

Tm Paris (1953) 59

Série A, n° 2593

N° D'ORDRE :

3465

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

**JEAN-LOUP DELCROIX**

**1<sup>re</sup> THÈSE.** — ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS STATIQUES DES CHARGES  
D'ESPACE DU TYPE MAGNÉTRON.

**2<sup>e</sup> THÈSE.** — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 30 mai 1953 devant la Commission d'examen.

MM. J. CABANNES ..... *Président.*

Y. ROCARD ..... }  
P. GRIVET ..... } *Examineurs*



PARIS

MASSON ET C<sup>ie</sup>, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1954

# FACULTÉ DES SCIENCES

---

*Nom du candidat* : **DELCROIX.**

*Prénoms* : **Jean-Loup.**

---

*Date de la soutenance* : 30 mai 1953.

*Série A* : 2593. *Numéro d'ordre* : 3465.

**DELCROIX (Jean-Loup).** — Etude des propriétés statiques des charges d'espace du type magnétron. *Paris, Masson, 1954. In-8°, 55 p., 56 fig., 3 pl.*

*Th. Sc. Phys. Paris, 1953, Sér. A 2593, N° 3465.*

**DELCROIX (Jean-Loup).** — Etude des propriétés statiques des charges d'espace du type magnétron. *Paris, Masson, 1954. In-8°, 55 p., 56 fig., 3 pl.*

*Th. Sc. Phys. Paris, 1953. Sér. A 2593, N° 3465.*

**DELCROIX (Jean-Loup).** — Etude des propriétés statiques des charges d'espace du type magnétron. *Paris, Masson, 1954. In-8°, 55 p., 56 fig., 3 pl.*

*Th. Sc. Phys. Paris, 1953, Sér. A 2593, N° 3465.*

**DELCROIX (Jean-Loup).** — Etude des propriétés statiques des charges d'espace du type magnétron. *Paris, Masson, 1954. In-8°, 55 p., 56 fig., 3 pl.*

*Th. Sc. Phys. Paris, 1953. Sér. A 2593, N° 3465.*

# FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen..... M. A. CHATELET.

## PROFESSEURS

G. JULIA.....	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	M <sup>lle</sup> COUSIN.....	T	Biologie animale (P.C.B.)
A. DENJOY.....	T	Théorie des Fonctions	CHRÉTIEN .....	T	Chimie minérale.
L. LUTAUD.....	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	DRACH .....	T	Zoologie.
E. DARMOIS.....	T	Enseignement de Physiologie.	KASTLER .....	T	Physique.
Robert LÉVY.....	T	Physiologie comparée.	CHATELET .....	T	Arithmétique et théorie des nombres.
FOCH .....	T	Mécanique physique et expérimentale.	EPHRUSSI .....	T	Génétique.
PAUTHENIER .....	T	Électrotechnique générale	WURMSER .....	T	Biologie physico-chimique
DE BROGLIE.....	T	Théories physiques.	BAUER .....	T	Chimie-Physique.
JOB .....	T	Chimie générale.	RIVIÈRE .....		Géologie (P.C.B.).
PRENANT .....	T	Anatomie et Histologie comparées.	GAUTHERET .....	T	Biologie végétale (P.C.B.)
COMBES .....	T	Physiologie végétale.	LUCAS .....	T	Physique.
GARNIER .....	T	Géométrie supérieure.	A. THOMAS.....	T	Évolution des êtres organisés.
PÉRÈS .....	T	Mécanique des fluides et applications.	ARNULF .....		Optique appliquée.
LAUGIER .....	T	Physiologie générale.	MAX MORAND.....		Physique.
TOUSSAINT .....	T	Technique Aéronautique.	SOLEILLET .....		Physique.
M. CURIE.....	T	Physique (P.C.B.).	FORTIER .....	T	Mécanique expérimentale des fluides.
G. RIBAUD.....	T	Hautes températures.	DANJON .....	T	Astronomie.
CHAZY .....	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	FROMAGEOT .....	T	Chimie biologique.
CROZE .....	T	Physique théorique et Physique céleste.	LAPORTE .....	T	Physique générale et Radio-activité.
DUPONT .....	T	Théories chimiques.	JANET .....	T	Mathématiques générales.
VALIRON .....	T	Calcul différentiel et Calcul intégral.	PETIT .....	T	Biologie maritime.
BARRABÉ .....	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	QUENEY .....	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
G. DARMOIS.....	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	GALLIEN .....	T	Biologie animale (P.C.B.)
Jacques BOURCART.	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	EICHHORN .....		Biologie végétale (P.C.B.)
AUBEL .....	T	Chimie biologique.	DE CUGNAC.....		Biologie végétale (P.C.B.)
M <sup>me</sup> JOLIOT-CURIE..	T	Physique générale et Radio-activité.	M <sup>lle</sup> CAUCHOIS....	T	Chimie-Physique.
PLANTEFOL .....	T	Botanique.	THELLIER .....		Physique du Globe
CABANNES .....	T	Recherches physiques.	AUDUBERT .....		Électrochimie.
GRASSÉ .....	T	Évolution des êtres organisés.	L'HÉRITIER .....		Génétique.
PRÉVOST .....	T	Chimie organique.	GRIVET .....	T	Radioélectricité.
BOULIGAND .....	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	POINÇON .....		Mécanique des fluides.
CHAUDRON .....	T	Chimie appliquée.	THIRY .....	T	Mécanique appliquée.
WYART .....	T	Minéralogie.	DUBREIL .....		Mathématiques générales
TEISSIER .....	T	Zoologie.	QUELET .....		Chimie (P.C.B.).
MANGENOT .....	T	Biologie végétale.	CAGNIARD .....		Géophysique appliquée.
P. AUGER.....	T	Physique quantique et relativité.	CHAMPETIER .....		Chimie appliquée.
MONNIER .....		Physiologie générale.	CUVILLIER .....		Géologie structurale et Géologie appliquée.
PIVETEAU .....	T	Géologie.	JUNG .....	T	Pétrographie.
ROCARD .....	T	Physique.	TRILLAT .....		Physique (P.C.B.).
H. CARTAN.....	T	Mathématiques (E. N. Supérieure).	WIEMANN.....		Chimie (P.C.B.).
SCHAEFFER .....	T	Physiologie des fonctions.	JACQUINOT .....	T	Physique (P.C.B.).
LAFFITTE .....	T	Chimie générale.	VASSY .....		Physique de l'atmosphère
FAVARD .....	T	Mécanique générale.	DESTOUCHES .....		Théories physiques.
COULOMB .....	T	Physique du Globe.	M. PRUVOST.....	T	Géologie.
			AMIEL .....		Chimie (P.C.B.).
			HOGART .....		Minéralogie.
			MACHEBŒUF .....		Microbiologie.
			J.-P. MATHIEU....		Physique (P.C.B.).
			COUTEAUX .....		Biologie animale (P.C.B.)
			MAY .....		Biologie animale (P.C.B.)
			CHOQUET .....		Calcul différentiel.
			FELDMANN .....		Biologie (P.C.B.).
			GUINIER .....		Physique (P.C.B.).
			JOST .....		Biologie (P.C.B.).

Secrétaire..... CH. MONIER.



# ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS STATIQUES DES CHARGES D'ESPACE DU TYPE MAGNÉTRON

Par M. JEAN-LOUP DELCROIX

## I. — INTRODUCTION

La théorie du magnétron a été édiflée en deux temps : de 1921 à 1935 environ, on n'a pas cherché à tenir compte correctement des phénomènes de charge d'espace ; les travaux effectués pendant cette période (1), (2) contiennent des approximations plus ou moins critiquables ; depuis 1935 et surtout depuis 1940 on s'est attaqué à la solution exacte des équations de charge d'espace. L'étude a été menée de front par un grand nombre de théoriciens : Brillouin (3) en France, Allis (6), Slater (7) et Brillouin (8) aux Etats-Unis, Moullin (9), Hartree (10) et Stoner (11) en Angleterre. Le problème est régi en fonctionnement statique par une équation différentielle du second ordre non linéaire ayant des propriétés singulières. Ces propriétés n'ont été complètement comprises que quand on s'est décidé à intégrer numériquement l'équation. Cet effort théorique a été entrepris au début de la dernière guerre à la suite de l'invention du magnétron à cavités. D'un intérêt exceptionnel au point de vue pratique il semble bien que ce tube ait été néfaste au développement de la théorie : il fonctionne en impulsions, est le siège d'oscillations extrêmement intenses, sa géométrie est compliquée ; pour toutes ces raisons une analyse exacte des phénomènes dont il est le siège est totalement impossible ; dans ces conditions ingénieurs et physiciens poussés par la nécessité ont édifié des théories approchées, créé une systématique, recherché des règles de constructions. La conception des magnétrons à cavités est ainsi devenue une technique assez spéciale et perfectionnée cependant que leur réalisation pose des problèmes technologiques délicats.

Mais cette technique n'a plus que de lointains rapports avec le problème posé par Hull il y a une trentaine d'années, problème que l'on peut formuler ainsi : que se passe-t-il quand on soumet une diode cylindrique à un champ magnétique parallèle à l'axe ? Hull a montré que si le champ magnétique est supérieur à une certaine valeur

critique d'autant plus grande que le potentiel d'anode est plus élevé, les électrons n'atteignent plus l'anode : il y a coupure, le nuage électronique s'arrête quelque part entre anode et cathode. On peut alors se demander quelle est la structure du nuage. Si la charge d'espace est négligeable, le problème est relativement simple et les travaux de Hull l'ont pratiquement résolu. Quand les phénomènes de charge d'espace sont prépondérants, il est beaucoup plus compliqué et il semble qu'aucune expérience fructueuse ne peut être entreprise sans une connaissance approfondie de la théorie. C'est un fait en tout cas que celles qui furent exécutées de 1925 à 1940 n'ont guère fourni de résultats interprétables. De 1940 à 1945 la mise au point des magnétrons à cavités s'est faite comme nous l'avons dit dans un but pratique et selon des méthodes souvent semi-empiriques. La situation paraissait donc fort peu satisfaisante vers 1946 et c'est vers cette époque que des physiciens qui étaient restés à l'écart de son évolution essayaient de la clarifier (Page et Adams (12), Goudet (4), Voge (5)). Plus récemment des mises au point furent publiées par Slater (13) et Brillouin (14) s'inspirant de travaux secrets exécutés pendant la guerre. Cependant, même ces deux éminents physiciens devaient admettre que des questions importantes, sur lesquelles nous reviendrons plus tard, restaient sans réponse.

