérimentalement mesurer la déviation, il faut $D > 2\theta$ ($\theta : \frac{1}{2}$ angle du cône lumineux associé au faisceau).

Il faut bien sûr utiliser les formules de l'optique des faisceaux gaussiens (9).

On a $\theta = \frac{\lambda}{\pi \omega_0}$, avec ω_0 rayon (à $\frac{1}{e^2}$) du faisceau (beam-waist).

$$D > 2\theta \text{ entraîne } D > \frac{2\lambda}{\omega_0 \pi}$$

D'où : (appendice G)

$$n_{e \text{ min}} = \frac{2\lambda}{\pi \omega_0} n_c$$

Le plasma a un rayon de l'ordre de 1,5 mm. Il est donc difficile de dépasser $\omega_0 \approx 0,5$ mm.

D'où pour $\lambda = 0,5\mu$,

$$\underline{n_{e \text{ min}} \approx 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}}$$

Pour $\lambda = 0,5\mu$, on a :

$$\underline{n_{e_{\max}} \approx 5 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}}$$

α est voisin de $1/20$, d'où :

$$n_{e_{\max}} \approx 2,5 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$$

Gradient axial

Les plasmas cathodiques et anodiques, en expansion, présentent nécessairement des gradients axiaux.

Le rayon de courbure est donné par :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dy} = -\frac{1}{2n_c} \frac{dn_e}{dy}$$

ce qui entraîne une déviation (cf. figure 5-13 bis).

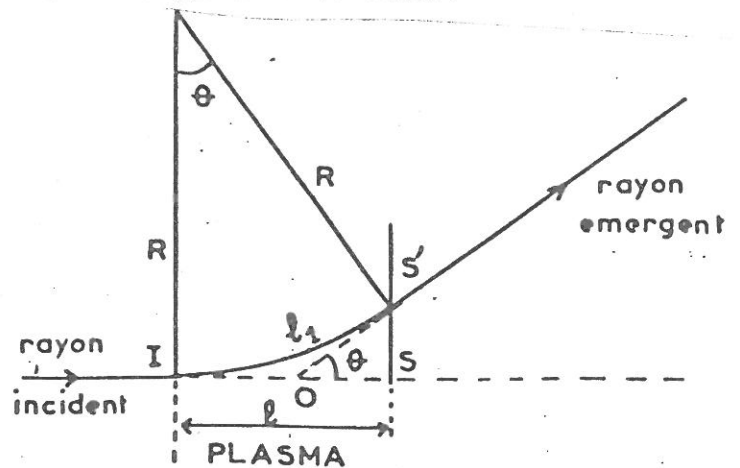


Figure 5-13-bis

$$\theta \approx \text{tg } \theta \approx \frac{l}{R}$$

l est égale à $2r_0$.

Il faut donc : $\frac{r_0}{n_c} \frac{dn_e}{dx} < \alpha$

Si $L_{//}$ est la longueur caractéristique du gradient axial :

$$\frac{n_{e0}}{n_c} < \alpha \frac{L_{//}}{r_0}$$

(V-8)

Suivant la valeur de $\frac{L_{//}}{r_0}$, cette condition est plus ou moins sévère que la condition (V-7)

Ceci est à comparer à la mesure interférométrique, où pour $r_0 = 1,5\text{mm}$,

$$n_{e \text{ min}} \sim 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

(équation V-6)

La déflectométrie n'apporte donc pas d'information nouvelle. Tout au plus permet-elle une certaine résolution temporelle : à quel moment un plasma de densité choisie ($> 2 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ pour $\lambda = 0,5\mu$) arrive au niveau du laser sonde. Il suffit de détecter avec un PM le signal parvenant derrière un cache adapté à la densité à mesurer.

Résultats -

Les interférogrammes 5-14.0 à 5-14.5 permettent de suivre l'évolution temporelle de la diode.

5-14.0 est une photo de référence, avant le tir. On distingue la cathode à gauche. Son diamètre est ici 2,5 mm. La feuille cible, vue en projection, apparaît plus large qu'elle n'est en réalité. On ne pourra donc pas voir le plasma situé très près de l'anode.

5-14.1 à 5-14.5 montrent l'évolution des plasmas issus de l'anode et de la cathode.

Sur 5-14.1, la tension est maximum, l'anode a commencé à s'épandre ; entre anode et cathode, l'interférogramme permet d'affirmer que s'il existe un plasma, il est en tout cas de densité inférieure à $10^{17} - 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ puisque les franges sont non perturbées.

Sur 5-14.2 et 5-14.3 les plasmas anodiques et cathodiques se sont presque "rencontrés". La diode est pratiquement en court-circuit : un plasma de quelques eV est suffisamment conducteur.

On remarque l'expansion *tout-à-fait symétrique* de la feuille sur 5-14.3. Ceci suggère une absorption de l'énergie des électrons uniformément en volume dans la feuille, Si au contraire, il y avait une absorption disymétrique (par exemple dans une zone coronale de faible densité devant la feuille) on s'attendrait à une expansion disymétrique.

Pour 5-14.4 et 5-14.5, la diode est en court-circuit depuis 10 et 30ns respectivement.

Sur 5-14.4, on voit assez nettement un "canal" cylindrique, de rayon voisin de celui de la cathode, prolongeant celle-ci. Il apparaît aussi que la focalisation se fait sur un diamètre de l'ordre de 3mm.

Sur 5-14.5, les franges sont particulièrement "tourmentées".

Le coin d'air est ici réglé de sorte qu'une variation positive de l'indice fasse déplacer les franges vers la cathode. Derrière l'anode, on a un déplacement vers la cathode sur les bords, et opposé au centre de la photo.

Au centre, le plasma est suffisamment ionisé pour que l'indice soit donné par :
$$N \approx 1 - \frac{n_e}{2n_c}$$

Au contraire, sur les bords, le plasma, plus froid, voit son indice dominé par les neutres, et donc :
$$N = 1 + \epsilon N_a$$

C'est ce qui explique "l'inversion de courbure" des franges (voir figure 5-15).

Remarque : Une autre explication - moins probable - peut-être que ----- la longueur d'onde choisie est voisine d'une résonance atomique (ou ionique), auquel cas même avec un plasma très ionisé, l'indice est supérieur à 1.

Sur 5-16, on a réglé l'interférométrie en teinte plate. On distingue également le canal, très bien marqué, prolongeant la cathode.

Sur tous ces interférogrammes apparaissent des zones sombres, d'autant plus étendues que la photo est prise plus tard. Plutôt qu'à l'absorption, nous pensons que ceci est dû à l'ouverture faible (1/20) de notre système optique. En particulier, la zone

Figure 5-14-1

Les flèches indiquent à quel instant a été prise la photo.

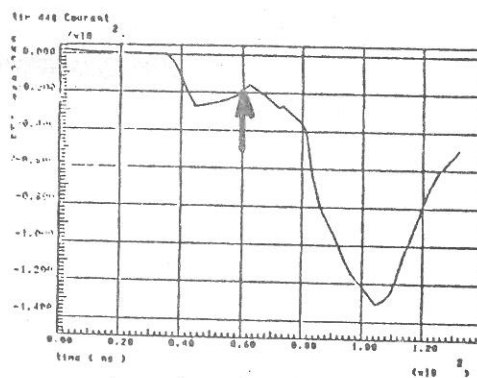
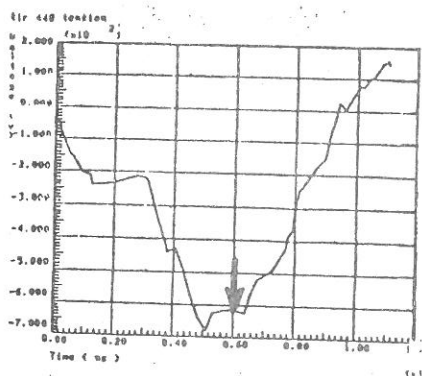
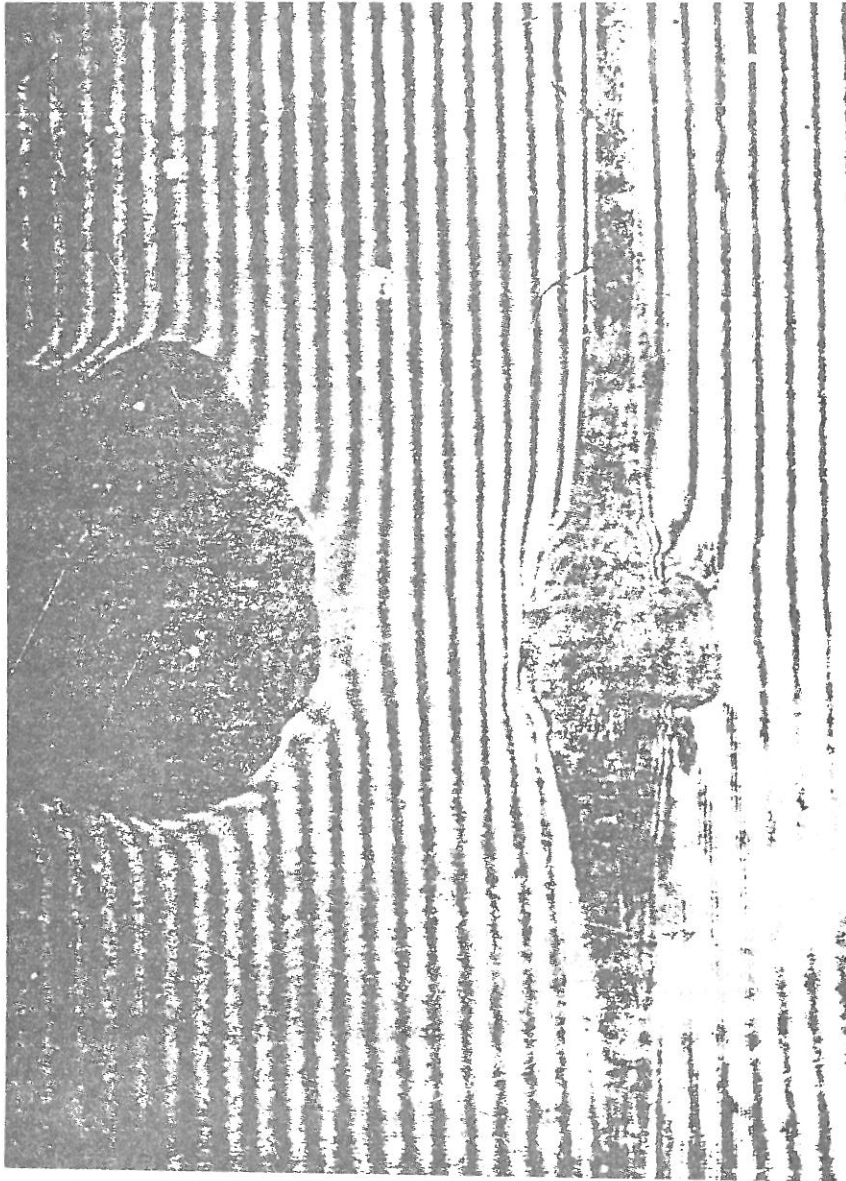
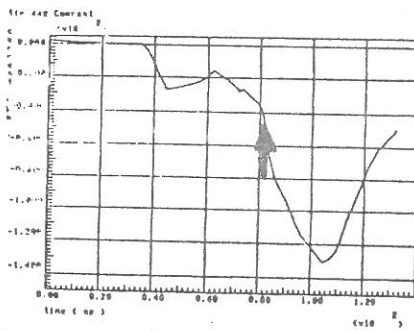
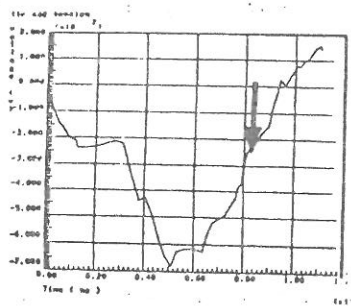
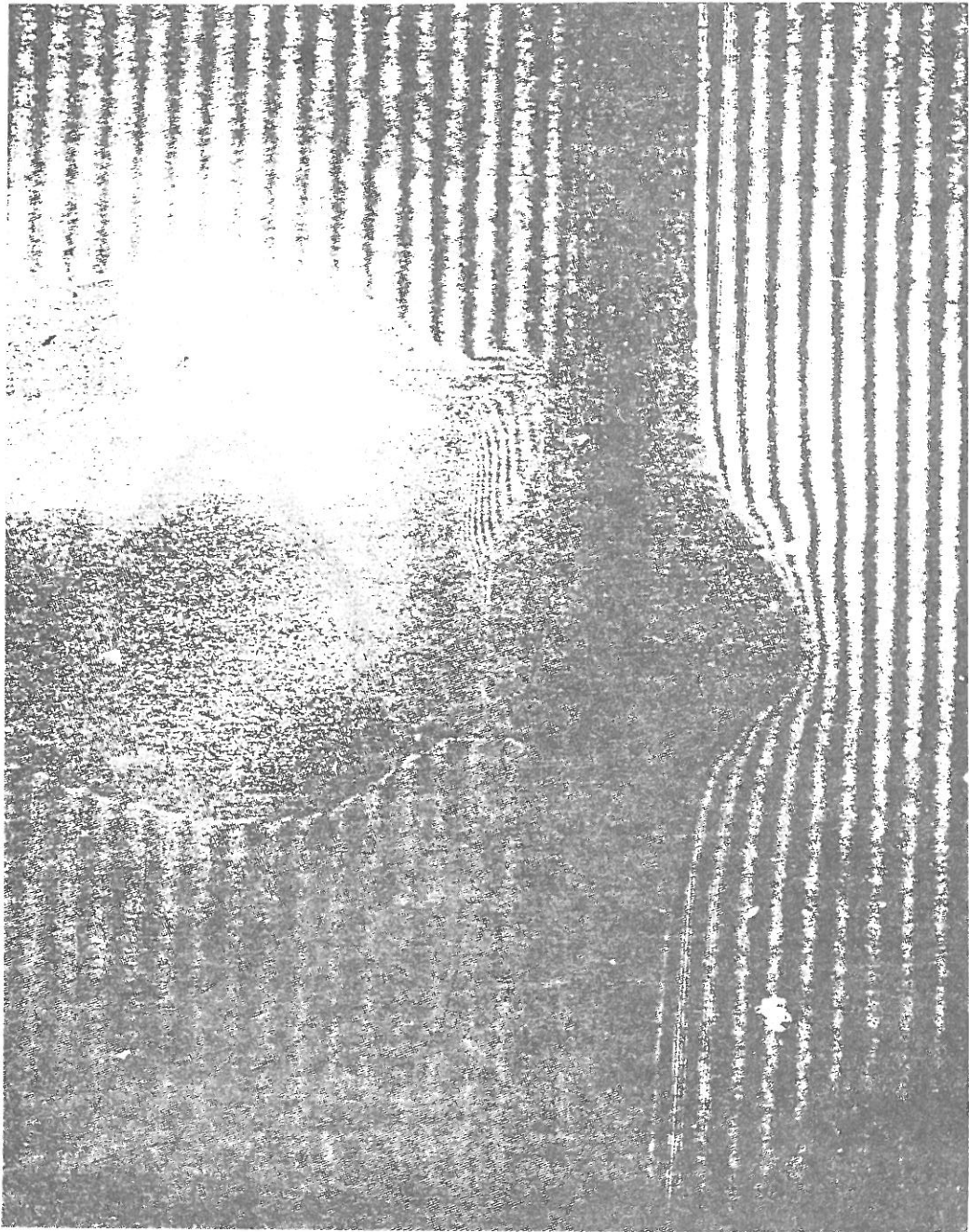


Figure 5-14-2



entre anode et cathode est très vite grise : on n'a plus un interféromètre, bien qu'il subsiste des informations :

- on peut évaluer une dimension du plasma,
- on peut donner une borne inférieure à sa densité, si l'on suppose que son profil est raisonnable (Appendice G).

Une nouvelle conception du système qui supporte et qui tend la feuille permettra d'augmenter l'ouverture et donc l'intérêt de l'interféromètre.

Sur la figure 5-17b, on a représenté deux profils de densité obtenus à partir de l'interférogramme 5-17a. On a donc pu évaluer n_e dans une plage $10^{18} - 5 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. On peut en tirer une longueur de gradient axial :

$$L_{//} \approx 0,5 \text{ mm.}$$

C'est donc le gradient axial qui dévie le plus le faisceau laser et qui limite les performances de l'interféromètre (d'après V-8).

5 - MESURE DE LA FOCALISATION

On utilise une chambre à sténopé ("pinhole camera") avec un film Kodirex sensible aux rayons X durs. Pour augmenter la production d'X durs, on place une pastille d'un matériau de numéro atomique élevé derrière la feuille, ici du tantale. On obtient ainsi les dimensions de la zone où le faisceau est focalisé. (voir figure 5-18). Nous avons obtenu en moyenne un diamètre de focalisation de l'ordre de 2 mm.

6 - MESURE DU RAYONNEMENT X MOUS

C'est sans doute la mesure la plus difficile, car dans cette gamme (10 à 500 Å environ) il n'existe pas de méthodes à la fois simples et précises. Le domaine spectral des X mous s'étend (plus ou moins arbitrairement selon les utilisateurs) entre 10 et 500 Å. Il recouvre donc en partie le domaine VUV (Vacuum Ultra-Violet) qui commence en-dessous de 2000 Å (absorption de l'oxygène).

Figure 5-14-0

Photo avant le tir, de référence

On distingue la cathode à gauche, l'anode au centre

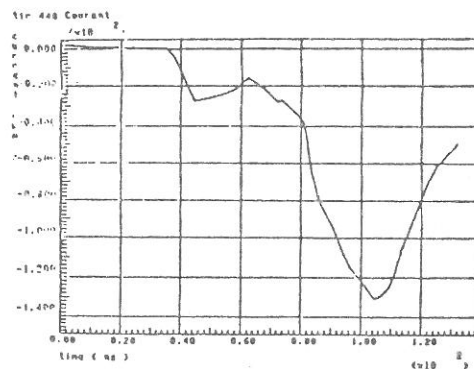
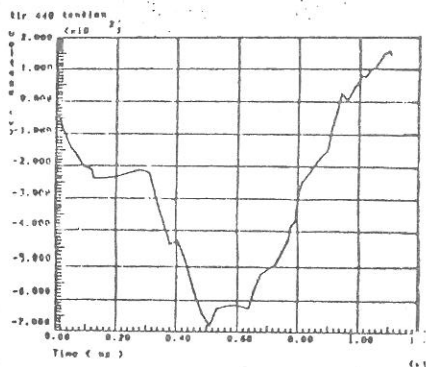
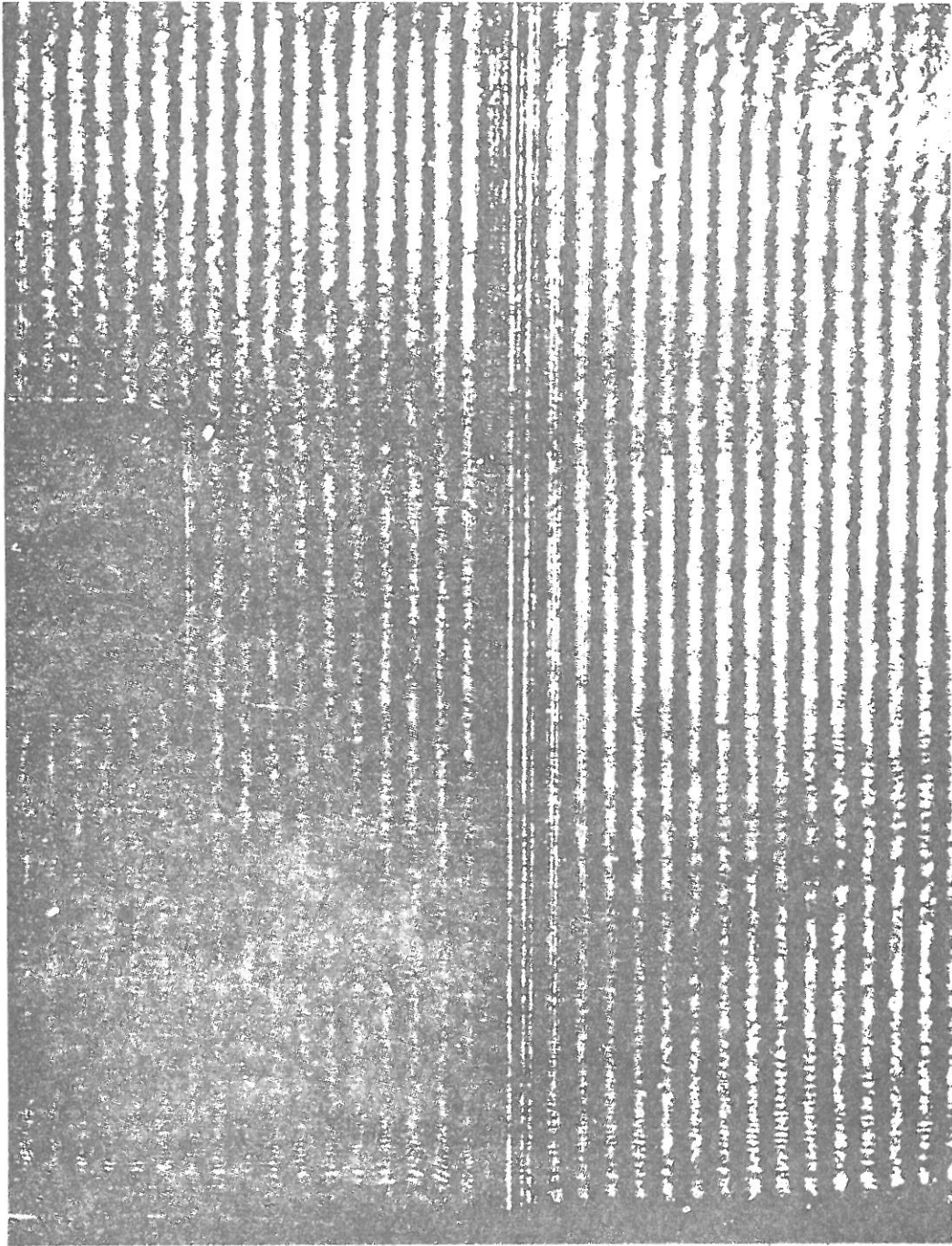