Conscient de ces difficultés, nous avons entrepris en 1949 une étude approfondie des régimes statiques de charge d'espace. Le point de départ en était le travail de Page et Adams (12); comme eux nous avons mis l'accent sur les grandeurs physiques de champ et sur leurs intégrales : distribution de potentiel, densité de charge d'espace, charge d'espace et énergie cinétique totale contenue dans l'atmosphère électronique, temps de transit... Nous nous sommes limités aux régimes statiques : il paraît évident que toute étude des régimes oscillatoires ou transitoires doit commencer par là; en fait, on sait que les magnétrons engendrent facilement toutes sortes d'oscillations. Conformément aux idées de Gabor (15) nous pensons que les états oscillatoires les plus intéressants au point de vue théorique sont ceux où, sur un régime statique, se superposent de petites oscillations de plasma. Ces régimes peuvent alors se traiter par une méthode de perturbation dont le point de départ est le régime statique. Or, on verra que la théorie prévoit plusieurs régimes statiques : on ne peut étudier les régimes oscillatoires sans savoir quel est celui de ces régimes qui se produit en fait. Le travail que nous présentons ici est donc consacré tout d'abord à une analyse approfondie des propriétés physiques des régimes statiques. Cette étude théorique est suivie de la description d'expériences qui mettent en évidence des transitions entre ces différents régimes. Enfin, une dernière partie à nouveau théorique est une tentative de généralisation de la théorie du magnétron.

## II. — CLASSIFICATION DES DIFFÉRENTS TYPES DE MAGNÉTRONS

De manière générale on peut appeler magnétron toute diode dans laquelle existe en tout point un champ électrique et un champ magnétique orthogonaux ; le magnétron de Hull rentre dans cette définition, mais on peut concevoir d'autres types ; la recherche de ces types et l'étude de leurs propriétés générales posent d'ailleurs des problèmes intéressants et difficiles ; par exemple, il est concevable que certains tubes satisfassent à la définition en l'absence de charge d'espace, mais n'y satisfasse plus quand on en tient compte, les lignes de forces du champ électrique étant déformées par la charge d'espace. Les théorèmes généraux résolvant ce genre de problème sont difficiles à démontrer et même à rechercher. Dans le présent travail nous nous contenterons d'étudier un certain nombre de cas particuliers. Le rapprochement de ces divers cas est le premier pas vers la recherche des théorèmes généraux. En fait, quand on recherche les types pratiquement réalisables on n'en trouve que fort peu ; en voici une liste :

— *Magnétron de Hull* (type  $M_1$ ). Les électrodes sont deux cylindres coaxiaux, cathode à l'intérieur, anode à l'extérieur ; le champ magnétique est uniforme et parallèle à l'axe.

— *Magnétron de Hull inversé* (type  $M'_1$ ). Le champ et les électrodes ont même disposition, à cela près que l'anode est à l'intérieur et la cathode périphérique.

— *Magnétron à champ circulaire* (type  $M_2$ ). Les électrodes ont la même disposition que dans le type  $M_1$ , mais le champ magnétique est celui d'un courant rectiligne indéfini passant selon l'axe ; il varie comme  $1/r$  et ses lignes de force sont des cercles coaxiaux aux électrodes.

— *Magnétron à champ circulaire inversé* (type  $M'_2$ ). Le champ et les électrodes ont la même disposition que dans  $M_2$  à cela près que l'anode est à l'intérieur et la cathode périphérique.

— *Magnétron plan* (type  $M_0$ ). Les électrodes sont deux plans parallèles ; le champ magnétique est uniforme et parallèle à ces deux plans. Ce type peut être considéré comme un cas-limite de l'un quelconque des quatre types précédents (voir page 27 une discussion plus approfondie de ce passage à la limite).

— *Magnétrons toriques* (types  $N_1, N'_1, N_2, N'_2$ ). On peut remplacer les systèmes de cylindres coaxiaux par des systèmes de deux tores concentriques. On les obtient en quelque sorte en courbant l'axe des systèmes cylindriques suivant un cercle. Aux quatre types  $M_1, M'_1, M_2, M'_2$  correspondent quatre types toriques  $N_1, N'_1, N_2, N'_2$ .

### III. — THÉORIE DU MAGNÉTRON DE HULL

Le modèle de Hull est de loin le plus important au point de vue pratique ; du point de vue théorique c'est le type qui donne lieu aux plus grandes complications. Nous l'étudierons donc de manière plus approfondie que les autres.

**1. Hypothèses de base.** — Nous avons évité autant que possible toute hypothèse et simplification abusive, ainsi que tout raisonnement purement qualitatif. La théorie est toutefois fondée sur les principes suivants :

- a) le magnétron est supposé infiniment long dans le sens de son axe : les effets de bord sont négligés ;
- b) la vitesse initiale des électrons est supposée nulle ;
- c) le champ électrique sur la cathode est supposé nul.

Nous sommes parfaitement conscients de l'importance des effets qui peuvent se produire si l'une de ces hypothèses n'est pas vérifiée ; mais il est évident que ces effets ne peuvent être discutés sérieusement qu'après une étude approfondie du modèle simple que nous proposons.

#### 2. Equations générales de la charge d'espace. Différents régimes. —

a) *Equations de la charge d'espace.* — Avec les hypothèses qui précèdent les équations de la charge d'espace s'écrivent :

$$\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 = \frac{2e}{m} V \qquad \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 = \frac{2e}{m} V \qquad (1)$$

$$\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = \frac{eH}{m} r\dot{r} \qquad \frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = \mu_0 \frac{eH}{m} r\dot{r} \qquad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dV}{dr} \right) = \frac{4\pi\rho}{\epsilon_0} \qquad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dV}{dr} \right) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad (3)$$

$$\rho r\dot{r} = \frac{j}{2\pi} \qquad \rho r\dot{r} = \frac{j}{2\pi} \qquad (4)$$

(u. e. m) <sup>(1)</sup>

(unités Giorgi) <sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> Dans le chapitre III, on a adopté la convention suivante : certaines formules sont écrites en double, sur la gauche de la page en u. e. m. et sur la droite en unités Giorgi rationalisées ; ce sont celles dont la forme change avec le système d'unités ; toutes les autres sont écrites une seule fois au milieu de la page.

$j$  est le courant débité par unité de longueur des électrodes ; pour supprimer des signes moins inutiles dus à la charge de l'électron on a supposé cette charge, la densité de charge d'espace  $\rho$  et le courant  $j$  mesurés en unités négatives :  $e$ ,  $\rho$  et  $j$  sont essentiellement positifs ; on simplifie les équations en posant :

$$\Phi = \frac{2e}{m} V. \quad (5)$$

$$\Omega = \frac{eH}{m} \quad \Omega = \mu_0 \frac{eH}{m}. \quad (6)$$

L'équation (2) s'intègre une fois pour donner :

$$r\dot{\theta} = \frac{1}{2} \Omega a \left( \frac{r}{a} - \frac{a}{r} \right). \quad (a \text{ rayon de la cathode}) \quad (7)$$

L'équation (1) devient alors :

$$r^2 = \Phi - \frac{1}{4} \Omega^2 a^2 \left( \frac{r}{a} - \frac{a}{r} \right)^2. \quad (8)$$

b) *Condition de coupure.* —  $r^2$  étant nécessairement positif ou nul, on voit que les équations dynamiques (1) et (2) contiennent la condition :

$$\Phi \geq \frac{1}{4} \Omega^2 a^2 \left( \frac{r}{a} - \frac{a}{r} \right)^2 \quad (9)$$

reliant  $\Phi$ , c'est-à-dire le potentiel et  $r$ . C'est la condition de coupure ; on voit qu'elle ne dépend pas de la charge d'espace.

c) *Régime de Brillouin.* — On peut satisfaire au système des équations (1) à (4) en supposant que pour toute valeur de  $r$  l'inégalité (9) devient une égalité. La solution singulière ainsi définie correspond à  $r=0$  : les trajectoires sont des cercles. Ce régime singulier introduit pour la première fois par Hull et décrit principalement par Brillouin peut s'étudier sans intégrer les équations de la charge d'espace. Cependant, on peut vérifier qu'il satisfait à la condition de Langmuir (champ électrique nul sur la cathode) ; c'est bien un régime de charge d'espace.

d) *Régimes monodromiques et bidromiques.* — La condition de coupure (9) détermine deux cas très différents selon qu'elle est ou non satisfaite sur l'anode. Si elle est satisfaite sur l'anode, les électrons atteignent celle-ci ; il circule entre les électrodes le courant  $j$  par unité de longueur d'électrode ; le magnétron débite. Le formalisme mathématique précédent s'applique directement. Nous disons que le régime étudié est monodromique pour exprimer le fait qu'en tout point du nuage électronique les électrons ont un vecteur vitesse déterminé de façon unique.



Si la condition de coupure n'est pas satisfaite sur l'anode, les électrons ne peuvent l'atteindre, ils ne dépassent pas un certain cylindre intermédiaire de rayon  $b$  que l'on peut appeler surface de coupure. On peut alors envisager deux régimes très distincts : le régime de Brillouin correspondant à des trajectoires circulaires autour de la cathode (l'établissement de ce régime pouvant paraître mystérieux disons tout de suite que les cercles en question peuvent être consi-

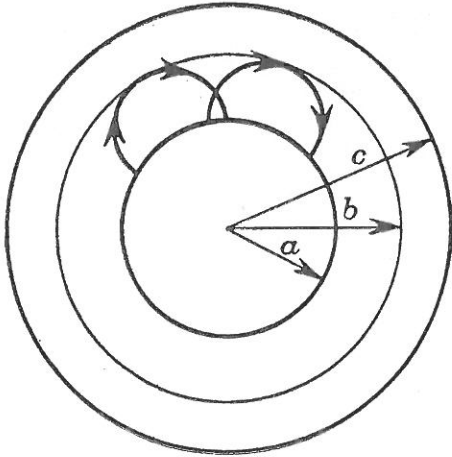


Fig. 1.

dérés comme les positions asymptotiques de trajectoires en forme de spirales ayant leur origine sur la cathode); un autre régime où tous les électrons partent de la cathode et y reviennent après avoir touché la surface de coupure. Nous l'appelons bidromique pour exprimer le fait qu'en tout point du nuage électronique il y a deux vecteurs vitesses distincts (fig. 1). Les équations de la charge d'espace doivent alors être posées de manière légèrement différente : en affectant de l'indice 1 les quantités relatives aux électrons qui

vont de la cathode vers la surface de coupure et de l'indice 2 les quantités relatives à ceux qui reviennent, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1^2 + r_1^2 \dot{\theta}_1^2 = \frac{2e}{m} V \quad \dots\dots \\ r_2^2 + r_2^2 \dot{\theta}_2^2 = \frac{2e}{m} V \quad \dots\dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 \dot{\theta}_1 = \frac{1}{2} \Omega a \left( \frac{r_1}{a} - \frac{a}{r_1} \right) \quad \dots\dots \\ r_2 \dot{\theta}_1 = \frac{1}{2} \Omega a \left( \frac{r_2}{a} - \frac{a}{r_2} \right) \quad \dots\dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 \dot{r}_1 \rho_1 = \frac{j_1}{2\pi} \quad \dots\dots \\ r_2 \dot{r}_2 \rho_2 = \frac{j_2}{2\pi} \quad \dots\dots \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dV}{dr} \right) = \frac{4\pi(\rho_1 + \rho_2)}{\epsilon_0} \quad \dots\dots$$

Ces équations sont compatibles et la conservation de l'électricité sur la surface de coupure est satisfaite si l'on pose :  $\rho_1 = \rho_2, j_1 = -j_2$ .

Dans ces conditions les variables  $r_1$ ,  $\dot{\theta}_1$ ,  $\rho_1$ ,  $V$  satisfont au système :

$$\begin{aligned} r_1^2 + r_1^2 \dot{\theta}_1^2 &= \frac{2e}{m} V \\ r_1 \dot{\theta}_1 &= \frac{1}{2} \Omega a \left( \frac{r_1}{a} - \frac{a}{r_1} \right) \\ \frac{1}{r_1} \frac{dr_1}{dt} \left( r_1 \frac{dV}{dr} \right) &= \frac{4\pi(2\rho_1)}{\epsilon_0} \\ r_1 \dot{r}_1 2\rho_1 &= \frac{2j_1}{2\pi} . \end{aligned}$$

Ce système est identique à celui des équations (1) à (4) à cela près que  $\rho$  y est remplacé par  $2\rho_1 = \rho_1 + \rho_2$  et  $j$  par  $2j_1$ . Autrement dit le formalisme mathématique du paragraphe a) s'applique à condition d'y désigner par  $\rho$  la densité totale et par  $j$  non pas le courant émis par la cathode mais le courant total traversant un cylindre quelconque coaxial à la cathode. Il faudra se souvenir que le courant émis par la cathode et ensuite réabsorbé n'est que  $\frac{j}{2}$  en régime bidromique. On peut aussi remarquer que, quand la coupure se produit, il n'y a aucune discontinuité entre le régime monodromique et le régime bidromique en ce qui concerne les distributions de potentiel et de densité ; par contre, il y a une discontinuité dans le courant émis par la cathode. Quand on passe en régime bidromique la cathode se met brusquement à émettre deux fois moins d'électrons ; ceux-ci reproduisent la même charge d'espace grâce à l'aller et retour qu'ils font alors.

3. Forme réduite des équations de charge d'espace. — Posons d'abord :

$$r^2 = U(r) = \Phi - \frac{1}{4} \Omega^2 a^2 \left( \frac{r}{a} - \frac{a}{r} \right)^2 . \quad (10)$$

L'équation en  $U$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dU}{dr} \right) + \Omega^2 a \left( \frac{r}{a} + \frac{a^3}{r^3} \right) &= \frac{4e}{m\epsilon_0} j U^{-1/2} \\ \frac{d}{dr} \left( r \frac{dU}{dr} \right) + \Omega^2 a \left( \frac{r}{a} + \frac{a^3}{r^3} \right) &= \frac{e}{m\epsilon_0} \frac{j}{\pi} U^{-1/2} . \end{aligned} \quad (11)$$

Au cours de cette transformation nous avons éliminé la solution singulière de Brillouin qui correspond à  $U = 0$ . Poursuivons nos changements de variables en posant comme Page et Adams :

$$p = u^{2/3} = \left( \frac{r}{a} \right)^{2/3} . \quad (12)$$

$$U = K p \psi^2(p) . \quad (13)$$

$$K^{3/2} = \frac{9e}{m\epsilon_0} ja \quad K^{3/2} = \frac{9}{4\pi} \frac{e}{m\epsilon_0} ja . \quad (14)$$

La nouvelle fonction  $\psi$  satisfait à l'équation différentielle :

$$p \frac{d}{dp} \left( p \frac{d\psi^2}{dp} \right) + 2p \frac{d\psi^2}{dp} + \psi^2 + \frac{9}{4} s^2 \left( p^2 + \frac{1}{p^4} \right) = 1 \quad (15)$$

avec :

$$s^2 = \frac{\Omega^2 a^2}{K}. \quad (16)$$

Enfin posons :

$$\psi^2 = y \quad (17)$$

et :

$$p = e^t. \quad (18)$$

On obtient finalement l'équation réduite :

$$y'' + 2y' + y - \frac{1}{\sqrt{y}} + \frac{9}{4} s^2 (e^{2t} + e^{-4t}) = 0 \quad (19)$$

L'équation (15) a été utilisée par Page et Adams ; nous l'avons mise sous la forme (19) parce que sous cette forme elle se prête mieux aux calculs numériques. Elle ne contient que des variables sans dimensions ;  $t$  est une variable d'espace ; la cathode correspond à  $t=0$  ;  $y$  représente le potentiel à travers les changements de variables ou plutôt l'excès du potentiel sur le potentiel de coupure au point considéré ; quand  $y$  s'annule  $r$  s'annule ; la condition  $y \equiv 0$  représente le régime de Brillouin.

Le paramètre  $s^2$  est une combinaison des données physiques du problème :

$$s^2 = \left( \frac{m\varepsilon_0}{9e} \right)^{2/3} \frac{\Omega^2 a^{4/3}}{j^{2/3}}$$

$$s^2 = \left( \frac{4\pi m\varepsilon_0}{9e} \right)^{2/3} \frac{\Omega^2 a^{4/3}}{j^{2/3}} \quad (20)$$

Le problème est donc ramené à l'intégration numérique de l'équation (19) ; les conditions aux limites sont :

$$y = 0 ; \quad y' = 0 ; \quad \text{pour } t = 0 \quad (21)$$

Il est en effet facile de voir que ces conditions expriment le fait que le potentiel et le champ sont nuls sur la cathode. On verra par la suite que l'intégrale particulière ainsi définie a en général l'allure repré-

sentée sur la figure 2 ; elle se termine au point B qui est un point singulier ( $1/\sqrt{y}$  infini) ; l'abscisse de ce point B définit la valeur de  $t$  où se produit la coupure pour la valeur considérée de  $s$  ; autrement dit le résultat principal de l'intégration de l'équation est d'établir une correspondance entre  $s$  et  $b/a$ .

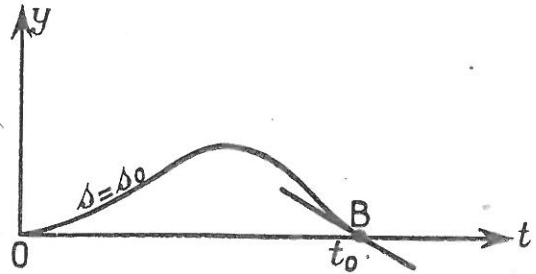


Fig. 2.

4. Paramètres définissant l'état d'un magnétron. Lois d'identité et de similitude. — Avant d'étudier plus à fond l'équation fondamentale on peut faire les remarques suivantes :

a) du point de vue pratique l'état d'un magnétron est défini par la donnée de quatre paramètres :

$a$  rayon de la cathode,

$c$  rayon de l'anode,

le champ magnétique que nous introduisons à travers le paramètre  $\Omega$ ,

le potentiel d'anode que nous définirons par la valeur du rapport  $m = V/V_{co}$  ( $V_{co}$  potentiel de coupure du magnétron considéré) ;

b) en fait nous utilisons dans nos équations les trois paramètres  $s$ ,  $a$  et  $\Omega$  ou ce qui revient au même d'après ce que nous avons dit :  $\frac{b}{a}$ ,  $a$  et  $\Omega$ . Nous sommes donc amenés à remplacer les paramètres  $a$ ,  $c$ ,  $\Omega$ ,  $m$  par les paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\Omega$  (fig. 3) ; la surface de coupure est

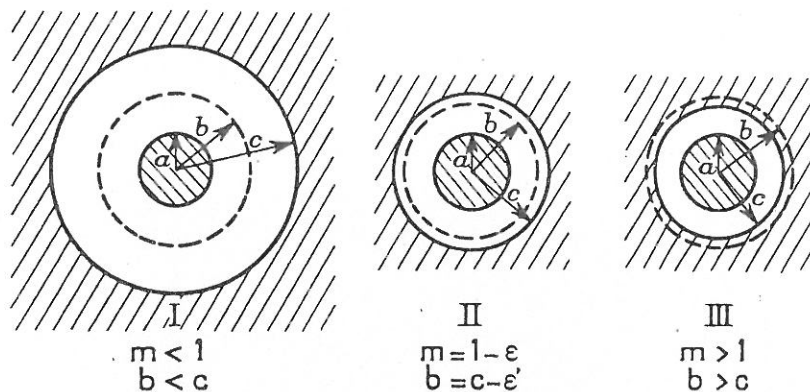


Fig. 3.