Figure 5-14-3

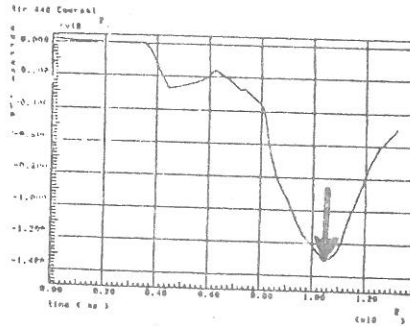
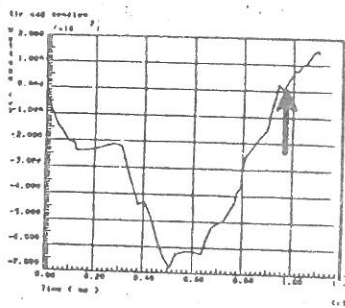
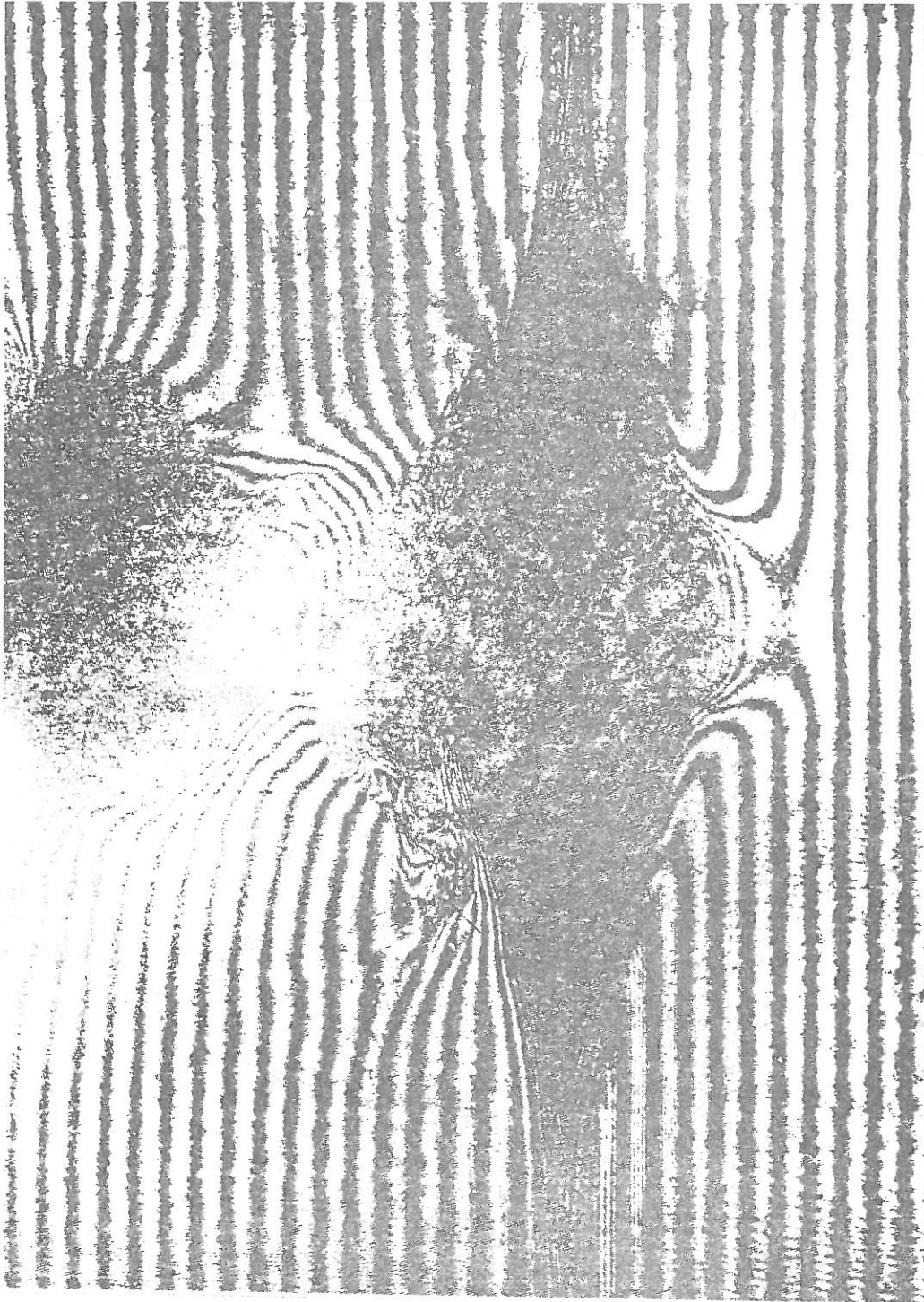


Figure 5-14-4

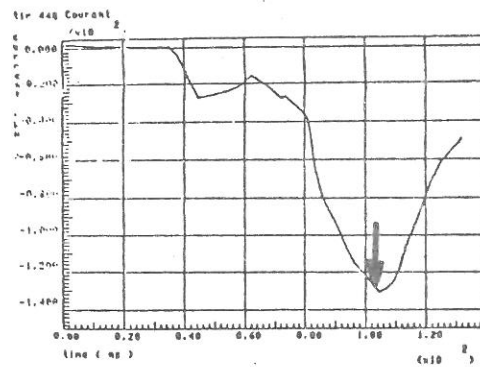
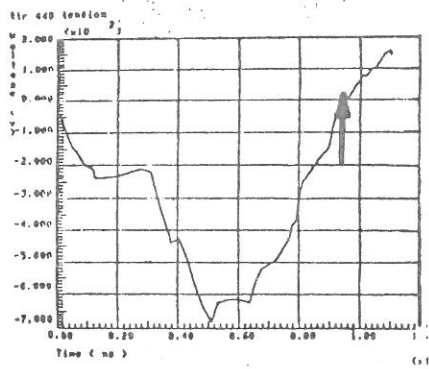
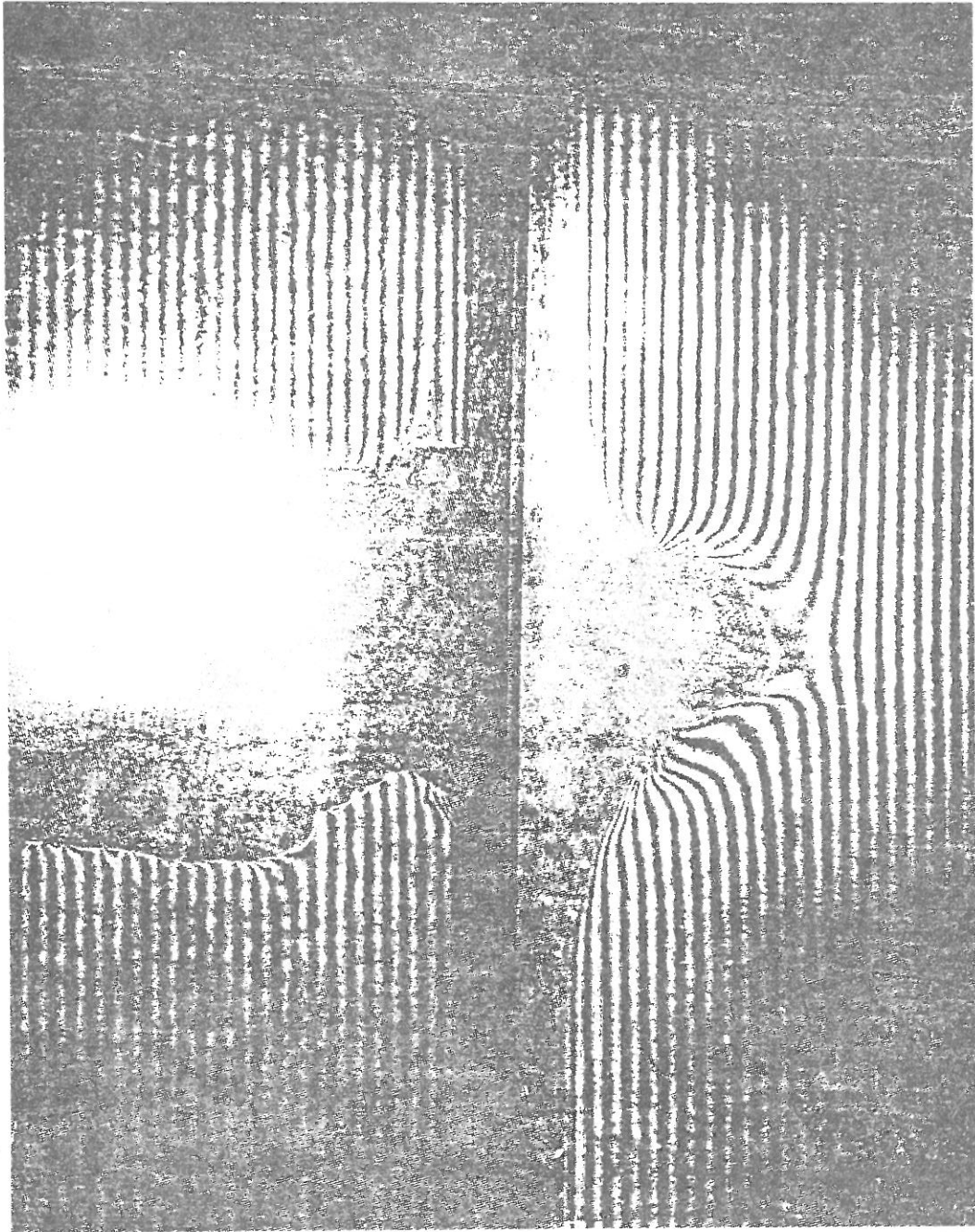
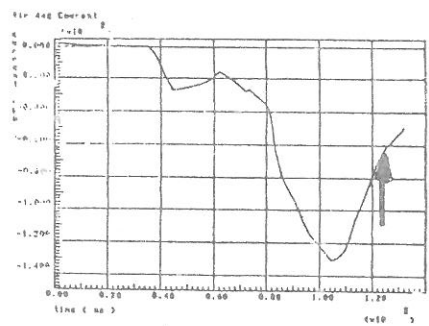
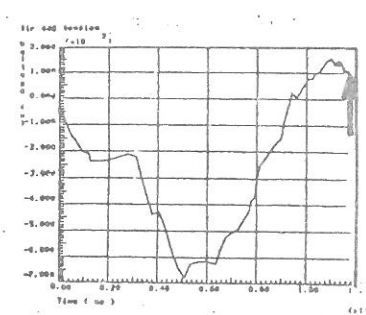
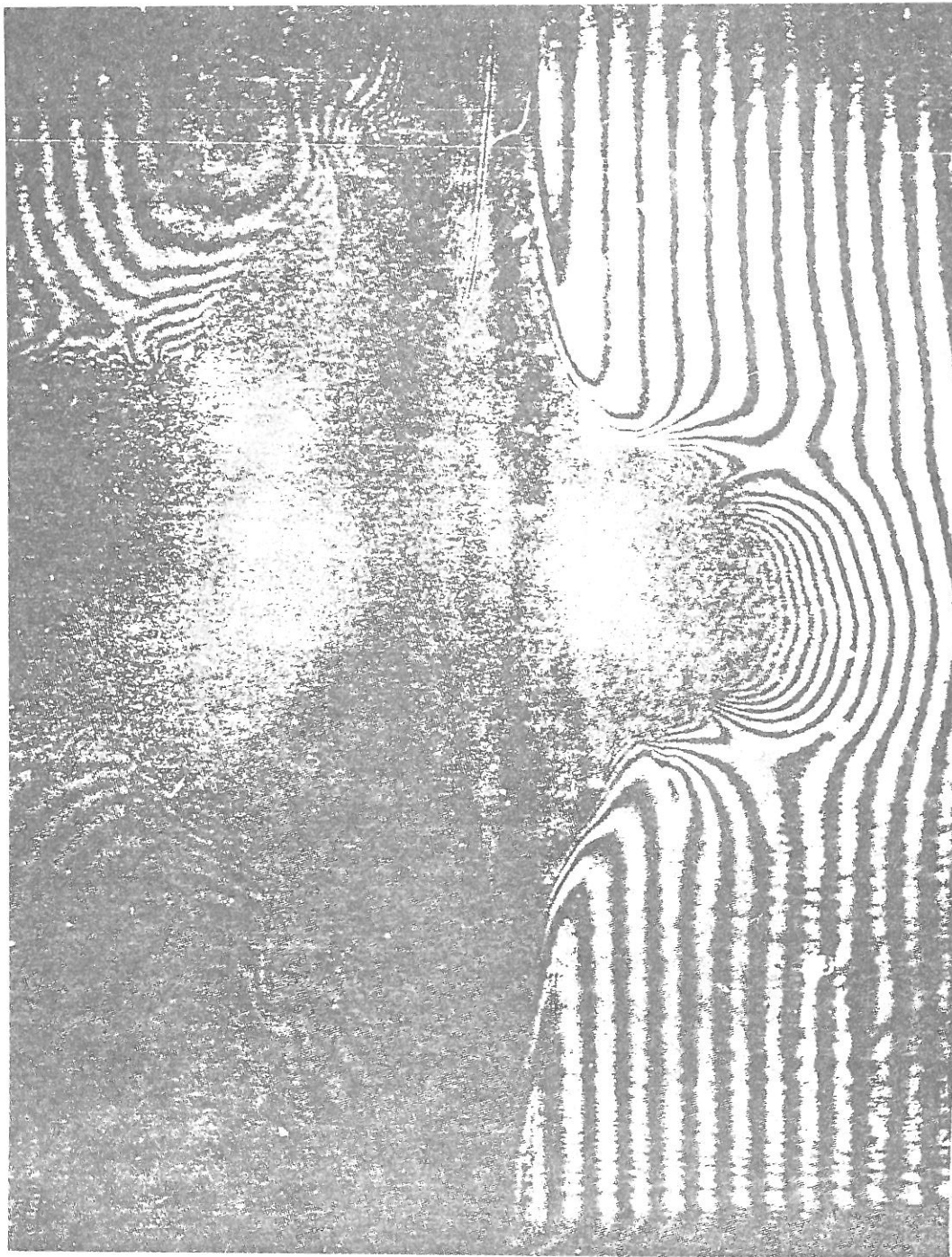


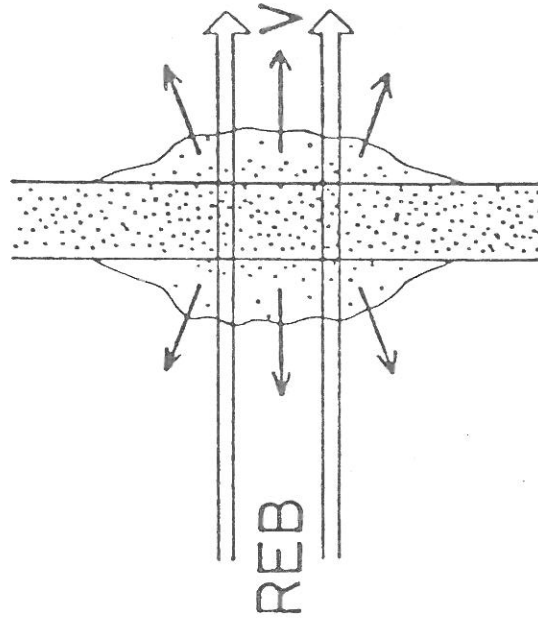
Figure 5-14-5



Si l'énergie est absorbée de façon uniforme dans la cible (collisions coulombiennes classiques par exemple), l'expansion de la cible est symétrique: modèle explosif.

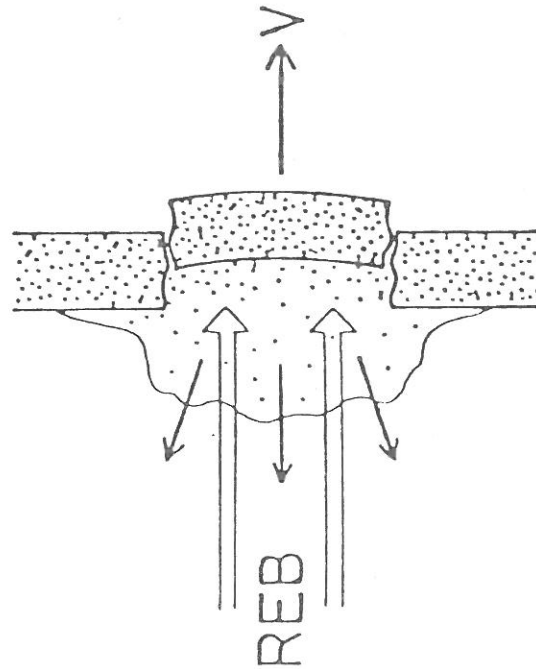
Si au contraire l'absorption est limitée à une zone moins dense que la cible solide initiale - un plasma en expansion vers la cathode créé par le début de l'impulsion - l'expansion est dissymétrique: modèle ablatif.

MODELE EXPLOSIF



(b)

MODELE ABLATIF



(a)