virtuelle quand  $m > 1$ , c'est-à-dire quand le magnétron débite. Ceci dit nous avons pu écrire nos équations au moyen des trois seuls paramètres  $a$ ,  $\frac{b}{a}$  et  $\Omega$  ; c'est que nous n'avons pas tenu compte de la condi-

tion aux limites imposée par l'anode ; cependant il est facile de voir sur les équations que *la donnée de  $a$ ,  $b/a$  et  $\Omega$  définit parfaitement l'état du nuage électronique* ; ceci constitue un théorème d'identité : on peut créer le même nuage électronique d'une infinité de manières ; par exemple les nuages I et II de la figure 3 sont identiques s'ils correspondent à la même valeur de  $\Omega$  ; ceci s'applique même aux magnétrons en régime de débit (fig. 3, III) moyennant les précisions qui ont été indiquées au paragraphe 2 ;

c) nous définirons donc l'état du nuage électronique par la donnée des paramètres  $a$ ,  $\Omega$  et  $b/a$  ; cependant *seul  $b/a$  est réellement important* : deux nuages ayant des valeurs différentes de  $b/a$  diffèrent profondément car ils correspondent à deux valeurs différentes du paramètre  $s^2$  et sont représentés par deux courbes distinctes du réseau d'intégrales de l'équation (19) ; au contraire les paramètres  $a$  et  $\Omega$  n'interviennent pas explicitement dans l'équation (19) mais seulement dans les formules précédentes qui définissent les variables réduites, et ce, de façon simple. Donc tandis que les propriétés du nuage électronique dépendent de  $b/a$  d'une façon complexe, elles varient de façon simple avec  $a$  et  $\Omega$ . Ces variations constituent des *règles de similitude*. Les règles relatives au paramètre  $a$  concerneront des nuages électroniques ayant tous même valeur de  $b/a$  et  $\Omega$ , mais une valeur quelconque de  $a$  ; les différents nuages en question sont géométriquement homothétiques. Les règles relatives au paramètre  $\Omega$  concerneront des nuages ayant tous même valeur de  $a$  et  $b/a$  mais une valeur quelconque de  $\Omega$ . Ils sont géométriquement identiques et diffèrent seulement par le champ magnétique. Enfin, on peut ajouter des règles relatives au paramètre  $e/m$  ; ces dernières permettent de prévoir les propriétés de nuages constitués non plus avec des électrons, mais avec des ions quelconques. Il y aura donc trois règles de similitude pour toute grandeur physique. La forme de ces règles dépend de la grandeur considérée et peut être obtenue sans intégrer l'équation fondamentale ;

d) d'après ce que nous venons de voir les propriétés du nuage électronique s'étudient commodément en fonction des paramètres  $a$ ,  $\Omega$  et  $b/a$  ; il n'en reste pas moins que du point de vue expérimental on opère sur un magnétron et que les données sont  $a$ ,  $c$ ,  $\Omega$  et  $m$  ; pour être utilisable la *théorie doit permettre de calculer  $b/a$  en fonction de  $c/a$  et  $m$* .

5. Intégration de l'équation fondamentale. — L'équation (19) n'est pas intégrable exactement ; pour l'étudier on doit utiliser des méthodes approchées. En fait, seul un calcul numérique donne des résultats complets. La méthode que nous avons utilisée consiste en un découpage en petits intervalles dans lesquels on remplace la fonction par

un développement en série de Taylor ; les opérations ont été effectuées d'abord sur une machine à calculer ordinaire puis sur une machine électronique du type digital. La méthode employée présente un certain intérêt général du point de vue du calcul numérique ; nous comptons l'exposer par ailleurs.

Le réseau des courbes a une structure assez complexe car la forme des courbes change brusquement pour certaines valeurs du paramètre  $s$  ; pour pouvoir le représenter clairement nous avons donc utilisé plusieurs graphiques couvrant chacun un intervalle de valeurs de  $s$ .

a) Quand  $\frac{9}{4} s^2$  varie de zéro à  $\frac{9}{4} s_1^2 = 3,5$  les intégrales ont l'allure représentée sur la figure 4 ; elles présentent un seul maximum et

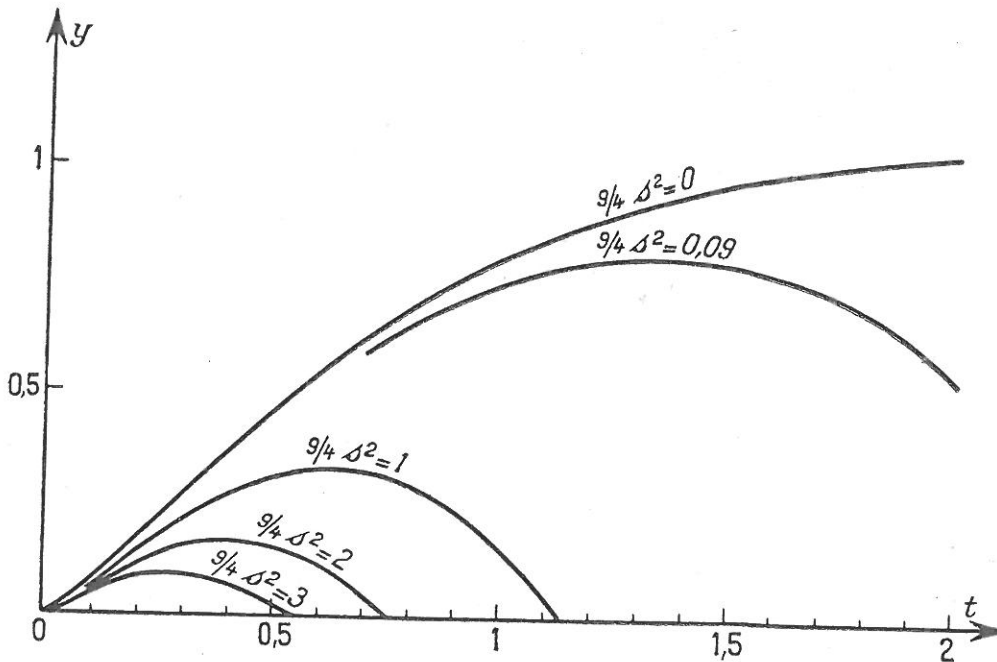


Fig. 4.

redescendent vers l'axe des  $t$  qu'elles coupent en un point B d'abscisses  $t_0$  avec la pente  $y'_0$  ; pour  $\frac{9}{4} s^2 = 0$ , B est rejeté à l'infini ; disons tout de suite que ce cas-limite est celui de la diode sans champ magnétique. Au fur et à mesure que  $s$  augmente  $t_0$  et  $y'_0$  décroissent régulièrement. Quand  $s$  atteint la valeur  $s_1$ , la pente  $y'_0$  s'annule et on constate qu'un deuxième maximum devient possible.

b) Quand  $s$  varie de  $s_1$  à une certaine valeur  $s_2$ , les intégrales ont l'allure représentée sur la figure 5 ; elles ne rejoignent l'axe des  $t$  qu'après deux maxima. La première de ces courbes ( $\frac{9}{4} s^2 = 3,5$ ) est le prolongement de la courbe correspondante de la figure 4 ; donc quand  $s$  franchit la valeur  $s_1$  le point B fait un saut vers la droite ;

ensuite  $t_0$  et  $y'_0$  recommencent à décroître régulièrement jusqu'à ce que pour  $s = s_2$ ,  $y'_0$  s'annule à nouveau.

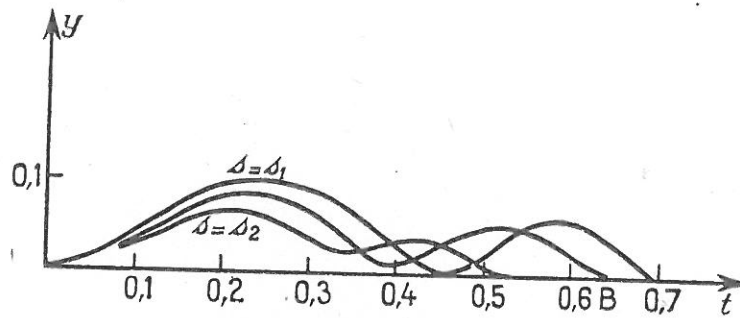


Fig. 5.

c) Quand  $s = s_2$ ,  $y'_0$  s'est annulé sur la figure 5 et un troisième arceau devient possible ; les courbes avec trois arceaux se produisent sur un certain intervalle de valeurs de  $s$  ; le processus se répète indé-

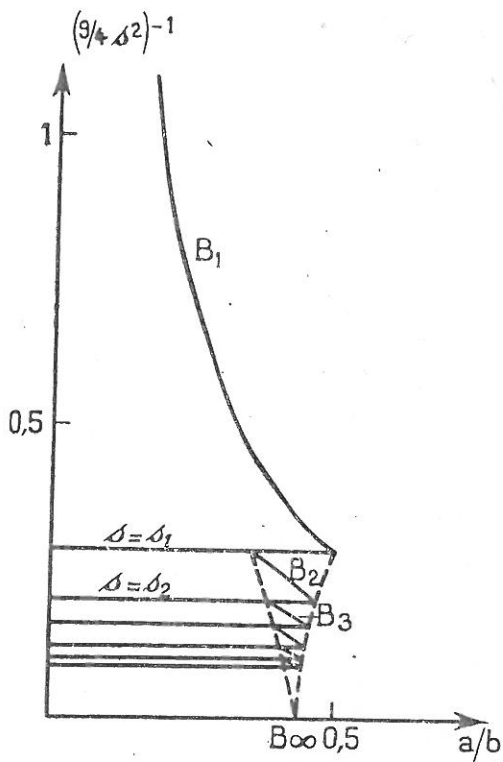


Fig. 6.

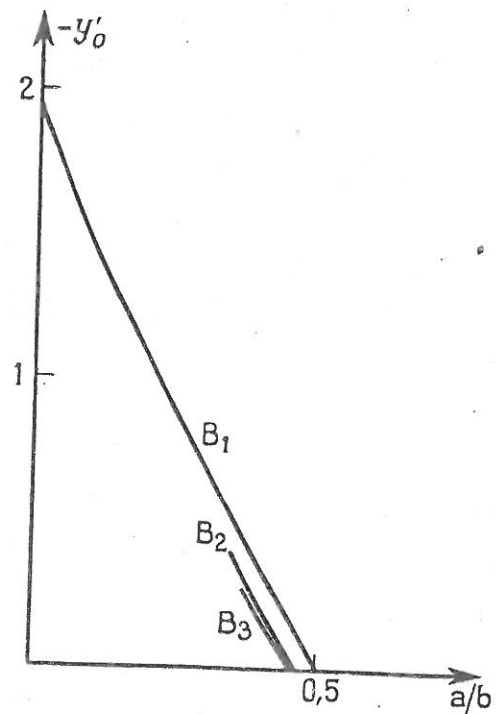


Fig. 7.

niment ; quand  $s$  tend vers l'infini des régimes de plus en plus complexes apparaissent ; nous appellerons :

— régimes bidromiques simples,  $B_1$  les régimes décrits par les courbes de la figure 4 ;

— régimes bidromiques d'ordre deux,  $B_2$  les régimes décrits par les courbes de la figure 5 ;

— et de manière générale, régimes bidromiques d'ordre  $n$ ,  $B_n$  les régimes décrits par une courbe à  $n$  maxima. Au fur et à mesure que l'indice  $n$  s'élève, les valeurs de  $y$  diminuent si bien que la suite  $B_n$  converge vers l'état  $y = 0$  c'est-à-dire vers le régime de Brillouin ; cette convergence se passant de façon assez singulière nous l'étudierons de façon plus détaillée au paragraphe 11 de ce chapitre.

d) Les figures 6 et 7 représentent les deux principaux résultats intéressants :

— la relation entre  $s$  et  $\frac{b}{a}$  (fig. 6) ;

— la relation entre  $y'_0$  et  $\frac{b}{a}$  (fig. 7).