Figure 5-14-6

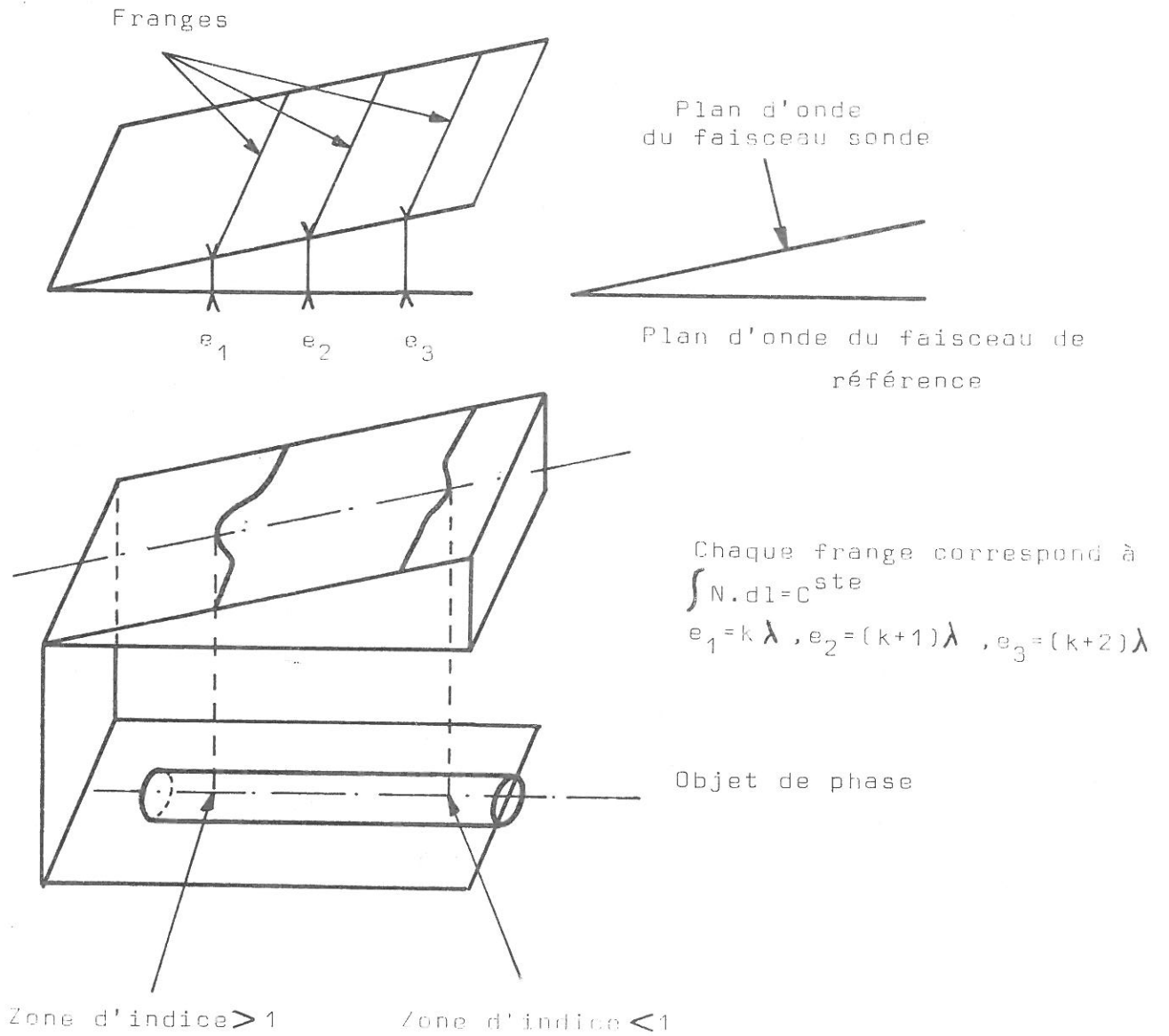


Figure 5-15

Figure 5-16
L'interféromètre est réglé en teinte plate

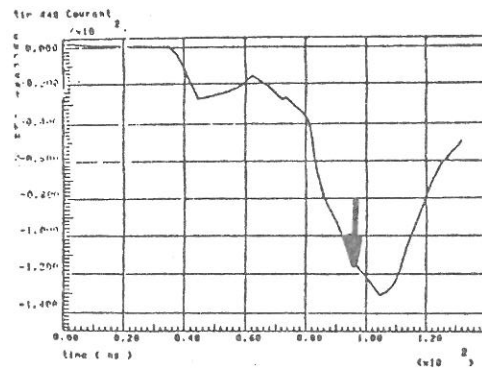
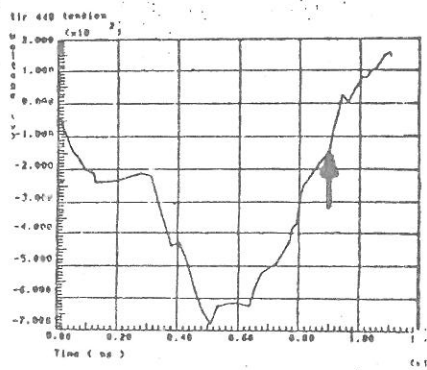
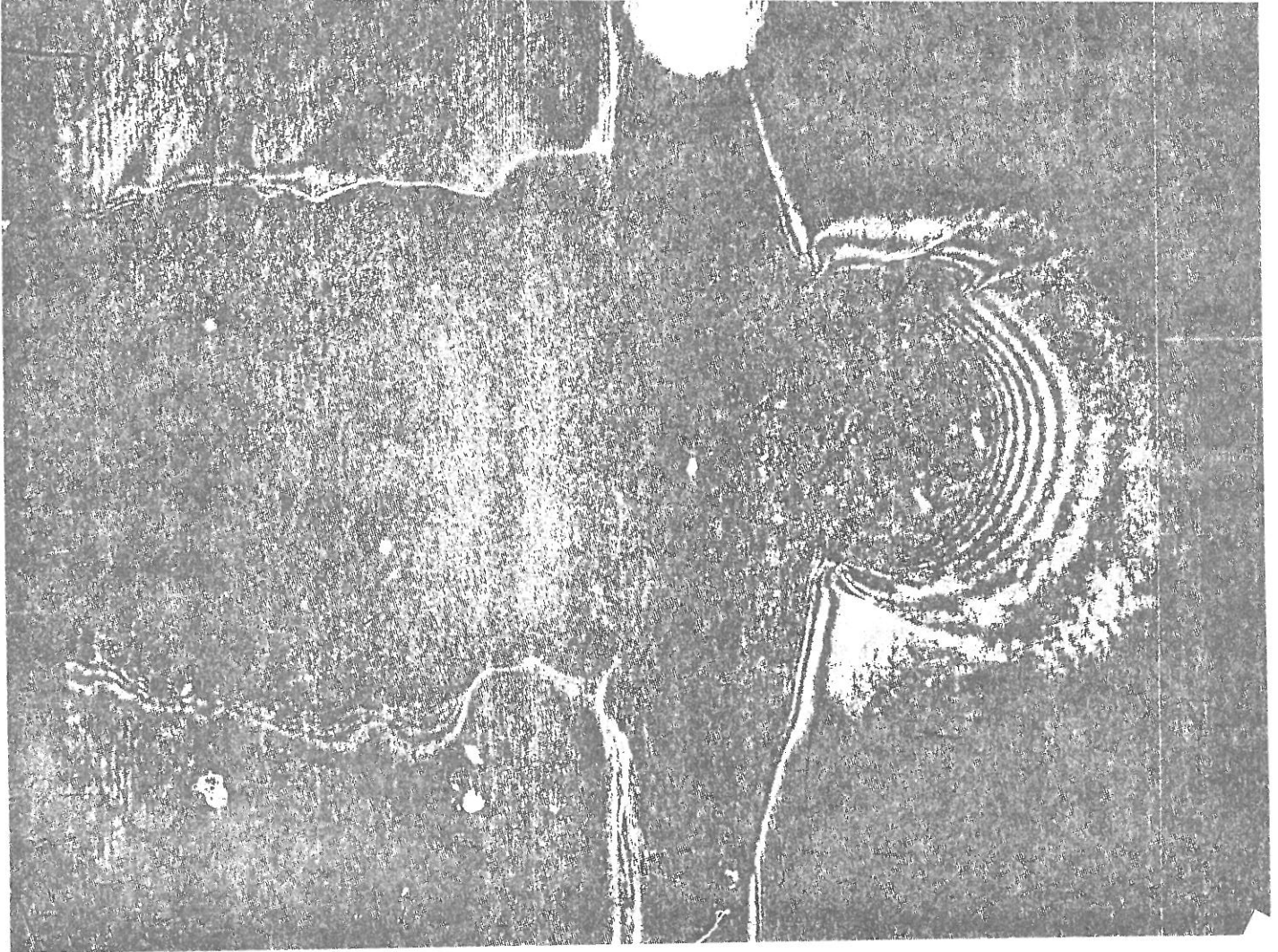
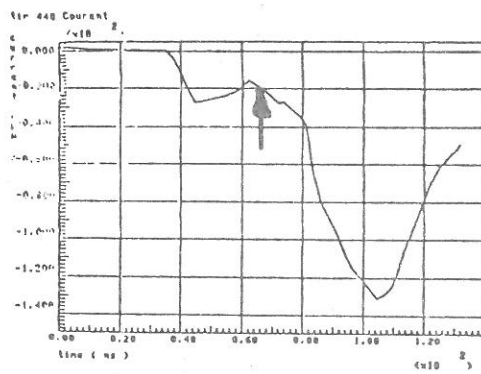
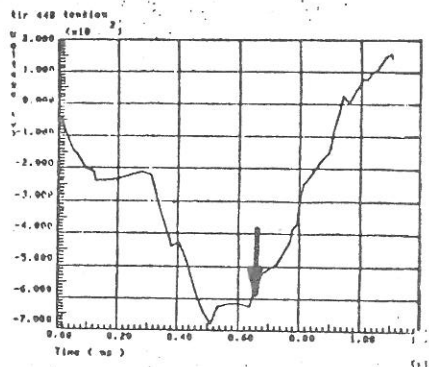
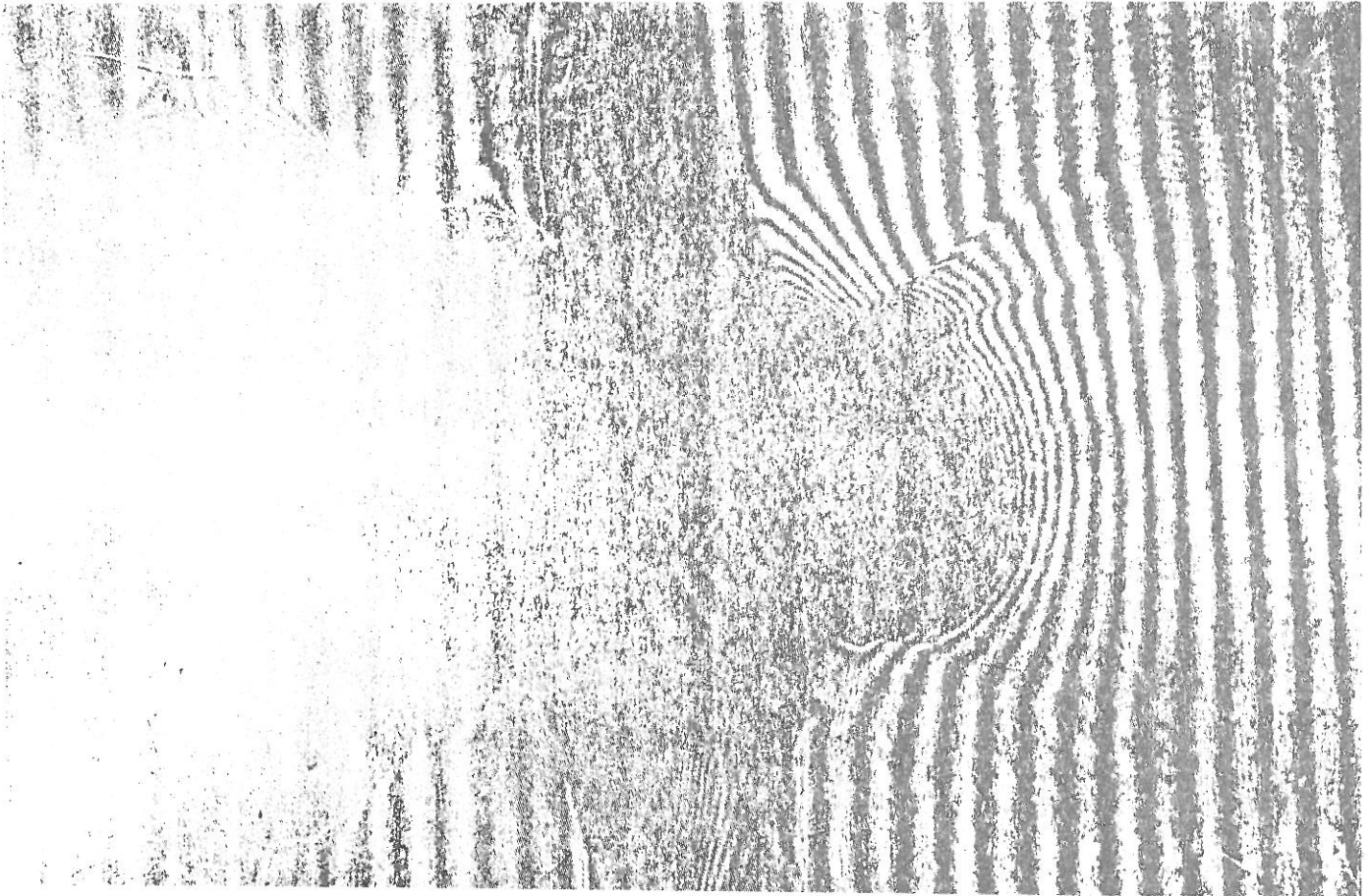


Figure 5-17-a



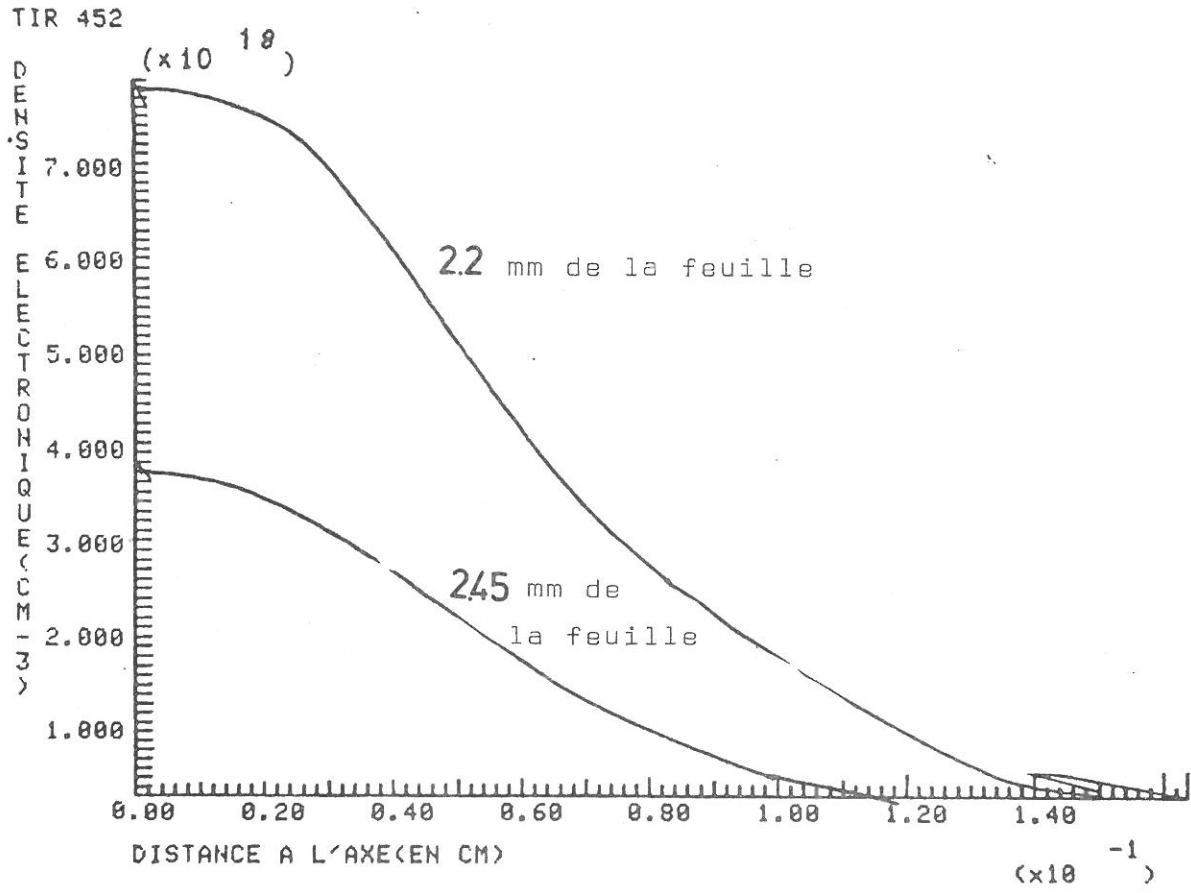


Figure 5-17-b

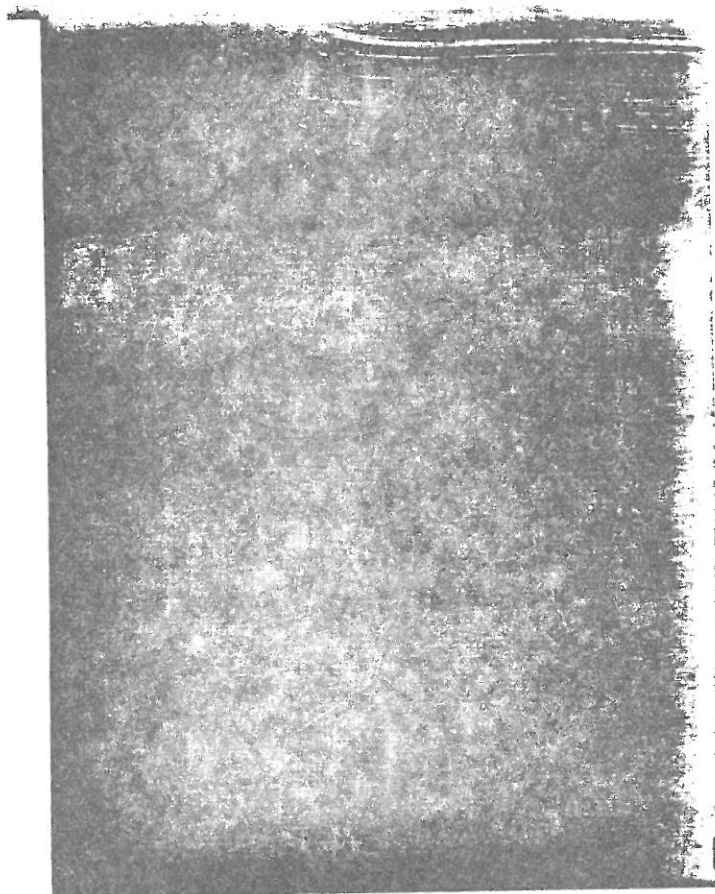


Figure 5-18

La mesure du rayonnement émis par le plasma peut apporter plusieurs informations :

- dimensions, géométrie du plasma émissif : résolution spatiale
- résolution temporelle : on peut suivre l'évolution du plasma si le détecteur est suffisamment rapide
- mesure de la température du plasma, à l'aide d'hypothèses physiques appropriées.

Un premier "spectromètre" a été réalisé. C'est un ensemble de photodiodes (X-Ray Diode) auxquelles on a adjoint un certain nombre de filtres. On a ainsi une idée du spectre, avec une faible résolution ($E/\Delta E$ de l'ordre de 1) mais par contre, une bonne résolution spatiale si nécessaire et une bonne résolution temporelle ($< 1\text{ns}$).

- Description (figure 5-19)

Une photocathode métallique (ici en aluminium) est soumise au rayonnement X. Pour chaque photon incident, d'énergie $h\nu$, ϵ électrons sont émis (électrons photoélectriques, Auger, ou secondaires (15)). ϵ est l'efficacité quantique. La sensibilité S est définie par :

$$S = \frac{\epsilon e}{h\nu} \quad (\text{Coulomb/Joule})$$

Pour l'aluminium, l'efficacité maximum ($\approx 0,2$) est obtenue au voisinage de 10eV (figure 5-20). Les électrons émis sont collectés par l'anode (ici une grille métallique). On mesure la tension due à ce courant sur une résistance de $50\ \Omega$.

La réponse spectrale globale est le produit de S par la transmission du filtre utilisé (figures 5-21).

La résolution temporelle est déterminée par :

- la bande passante de l'oscilloscope

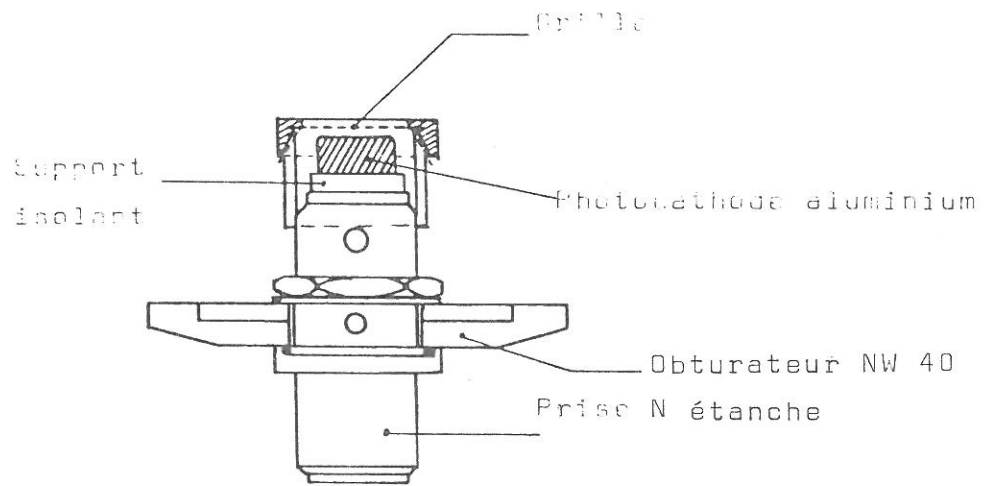
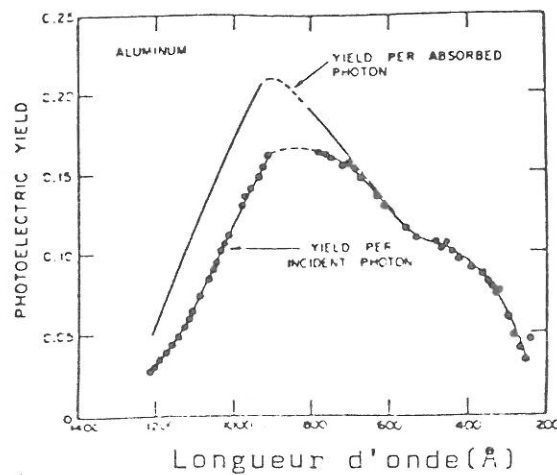


Figure 5-19

Figure 5-20



Efficacité quantique pour l'effet photoélectrique sur l'aluminium (d'après CAIRNS-SAMSON; J.O.S.A., 56, 1568 (1966))

- le temps de transit des électrons, t_T

$$t_T = d \left(\frac{2m_e}{eV} \right)^{1/2}, \text{ avec}$$

d : distance anode-photocathode

V : tension de polarisation

Pour $V = 1 \text{ kV}$, $d = 1 \text{ mm}$, $t_T = 0,1 \text{ ns}$.

Le plus grand avantage de ce système est sa simplicité de réalisation. En contrepartie :

- Nous n'avons fait aucune calibration. Or il existe un certain nombre de désaccord pour les sensibilités et les coefficients d'absorptions publiés, en particulier aux environs de 10eV (1200 Å) pour l'absorption de l'aluminium. On peut estimer l'incertitude sur la sensibilité à environ un facteur 2-(10,11).
- L'état de surface de la cathode est important. Il faut s'astreindre à un remplacement fréquent.
- Il faut éviter tout claquage intempestif.

La tension mesurée V est la convolution de plusieurs facteurs :

- l'intensité de la source, $I(\nu)$, en Joule.(stéradian)⁻¹.m⁻².s⁻¹
- la surface A de la source. Dans certains cas, où l'on recherche une résolution spatiale, A est déterminée par la géométrie du détecteur ; dans les autres cas, il faut déterminer A par une autre méthode, ce qui entraîne bien sûr une incertitude lors de l'interprétation des données si on fait des mesures de flux *absolues*.
- l'angle solide sous lequel on voit la photocathode de la source (il varie peu avec la position précise du point source), Ω .
- la sensibilité de la photocathode, $S(\nu)$
- l'absorption du ou des filtres absorbants $F(\nu)$
- la résistance de mesure R .

Finaleinent :

$$V = R \int_0^{\infty} I(\nu) \cdot F(\nu) \cdot S(\nu) \cdot A \cdot \Omega \cdot d\nu$$

$A \cdot \Omega$ est le facteur géométrique, en $m^2 \cdot \text{ster}$. Les tables donnent en général le coefficient d'absorption $\mu(\nu)$ en m^{-1} . Si d est l'épaisseur du filtre utilisé :

$$F(\nu) = \exp(-\mu(\nu) \cdot d)$$

Il est clair qu'un même signal V peut provenir de différentes répartitions $I(\nu)$; par exemple, peu d'intensité dans une zone où $S(\nu)$ est grand, ou beaucoup là où $S(\nu)$ est faible : Une seule mesure n'est pas décisive. D'où la nécessité de plusieurs ensembles filtre + photocathode, qui permettent de lever l'ambiguïté : chaque couple a sa sensibilité piquée dans une zone donnée. Plus le nombre de combinaisons est grand, meilleure est la résolution.

- Interprétation (12)

Le problème du transfert du rayonnement est très complexe dans un plasma dans le cas général. Le spectre est la somme d'un spectre continu (free-free, free-bound) et d'un spectre de raies atomiques et ioniques ; ce sont surtout les électrons qui contribuent au continu.

Dans les plasmas de laboratoires, en général le rayonnement n'est pas en équilibre avec les électrons ; ce sont les processus collisionnels (non radiatifs) qui assurent la "Maxwellinisation" des électrons (puis des ions et des neutres). C'est ce qu'on appelle l'ETL : équilibre thermodynamique local, la température pouvant être une fonction du temps et de la position. Le rayonnement est alors loin de celui du corps noir, sauf pour les raies de résonance.

Cependant, pour les plasmas denses (de 10^{19} à 10^{23} cm^{-3}), un plasma peut, dans une gamme donnée, être opaque (optiquement épais) et rayonner comme un corps noir.

Cathode alu nue et avec filtre alu 59 et 118 microgrammes/cm²

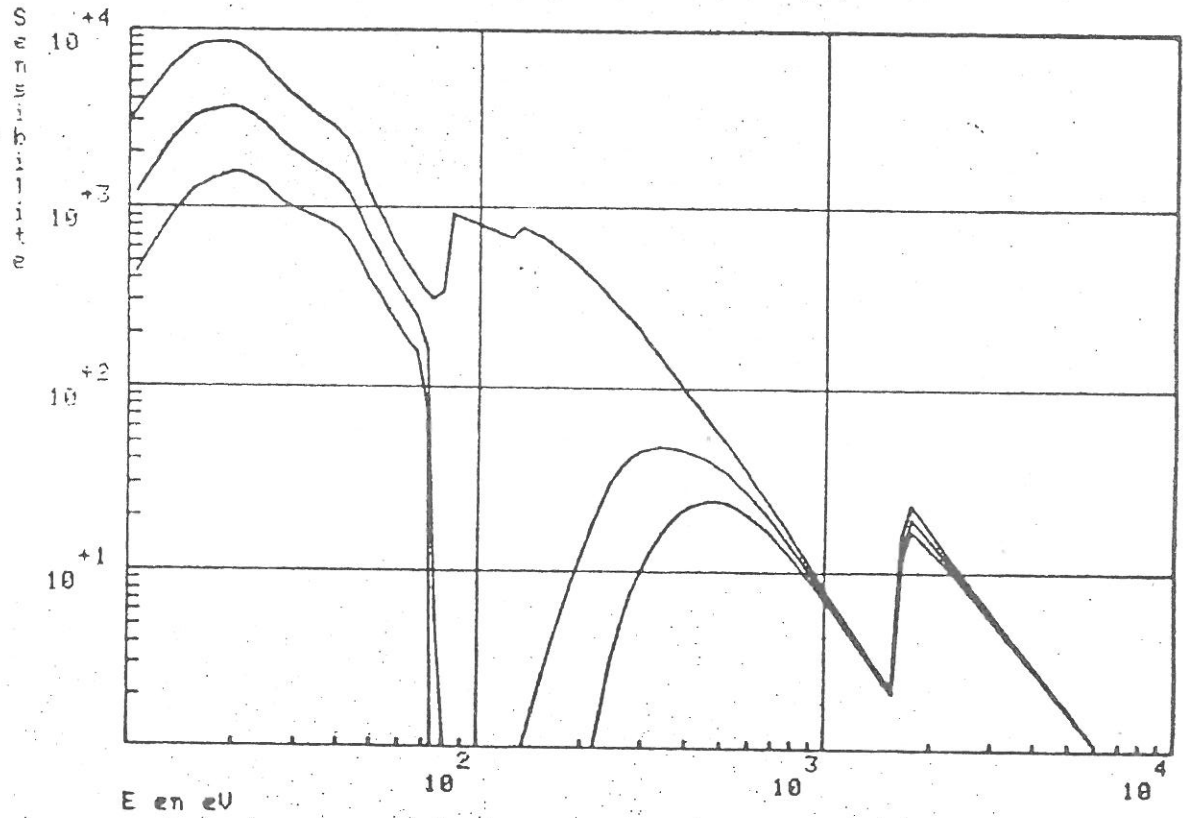


Figure 5-21-a

Sensibilité(A/MW)

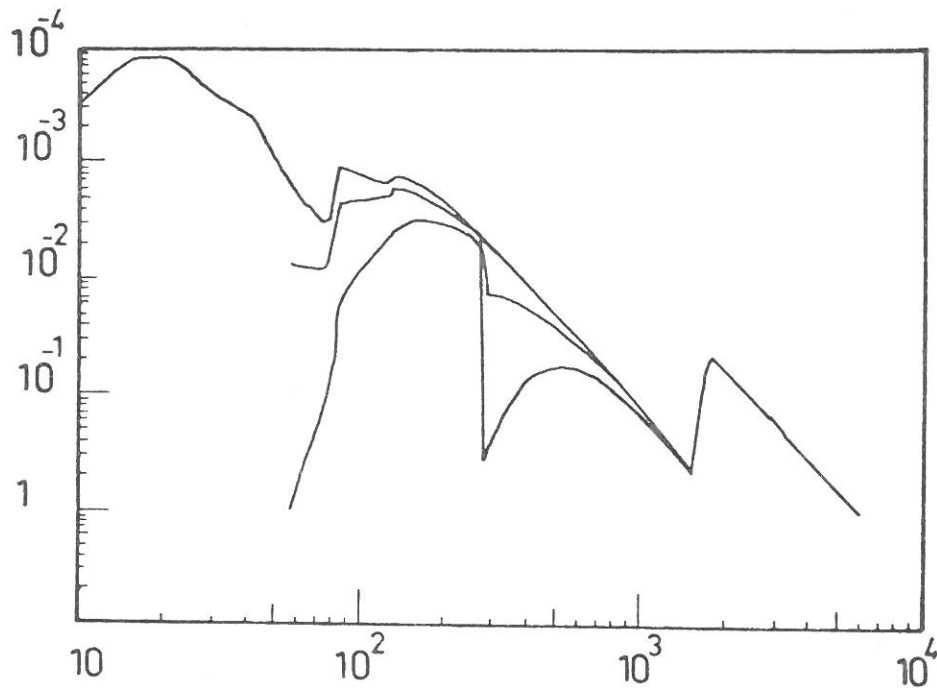


Figure 5-21-b

E(en eV)

Sensibilité d'une photocathode en aluminium
seule et avec filtre en polystyrène
($x = .25 \cdot 10^{-4}$ et $1 \cdot 10^{-4} \text{ g/cm}^3$)

Considérons un plasma dense, de température supérieure à 10eV (donc presque complètement ionisé). On se restreint à une dimension, x . L'équation du transfert de rayonnement peut s'écrire :

$$dI_{\nu}(x) = dI_{\text{spontanée}} + dI_{\text{stimulée}} - dI_{\text{absorbée}}$$

Soit $K(\nu, T)$ le coefficient d'absorption

$$dI_{\text{absorbée}} = + K(\nu, T) I_{\nu}(x) dx$$

$$dI_{\text{stimulée}} = K(\nu, T) \cdot \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) I_{\nu}(x) dx$$

L'émission spontanée est donnée par la loi de Kirchhoff, qui relie absorption et émission pour les systèmes en E.T.L.

$$\frac{dI_{\text{spontanée}}}{dI_{\text{absorbée}} - dI_{\text{induite}}} = \frac{B(\nu, T)}{I_{\nu}(x)}$$

avec $B(\nu, T)$ la fonction de Planck

$$B(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}$$

soit :

$$dI_{\text{spontanée}} = K(\nu, T) \left[1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \right] dx = K'(\nu, T) dx$$

d'où :

$$\frac{dI_{\nu}(x)}{dx} = K'(\nu, T) [B(\nu, T) - I_{\nu}(x)]$$

$$\boxed{I_{\nu}(x) = \left[1 - \exp\left(-K'(\nu, T) \cdot x\right) \right] B(\nu, T)} \quad (V-9)$$

Remarques :

-
- La validité de (V-9) ne dépend pas du mécanisme particulier d'absorption ou d'émission, elle repose seulement sur la loi de Kirchhoff.

- si x tend vers 0, $I_{\nu}(x)$ tend vers 0 : il n'y a plus de régions émettrices de rayonnement
- lorsque x croît, la compétition entre absorption d'une part, émission spontanée et stimulée d'autre part, rapproche le spectre de celui du corps noir parfait. C'est précisément l'émission induite qui permet de tendre vers un équilibre (13)

Supposons que le processus dominant d'absorption soit le bremsstrahlung inverse (ou effet Compton), on peut alors calculer $K(\nu, T)$ (12). La méthode consiste à appliquer le principe de microréversibilité au système radiation + gaz d'électrons, cette fois en équilibre thermodynamique. Connaissant la section efficace de bremsstrahlung, on en déduit la section efficace pour le processus inverse.

$$\text{Pour } kT(\text{eV}) \ll 500 Z^2$$

$$K(\nu, T) = b(T) \left(\frac{kT}{h\nu} \right)^3$$

$$\text{avec } b(T) = \frac{265 \pi^{5/2}}{3 \sqrt{3}} \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 hc} Z^3 a_0^5 n_i^2 \left(\frac{\chi_1}{kT} \right)^{7/2} \quad (\text{V-10})$$

Z : charge effective des ions du plasma

χ_1 : 13,6eV : énergie d'ionisation pour l'atome d'hydrogène

a_0 : 0,53 Å : rayon de la 1ère orbite de Bohr pour cet atome

n_i : densité des ions

Avec (V-10), (V-9) devient pour $x = a$ (a : largeur de la tranche de plasma).

$$I_y(a) = \frac{2(kT)^4 y^3}{h^3 c^2 (e^y - 1)} \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{\alpha(1 - e^{-y})}{y^3} \right] \right\} \quad (\text{V-11})$$

avec $y = \frac{h\nu}{kT}$, $\alpha = ab(T)$, paramètres sans dimensions. $b(T)$ représente le coefficient d'absorption K pour des photons d'énergie $h\nu = kT$; α est l'épaisseur de la tranche de plasma, normalisée au libre parcours moyen pour de tels photons; α est proportionnel à $Z^3 n_i^2 (kT)^{-7/2} a$.

Suivant que l'exponentielle intervenant dans (V-10) est petite ou non devant 1, le rayonnement est "noir" ou non. Il faut évaluer quantitativement à quelles conditions le rayonnement suit la loi de Planck.

Une première estimation consiste à intégrer (V-11) sur toutes les fréquences :

$$I(\alpha) = \int_0^{\infty} I_y(a) dy$$

et à comparer avec le résultat obtenu pour un corps noir parfait :

$$B(T) = \frac{2\pi^4 (kT)^4}{15 h^3 c^2} = 1,8 \cdot 10^{-8} T^4 \text{ W.m}^{-2}$$

avec T en Kelvins.

(loi de Stefan)

On a représenté sur la figure 5-22 le rapport $I(\alpha)/B(T)$ en fonction de $\alpha = 2,03 \cdot 10^{-37} Z^3 n_i^2 a T^{-7/2}$ (a en cm, n_i en cm^{-3} , T en eV)

La forme de la courbe montre qu'il n'y a pas une transition brutale entre un plasma optiquement mince ou épais.

Pour $\alpha \approx 25$, $I(\alpha)$ vaut environ $\frac{B(T)}{2}$, ce qui donne comme épaisseur "demi-noire" :

$$a_{1/2} = 1,23 \frac{1}{Z^3} 10^{38} T^{7/2} n_i^{-2} \quad (V-12)$$

Le tableau 5-1 donne quelques valeurs de $a_{1/2}$ pour divers couples (n_i, T) , pour $Z = 1$.

Il apparaît que pour 10eV, un plasma *millimétrique* rayonnera comme un corps noir si sa densité est de l'ordre de 10^{21} cm^{-3} ($a_{1/2} = 0,4 \text{ cm}$).

Pour 30eV, il faut un plasma plus dense, environ 10^{22} cm^{-3} .

$n(\text{cm}^{-3})$ T (eV)	10	30	100	300	1000
10^{19}	4000				
10^{20}	40	2000			
10^{21}	0,4	20	1000		
10^{22}	$4 \cdot 10^{-3}$	0,2	10	600	
10^{23}		$2 \cdot 10^{-3}$	0,1	6	400

Tableau 5-1

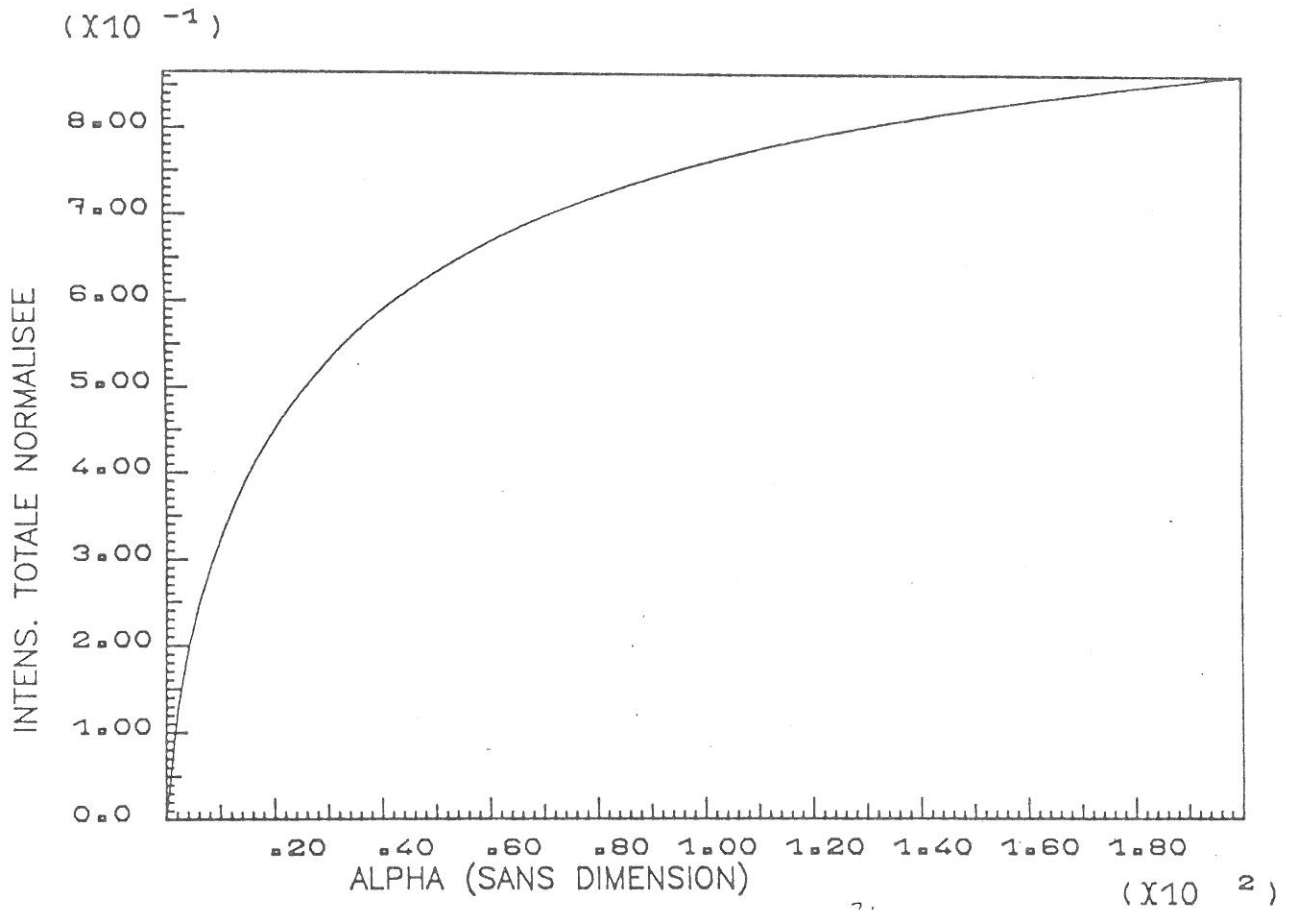


Figure 5-22

Rapport de l'intensité émise par une tranche de plasma d'épaisseur a , de température T , de densité n , avec l'intensité émise par un corps noir de même température, $B(T)$.

$$(\text{ALPHA} = 2,03 \cdot 10^{-37} \cdot Z^3 \cdot n \cdot a \cdot T^{-7/2},$$

avec a en cm, n en cm^{-3} , T en eV)

En fait, chaque détecteur n'est sensible qu'à une partie du spectre ; même si l'intensité totale est faible devant celle du corps noir, il est possible que dans une zone donnée, le spectre soit voisin de celui du corps noir.

Etudions particulièrement le détecteur sans filtre, sensible surtout entre 8 et 30eV. On a représenté sur la figure 5-23 le rapport :

$$\frac{\int I_y(\alpha) S(y) dy}{\int B_y(T) S(y) dy} \quad \begin{array}{l} \text{pour } T = 10\text{eV} \\ \text{et } T = 30\text{eV}. \end{array}$$

On peut alors estimer une valeur "corrigée" de $a_{1/2}$, $a'_{1/2}$, correspondant à $\alpha'_{1/2}$

$$\alpha'_{1/2} (10\text{eV}) \approx 10$$

$$\alpha'_{1/2} (30\text{eV}) \approx 5$$

L'approximation corps noir sera d'autant meilleure que $K'(\nu)$ est grand dans le domaine considéré, donc en particulier pour $h\nu \ll kT$. En effet, dans ce domaine, $K'(\nu)$ varie comme $1/\nu^2$. Les photons très peu énergétiques sont piégés même pour une faible épaisseur optique.

On a représenté sur la figure 5-24 diverses distributions spectrales $I_y(\alpha)$. Le maximum se déplace vers les basses fréquences si l'opacité diminue. Pour des valeurs fixées de a , n_i et T , l'erreur faite en assimilant le spectre réel à un spectre noir est d'autant plus faible que $h\nu/kT$ est petit. Nous supposons donc que le spectre est noir, il faudra le vérifier en composant les signaux de 2 détecteurs sensibles à des domaines spectraux différents. Nous pouvons calculer une température de corps noir par deux méthodes :

- Mesure absolue

Il est commode d'exprimer la fréquence lumineuse et la température en eV. On a alors :

$$B(\nu) = \frac{2e^3}{c^2 h^2} \frac{\nu^3}{e^{\nu/T} - 1}$$

Cathode alu nue : influence de l'epaisseur optique : T=10 eV

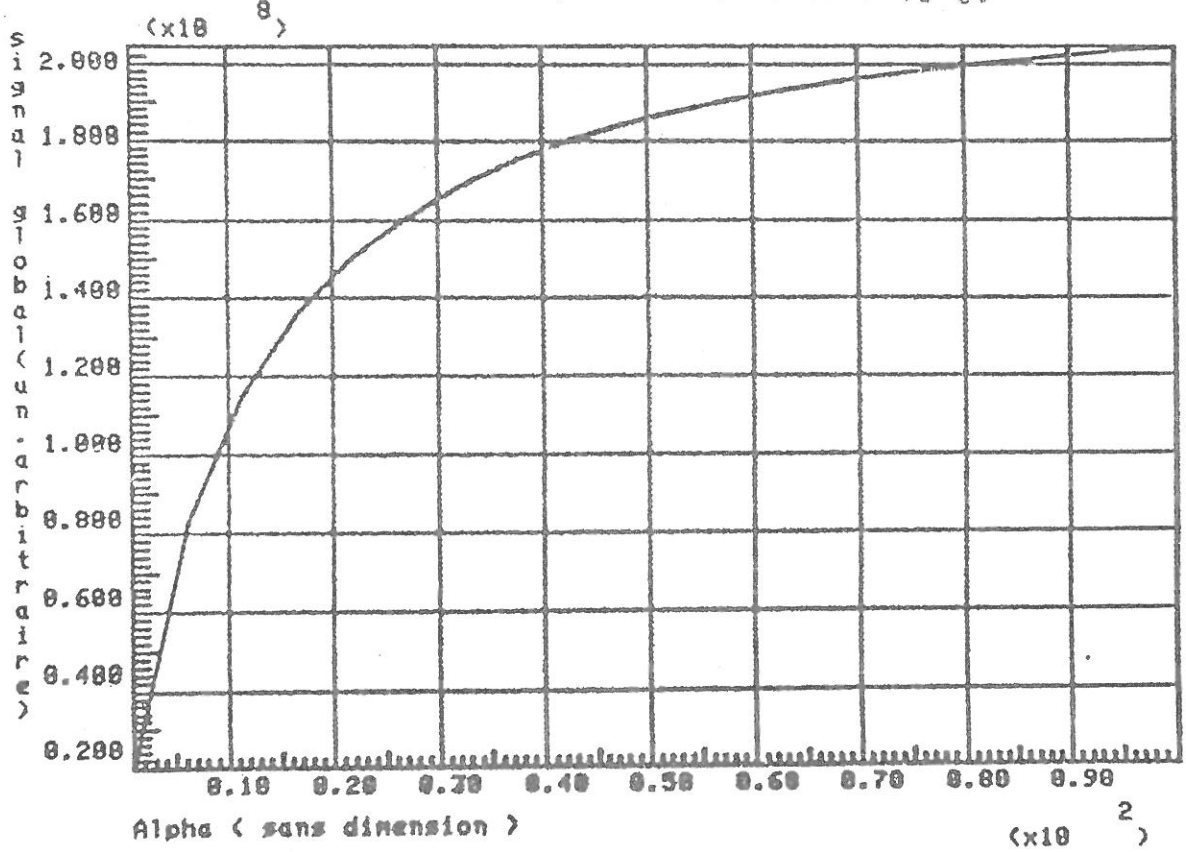


Figure 5-23

Influence de l'epaisseur optique : T=30eV

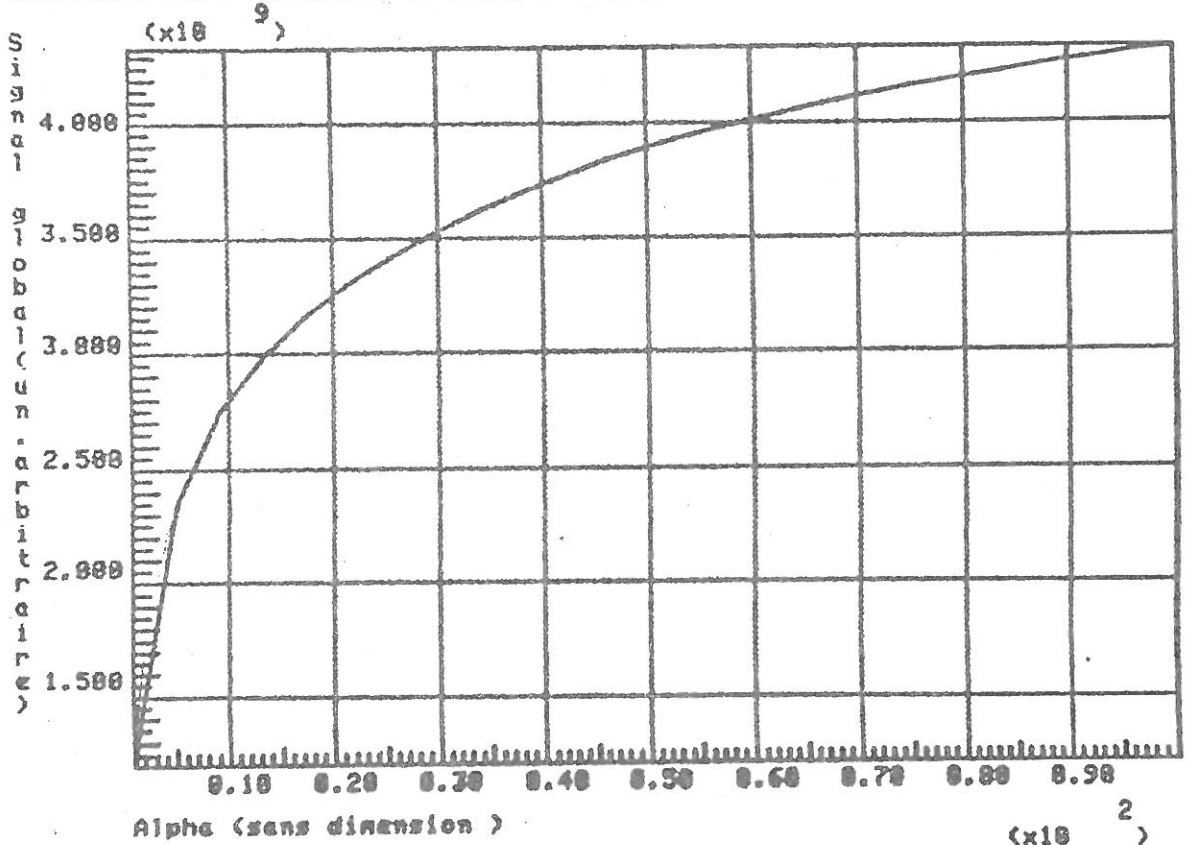


Figure 5-23-bis

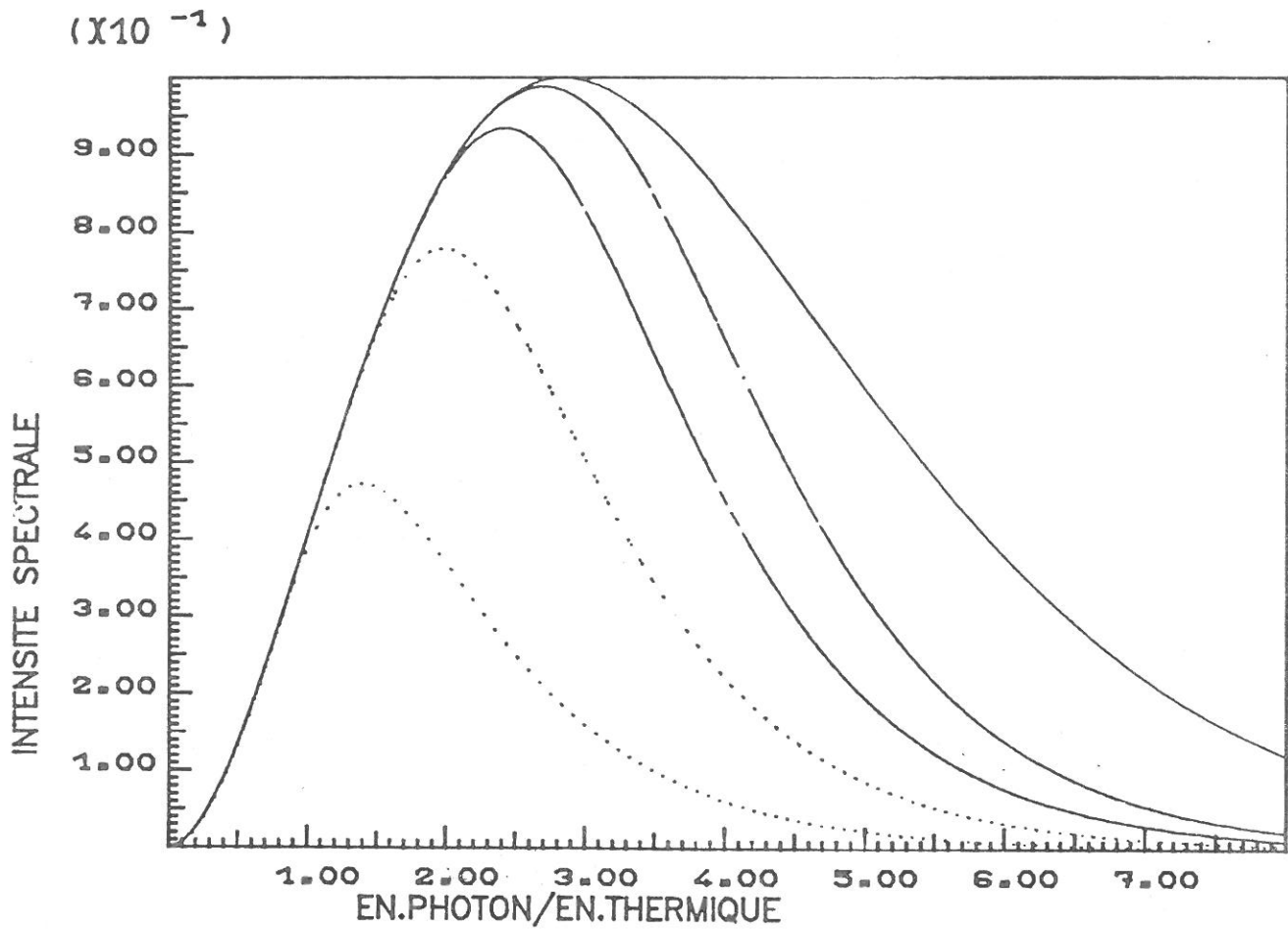


Figure 5-24

On a normalisé les intensités par rapport au maximum du corps noir. Les courbes tracées correspondent à $\alpha=5, 20, 50, 100$, (trait continu)

d'où :

$$V = R \cdot A \cdot \Omega \cdot \frac{2e^4}{h^3 c^2} \int_0^{\infty} S(\nu) A(\nu) \frac{\nu^3}{e^{\nu/T} - 1} d\nu$$

$$V = 2,51 \cdot 10^3 \cdot A \cdot \Omega \int_0^{\infty} S(\nu) A(\nu) \frac{\nu^3}{e^{\nu/T} - 1} d\nu \quad (V-13)$$

avec S : en A/Mwatts

ν : énergie des photons en eV

A : en m²

On peut tracer une abaque (T, V(T)) pour un détecteur (S(ν), A(ν)) donné. On en déduit une température (cf. figure 5-25). La détermination peut ne pas être univoque.

Cependant le fait que l'intensité totale varie très vite avec T (en T⁴) assure une bonne précision.