Pour plus de commodité on a représenté en abscisse  $\frac{a}{b}$ .

De ces figures on tire immédiatement les conclusions suivantes :

*Pour  $\frac{b}{a} < 2$  les régimes bidromiques sont impossibles. Le régime de Brillouin est le seul régime compatible avec les équations de charge d'espace.*

*Pour  $\frac{b}{a} > 2,9$  deux régimes sont autorisés par les équations de charge d'espace : le régime de Brillouin et le régime bidromique simple  $B_1$ .*

*Pour  $2 < \frac{b}{a} < 2,9$  les phénomènes sont plus compliqués car des régimes bidromiques d'ordre supérieur sont possibles.*

**6. Description du régime de Brillouin.** — a) *Distribution de potentiel.* — Les équations (5) et (9) donnent <sup>(1)</sup> :

$$V_0(r) = V^* \left( \frac{r}{a} - \frac{a}{r} \right)^2 \quad (22)$$

$$V^* = \frac{1}{8} \frac{m}{e} a^2 \Omega^2 \quad (23)$$

La formule (22) est valable de  $r = a$  à  $r = b$ .

(1) Dans ce paragraphe et dans les suivants nous affectons de l'indice zéro les grandeurs relatives au régime de Brillouin et de l'indice 1 les grandeurs relatives à l'un des régimes bidromiques  $B_1, B_2, \dots, B_n \dots$



b) *Distribution de charge d'espace.* — Connaissant la distribution de potentiel l'équation de Poisson nous permet d'obtenir celle de la densité de charge d'espace ; on obtient :

$$\rho_0 = \rho^* \left( 1 + \frac{a^4}{r^4} \right) \quad (24)$$

$$\rho^* = \frac{\varepsilon_0 m}{8\pi e} \Omega^2$$

$$\rho^* = \frac{e_0 m}{2 e} \Omega^2 \quad (25)$$

c) *Vitesse angulaire.* — La formule (7) s'écrit aussi :

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \Omega \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (26)$$

Les figures 8 et 9 représentent les variations de  $\frac{\rho_0}{\rho^*}$  et  $\theta_0$  ; on y voit

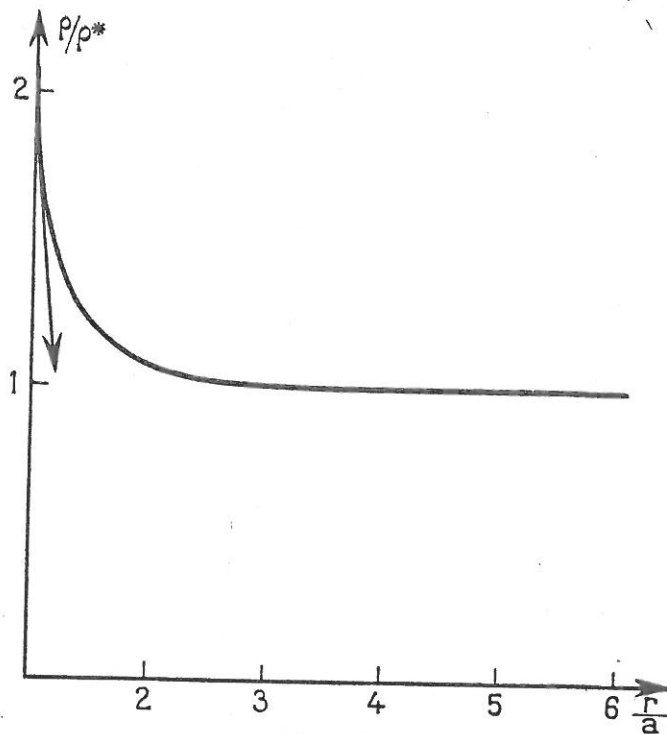


Fig. 8.

que pour les grandes valeurs de  $\frac{r}{a}$  le nuage de Brillouin a une densité constante  $\rho^*$  et tourne comme un corps solide avec la vitesse angulaire  $\frac{\Omega}{2}$  ; quand  $\frac{r}{a}$  tend vers 1, la vitesse angulaire tend vers zéro et la densité vers  $2\rho^*$  ; dans les magnétrons utilisés industriellement  $\frac{r}{a}$  varie en général entre 1 et 3 ;  $\rho_0$  prend alors des valeurs intermédiaires entre  $\rho^*$  et  $2\rho^*$  et  $\theta_0$  des valeurs comprises entre 0 et  $\frac{\Omega}{2}$ .

d) *Charge d'espace totale.* — La charge d'espace totale contenue entre la cathode et la surface de coupure peut se déduire de  $\rho$  par une intégration ou par application du théorème de Gauss ; on obtient par unité de longueur dans le sens de l'axe :

$$Q_0 = Q^* \left( \frac{b^2}{a^2} - \frac{a^2}{b^2} \right) \quad (27)$$

$$Q^* = \pi \rho^* a^2 \quad (28)$$

e) *Courant circulant autour de la cathode ; champ magnétique des électrons.* — Le courant total traversant un plan méridien est, par unité de longueur de l'axe :

$$J = \int_a^b \rho \cdot r \theta \cdot dr$$

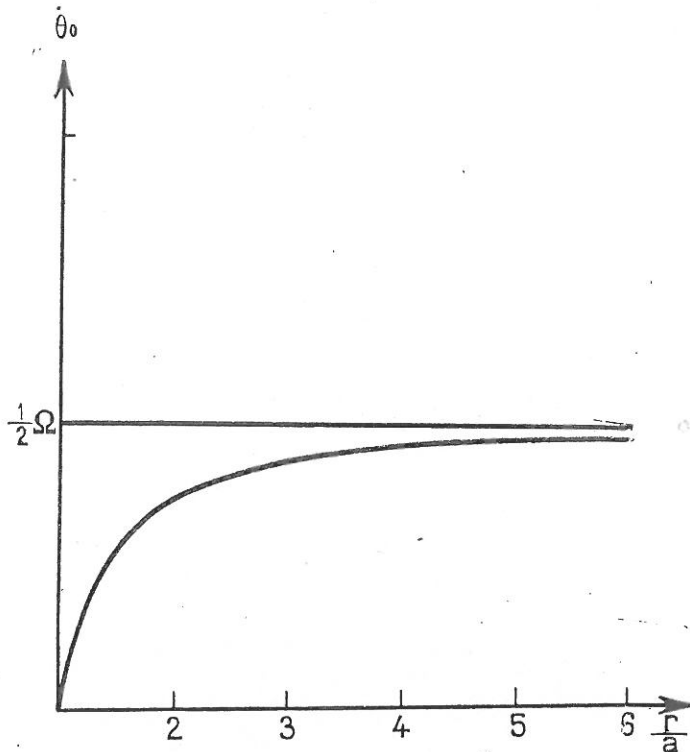


Fig. 9.

soit d'après (7) :

$$J = \frac{1}{2} \Omega^2 a^2 \int_1^{b/a} \rho \left( u - \frac{1}{u} \right) du \quad (29)$$

$$J_0 = J^* \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{b}{a} \right)^2 - \text{Log}_{\mathcal{G}_e} \left( \frac{b}{a} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{a}{b} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{a}{b} \right)^4 - \frac{1}{4} \right] \quad (30)$$

$$\boxed{J^* = \frac{1}{2} \rho^* \Omega a^2} \quad (31)$$

Il est à noter que ce courant circulant crée sur l'axe un champ magnétique  $H'_0$  qui est de sens contraire au champ imposé  $H$ ;  $H'_0$  se déduit de  $J$  par le théorème d'Ampère :

$$H'_0 = 4\pi J_0 \quad H'_0 = J_0 \quad (32)$$

$H'_0$  est en général petit devant  $H$  : on peut calculer le rapport  $H'_0/H$  (quand ce rapport approche de l'unité, une théorie relativiste devient nécessaire) :

$$\frac{H'_0}{H} = h^* \frac{J_0}{J^*} \quad (33)$$

$$h^* = \frac{\epsilon_0}{4} a^2 \left(\frac{e}{m}\right)^2 H^2 \quad h^* = \frac{\epsilon_0 \mu_0^3}{4} a^2 \left(\frac{e}{m}\right)^2 H^2. \quad (34)$$

f) *Energie cinétique totale de la charge d'espace.* — L'énergie totale contenue dans la charge d'espace se calcule par intégration ; on a par unité de longueur d'axe :

$$\boxed{W_0 = W^* \left[ \frac{1}{2} \left(\frac{b}{a}\right)^4 - 2 \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 2 \operatorname{Log}_e \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 2 \left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b}\right)^4 \right]} \quad (35)$$

$$\boxed{W^* = \pi \rho^* V^* a^2} \quad (36)$$

g) *Puissance rayonnée par le nuage électronique.* — Chaque électron du nuage rayonne sous forme d'onde électromagnétique la puissance :

$$dP_e = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c} \gamma^2 (u. e. m.) \dots$$

On peut en déduire la puissance totale perdue par le nuage sous forme de rayonnement ; nous admettons que les électrons sont répartis au hasard et que le rayonnement des différents électrons est incohérent ; on a alors pour la puissance totale rayonnée :

$$P_0 = \sum dP_e = \int \frac{\rho dv}{e} dP_e.$$

Soit tous calculs faits :

$$\boxed{P_0 = P^* \left[ \frac{1}{2} \left(\frac{b}{a}\right)^4 - 4 \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 7 \operatorname{Log}_e \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 8 \left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{7}{2} \left(\frac{a}{b}\right)^4 + \frac{4}{3} \left(\frac{a}{b}\right)^6 - \frac{1}{4} \left(\frac{a}{b}\right)^8 - \frac{25}{12} \right]} \quad (37)$$

$$P^* = \frac{\pi e}{24c} a^4 \Omega^4 \rho^* \quad (\text{u. e. m.}) \quad \dots \quad (38)$$

7. Description des régimes hidromiques. — a) *Distribution de potentiel.* — En combinant les équations (10) et (13) nous pouvons écrire :

$$\frac{2e}{m} V_1 = \frac{1}{4} \Omega^2 a^2 \left( \frac{r}{a} - \frac{a}{r} \right)^2 + Kp\psi^2$$

soit d'après (16) :

$$V_1(r) = V^* \left( \frac{r}{a} - \frac{a}{r} \right)^2 + \frac{4ye^t}{s^2} \quad (39)$$

$$V_1(r) = V_0(r) \left[ 1 + \frac{ye^t}{s^2 \operatorname{sh}^2 \frac{3t}{2}} \right] \quad (40)$$

Sur la surface de coupure  $y$  s'annule  $V_1 = V_0$ ; le potentiel de coupure ne dépend pas de la distribution de potentiel; pour tout autre point du nuage  $V_1 \neq V_0$ ; la figure 10 représente les deux distributions de

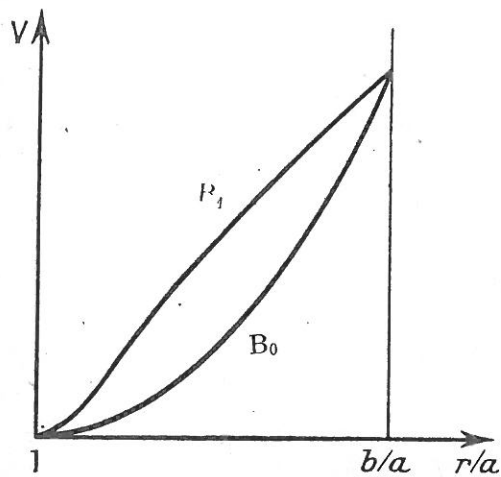


Fig. 10.