- Mesure relative

On peut, toujours en supposant un spectre noir - calculer en fonction de T le rapport théorique attendu pour les signaux de 2 détecteurs. Sur la figure 5-26, on a représenté le rapport :

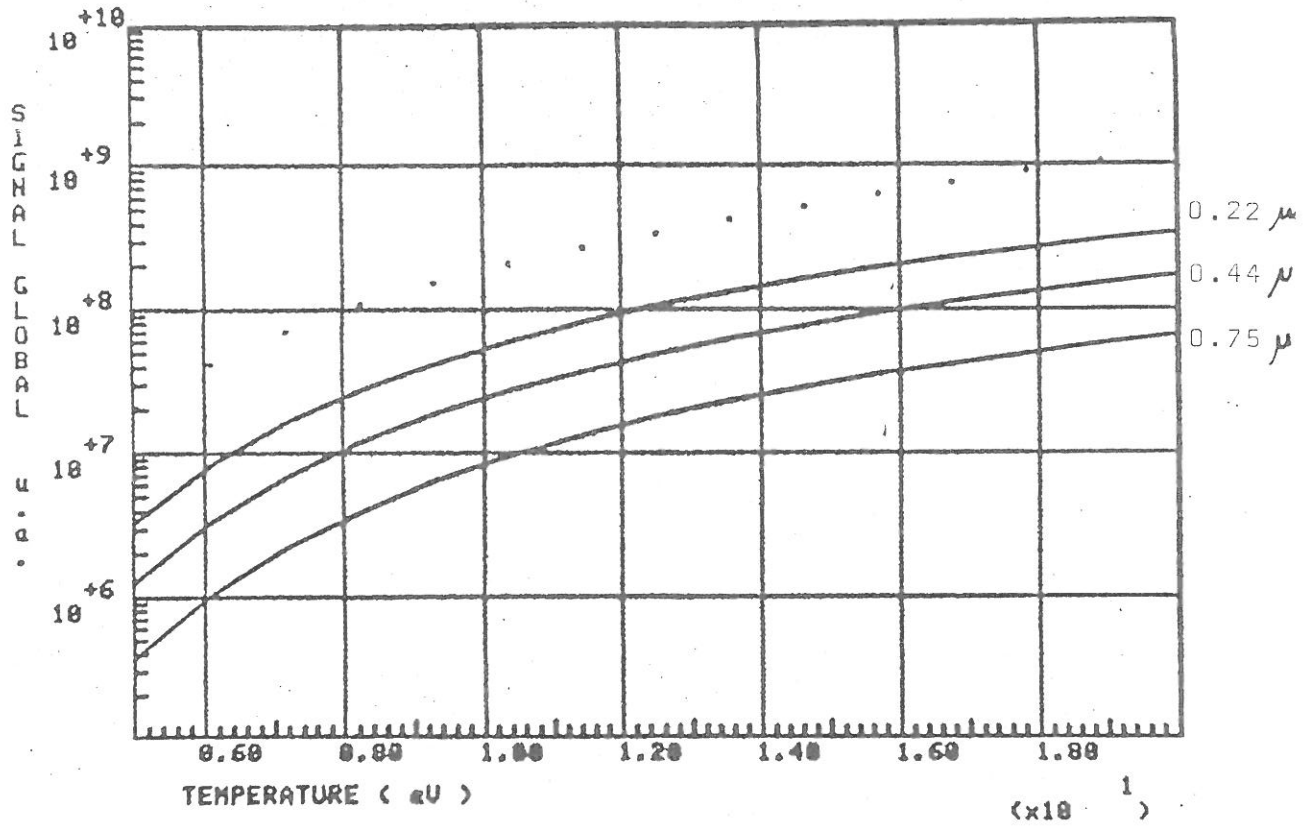
sensibilité cathode alu seule / cathode alu avec filtre 0,22 μ alu.

Le gros intérêt de l'hypothèse rayonnement noir est de pouvoir mesurer T indépendamment de la densité. Pour un plasma optiquement mince, le continu est en $Z^2 n^2 T^{-1/2}$, on a seulement une relation entre n et T.

Retour sur la validité des hypothèses faites

- La loi de Kirchhoff n'est qu'une approximation : on néglige tout couplage des modes électromagnétiques, pourtant indispensable pour parvenir à l'équilibre.

INFLU. TEMP. : CATH. ALU. , .22 , .44 , .75 MU AL



La courbe en pointilles correspond à la cathode sans filtre

Cathode alu nue : influence de la temperature

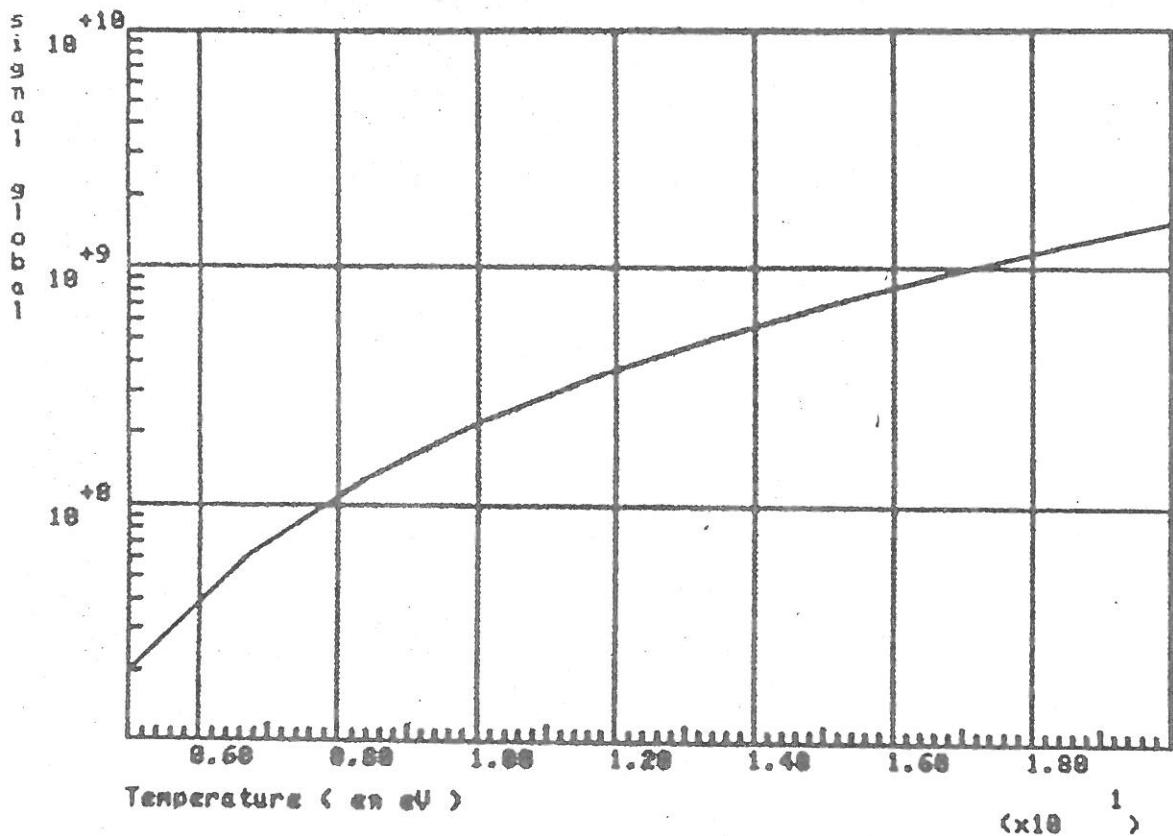
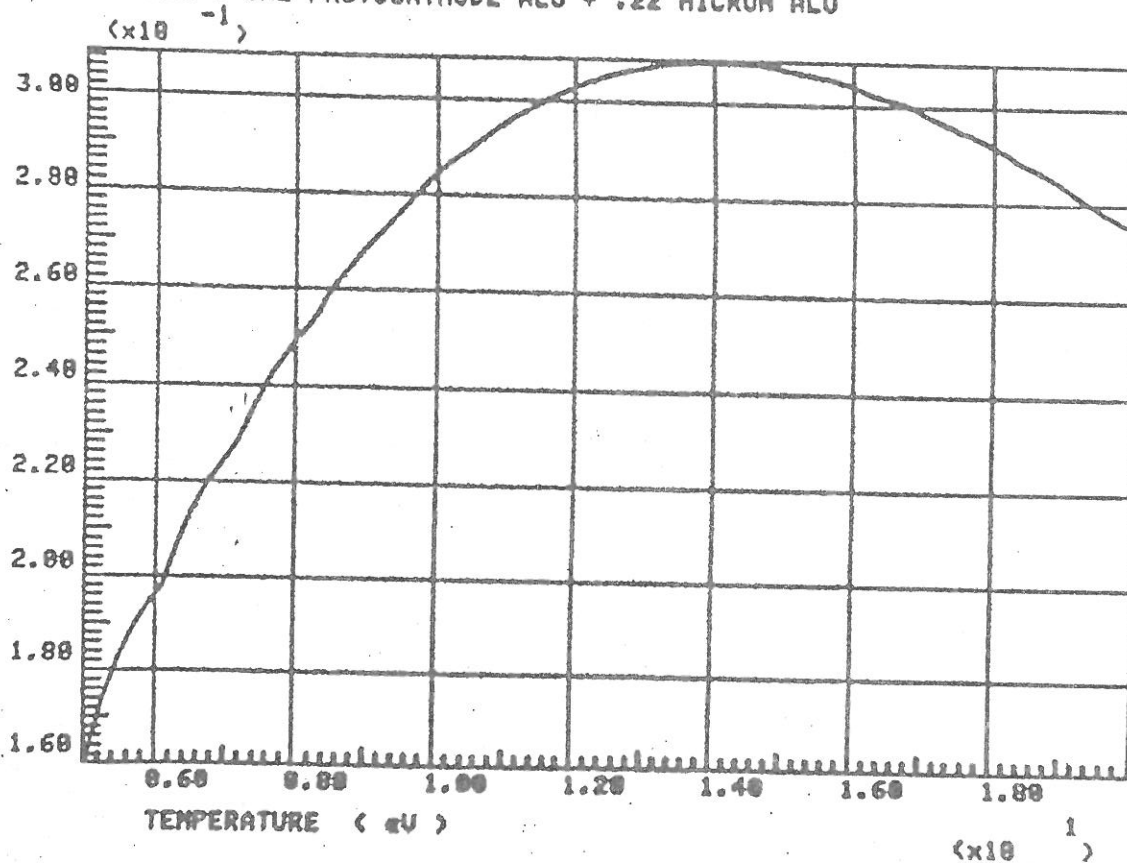


Figure 5-25

(Unité des ordonnées arbitraire)

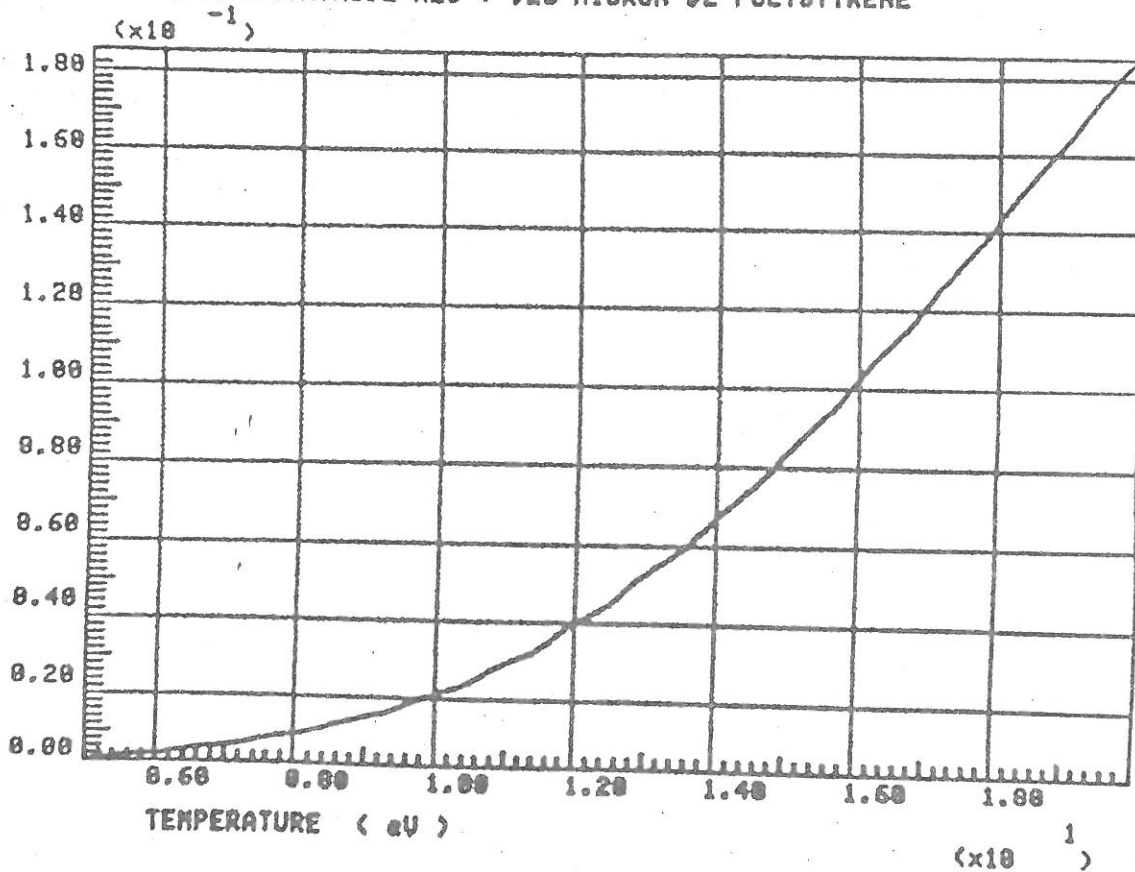
Figure 5-26

REPONSE NORMEE D'UNE PHOTOCATHODE ALU + .22 MICRON ALU



On a représenté le rapport $\frac{\text{Signal sans filtre}}{\text{Signal avec filtre}}$ en fonction de T.

REPONSE D'UNE PHOTOCATHODE ALU + .25 MICRON DE POLYSTYRENE



- On a négligé tout phénomène collectif (plasmons par exemple). C'est valable si : $\nu \gg \nu_p$: fréquence plasma = $8,98 \cdot 10^3 \sqrt{n}$. Un photon de 1eV correspond à $2,42 \cdot 10^{14}$ Hz.

$$\frac{\nu}{\nu_p} \approx \frac{1}{4} \cdot 10^{11} \nu n^{-1/2}; \text{ même pour } n = 10^{22} \text{ cm}^{-3} \text{ et } \nu = 10 \text{ eV}$$

on a encore $\nu = 2,5 \nu_p > \nu_p$

- Nous avons supposé que tout le rayonnement était du bremsstrahlung, ce qui n'est pas valable aux basses températures (T de l'ordre de 10eV), où le rayonnement de recombinaison des électrons avec les ions est important. Pour un plasma d'hydrogène peu dense ($n^{3/8} T^{5/16} \ll 10^7$) Kogan (14) a calculé que l'égalité entre bremsstrahlung et recombinaison se fait pour $T = 30 \text{ eV}$.

- Nous avons négligé, dans le modèle à une dimension, la *diffusion* des photons. La distance caractéristique de diffusion ℓ_d peut s'écrire : $\ell_d = \frac{1}{n \sigma_0}$, où σ_0 est la section efficace de diffusion Thomson.

$$\sigma_0 = 6,65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$$

Pour $n = 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, $\ell_d \approx 1 \text{ m}$.

Donc, sauf aux très hautes températures, l'absorption domine sur la diffusion.

Résultats : Nous supposons donc que le rayonnement est émis par un plasma isotherme, optiquement épais, en équilibre thermodynamique local (E.T.L.), donc un corps noir !

Nous avons utilisé deux montages :

- on vise une zone de 1 mm^2 entre anode et cathode (cf. figure 5-27). Un signal caractéristique est représenté sur la figure 5-28.

On a $T \approx (8 \pm 2) \text{ eV}$.

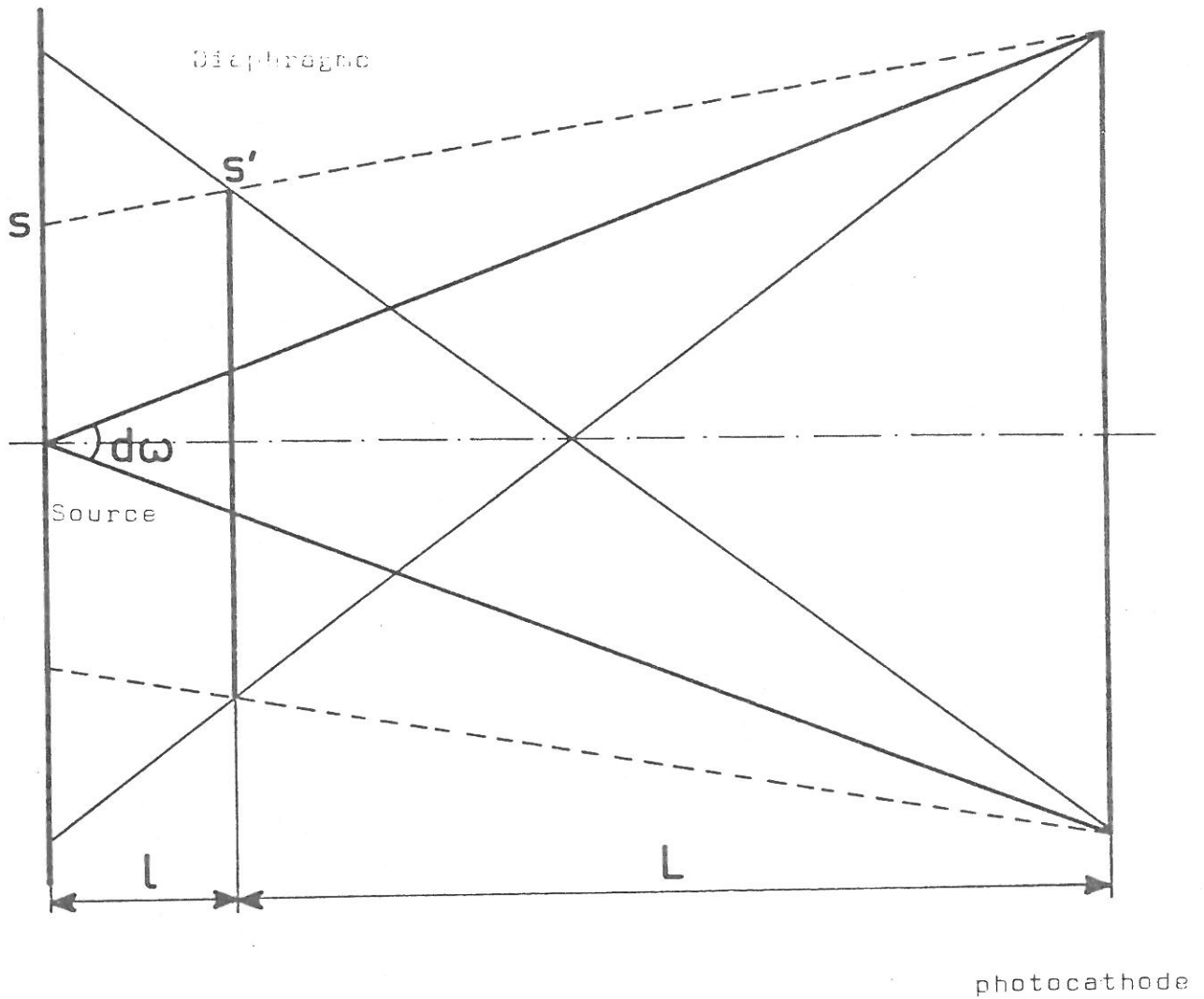


Figure 5-27

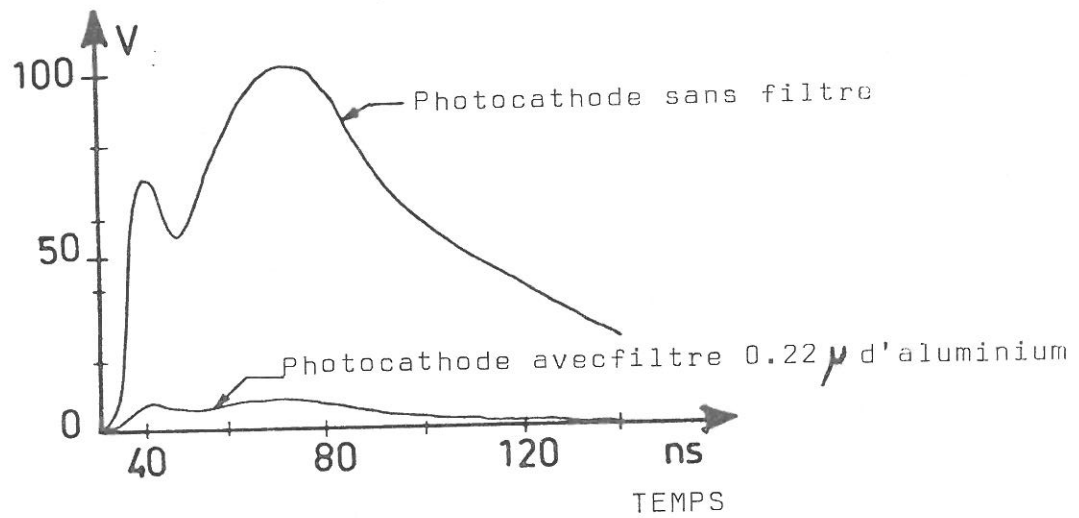


Figure 5-28

- On vise tout l'espace interélectrodes.

La source n'est pas forcément de brillance uniforme. Mais on en fait une moyenne. L'avantage de ce dispositif est que l'alignement est très simplifié. On trouve le même ordre de grandeur pour T , en prenant pour surface A la surface du plasma visible par interférométrie. Une erreur d'un facteur 2 sur A entraîne une erreur $\approx 2^{1/4}$ soit environ 20 %.

L'utilisation des filtres est encore au stade préliminaire. Il semble cependant que les premiers résultats soient cohérents avec l'hypothèse d'un rayonnement noir assez froid.

7 - DISCUSSION DES RESULTATS

Rappelons que ce sont seulement des résultats partiels. Essayons de schématiser le fonctionnement de la diode :

a) Dès la préimpulsion (quelques dizaines de kV), la cathode émet des électrons par effet de champ ; ce sont des protubérances microscopiques ("moustaches") qui émettent, à cause de l'effet de pointe : le champ électrique peut être augmenté de plusieurs ordres de grandeurs. En contrepartie, le courant est relativement faible - moins d'1A/cm² - puisque seule une partie de la surface émet.

b) En quelques nanosecondes, les moustaches sont détruites à cause de la grande densité de courant locale par instabilité. Un plasma cathodique résulte du mélange rapide des restes de moustaches.

c) La cathode "effective" est maintenant un plasma. L'émission de la surface de ce plasma est limitée par la charge d'espace. Si les électrons ne sont pas neutralisés, et si le "flux" est à une dimension, la densité de courant est donnée par la formule de Child-Langmeur :

$$j = 2,33 \cdot \frac{V^{3/2}}{d^2} \text{ kA/cm}^2 \quad \text{avec } d \text{ en cm (V-14) et } V \text{ en MeV.}$$

Pour d , il faut prendre la distance effective entre la surface émissive et l'anode. Plus généralement, si V_c et V_a sont les vitesses du plasma cathodique et anodique, $d = d_0 - (V_c + V_a)t$

Il faudrait faire une correction relativiste ; en fait, elle est faible tant que V est inférieur à 500 kV.

L'hypothèse unidimensionnelle est beaucoup plus criticable. Il faut, au moins, que le courant soit inférieur au courant d'Alfven I_A :

$$I_A (\text{kA}) = 17 \beta \gamma$$

Sinon, pour $I > I_A$, le rayon de Larmor d'un électron émis par la périphérie de la cathode devient inférieur à la distance anode-cathode.

d) les électrons chauffent l'anode ; il y a d'abord désorption des impuretés (huile, vapeur d'eau, ...). PARKER (16) a montré que les impuretés sont rapidement ionisées - avant même que le matériau principal de l'anode soit vaporisé. Pour cette phase, il suffit de déposer quelques dizaines de Joules par cm^2 (18).

e) Les ions peuvent neutraliser - au moins partiellement - l'espace interélectrode. La charge d'espace diminue, donc le courant électronique augmente (environ d'un facteur 2 si les ions sont des protons). Le chauffage augmente donc. Le plasma anodique fournit un courant ionique J_+ , lui aussi limité par la charge d'espace.

$$\text{On a : } J_+ \approx \left(\frac{m_e}{M_i} \right)^{1/2} J_- \quad (17)$$

Les ions peuvent chauffer la cathode (ou le plasma cathodique). Bien que J_+ soit inférieur à J_- , la pénétration des ions étant bien moins grande, les puissances délivrées par unité de masse à la cathode et à l'anode peuvent être comparables. La vitesse v_c va donc augmenter.

Tout ceci peut être très bref. Pour parcourir 3mm, un proton de 100 keV met 1 ns. Le fait que ces ions puissent provenir d'impuretés adsorbées légères montre que le comportement de la diode ne dépend pas seulement du matériau anodique proprement dit. Il faut remarquer que les ions et les électrons qui se trouvent entre les

deux plasmas (anodiques et cathodiques) ne sont pas décelables interférométriquement (un courant ionique de 1kA/cm^2 correspond à environ $n_i \approx 10^{13}\text{cm}^{-3}$). La désorption et l'ionisation de quelques couches moléculaires d'hydrocarbures suffisent pour fournir tous les protons nécessaires.

f) La distance d continue à décroître, J_+ et J_- croissent en conséquence. Le courant devient supérieur au courant d'Alfven : on ne peut plus appliquer la formule (V-14). C'est la phase la plus intéressante, où la machine est adaptée. Il faut optimiser la longueur de cette phase, où le matériau anodique proprement dit est chauffé.

Prenons, pour fixer les idées, une feuille de 50μ d'aluminium.

On a (18) : $\frac{dE}{dx} \approx 5\text{ MeV cm}^2/\text{g}$ pour des électrons de 200 keV, ce qui signifie qu'un courant de 1kA/cm^2 dépose une puissance de 5 Gigawatts/g. Les densités d'énergie nécessaires pour fondre et vaporiser l'aluminium sont respectivement 1,1 et 3,0 kilojoules par gramme (21). Pour vaporiser la feuille, si J est la densité de courant (en kA/cm^2), il faut un temps t_v , tel que :

$$5 \cdot 10^9 \text{ J t}_v \approx 3 \cdot 10^3.$$

Les mesures des X durs permettent d'estimer la densité de courant J . On a, par exemple : $\frac{20\text{kA}}{1\text{cm}^2} = 20\text{kA/cm}^2$.

On en déduit le temps nécessaire pour vaporiser la feuille :

$$t_v = 30 \text{ ns.}$$

La préimpulsion peut suffire à vaporiser entièrement l'aluminium. Ensuite, l'énergie absorbée se répartira en 3 catégories :

- énergie d'ionisation ; prenons par exemple 10eV par atomes. Pendant l'impulsion proprement dite, la mesure des X durs indique que la focalisation se fait sur environ $0,2\text{cm}^2$, d'où une densité de courant de l'ordre de 1MA/cm^2 . Dans un cylindre

de base $0,2\text{cm}^2$, de hauteur 50μ , il y a environ 6.10^{19} atomes d'aluminium. 10eV par atome représente donc une centaine de Joules.

- énergie d'agitation thermique, kT par particule. Le plasma est suffisamment dense pour que les temps d'équipartition de l'énergie soit très faibles. Températures électroniques et ioniques sont égales.
- énergie hydrodynamique d'expansion de la feuille. Pour déterminer comment l'énergie absorbée se répartit entre énergie thermique et hydrodynamique, il faudrait résoudre le système des équations de transports, couplé à un modèle de déposition de l'énergie - système difficile à résoudre car non linéaire -.

Remarques : L'énergie nécessaire pour vaporiser les impuretés
----- (hydrocarbures) est un ordre de grandeur plus petite que pour l'aluminium (19). La phase (d) existe donc bien et ne se confond pas avec la phase (f).

- l'ionisation des vapeurs anodiques peut se faire directement par collisions électrons du faisceau - atomes, et aussi - par avalanche - par les électrons secondaires, accélérés par le champ à la surface de l'anode. Ce temps peut être très court - 1ns dans les conditions de la référence (19) -.

- les plasmas anodiques et cathodiques sont bien visibles sur *tous* les interférogrammes. En effet, nous n'avons pas cherché à déclencher le laser dans les phases (a) à (e), car nous nous intéressons au dépôt d'énergie prépondérant qui a lieu alors que plasmas anodiques et cathodiques existent déjà.

g) Les 2 plasmas finissent par remplir tout l'espace interélectrodes (par exemple sur l'interférogramme 5-14.3). Le fait que plasma anodique et cathodique se déplacent sensiblement à la même vitesse n'est pas absurde. Pour fixer les idées, un proton de 200keV a une distance d'arrêt 100 fois moins grande qu'un électron de même énergie dans l'aluminium (20). Même si le courant ionique est 40 fois plus faible $\left(\frac{M_i}{m_e}\right)$, la puissance délivrée par

unité de masse peut être comparable. La vitesse d'expansion de tels plasmas est voisine de la vitesse acoustique ionique C_s .

$$C_s = \sqrt{\frac{kT_e}{M_i}} \approx 10^6 Z^{1/2} \left(\frac{M_i}{M_r}\right)^{-1/2} T_e^{1/2} \text{ cm/s}$$

(eV)

Pour un plasma de protons et d'électrons,

$$C_s \approx 10^6 T_e^{1/2} \text{ cm/s}$$

soit pour $T_e = 10\text{eV}$ $C_s \approx 3\text{cm}/\mu\text{s}$.

C'est en bon accord avec les observations interférométriques.

C'est à ce moment que le signal X mous est maximum. Evaluons l'énergie émise par rayonnement, en supposant un corps noir, isotherme de température 10eV. La surface est mal connue, il faudrait la déterminer avec une pinhole camera. On peut estimer qu'elle est comprise entre 0,1 et 1cm². La puissance rayonnée, P_r , vaut :

$$P_r = 1,03 \cdot 10^5 T^4 \text{ A watts}$$

(eV) (cm²)

Soit $P_r \approx 10^8 - 10^9$ watts.

La largeur à mi-hauteur du signal XRD vaut environ 20ns.

L'énergie rayonnée est comprise entre 2 et 20 Joules.

L'énergie électrique étant de l'ordre du kJ ($\int V I dt$), le rendement de conversion énergie électrique-énergie de rayonnement est compris entre $2 \cdot 10^{-3}$ et $2 \cdot 10^{-2}$.

h) La diode est court-circuitée par le plasma (voir chapitre III et les interférogrammes 5-14.4 et 5-14.5). Un plasma, même relativement froid, est suffisamment conducteur. Prenons comme exemple le "canal" de plasma visible sur 5-14.4. Le rayon a est environ 1,5mm, la surface de focalisation 0,07cm². La résistance de ce canal est alors, en utilisant la résistivité de Spitzer :

$\eta = 1,03 \cdot 10^{-2} Z \log A T^{-3/2}$ ohm.cm, et la distance anode-cathode étant 2,5mm :

(eV)

$$R \approx 3 \cdot 10^{-1} Z T^{-3/2} \text{ ohm.}$$

(eV)

Même pour $T = 1\text{eV}$, pour $Z = 1$, R vaut 0,3 ohms et le plasma ne peut plus assurer une adaptation correcte avec la ligne (d'impédance caractéristique $Z_c = 2\Omega$). Supposons que le plasma soit en équilibre magnéto-hydrodynamique, c'est-à-dire que la pression magnétique de compression due au champ magnétique azimuthale $\left(\frac{B^2}{2\mu_0}\right)$ soit contrebalancée par la pression d'origine thermique $\left(n_e k T_e + n_i k T_i\right)$. Comme $T_e \approx T_i$, il faut :

$$k(1 + Z^{-1}) n_e T_e = \frac{B^2}{2 \mu_0}$$

Cette condition est analogue à la phase finale d'un z-pinch. A la périphérie, si le courant d'électrons n'est pas neutralisé, B vaut :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} = 0,13 \frac{I}{(\text{kA})} \quad (\text{Teslas})$$

d'où :

$$n_e \cdot kT_e = 4,2 \cdot 10^{22} \frac{I^2}{(\text{kA})} \text{ eV m}^{-3} (\text{kA})^2$$

Le courant caractéristique est 200 kA. D'où :

$$n_e \cdot kT_e \approx 2 \cdot 10^{21} \text{ eV cm}^{-3}$$

On a seulement une borne inférieure de n_e par déflectométrie : n_e est de l'ordre de $10^{20} - 10^{21} \text{ cm}^{-3}$. La température (exprimée en eV) est donc comprise entre 2 et 20eV - résultat concordant avec la mesure effectuée par XRD (montage n° 1).

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES D'AVENIR

Au terme de cette étude, il nous reste à dresser un bilan de notre travail personnel.

Nous avons pu obtenir le taux de croissance linéaire de l'instabilité faisceau relativiste-plasma pour la plupart des conditions intéressantes, pour les modes parallèles. Dans la littérature on trouve seulement des résultats partiels.

Ceci nous a permis de préciser ce qu'on entend par interaction hydrodynamique ou cinétique, pour un faisceau relativiste. En particulier nous avons pu dégager un "paramètre de O'Neil-Malmberg" relativiste, S_R ,

$$S_R = \gamma_0 \bar{\theta}^{-2} \left(\frac{n_p}{n_f} \right)^{1/3}$$

qui décrit la transition hydrodynamique-cinétique.

Nous avons ensuite chercher à répondre à la question : peut-il y avoir chauffage par interaction faisceau-plasma dans nos conditions expérimentales ? L'interaction éventuelle est certainement cinétique, car un faisceau intense est presque toujours "chaud". Notre conclusion est alors négative :

- Les collisions électrons-ions dans le plasma limitent l'interaction à une zone peu dense, correspondant à un plasma en expansion, donc présentant nécessairement un gradient de densité.
- La prise en compte de ce gradient de densité montre alors que le développement de l'instabilité est bloqué.

Au contraire, pour un plasma peu dense de grandes dimensions (solénoïde par exemple), l'instabilité peut être particulièrement violente ; le calcul du taux de croissance linéaire effectué est directement applicable à ce cas.

Dans la suite du travail théorique, j'ai fait un bilan des processus pouvant augmenter le dépôt de l'énergie des électrons dans une cible mince. En particulier, nous avons calculé la dimension minima de l'espace interélectrode pour que l'instabilité de Buneman-Pierce puisse jouer un rôle.

Dans la partie expérimentale, nous avons donné des résultats partiels, une étude plus complète étant en cours. L'interférométrie semble montrer que l'interaction est "classique", c'est-à-dire collisionnelle, dans nos conditions expérimentales - machine désadaptée. La mesure des rayons X mous par des photocathodes en aluminium donne une température de rayonnement de l'ordre de 10 eV, toujours dans les mêmes conditions.

Une étude plus approfondie est en cours au laboratoire de Physique des Milieux Ionisés. Plusieurs éléments importants sont améliorés par rapport à l'étude présentée ici :

- L'énergie totale délivrée est plus grande, par suite d'une meilleure adaptation de la diode avec la ligne et d'un meilleur fonctionnement de l'éclateur à eau.
- La focalisation est meilleure, d'où une plus grande densité n_f , ce qui est à priori favorable pour tout effet "anormal".
- L'ouverture plus grande de l'interféromètre permettra de sonder des zones plus denses, de même que le nouveau système de tension de la feuille.
- Un gros effort est fait pour étudier le rayonnement du plasma cible, en particulier les X mous. Nous avons fait une étude préliminaire à la réalisation d'un spectrographe à cristal (Rapport PMI n° 1082).

Appendice A -

On a à calculer :

$$I(\vec{k}, \omega, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1 - V_0^2 (\cos\psi \cos\theta + \sin\psi \sin\theta \cos\varphi)^2 / c^2}{\left[(\omega - kV_0 (\cos\psi \cos\theta + \sin\psi \sin\theta \cos\varphi))^2 \right]^2} d\varphi \quad (A-1)$$

On pose $t = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$

Il vient :

$$I(\vec{k}, \omega, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2dt}{1+t^2} \frac{(1+t^2)^2 - \left[\frac{V_0^2}{c^2} [t^2 \cos(\psi+\theta) + \cos(\psi-\theta)] \right]^2}{\left[t^2 (\omega - kV_0 \cos(\psi+\theta)) + \omega - kV_0 \cos(\psi-\theta) \right]^2}$$

On décompose la fraction rationnelle

$$I(\vec{k}, \omega, \theta) = \frac{A}{t^2+1} + \frac{B}{t^2+\alpha^2} + \frac{C}{(t^2+\alpha^2)^2},$$

avec

$$\alpha^2 = + \frac{\omega - kV_0 \cos(\psi-\theta)}{\omega - kV_0 \cos(\psi+\theta)}$$

Il vient :

$$A = -\frac{1}{k^2 c^2} \frac{1}{t^2 + 1}$$

$$B = \frac{\omega^2 - 2kV_0 \omega \cos(\psi+\theta) + k^2 c^2}{k^2 c^2 (\omega - kV_0 \cos(\psi+\theta))^2}$$

$$C = \frac{2V_0 k (k^2 c^2 - \omega^2) \sin\psi \sin\theta}{k^2 c^2 (\omega - kV_0 \cos(\psi+\theta))^3}$$

On utilise :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{1+t^2} = \pi,$$

Calculons $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{t^2 + \alpha^2}$, en utilisant la méthode des résidus.

$$\frac{1}{t^2 + \alpha^2} = \frac{1}{(t+i\alpha)(t-i\alpha)}$$

Il y a donc 2 pôles, $\pm i\alpha$.

Il faut déterminer la position dans le plan complexe de α^2 .

Pour cela, posons $z = \frac{\omega - kv_0 \cos\psi \cos\theta}{kv_0 \sin\psi \sin\theta}$; On a donc $\text{Im}z > 0$.

puisque $\text{Im}\omega > 0$,

$$0 < \theta$$

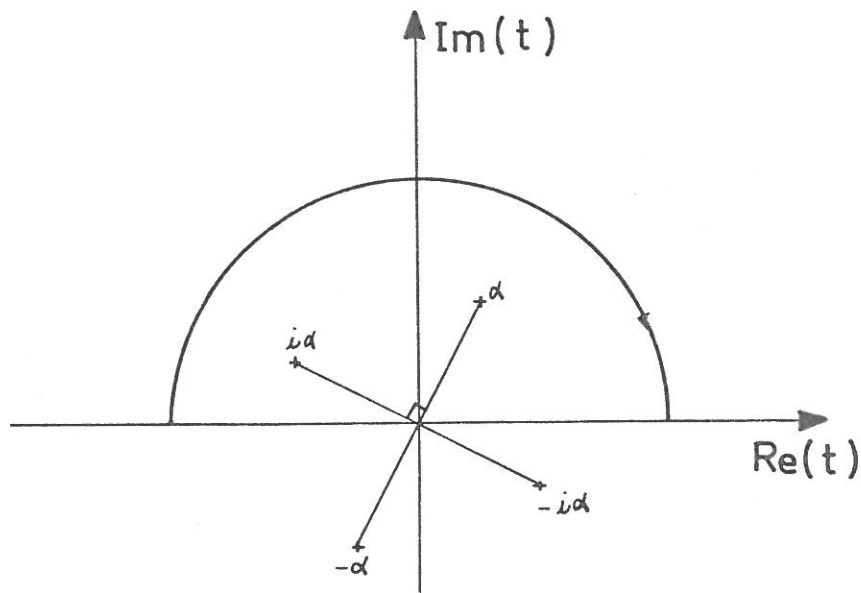
$$\psi < \pi$$

$$\alpha^2 = \frac{z - 1}{z + 1} :$$

On montre que la transformation :

$$z \rightarrow \frac{z - 1}{z + 1} = \alpha^2 = y$$

applique le demi plan supérieur de z dans le demi-plan y supérieur. α^2 est donc dans le demi plan supérieur.



Nous choisissons de prendre pour α la racine de α^2 tel que $\text{Re}(\alpha) > 0$. $\text{Re}(\alpha) > 0$ et $\text{Im}(\alpha^2) > 0$ entraîne que α est dans le premier quadrant.

En fermant le contour par le haut : $\int \frac{dt}{t^2 + \alpha^2} = \frac{\pi}{\alpha}$

Dans le dénominateur apparaît donc un terme en : $(z + 1)\alpha$.

$$(z + 1)\alpha = \left[(\omega - kv_0 \cos\psi \cos\theta)^2 - k^2 v_0^2 \sin^2\psi \sin^2\theta \right]^{1/2}$$

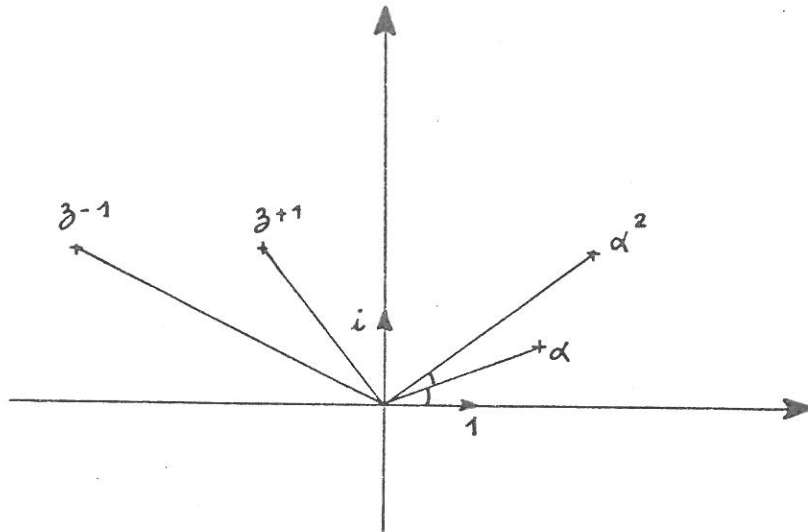
Il faut déterminer, là encore, quelle branche choisir.

On pose $z - 1 = \rho_1 e^{i\theta_1}$, $z + 1 = \rho_2 e^{i\theta_2}$

Comme $\omega > 0$, θ_1 et θ_2 appartiennent à $(0, \pi)$, avec $\theta_1 > \theta_2$

L'argument de $[(z + 1)\alpha]$ est $\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$; il est aussi dans $(0, \pi)$.

Donc, il faut choisir la branche tel que : $[(z + 1)\alpha] > 0$.



- Calculons $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{(t^2 + \alpha^2)^2}$; On pose : $t = \alpha \operatorname{tg} u$.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{(t^2 + \alpha^2)^2} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\alpha \cos^2 u \, du}{\alpha} = \frac{\pi}{2 \alpha^3}$$

Finalement, avec le choix précisé ci-dessus pour la racine, on obtient :

$$I(\vec{k}, \omega, \theta) = \frac{1}{k^2 c^2} + \frac{(\omega - kv_0 \cos \psi \cos \theta) (\omega^2 - 2kv_0 \omega \cos \psi \cos \theta + k^2 c^2) - 2\omega k^2 v_0^2 \sin^2 \psi \sin^2 \theta}{k^2 c^2 [(\omega - kv_0 \cos \psi \cos \theta)^2 - k^2 v_0^2 \sin^2 \psi \sin^2 \theta]^{3/2}}$$

(A-2)

avec $\operatorname{Im} \alpha > 0$.

Notons que pour $\psi = 0$, avec le choix de la branche, on a :

$$(z + 1)\alpha = +(\omega - kv_0 \cos \psi \cos \theta).$$

Appendice B -

Détaillons ici un peu les calculs.

$$\text{On a à calculer : } A = \frac{\alpha a}{2\gamma_0 b^2 \text{ sha}} \int_{-1}^1 \frac{dx e^{ax} (a^2 - 2\beta_0^2 x - a\beta_0^2 x^2)}{x - \frac{z}{b}}$$

$$\text{Posons } a\left(x - \frac{z}{b}\right) = t \quad ; \quad \frac{z}{b} = \lambda$$

$$A = \int_{a(-1+\lambda)}^{a(+1+\lambda)} dt \frac{e^{-t}}{t} e^{a\lambda} (a - 2\beta_0^2 x - a\beta_0^2 x^2)$$

$$A = e^{a\lambda} \int_{a(1+\lambda)}^{a(\lambda-1)} \frac{dt}{t} e^{-t} (a - 2\beta_0^2 x - a\beta_0^2 x^2)$$

l'idée consiste à tout ramener à une expression en fonction de

$\int \frac{dt}{t} e^{-t}$, même les dérivées.

Pour cela : Posons $G_n = \int_{-1}^1 \frac{x^n e^{ax}}{x - v} dx$

$$\frac{d}{dv} G_n = \int_{-1}^1 \frac{d}{dv} \frac{x^n e^{ax}}{(x-v)^2} dx = - \left[\frac{x^n e^{ax}}{x-v} \right]_{-1}^{+1} + \int_{-1}^1 \frac{x^{n-1} e^{ax} (ax)}{x-v} dx$$

$$\boxed{\frac{d}{dv} G_n(v) = - \left[\frac{x^n e^{ax}}{x-v} \right]_{-1}^{+1} + \int_{-1}^1 \frac{x^{n-1} e^{ax} (ax+n) dx}{x-v}}$$

$$G_0 = \int_{-1}^1 \frac{e^{ax}}{x-v} dx = e^v \int_{a(1+v)}^{a(-1+v)} \frac{e^{-u}}{u} du$$

$$\longrightarrow \boxed{G_0 = e^v \left\{ E[a(1+v)] - E[a(-1+v)] \right\}}$$

$$G_1 = \int_{-1}^1 \frac{x e^{ax} dx}{x-v} = \int_{-1}^1 e^{ax} dx + v \int_{-1}^1 \frac{e^{ax} dx}{x-v}$$

$$G_1 = 2 \frac{\text{sha}}{a} + v G_0$$

$$G_2 = \int_{-1}^1 \frac{x^2 e^{ax} dx}{x-v} = \int_{-1}^1 \frac{x^2 - 2vX + v^2}{x-v} e^{ax} dx + \int_{-1}^1 \frac{2vX - v^2}{x-v} e^{ax} dx$$

$$G_2 = \int_{-1}^1 (X-v) e^{ax} dx + 2v \int_{-1}^1 \frac{X e^{ax} dx}{X-v} - v^2 \int_{-1}^1 \frac{e^{ax} dx}{X-v}$$

$$G_2 = \left[\frac{X}{a} e^{ax} \right]_{-1}^{+1} - \int_{-1}^1 \frac{e^{ax}}{a} - v \left[\frac{e^{ax}}{a} \right]_{-1}^1 + 2v G_1 - 2v G_0$$

$$G_2 = 2 \frac{\text{cha}}{a} - 2 \frac{\text{sha}}{a} - 2v \frac{\text{sha}}{a} + \lambda v \frac{\text{sha}}{a} + v^2 G_0$$

$$G_2(\lambda) = \frac{2\text{cha}}{a} - \frac{2\text{sha}}{a^2} + 2\lambda \frac{\text{sha}}{a} + \lambda^2 G_0(\lambda)$$

L'intégrale de départ devient donc :

$$\left[a G_0 - 2\beta_0^2 G_1 - a \beta_0^2 G_2 \right]$$

$$\text{Soit : } a G_0 - 4\beta_0 \frac{\text{sha}}{a} - 2\lambda \beta_0^2 G_0 - 2\beta_0^2 \frac{\text{cha}}{a} \\ + \frac{2\text{sha}\beta_0^2}{a} - 2\lambda \text{sha}\beta_0^2 - a\lambda^2 \beta_0^2 G(\lambda)$$

$$\text{Soit encore : } C \left[- \left(+ 2 \frac{\text{sha}}{a} + 2\lambda \text{sha} + 2\text{cha} \right) \beta_0^2 \right. \\ \left. + G_0(\lambda) \left[a - 2\lambda \beta_0^2 - a\lambda^2 \beta_0^2 \right] \right]$$

On pose :

$$H(\lambda) = -\beta_0^2 \left[\frac{2sha}{a} + 2cha + 2\lambda sha \right] \\ + G_0 (a - 2\beta_0^2 \lambda - a \beta_0^2 \lambda^2)$$

Pour les dérivées, on peut revenir à $\frac{d}{dv} G_n(v)$

$$(1) \quad \frac{d}{dv} G_n(v) = - \left[\frac{e^a}{1-v} + \frac{(-1)^n e^{-a}}{1+v} \right] + a G_n + n G_{n-1}$$

Il est sans doute plus astucieux de calculer $\frac{d G_0}{dv}$ en fonction de G_0 .