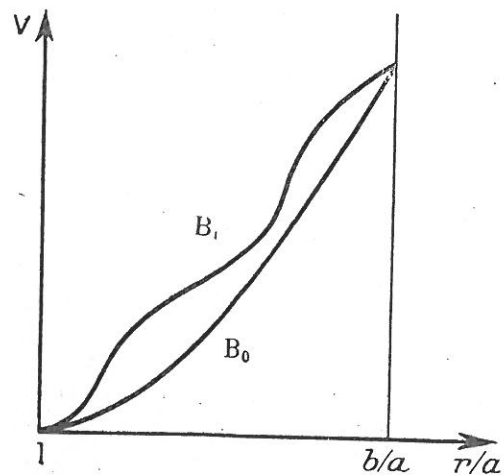


Fig. 11.

Distribution de potentiel :

Fig. 10 : régime  $B_0$  (courbe inférieure), régime  $B_1$  (courbe supérieure);  
 Fig. 11 : régime  $B_0$  (courbe inférieure), régime  $B_1$  (courbe supérieure).

potentiels de deux nuages ayant mêmes valeurs de  $a$ ,  $\Omega$ , et  $b/a$  mais situés l'un dans l'état  $B_0$  et l'autre dans l'état  $B_1$ . Les régimes hidromiques d'ordre supérieur, quand ils existent, sont également décrits par la formule (40). La figure 11 représente la distribution de potentiel d'un nuage dans l'état  $B_2$  et de son correspondant dans l'état  $B_0$ .

b) *Distribution de charge d'espace.* — La formule (4) nous donne :

$$\rho_1 = \frac{j}{2\pi r^2}$$

soit après transformation :

$$\rho_1 = \frac{\rho^*}{\frac{9}{4} s^2 \theta^{2l} \sqrt{y}} \quad (41)$$

La densité de charge d'espace est infinie sur la cathode et sur la surface de coupure ; les figures 12 et 13 représentent schématiquement

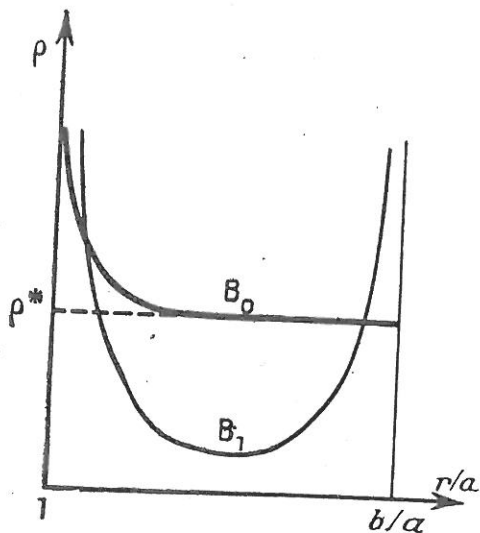


Fig. 12.

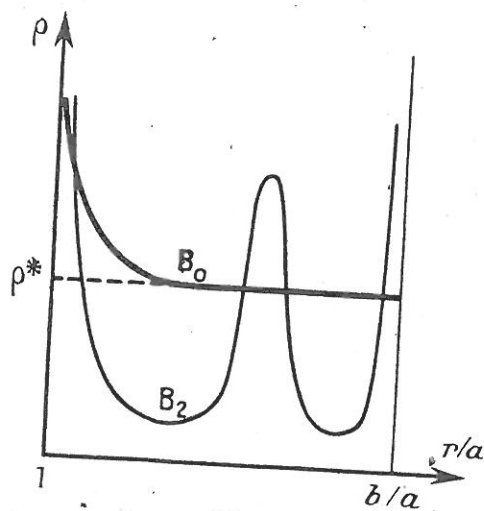


Fig. 13.

la distribution de charge d'espace pour des nuages dans les états  $B_0$ ,  $B_1$  et  $B_2$  ayant mêmes valeurs de  $a$ ,  $\Omega$  et  $b/a$  ; dans le régime  $B_2$  il existe un anneau intermédiaire de densité maxima ; l'amplitude du maximum est d'autant plus grande que  $s$  est plus proche de la valeur critique  $s_1$ .

c) *Vitesse angulaire.* — D'après la formule (7) la vitesse angulaire est la même, toutes choses égales d'ailleurs, quel que soit le régime considéré ; on a donc la même formule qu'en régime de Brillouin :

$$\dot{\theta}_1 = \frac{1}{2} \Omega \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (42)$$

d) *Charge d'espace totale.* — D'après le théorème de Gauss on a pour deux nuages ayant mêmes valeurs de  $a$ , et  $b/a$  :

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \frac{(dV_1/dr)_{r=b}}{(dV_0/dr)_{r=b}}$$

Connaissant les expressions de  $V_0$  et  $V_1$  (formules (22) et (40)) on obtient par un calcul simple :

$$Q_1 = Q_0 \left[ 1 + \frac{2y'_0 e^{t_0}}{3s^2 \operatorname{sh} 3t_0} \right] \quad (43)$$

$y'_0$  et  $t_0$  sont les valeurs de  $y'$  et  $t$  sur la surface de coupure ;  $y'_0$  est négatif et par conséquent  $Q_1 < Q_0$  : toutes choses égales d'ailleurs les régimes hidromiques ont une charge d'espace totale plus faible que le régime de Brillouin. Le rapport  $Q_1/Q_0$  ne dépend que de  $t_0$  c'est-à-dire de  $b/a$  ; la figure 14 représente ses variations en fonction de  $a/b$  pour les divers régimes.

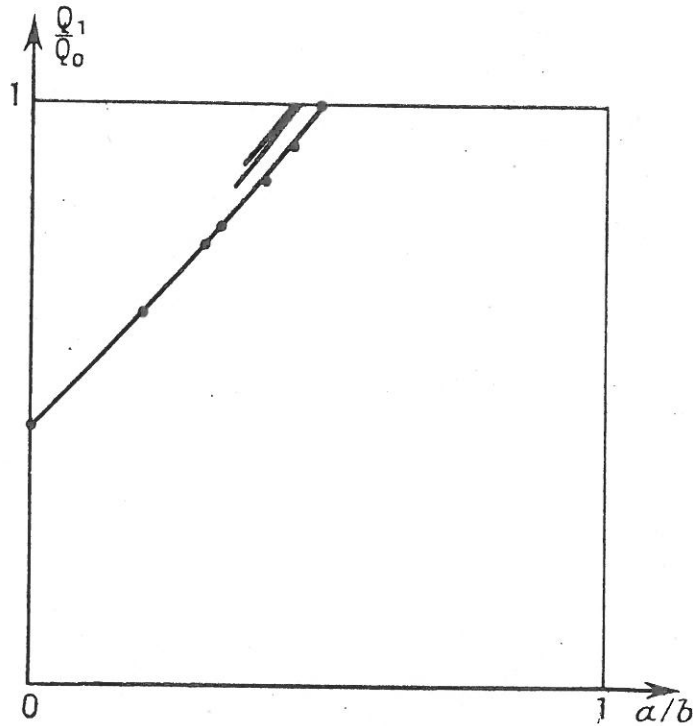


Fig. 14.

e) *Courant radial.* — Nous appelons ainsi la quantité  $j$  figurant dans nos équations ; c'est-à-dire le courant total traversant dans un sens ou dans l'autre un cylindre situé entre la cathode et la surface de coupure. D'après l'équation (20), on a :

$$j_1 = \frac{m\epsilon_0 \Omega^3 a^2}{9e s^3} \quad j_1 = \frac{4\pi m\epsilon_0 \Omega^3 a^2}{9e' s^3}$$

$$j_1 = \frac{j^*}{s^3} \quad (44)$$

$$\boxed{j^* = \frac{m\varepsilon_0}{9e} a^2 \Omega^3} \qquad \boxed{j^* = \frac{4\pi m\varepsilon_0}{9e} a^2 \Omega^3} \qquad (45)$$

f) *Temps de transit.* — Nous appelons temps de transit  $\tau_1$  le temps mis par un électron pour aller de la cathode à la surface de coupure; il est lié aux grandeurs  $j_1$  et  $Q_1$  par la relation :

$$Q_1 = j_1 \tau_1 \qquad (46)$$

d'où :

$$\tau_1 = \frac{Q_1}{j_1} = \frac{Q^*}{j^*} (e^{3t_0} - e^{-3t_0}) s^3 \left( 1 + \frac{2y'_0 e^{t_0}}{3s^2 \operatorname{sh} 3t_0} \right)$$

$$\boxed{\tau_1 = \tau^* \left[ 2s^3 \operatorname{sh} 3t_0 + \frac{4sy'_0 e^{t_0}}{3} \right]} \qquad (47)$$

$$\tau^* = \frac{Q^*}{j^*} = \pi a^2 \frac{\varepsilon_0}{8\pi} \frac{m}{e} \Omega^2 \frac{9e}{m\varepsilon_0 a^2 \Omega^3}$$

$$\tau^* = \frac{Q^*}{j^*} = \pi a^2 \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{m}{e} \Omega^2 \frac{9e}{4\pi m\varepsilon_0 a^2 \Omega^3}$$

$$\boxed{\tau^* = \frac{9}{8\Omega}} \qquad (48)$$

La variation de  $\tau$  en fonction de  $a/b$  se tire de la formule (47) et est représentée sur la figure 15.