Pour cela : pour $n = 1$:

$$\frac{d G_1}{dv} = - \left[\frac{e^a}{1-v} - \frac{e^{-a}}{1+v} \right] + a G_1 + G_0$$

d'autre part, en dérivant directement :

$$\frac{d G_1}{dv} = G_0 + v \frac{d G_0}{dv}$$

$$\rightarrow v \frac{d G_0}{dv} = - \frac{e^a - e^{-a} + v(e^a + e^{-a})}{1 - v^2} + 2sha + a v G_0$$

$$v \frac{d G_0}{dv} = + \frac{-2 sha + 2 sha (1-v^2) - 2v cha}{1 - v^2} + a v G_0$$

$$v \frac{d G_0}{dv} = - \frac{2v cha}{1 - v^2} + a v G_0 - \frac{2v^2 sha}{1 - v^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d G_0}{dv} = - \frac{2 cha + 2v sha}{1 - v^2} + a G_0}$$

(sauf peut-être pour $v = 0$)

On a le choix entre deux méthodes pour calculer G'_1 et G'_2

→ vérification possible.

a) En dérivant les formules $G_1 = G_1(v, G_0(v))$

$$\frac{d G_1}{d v} = G_0 + v \frac{d G_0}{d v} = -v \frac{2 \operatorname{cha} + 2v \operatorname{sha}}{1 - v^2} + G_0 (av + 1)$$

$$\frac{d G_2}{d v} = \frac{2 \operatorname{sha}}{a} - 2v^2 \frac{\operatorname{cha} + \operatorname{sha}}{1 + v^2} + G_0 (av^2 + 2v)$$

b) En utilisant la "récurrence" pour G_2

$$\frac{d G_2}{d v} = - \left[\frac{e^a}{1 - v} + \frac{e^{-a}}{1 + v} \right] + a G_2 + 2G_1$$

$$\begin{aligned} \frac{d G_2}{d v} = & - \frac{2 \operatorname{cha} + 2v \operatorname{cha}}{1 - v^2} + 2 \operatorname{cha} - 2 \frac{\operatorname{sha}}{a} + 2v \operatorname{sha} + av^2 G_0 \\ & + 4 \frac{\operatorname{sha}}{a} + 2v G_0 \end{aligned}$$

$$\frac{d G_2}{d v} = - \frac{2v^2 \operatorname{cha}}{1 - v^2} - \frac{2v^3 \operatorname{sha}}{1 - v^2} + \frac{2 \operatorname{sha}}{a} + G_0 (a v^2 + 2v)$$

Il reste à calculer $\frac{dH}{d\lambda}$

$$\begin{aligned} \frac{dH}{d\lambda} = & - \frac{2a}{1 - \lambda^2} (\operatorname{cha} + \lambda \operatorname{sha}) + \beta_0^2 \left[- 2\operatorname{sha} + 2(2\lambda + a\lambda^2) \frac{(\operatorname{cha} + \lambda \operatorname{sha})}{1 - \lambda^2} \right] \\ & + G_0 \left[- \beta_0^2 (2 + 4a\lambda + a^2\lambda^2) + a^2 \right] \end{aligned}$$

Le programme résoud, pour b donné, l'équation :

$$g(z) = f(z) \cdot (z^2 - b^2) = 0$$

$$\text{avec } f(z) = 1 - \frac{1}{3^2} - \frac{\alpha_a}{2\gamma_0 \operatorname{sha} b^2} H\left(\frac{z}{b}\right) + \frac{\alpha_a}{\gamma_0^3} \frac{\operatorname{cotha} + z/b}{b^2 - z^2}$$

La méthode de Newton exige de calculer $g'(z)$

$$g'(z) = f'(z) \cdot (z^2 - b^2) + 2z f(z)$$

$$\text{avec : } f'(z) = \frac{2}{z^3} + \frac{\alpha_a}{\gamma_0^3 b} \frac{[z^2 + b(b+2z \operatorname{coth} a)]}{(b^2 - z^2)^2}$$

$$= \frac{\alpha_a}{2\gamma_0 \operatorname{sh} a b^3} \frac{dH}{d\lambda} \left(\lambda = \frac{z}{b} \right)$$

Appendice C -

Nous voulons trouver la correction à l'ordre le plus bas apporté par la divergence angulaire du faisceau,

Nous nous limitons au problème à une dimension, c'est-à-dire aux modes électrostatiques se propageant parallèlement au faisceau.

D'après (VI-3) on a :

$$\varepsilon_f(k, \omega) = \frac{\alpha_a}{\gamma_0^3} \frac{\operatorname{cotha} + \frac{z}{b}}{z^2 - b^2} + \frac{\alpha_a}{2\gamma_0 \operatorname{sha} b^2} H\left(\frac{z}{b}\right)$$

posons $\frac{z}{b} = \lambda$.

$$\varepsilon_f(k, \omega) = \frac{\alpha_a}{\gamma_0^3 b^2} \frac{\operatorname{cotha} + \lambda}{\lambda^2 - 1} + \frac{\alpha_a}{2\gamma_0 \operatorname{sha} b^2} H(\lambda) \quad (\text{C.1})$$

Dans $H(\lambda)$ intervient la fonction exponentielle intégrale $E_1(z)$. Nous utiliserons un développement asymptotique de $E_1(z)$ (Eq. 5.1.51 de Abramowitz-Stegun)

$$\text{pour } |\arg z| < \frac{3\pi}{2}, E_1(z) = \frac{e^{-z}}{z} \left(1 - \frac{1}{z} + \frac{2}{z^2} + \dots \right) \quad (\text{C.2})$$

nous avons besoin des 3 premiers termes ; la validité sera discutée plus loin.

$$H(\lambda) = -2\beta_0^2 \left(\lambda \operatorname{sha} + \operatorname{cha} + \frac{\operatorname{sha}}{a} \right) + \left[a(1 - \beta_0^2 \lambda^2) - 2\beta_0^2 \lambda \right] G_0(\lambda) \quad (\text{C.3})$$

$$\text{avec } G_0(\lambda) = e^{a\lambda} \left\{ E_1[a(1 + \lambda)] - E_1[a(-1 + \lambda)] \right\} \quad (\text{C.4})$$

En utilisant A-2, A-4 devient, pour a grand, et donc $\bar{\theta}^2 = \frac{2}{a}$ petit

$$G_0(\lambda) = \frac{2}{a} - \frac{\lambda \operatorname{sha} + \operatorname{cha}}{\lambda^2 - 1} + \frac{(\lambda^2 + 1) \operatorname{sha} + 2\lambda \operatorname{cha}}{a(\lambda^2 - 1)^2} + \frac{4}{a^2} \frac{\lambda(\lambda^2 + 3) \operatorname{sha} + (3\lambda^2 + 1) \operatorname{cha}}{(\lambda^2 - 1)^3}$$

En groupant les termes en e^a , $\frac{e^a}{a}$, $\frac{e^a}{a^2}$, A-3 devient, en utilisant $1 - \beta_0^2 = \frac{1}{\gamma_0^2}$:

$$H(\lambda) = -\frac{2}{\gamma_0^2} \frac{\lambda sha + cha}{a(\lambda^2-1)} + \frac{2\left(1 - \beta_0^2 - \frac{2}{a}\right)}{a(\lambda^2-1)^2} \left[(\lambda^2 + 1)sha + 2\lambda cha \right] \\ - \frac{4}{a^2(\lambda^2-1)^3} \left\{ \beta_0^2 \lambda (\lambda^2 - 1) \left[(\lambda^2 + 1)sha + 2\lambda cha \right] + \dots \right. \\ \left. \dots + (1 - \beta_0^2 \lambda^2) \left[\lambda(\lambda^2 + 3)sha + (3\lambda^2 + 1)cha \right] \right\}$$

En reportant dans C-1, on constate que le 1er terme de ϵ_f est compensé par le 1er terme de $H(\lambda)$.

Il reste, en utilisant $\lim \coth a = 1$:

$$\epsilon_f(k, \omega) = \frac{\alpha}{\gamma_0^3 b^2 (\lambda-1)^2} - \frac{2\alpha}{\gamma_0^3 b^2 a (\lambda-1)^3} \quad (C-5)$$

Pour $a \rightarrow \infty$, on retrouve bien sûr :

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \epsilon_f(k, \omega) = \frac{\alpha}{\gamma_0^3 b^2 (\lambda-1)^2} = \frac{\omega_f^2}{\gamma_0^3 (\omega - k V_0)^2}$$

Le développement asymptotique n'est plus valable si $a(z - b)$ est inférieur à 1.

On montre (Appendice D) que $z - b \sim \frac{1}{\gamma} (\alpha)^{1/3}$ pour $a \rightarrow \infty$.

Un critère raisonnable peut s'écrire pour la validité de la nouvelle équation de dispersion :

$$\frac{a}{\gamma} \left(\frac{n_f}{n_p} \right)^{1/3} > 1 \quad (C-6)$$

Appendice D -

Nous voulons résoudre :

$$1 - \frac{1}{z^2} (z - b)^2 = \frac{\alpha}{\gamma^3} = \alpha_R \quad \text{avec} \quad z = \frac{\omega}{\omega_p}, \quad b = \frac{k V_0}{\omega_p}$$

$$\alpha = \frac{n_f}{n_p} \quad (\alpha < 1) \quad (D-1)$$

Nous savons que la racine la plus instable se trouve au voisinage du point $(z = 1, b = 1)$, c'est-à-dire lorsque les deux parenthèses sont presque nulles.

Nous développons au voisinage de $(z = 1, b = 1)$.

On pose $z - 1 = z'$, $b - 1 = b'$.

$$\text{Il vient : } (2z' - 3z'^2 + \dots) (z' - b')^2 = \alpha_R \quad (D-2)$$

Nous voulons maximiser z' .

$$\text{Or : } \frac{d z'}{d b'} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d z'}{d b'} = 0. \quad (b \text{ étant réel})$$

Calculons $\frac{d z'}{d b'}$

$$\begin{aligned} \frac{d z'}{d b'} &= \frac{2z' \left(1 - \frac{3}{\alpha} z'\right)}{\left(1 - \frac{3}{\alpha} z'\right)(z' - b') + 2z' \left(1 - \frac{3}{\alpha} z'\right)} \\ &= \frac{2z' \left(1 - \frac{3}{\alpha} z'\right)}{3z' - b' - 6z'^2} \end{aligned} \quad (D-3)$$

Nous allons maintenant utiliser le fait que α_R est < 1 .

On pose : $\alpha_R = \epsilon^3$

Cherchons z' et b' sous la forme $\sum_1^{\infty} z_i$ et $\sum_1^{\infty} b_i$.

z_i et b_i étant d'ordre ϵ^i .

Nous pouvons résoudre successivement pour chaque ordre les 3 équations :

- Partie réelle de D-2 nulle à l'ordre i.
- Partie imaginaire de D-2 nulle à l'ordre i.
- Partie imaginaire de D-3 nulle à l'ordre i.

les 3 inconnues étant $\text{Re}(Z_i)$, $\text{Im}(Z_i)$, b_i .

A l'ordre 1 :

$$\frac{dz'}{db'} \text{ est nul si } b = 0 \quad (4)$$

On en tire dans (2) :

$$z_1 = \frac{\alpha_R^{1/3}}{2^{1/3}} \sqrt[3]{1} = \frac{\alpha^{1/3}}{2^{1/3} \gamma} \left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) \quad (5)$$

A l'ordre 2 :

(2), compte tenu de (4) et (5) donne :

$$6z_2 - 3z_1^2 - 4b_2 = 0 : 2 \text{ équations}$$

En exigeant $\frac{dz'}{db'} = 0$ au 2^è ordre, on en tire la 3^{ème} équation

Finalement :

$$\begin{aligned} \omega_L &= \omega_P \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha_R}{2} \right)^{1/3} + \frac{3}{4} \left(\frac{\alpha_R}{2} \right)^{2/3} + \dots \right] \\ k_L &= \frac{\omega_P}{V_0} \left[1 + \frac{3}{2} \left(\frac{\alpha_R}{2} \right)^{2/3} + \dots \right] \\ \gamma_L &= \omega_P \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\alpha_R}{2} \right)^{1/3} - \frac{1}{4} \sqrt{3} \left(\frac{\alpha_R}{2} \right)^{2/3} + \dots \right] \\ \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_L &= V_0 \left[\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \left(\frac{\alpha_R}{2} \right)^{1/3} + \dots \right] \end{aligned}$$

avec :

ω_r : fréquence du mode le plus instable

k_L : vecteur d'onde le plus instable,

γ_L : taux de croissance du mode le plus instable.

$\left(\frac{d\omega}{dk}\right)_L$: vitesse de groupe

Appendice E :

I-18 s'écrit :

$$\frac{\delta}{\omega_p} = \frac{\pi}{2} \frac{n_f e^2}{\epsilon_0 k^2} \int d^3 \vec{p} \vec{k} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{p}}(\vec{p}) \delta(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}) \quad (E-1)$$

au lieu de $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$, introduisons $\vec{u} = \frac{\vec{p}}{m}$

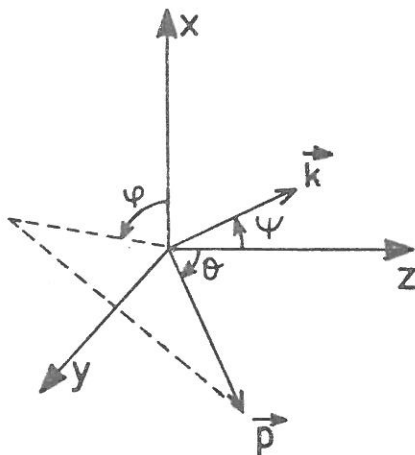
A la fonction $f(\vec{p})$ est associée $f(\vec{u})$, telle que

$$\int f(\vec{u}) d^3 \vec{u} = 1 \quad (\text{normalisation}).$$

Au lieu de $\frac{\partial f(\vec{p})}{\partial \vec{p}}$ il faut $\frac{1}{m} \frac{\partial f(\vec{u})}{\partial \vec{u}}$

$$\frac{\delta}{\omega_p} = \frac{\pi}{2} \frac{n_f}{n_p} \frac{\omega_p^2}{k^2} \int d^3 \vec{u} \vec{k} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{u}} \delta(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}) \quad (E-2)$$

On effectue le calcul en coordonnées sphériques u, θ, φ



\vec{k} est dans le plan xOz

$$\vec{k} \begin{vmatrix} k \\ \psi \\ 0 \end{vmatrix} \text{ ou } \begin{vmatrix} k \sin \psi \\ 0 \\ k \cos \psi \end{vmatrix} \quad x, y, z$$

$$\vec{u} \begin{vmatrix} u \sin \theta \cos \varphi \\ u \sin \theta \sin \varphi \\ u \cos \theta \end{vmatrix}$$

Donc $\omega - \vec{k} \cdot \vec{v} = \omega - kv \cos \psi \cos \theta - kv \sin \psi \sin \theta \cos \varphi$.
 \vec{k} a pour coordonnées, dans le repère (u, θ, φ) .

$$\vec{k} \begin{vmatrix} k_u = k(\sin \theta \cos \varphi \sin \psi + \cos \theta \cos \psi) \\ k_\theta = k(\cos \theta \cos \varphi \sin \psi - \sin \theta \cos \psi) \\ k_\varphi = 0 \end{vmatrix}$$

En sphérique le gradient s'écrit :

$$\vec{\nabla} f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial u} \\ \frac{1}{u} \frac{\partial f}{\partial \theta} \\ \frac{1}{u \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \end{pmatrix}$$

Finalement :

$$\vec{k} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{u}} = k \frac{\partial f}{\partial u} [(\sin \theta \cos \varphi \sin \psi + \cos \theta \cos \psi)] \\ + \frac{1}{u} \frac{\partial f}{\partial \theta} (\cos \theta \cos \varphi \sin \psi - \sin \theta \cos \psi)]$$

$$d^3 u = u^2 du d\theta d\varphi \sin \theta.$$

On intègre d'abord sur φ , et on utilise $\omega \Big|_{\max}$ pour $\omega \sim \omega_{pe}$.

On utilise la formule :

$$\int h_1(x) \delta h_2(x) dx = \sum_{x_i} \frac{h_1(x_i)}{h_2'(x_i)} \text{ avec } h_2(x_i) = 0$$

Il faut donc trouver les solutions en φ de l'équation :

$$\omega - \vec{k} \cdot \vec{v} = 0 = h_2(\varphi)$$

$$\text{On a : } \cos \varphi_i = \frac{\omega - kv \cos \psi \cos \theta}{kv \sin \psi \sin \theta} (\lambda)$$

Cette équation a 2 solutions ou pas du tout, suivant que

$$\frac{\omega - kv \cos \psi \cos \theta}{kv \sin \psi \sin \theta} \text{ est compris ou non entre } -1 \text{ et } 1.$$

$$\text{Résolvons : } \frac{\omega - kv \cos \psi \cos \theta}{kv \sin \psi \sin \theta} = \pm 1$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \theta - \frac{2\omega}{kv} \cos \psi \cos \theta + \left(\frac{\omega}{kv}\right)^2 - \sin^2 \psi =$$

$$\text{Le discriminant est : } \sin^2 \psi \left[1 - \left(\frac{\omega_0}{kv}\right)^2 \right].$$

Nous imposons pour avoir des valeurs réelles de $\cos\theta$:

$$(5) \quad \left| \frac{\omega}{kv} \right| \leq 1$$

$$\cos\theta = \frac{\omega}{kv} \cos\psi \pm \sin\psi \left[1 - \left(\frac{\omega}{kv} \right)^2 \right]^{1/2}$$

On a donc 2 solutions, θ_+ et θ_- ($\theta_+ < \theta_-$)

$$(6) \quad \begin{cases} \cos\theta_+ = \frac{\omega}{kv} \cos\psi + \sin\psi \frac{\left[1 - \left(\frac{\omega}{kv} \right)^2 \right]^{1/2}}{b} \\ \cos\theta_- = \frac{\omega}{kv} \cos\psi - \frac{1}{b} \sin\psi \left[1 - \left(\frac{\omega}{kv} \right)^2 \right]^{1/2} \end{cases}$$

A l'extérieur de l'intervalle (θ_+, θ_-) , il n'y a pas de solution pour $\cos\varphi$

Donc, l'intégration sur φ ramène l'intégration sur θ à l'intervalle (θ^-, θ^+)

Il faut calculer :

$$h_2'(\varphi) = kv \left[(\cos\theta_+ - \cos\theta) (\cos\theta - \cos\theta_-) \right]^{1/2}$$

Il reste donc :

$$\frac{\delta}{\omega_p} = -\frac{\pi}{2} \frac{\omega_p e^2}{k^2} \frac{n_f}{n_p} \int_0^\infty u^2 du \int_{\theta^-}^{\theta^+} \sum_{i=1}^2 \sin\theta \vec{k} \cdot \frac{\partial f}{\partial u} d\theta$$

La somme de 2 termes identiques donne simplement un facteur 2.

On obtient finalement, en remarquant que $\frac{u^2}{v^2} = 1 + \frac{u^2}{c^2}$:

$$(7) \quad \frac{\delta}{\omega_p} = \pi \frac{\omega_p^3}{k^3} \frac{n_f}{n_p} \int_0^\infty \left(1 + \frac{u^2}{c^2} \right) du \int_{\theta^+}^{\theta^-} d\theta \frac{\left(\cos\theta - \frac{kv}{\omega_p} \cos\psi \right) \frac{1}{u} \frac{\partial f}{\partial \theta} + \sin\theta \frac{\partial f}{\partial u}}{\left[\cos\theta^+ \cos\theta \right] (\cos\theta - \cos\theta^-)^{1/2}}$$

Ici, nous particularisons $f(u)$, en reprenant la forme donnée par (III-2) :

$$f(u) = \frac{\delta(u-u_0)}{2\pi u_0^2} \frac{a e^{a \cos\theta}}{2 \operatorname{sha}} = g(u) h(\theta).$$

L'intérêt de ce choix est clair : dans l'intégration, il apparaît $\cos\theta$ et $\sin\theta d\theta = -\cos\theta$.

Il apparaît des intégrales du type :

$$I = \int_{\theta^+}^{\theta^-} \frac{e^{a \cos\theta} \sin\theta d\theta V(\theta)}{\left[(\cos\theta^+ - \cos\theta) (\cos\theta - \cos\theta^-) \right]^{1/2}}, \text{ avec } V(\theta) = 1 \text{ ou } \cos\theta.$$

On pose successivement : $X = \cos\theta$,

$$\left[(\cos\theta^+ - X) (X - \cos\theta^-) \right]^{1/2} = t(X - \cos\theta^-)$$

$$t = \operatorname{tg} s$$

et on obtient finalement, en posant $y = \sin\psi \left[1 - \left(\frac{\omega_p}{kv} \right)^2 \right]^{1/2}$

$$I = \pi \exp\left(\frac{a\omega_p}{kv} \cos\psi \right) I_0(ay) \quad \text{si } V(\theta) = 1$$

$$I = \pi \exp\left(\frac{a\omega_p}{kv} \cos\psi \right) \left[\frac{\omega_p}{kv} \cos\psi I_0(ay) + ay I_1(ay) \right] \quad \text{pour } V(\theta) = \cos\theta$$

où I_0 et I_1 , sont des fonctions de Bessel modifiées d'ordre 0 et 1.

D'où :

$$\frac{\delta}{\omega_p} = \frac{\pi^2 a}{2 \operatorname{sha}} \frac{\omega_p^3}{k^3} \frac{n_f}{n_p} \int_0^\infty \left(1 + \frac{u^2}{c^2} \right) \exp\left(\frac{a\omega_p}{kv} \cos\psi \right) du.$$

$$\left\{ I_0(ay) \left\{ \frac{\partial g}{\partial u} + \frac{g}{u} \frac{a\omega_p \cos\psi}{kv} \left[\left(\frac{kv}{\omega_p} \right)^2 - 1 \right] \right\} \right. \\ \left. - I_1(ay) ay \frac{g}{u} \right\}$$

Pour intégrer sur u , on utilise :

$$\int h(x) \delta'(x) dx = -h'(0), \quad \text{et } I'_0(z) = I_1(z).$$

En posant $b = \frac{kV_0}{\omega_p}$, il vient finalement :

$$\frac{\delta}{\omega_p} = \frac{1}{b^3} \frac{1}{\gamma} \frac{n_f}{n_p} \frac{\pi}{2 \operatorname{sha}} \frac{\exp(a \cos\psi/b)}{\bar{\theta}^2} \left\{ I_0(ay) \left[\frac{a \cos\psi}{b} (b^2 - \beta_0^2) - 2\beta_0^2 \right] \right. \\ \left. - ay I_1(ay) \cdot \frac{b^2 - \beta_0^2}{b^2 - 1} \right\}$$

Nous avons donc obtenu une expression analytique du taux de croissance, y compris pour des angles $\psi \neq 0$.