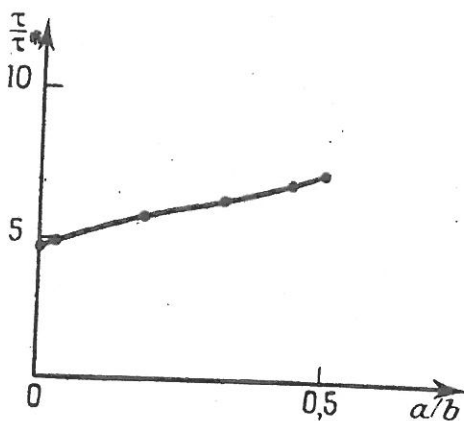


Fig. 15.

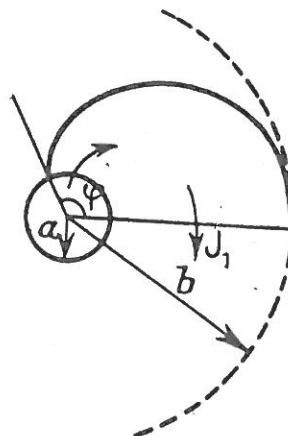


Fig. 16.

g) *Courant circulant.* — Appliquons la formule (29) aux régimes hydromiques; nous obtenons tous calculs faits :

$$\boxed{J_1 = J^* \times \frac{2}{3s^2} \int_{t_0}^{\infty} \frac{e^t - e^{-2t}}{\sqrt{y}} dt} \qquad (49)$$

Il est intéressant de comparer  $J_1$  au courant radial  $j_1$  ; le rapport  $\frac{J_1}{j_1}$  a une signification géométrique simple.

Appelons  $2\varphi$  l'ouverture angulaire d'un arceau du régime bidromique (fig. 16) :

$$j_1 \times \frac{\varphi}{2\pi} = J_1$$

$$\boxed{\varphi = 2\pi \frac{J_1}{j_1}} \quad (50)$$

Nous avons donc calculé le rapport  $\frac{J_1}{j_1}$  :

$$\boxed{\frac{J_1}{j_1} = \frac{3s}{8\pi} \int_0^{t_0} \frac{e^t - e^{-2t}}{\sqrt{y}} dt} \quad (51)$$

la figure 17 représente les résultats obtenus. Nous avons également comparé  $J_1$  au courant  $J_0$  circulant en régime de Brillouin dans un nuage ayant même valeur de  $a$ ,  $\Omega$  et  $b/a$  (fig. 18).

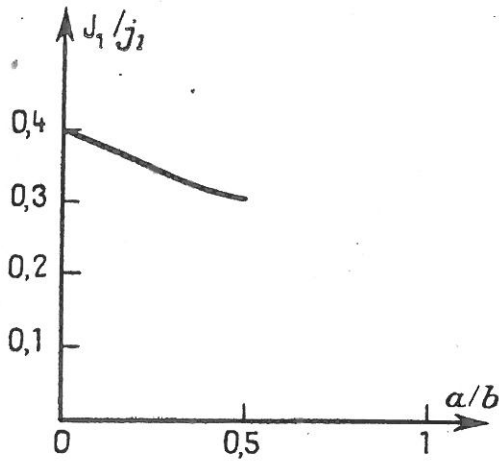


Fig. 17.

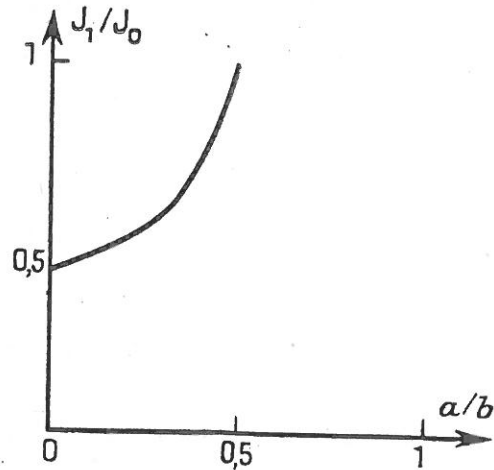


Fig. 18.

h) *Energie cinétique totale de la charge d'espace.* — On obtient dans ce cas :

$$W_1 = \int \rho V 2\pi r dr$$

$$W_1 = 2\pi \frac{\rho^* V^*}{4 s^2} a^2 \int_0^{t_0} \frac{4 \operatorname{sh}^2 \frac{3t}{2} + 4y e^{t/s^2}}{e^{2t\sqrt{y}}} e^{3t/2} \frac{3}{2} e^{3t/2} dt$$

$$\boxed{W_1 = W^* \frac{12}{9 s^2} \int_0^{t_0} \frac{e^t}{\sqrt{y}} \left[ \operatorname{sh}^2 \frac{3t}{2} + y \frac{e^t}{s^2} \right] dt} \quad (52)$$



Les formules (35) et (52) permettent de comparer les valeurs des énergies  $W_0$  et  $W_1$  pour des nuages ayant même valeur de  $a$ ,  $\Omega$  et  $b/a$ ; la figure 19 représente les résultats obtenus; on y voit que tant que

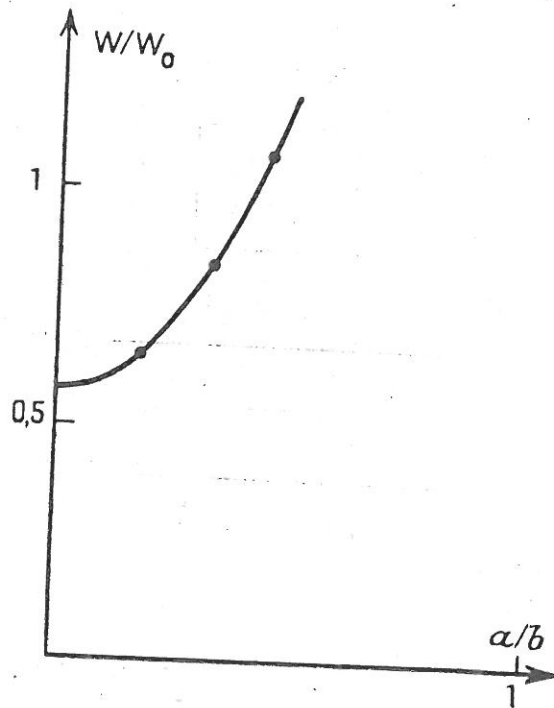


Fig. 19.

$\frac{b}{a} > 2,4$  le régime  $B_1$  contient moins d'énergie que  $B_0$ ; au contraire  $B_1$  a plus d'énergie que  $B_0$  quant  $2 < \frac{b}{a} < 2,4$ .

8. Relations de similitude et ordres de grandeurs. — a) Nous avons mis les différentes grandeurs physiques caractérisant un nuage électronique sous la forme :

$$G_0 = G^* F_0 \left( \frac{b}{a} \right)$$

pour le régime de Brillouin

$$G_1 = G^* F_1 \left( \frac{b}{a} \right)$$

pour les régimes bidromiques

La même quantité  $G^*$  apparaît dans ces deux expressions : c'est une fonction simple de  $\frac{e}{m}$ ,  $a$  et  $\Omega$  qui dépend de la grandeur considérée mais non du type de régime. Nous pouvons donc donner des règles de similitudes qui sont valables pour tous les régimes. Cependant  $\Omega$  et  $\frac{e}{m}$  ne sont pas indépendants puisque  $\Omega$  contient  $\frac{e}{m}$ ; nous donnons donc des règles relatives aux trois paramètres indépendants  $a$ ,  $H$  et  $\frac{e}{m}$ ; le tableau ci-contre les résume; dans chaque cas nous avons indiqué la puissance de  $a$ ,  $H$  ou  $\frac{e}{m}$  dont dépend la grandeur considérée; par exemple le courant circulant varie comme :

$$a^2 H^3 \left( \frac{e}{m} \right)^2.$$

Grandeur considérée	$a$	H	$\frac{e}{m}$
Potentiel V . . . . .	2	2	1
Densité de charge d'espace . . . . .	0	2	1
Vitesse angulaire . . . . .	0	1	1
Charge d'espace totale $Q$ . . . . .	2	2	1
Courant radial $j$ . . . . .	2	3	2
Courant circulant J . . . . .	2	3	2
Temps de transit . . . . .	0	- 1	- 1
Energie cinétique totale W . . . . .	4	4	2
Puissance rayonnée P <sup>(1)</sup> . . . . .	4	6	5

(1) P est une quantité qui fait intervenir l'aspect particulière de l'électricité ; elle dépend non seulement de  $\frac{e}{m}$  mais aussi de  $e$ .

b) Afin de préciser les ordres de grandeurs des diverses quantités, nous donnons, dans le tableau ci-après, les valeurs dans deux cas particuliers.

	1 mm. 100 œrstedts	7,5 mm. 1 500 œrstedts
$a$		
H		
$\frac{e}{m}$	$1,759 \cdot 10^7$ u. e. m.	$1,759 \cdot 10^7$ u. e. m.
$V^*$	2,199 volts	27 830 volts
$\rho^*$	$7,777 \cdot 10^{-11}$ coulomb/cm <sup>3</sup>	$1,750 \cdot 10^{-8}$ coulomb/cm <sup>3</sup>
$Q$	$1,759 \cdot 10^9$ u. e. m.	$2,638 \cdot 10^{10}$ u. e. m.
$Q^*$	$2,443 \cdot 10^{-12}$ coulomb/cm.	$3,092 \cdot 10^{-8}$ coulomb/cm.
$J^*$	$3,820 \cdot 10^{-3}$ A/cm.	$725,2$ A/cm.
$J$	$6,840 \cdot 10^{-4}$ A/cm.	$129,9$ A/cm.
$\tau^*$	$6,395 \cdot 10^{-8}$ sec	$4,263 \cdot 10^{-9}$ sec.
$W^*$	$5,373 \cdot 10^{-5}$ erg/cm.	$8,607 \cdot 10^3$ erg
$P^*$	$5,201 \cdot 10^{-10}$ erg/sec./cm.	$18,74$ erg/sec./cm.
$\frac{b}{a}$	2	2
$V_0 \left(\frac{b}{a}\right)$	4,948 volts	62 620 volts
$V_1 \left(\frac{b}{a}\right)$	4,948 volts	62 620 volts
$\rho_0 \left(\frac{b}{a}\right)$	$8,263 \cdot 10^{-11}$ coulomb/cm <sup>3</sup>	$1,859 \cdot 10^{-8}$ coulomb/cm <sup>3</sup>
$\rho_1 \left(\frac{b}{a}\right)$	$\infty$	$\infty$
$Q_0$	$9,161 \cdot 10^{-12}$ coulomb/cm.	$1,159 \cdot 10^{-7}$ coulomb/cm.
$Q_1$	$9,161 \cdot 10^{-12}$ coulomb/cm.	$1,159 \cdot 10^{-7}$ coulomb/cm.
$J_0$	0	0
$J_1$	$1,969 \cdot 10^{-3}$ A/cm.	$373,8$ A/cm.
$J_0$	$6,481 \cdot 10^{-4}$ /cm.	$123,0$ A/cm.
$J_1$	$6,481 \cdot 10^{-4}$ A/cm.	$123,0$ A/cm.
$\tau_0$	$\infty$	$\infty$
$\tau_1$	$4,653 \cdot 10^{-9}$ sec.	$3,102 \cdot 10^{-10}$ sec.
$W_0$	$1,742 \cdot 10^{-4}$ erg/cm.	$2,790 \cdot 10^4$ erg/cm.
$W_1$	$2,083 \cdot 10^{-4}$ erg/cm.	$3,337 \cdot 10^4$ erg/cm.
$P_0$	$7,395 \cdot 10^{-10}$ erg/sec./cm.	$26,65$ erg/sec./cm.
$\varphi$	$110^\circ$	$110^\circ$