	CALL TSTEKN(F,NX,NY,X1,X2,Y1,Y2)	00000610
120	CONTINUE	00000620
	WRITE(6,150)	00000630
150	FORMAT(1X,'DONNEZ LA VALEUR DE Z0,BMIN,BMAX')	00000640
	READ(5,*)Z,BMIN,BMAX	00000650
	DO 760 I=1,100	00000660
	B=BMIN+(BMAX-BMIN)*(I-1)/(M-1)	00000670
	GO TO 3	00000680
2	READ(5,*)Z	00000690
3	CONTINUE	00000700
	W=0	00000710
	DZ=0.	00000720
2000	W=W+1	00000730
	Z=Z+DZ	00000740
	CALL EPSIL(EPS,Z,U)	00000750
	CALL DERIVE(Z,EPSP)	00000760
	DZ=-EPS/EPSP	00000770
	MDZ=CDABS(DZ)	00000780
	IF(MDZ.GT.5.D-3) DZ=5.D-3*DZ/MDZ	00000790
	IF(MDZ.LT.1.D-6) GO TO 2010	00000800
	IF(W.LT.500) GOTO 2000	00000810
	WRITE(6,2005)	00000820
2005	FORMAT(1X,'RACINE PERDUE')	00000830
	WRITE(6,*)I,Z,DZ	00000840
	Z=B	00000850
	GO TO 3	00000860
2010	CONTINUE	00000870
	RE1=DREAL(Z)	00000880
	IM1=DIMAG(Z)	00000890
	IM2=DMAX1(1.D-10,IM1)	00000900
	Z=DCMPLX(RE1,IM2)	00000910
	IF(N7.EQ.0) GO TO 567	00000920
	FX(1,1)=B	00000930
	FX1(1,1)=B	00000940
	FY(1,1)=RE1	00000950
	FY1(1,1)=IM2	00000960
760	CONTINUE	00000970
	CALL FACILE	00000980
	CALL LGND(LEGX,LEG1)	00000990
	CALL DESTEK(FX,1,Y,NC,M,NP,NT)	00010000
	CALL LGND(LEGX,LEG2)	00010100
	CALL DESTEK(FY1,FY1,NC,M,NP,NT)	00010200
123	WRITE(6,124)	00010300
124	FORMAT(1X,'VOULEZ VOUS SUIVRE UNE AUTRE RACINE?')	00010400
	READ(5,125)MOT	00010500
125	FORMAT(1A4)	00010600
	CALL ASK12(MOT,IOUI,INON,#126,#127)	00010700
	GO TO 123	00010800
126	CONTINUE	00010900
	GO TO 120	00011000
127	CONTINUE	00011100
	WRITE(6,24)	00011200
24	FORMAT(1X,'DONNEZ ALPHA DELTA ET Z INITIAL')	00011300
	READ(5,*)A,DELTA,Z	00011400
	ZIN=Z	00011500
	A1=A	00011600
	WRITE(6,23)	00011700
23	FORMAT(1X,'DONNEZ LA VARIATION DE B SA VAL. INITIALE ET M1')	00011800
	READ(5,*)IMA,B	00011900
	B1=B	00012000
	READ(5,*)M1	00012100
	NP1(1)=M1	00012200
	DO 1111 J=1,M1	00012300
	Z=ZIN	00012400
	B=B1	00012500
	A=A1+DELTA*(J-1)/(M1-1)	00012600
	BETA02=1-1/GAMMA**2	00012700
	A2=(2/A)**.5	00012800
	FX3(1,J)=A	00012900
	FX4(1,J)=A2	00012950
	N7=0	00013000
	DO 345 IS=1,300	00013100
	GO TO 3	00013200
567	CONTINUE	00013300
	IF(15.NE.1) GO TO 568	00013400
	FY3(1,J)=0	00013500
	ZIN=DCMPLX(RE1,IM2)	00013600
	GO TO 569	00013700
568	CONTINUE	00013800
	IM3=SNGL(IM2)	00013900
	FY4=FY3(1,J)	00014000
	FY3(1,J)=AMAX1(FY4,IM3)	00014100
	IF(IM3.LT.FY4) GO TO 569	00014200
	B2(1,J)=B	00014300

569	ZI1(1,J)=DCMPLX(RE1,IM2)	00001440
	CONTINUE	00001450
	B=B*IMA/300	00001460
345	CONTINUE	00001470
	WRITE(6,*)J,ZI1(1,J),B2(1,J),FY3(1,J)	00001480
1111	CONTINUE	00001490
	CALL FACILE	00001500
	CALL LGND(LEG3,LEY4)	00001510
	CALL DESTEX(FX3,FY3,NC,M1,NP1,NT)	00001520
	CALL LGND(LEG5,LEY4)	00001524
	CALL DESTEX(FX4,FY3,NC,M1,NP1,NT)	00001526
	CALL RLSDEV(1)	00001530
	DO 761 I=1,M1	00001540
	WRITE(6,*)FX3(1,I),FY3(1,I)	00001550
761	CONTINUE	00001560
	STOP	00001570
	END	00001580

APPENDICE G

- Déflexion dans un plasma à symétrie azymuthale.

Nous négligeons tout gradient axial : le problème est à 2 dimensions si nous nous limitons à des rayons contenus dans un plan perpendiculaire à l'axe du plasma (figure G1).

Expérimentalement on choisit b , "paramètre d'impact". a et i_0 ne sont pas connus.

On a : $b = r_0 \sin i_0$. La trajectoire du rayon est décrite par la formule de Bouguer (1) :

$N(r)r \sin \varphi = b$, où φ est l'angle entre la tangente à la trajectoire et le rayon vecteur, qu'on peut aussi écrire :

$$N\left(\frac{r}{r_0}\right) \cdot \frac{r}{r_0} \sin \varphi = \frac{b}{r_0} \quad (G.1)$$

On peut résoudre en fonction des variables sans dimensions

$$r' = \frac{r}{r_0} \quad \text{et} \quad b' = \frac{b}{r_0}$$

Envisageons le cas d'un *profil parabolique* :

$$n_e(r) = n_{e0} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \right] \quad \begin{array}{l} \text{pour } r < r_0, \quad n_e(r) = 0 \\ \text{pour } r > r_0 \end{array}$$

L'indice est alors, si les électrons libres prédominent :

$$N_e^2(r) = 1 - \frac{n_{e0}}{n_c} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \right] \quad \text{pour } r < r_0 \quad (\text{On suppose } n_{e0} < n_c)$$

$$G-1 \text{ entraîne : } \frac{dr'}{d\theta} = \frac{r'}{b'} \cdot \sqrt{\left[N_e(r') \cdot r' \right]^2 - b'^2}$$

Les rayons sont déviés vers l'extérieur du canal de plasma. La distance minimale d'approche est obtenue pour $\varphi = \frac{\pi}{2}$,

Soit $b' = N(r'_m) \cdot r'_m = \sin i_0$

(On pourrait calculer r_m pour tout profil d'indice monotone croissant avec r).

On va calculer :

$$\psi = \int_{r'_m}^1 \frac{d\theta}{dr'} dr' = b' \int_{r'_m}^1 \frac{dr'}{r' \sqrt{[N_e(r') \cdot r']^2 - b'^2}}$$

La déviation D est reliée à ψ par :

$$D = \pi - 2(\varphi + i_0)$$

Posons $r'^2 = u$, $\frac{n_{e0}}{n_c} = \epsilon$

$$\psi = \frac{b'}{2} \int_{u_m}^1 \frac{du}{u \sqrt{\epsilon u^2 + (1-\epsilon)u - b'^2}}$$

l'intégrant a une primitive : (p. 84) formule 2-266 de Gradshteyn-Ryzhik)

$$\frac{1}{b'} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{-2b'^2 + (1-\epsilon)u}{2b' \sqrt{\epsilon u^2 + (1-\epsilon)u - b'^2}}$$

$$d'où : \psi = \frac{1}{2} \left[\operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{\cos 2i_0 - \epsilon}{\sin 2i_0} \right) + \frac{\pi}{2} \right]$$

On utilise $\operatorname{arc} \operatorname{tg} x + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{\sin 2i_0}{\cos 2i_0 - \epsilon} \right)$$

d'où

$$D = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left[\frac{\sin 2i_0}{\cos 2i_0 - \epsilon} \right] - 2i_0$$

Lorsque $\cos 2i_0 - \epsilon$ change de signe, on utilise la 2ème branche de $\operatorname{arg} \operatorname{tg}$ (revient à ajouter π à la 1ère).

On vérifie bien : $D = 0$ si $n_{eo} = 0$.

On peut calculer $\text{tg}D$:

$$\text{tg}D = \frac{n_{eo}}{2n_c} \frac{\sin 2i_o}{1 - \epsilon \cos 2i_o}$$

ou encore

$$D = \text{Arc tg} \left[\frac{n_{eo}}{n_c} \frac{\sin 2i_o}{1 - \frac{n_{eo}}{n_c} \cos 2i_o} \right]$$

La déviation maximum D_{\max} est obtenue pour :

$$\frac{d}{di_o} \left(\frac{\sin 2i_o}{1 - \epsilon \cos 2i_o} \right) = 0, \text{ soit } \cos 2i_o = \frac{n_e}{n_c}$$

$$\text{pour } \epsilon \ll 1, \quad i_o \approx \frac{\pi}{4} - \frac{n_{eo}}{2n_c} \approx \frac{\pi}{4}$$

$$D_{\max} = \text{arc tg} \frac{n_{eo}}{n_c} \approx \frac{n_{eo}}{n_c}$$

$$D_{\max} \approx \frac{n_{eo}}{n_c} \approx 8,9 \cdot 10^{-14} \lambda_{\text{cm}}^2 n_{eo} (\text{cm}^{-3})$$

En fonction de i_o , toujours pour $n_{eo} \ll n_c$, on a :

$$D \approx \frac{n_{eo}}{n_c} \sin 2i_o$$

Sur la figure G-2 on a représenté $D(i_o)$ pour quelques valeurs de $\frac{N_e}{N_c}$

- R É F É R E N C E -

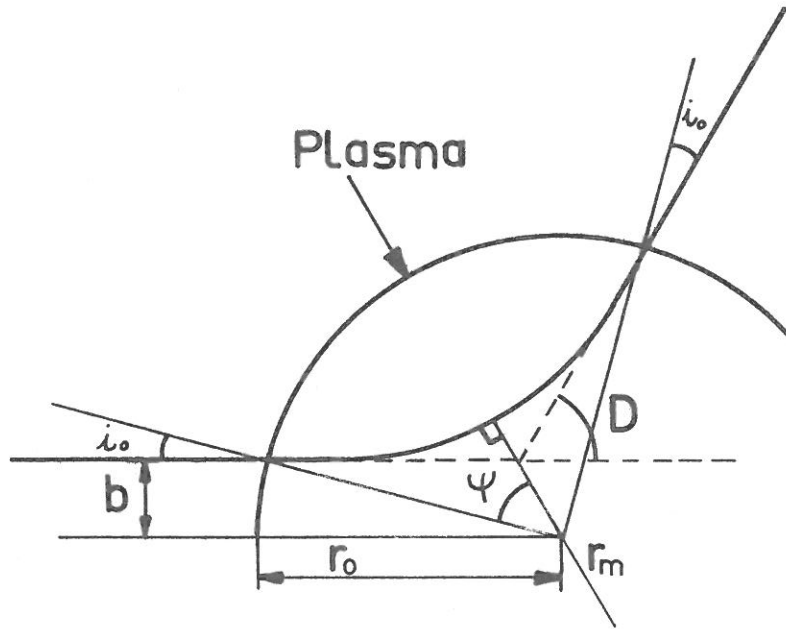
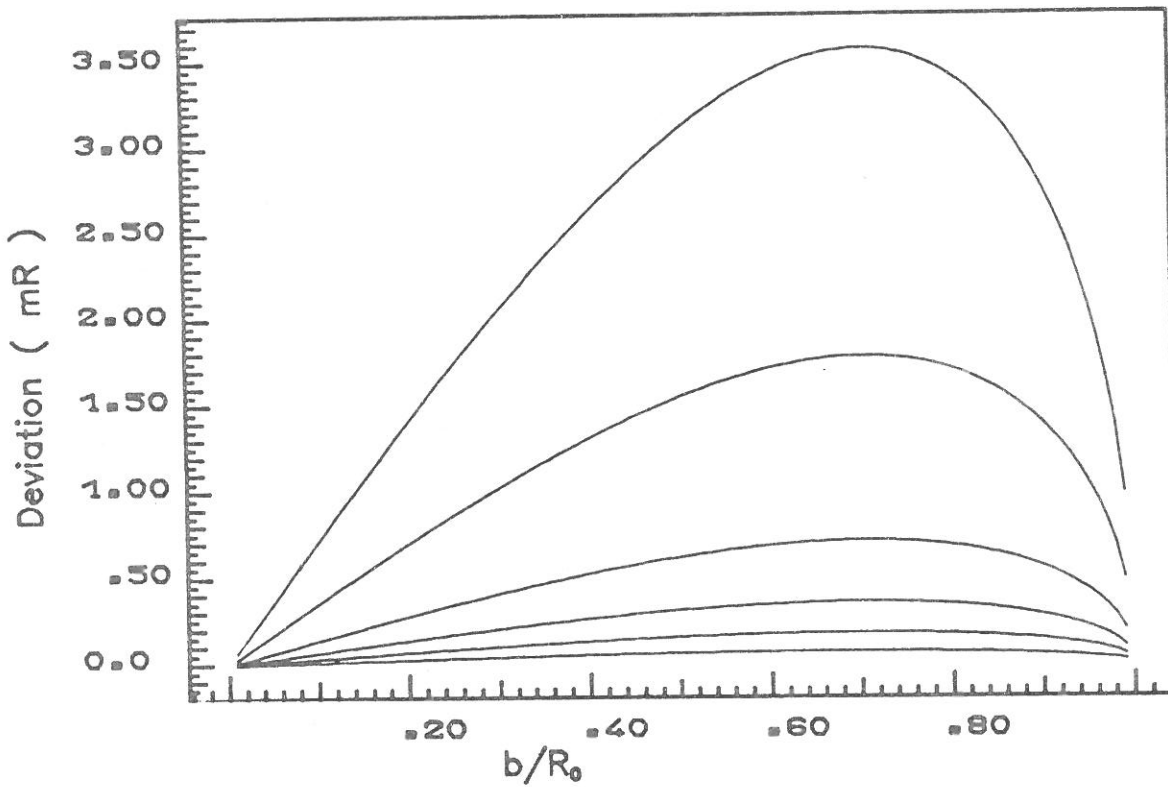


Figure G-1

Figure G-2



Déviations d'un rayon lumineux par un plasma cylindrique de profil parabolique pour plusieurs valeurs de n_{e0}/n_c

($n_{e0}/n_c = 3.5 \cdot 10^{-3}, 1.75 \cdot 10^{-3}, 5 \cdot 10^{-4}, 2 \cdot 10^{-4}, 10^{-4}$)

avec: h paramètre d'impact

R_0 rayon du plasma

n_c densité critique (annule l'indice optique)

n_{e0} densité maximum (au centre du plasma)

APPENDICE H -

On décrit rapidement une méthode simple d'inversion d'Abel, due à K. BOCKASTEN (1), applicable aux plasmas à symétrie cylindrique.

Sur l'agrandissement obtenu (le grandissement total est de l'ordre de 20), on a repéré pour une distance x à la cible donnée, les positions y pour lesquelles on a une variation entière ou demi-entière de l'ordre d'interférence. On rentre les couples $\{y, \Delta k(y)\}$ sur un fichier standart (2). On utilise l'option REGU du programme basic TRAITE 2 (2) qui permet d'obtenir un nouveau fichier, comprenant 10 couples :

$$\left(y_K = \frac{K r_0}{10}, \Delta k_K \right), \quad K = 0, \dots, 9 \quad \text{où } r_0 \text{ est le rayon du}$$

plasma, évalué à partir de l'agrandissement.

On calcule alors 10 valeurs n_J de la densité électronique par la formule simple :

$$n_J(r_J) = \frac{2 n_c \lambda}{r_0} \sum_{K=0}^9 a_{JK} \Delta k_K$$

avec $r_J = \frac{J r_0}{10}$

$$J = 0, \dots, 9$$

$$n_c = \frac{1,113}{\lambda^2_{(\text{cm})}} \text{ cm}^{-3}$$

$[a_{JK}]$: matrice donnée dans la référence (1)

Remarques :

- On pourrait éventuellement prendre plus de 10 couples.
- Une difficulté certaine de cette méthode est la détermination de r_0 , relativement imprécise. Il est difficile d'apprécier l'endroit exact où une frange commence à s'infléchir.

- Il est clair que la précision augmente si le nombre de couples y , $k(y)$ augmentent, d'où l'intérêt d'une grande ouverture de l'optique collectrice. Dans les meilleurs cas, on peut avoir une dizaine de couples significatifs.

- RÉFÉRENCES -

- (1) BOCKASTEN, J.O.S. A 51, 943 (1961).
(2) BUZZI, DUBOIS, Rapport P.M.I. 1006 (1980).

- RÉFÉRENCES DE L'INTRODUCTION -

- (1) YONAS et al, Nuclear Fusion, 14, 731 (1974).
- (2) WIDNER et al, PRL 43, 357 (1979).
- (3) NAKAI et al, Journal of the physical society of Japan, 48, 295 (1980).
- (4) THODE, P. fluids 19, 831 (76).

- RÉFÉRENCES DU CHAPITRE I -

- 1 - WINTERBERG, Nuclear Fusion 12, 353 (1972).
- 2 - BREIZMAN - RYUTOV, Nuclear Fusion 14, 873 (1974).
- 3 - TOEPFER, Annals of the N.Y. Academy of Sciences, Vol. 251 p.610
- 4 - BLUDMAN et al, Phys. fluids 3, 747 (1960).
- 5 - ESCANDE, Rapport PMI 978 (1979).
- 6 - BRIGGS in Advances in Plasma Physics, Vol. 4 (1971).
- 7 - MOSHER, Phys. fluids 18, 846 (1975).
- 8 - WRIGHT, HADLEY, Phys. Review A, 12, 686 (1975).
- 9 - SUVOROV, CHUGUNOV, Sov. J. Plasma Phys. 6, 69 (1980).
- 10 - FERCH, SUDAN, Plasma Phys. 17, 905 (1975).
- 11 - NEWBERGER, THODE, 3rd conference on high power electron and ion beam, Novosibirsk, p. 137.
- 12 - ROOS, Analytical fonctions and distributions in physics.
- 13 - RUDAKOV, Soviet physics JETP, 32, 1134 (1971).
- 14 - THODE, Phys. fluids 19, 831 (1976).

- RÉFÉRENCES DU CHAPITRE II -

- 1 - BOGOLYUBSKIĬ et al, J.E.T.P. Letters, 24, 179 (1976).
- 2 - MAC CORKLE, VOLLMER, Rev. Sci. Instrum. 48, 1055 (1977)
- 3 - HAMMER et al, Applied Phys. Lett. 23, 17 (1973)
- 4 - WINTERBERG, Nuclear fusion, 12, 353 (1972)
- 5 - BREIZMAN-RYUTOV , Nuclear fusion 14, 673 (1974).
- 6 - RUDAKOV, Sov. Phys. J.E.T.P. 32, 1134 (1971)
- 7 - PAPADOPOULOS, Phys. fluids 18, 1769 (1975).
- 8 - DAVIS, BERS, Proceedings of the Symposium on Turbulence of Fluids and Plasmas, p. 87 (1969).
- 9 - BERS, VIANNA, Q.P.R. n° 113, 1974, MIT. Press.

- RÉFÉRENCES DU CHAPITRE III -

- (1) BREIZMAN-RYUTOV , Nuclear fusion 14, 873 (1974).
- (2) LOVELACE-SUDAN, Phys. Rev. Lett 27, 1256 (1971)
- (3) THODE, SUDAN, Phys. fluids 18, 1565 (1975)
- (4) SAGDEEV, Proceeding of Symposia in Applied Mathematics, Vol. 18, p. 18.
- (5) CAPONI, DAVIDSON, Phys. Rev. Lett. 31, 86 (1978)
- (6) KRALL, TRIVELPIECE, Principle of Plasma physiques
- (7) FAULKNER, WARE, J. of Applied Phys. 40, 366 (1969)
- (8) MIKHAILOVSKII, Plasma Instabilities.
- (9) PIERCE, Journal of Applied Phys. 15, 721 (1944).
- (10) FREY, BIRDSALL, Journal of Applied Phys. 27, 2051 (1966).
- (11) RUDAKOV, I.V. KURCHATOV, Institute of atomic energy, Moscou (URSS), 7th J A F A Conference on Plasma physics and controlled nuclear fusion research.

- RÉFÉRENCES DU CHAPITRE IV -

- (1) WIDNER, POUKEY, HALBLEIB, Phys. Rev. Lett. 38, 548 (1977)
- (2) JACKSON, Classical electrodynamic.
- (3) BABYKIN et al, Novosibirsk, juillet 1979.
- (4) ANASTASE, Rapport P.M.I. 970 (1979).
- (5) POUKEY-ROSTOKER, Plasma Phys. 13, 897 (1971)
- (6) BIRDSALL, BRIDGES, J. Appl. Phys. 34, 2946 (1961)
- [7] BUZZI et al, Journal de Physique-Lettres 39, L-15(1978).
- [8] BERGER, SELTZER, Tables of energy losses and ranges of electrons and positrons, NASA SP-3012.

- RÉFÉRENCES DU CHAPITRE V -

- (0) DELVAUX, rapport PMI 766 (1977).
- (1) NATION, Particle Accelerators, 10, 1 (1979)
- (2) QUEMADA, Ondes dans les Plasmas.
- (3) ASCOLI-BARTOLI, in Phys. of hot plasmas, edited by Rye-Taylor.
- (4) SIEBENECK, KOOPMAN, COBBLE, Rev. Sci. Instrum. 48, 997 (1977)
- (5) SPITZER, Physics of fully ionised gases, Wiley (1962).
- (6) BOCKASTEN, J. Opt. Soc. Am. 51, 943 (1961).
- (7) VEST, Applied Optics 14, 1601 (1975)
- (8) KEILMANN, Plasma Phys. 14, 111 (1970).
- (9) GRESILLON, Rapport PMI 1049 (1980).
- (10) DAY, SALOMON, LEE, NAGEL, LA - UR 79 - 1360.
- (11) HAGEMAN, GUDAT, KUNZ, DESY SR - 74/7 (1974).
- (12) BABIKOV, KOGAN, in : Plasmas Phys. and the Problem of Controlled thermonuclear Reactions, Vol.III, p. 102.
- (13) CAGNAC, PEBEY-PEROULA, Physique atomique
- (14) KOGAN, Plasma Phys and the problem of ... Vol. III, p. 116
- (15) BARDET, Rapport EUR - CEA - FC - 885 (77)
- (16) PARKER, ANDERSON, DUNCAN, J. Appl. Phys. 45, 2465 (1974).
- (17) POUKEY, Appl. Phys. Lett. 26, 145 (1975).
- (18) SWAIN et al., J.A.P. 46, 4604 (1975).
- (19) KELLY, GOLDSTEIN, SWAIN 46, 4726 (1975)
- (20) HANDBUCH der Physik, 34, 13 (1958).
- (21) MULTGREN et al, Selected values of Thermodynamic properties of Metals and Alloys, Wiley (1968).