Le premier cas (colonne de gauche) est un cas typique des expériences à faible puissance que nous avons faites et qui seront décrites plus loin ; le deuxième cas (colonne de droite) définit une limite supérieure des ordres de grandeurs réalisables : il correspond à l'un des plus puissants magnétrons que l'on ait construits (type HP 10 V).

**9. Position de la surface de coupure.** — Dans des conditions expérimentales données, on ne connaît pas *a priori* la position de la surface de coupure ; les données sont  $a$ ,  $c$  et le potentiel d'anode qu'on peut introduire sous la forme du paramètre  $m = V/V_{co}$ . Pour déterminer la position de la surface de coupure il faut accorder les distributions de potentiel calculées dans le nuage électronique à un harmonique sans charge d'espace (potentiel en  $\text{Log}_e r$ ) s'étendant de  $r = b$  à  $r = c$ . Or pour une même valeur de  $b/a$  le champ électrique sur la surface de coupure dépend du régime considéré. Il est plus faible pour les régimes bidromiques que pour le régime de Brillouin sauf si  $s$  a une des valeurs critiques  $s_1, s_2, \dots$  ; dans ce cas le champ du régime bidromique correspondant est égal à celui du régime de Brillouin ; laissant de côté cette exception nous pouvons en conclure que pour un potentiel d'anode déterminé la surface de coupure occupe une position différente suivant le régime qui se produit et pour être plus précis que le nuage électronique est plus étendu en régime bidromique qu'en régime de Brillouin. En effet, pour une même valeur de  $b/a$  les

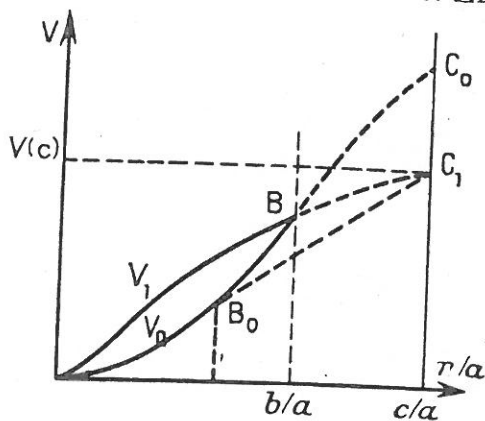


Fig. 20.

un potentiel d'anode déterminé, l'arc  $BC_0$  est remplacé par l'arc  $B_0C_1$ , d'où le résultat annoncé.

Ceci dit, établissons la relation donnant  $\frac{b}{a}$  en fonction de  $\frac{c}{a}$  et  $m$ , entre  $r = b$  et  $r = c$  on a :

$$V = A \text{Log}_e r + B \quad (53)$$

$$\frac{dV}{dr} = \frac{A}{r}$$

Plaçons-nous tout d'abord en régime de Brillouin : entre  $r = a$  et  $r = b$  on a :

$$V_0 = V^* \left( \frac{r}{a} - \frac{a}{r} \right)^2$$

$$\frac{dV_0}{dr} = \frac{2V^*}{r} \left( \frac{r^2}{a^2} - \frac{a^2}{r^2} \right).$$

Raccordons les deux distributions pour  $r = b$  nous obtenons :

$$A = 2V^* \left( \frac{b^2}{a^2} - \frac{a^2}{b^2} \right); \quad (54)$$

or nous avons :

$$V(b) = V^* \left( \frac{b}{a} - \frac{a}{b} \right)^2$$

$$V(c) = mV^* \left( \frac{c}{a} - \frac{a}{c} \right)^2$$

d'où d'après (53) et (54) :

$$V(c) - V(b) - mV^* \left( \frac{c}{a} - \frac{a}{c} \right)^2 - V^* \left( \frac{b}{a} - \frac{a}{b} \right)^2$$

$$= 2V^* \left( \frac{b^2}{a^2} - \frac{a^2}{b^2} \right) (\text{Log}_e c - \text{Log}_e b)$$

$$\boxed{m \left( \frac{c}{a} - \frac{a}{c} \right)^2 - \left( \frac{b}{a} - \frac{a}{b} \right)^2 = 2 \left( \frac{b^2}{a^2} - \frac{a^2}{b^2} \right) (\text{Log}_e \frac{c}{a} - \text{Log}_e \frac{b}{a})} \quad (55)$$

Si l'on suppose le nuage en régime bidromique nous pouvons poser pour  $r = b$  d'après le théorème de Gauss :

$$\frac{dV_1}{dr} = \frac{Q_1}{Q_0} \frac{dV_0}{dr} = h \left( \frac{b}{a} \right) \frac{dV_0}{dr}$$

la fonction  $h \left( \frac{b}{a} \right)$  a été calculée précédemment et est représentée sur la figure 16; on peut poursuivre le calcul comme en régime de Brillouin et on obtient finalement :

$$\boxed{m \left( \frac{c}{a} - \frac{a}{c} \right)^2 - \left( \frac{b}{a} - \frac{a}{b} \right)^2 = 2h \left( \frac{b}{a} \right) \left( \frac{b^2}{a^2} - \frac{a^2}{b^2} \right) (\text{Log}_e \frac{c}{a} - \text{Log}_e \frac{b}{a})} \quad (56)$$

Les équations (55) et (56) ne peuvent être résolues que numériquement. A titre d'exemple, nous avons représenté sur la figure 21 les valeurs de  $\frac{b}{a}$  en fonction de  $m$  pour les divers régimes dans le cas où  $\frac{c}{a} = 7,5$ ; pour  $m < 0,22$  seul le régime de Brillouin  $B_0$  est possible; pour  $m > 0,4$  les régimes  $B_0$  et  $B_1$  sont possibles; dans la région

intermédiaire les phénomènes peuvent être plus compliqués car des régimes bidromiques d'ordre supérieur sont également possibles.

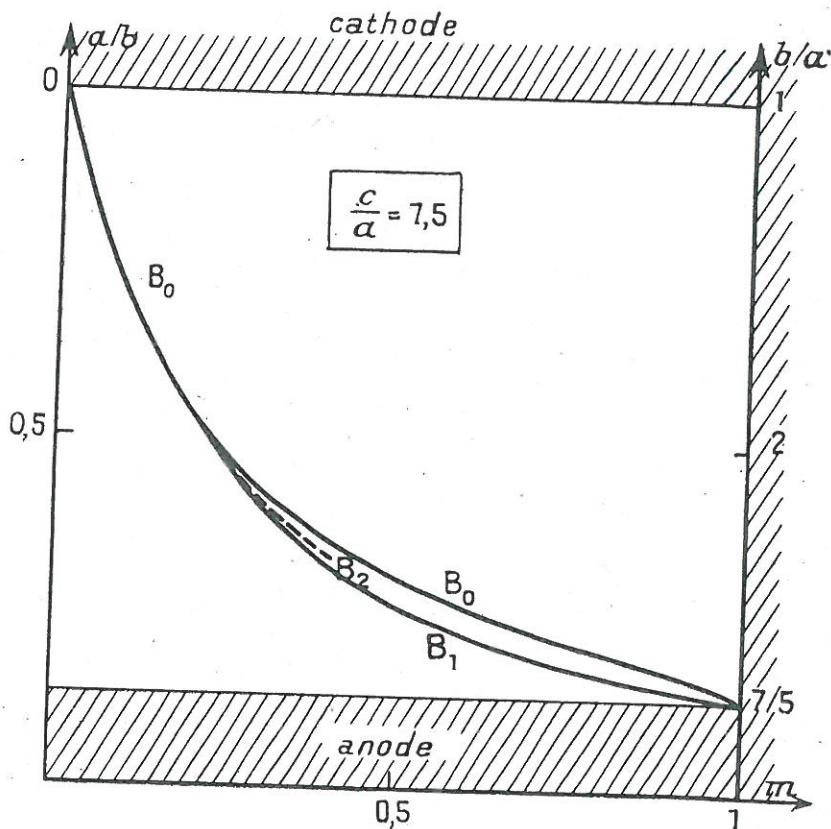


Fig. 21.

10. Passage aux cas-limites du magnétron à cathode filiforme et de la diode sans champ magnétique. — Envisageons maintenant un cas-limite de la théorie : celui où  $b/a$  tend vers l'infini ; pour l'étudier on doit faire tendre le paramètre  $s$  vers zéro ; or d'après (20)  $s$  varie comme  $\Omega^2 a^{4/3} / j^{2/3}$  ; pour faire tendre  $s$  vers zéro, on peut donc supposer que :

a)  $\Omega$  et  $j$  restent finis et  $a$  tend vers zéro ;  $b$  reste alors fini ; ce cas est celui des magnétrons dans lesquels la cathode est un filament mince ;

b)  $a$  et  $j$  restent finis et  $\Omega$  tend vers zéro ;  $b$  tend vers l'infini ; l'anode peut être placée à une distance finie et ce cas est celui de la diode cylindrique sans champ magnétique.

Les deux cas ci-dessus sont à la limite décrits par la même fonction  $y$  ; en particulier, on peut en conclure que la distribution de charge dans un magnétron à cathode filiforme diffère très peu de celle d'une diode sans champ magnétique tant qu'on ne s'approche

pas de la surface de coupure, résultat théorique remarqué par Page et Adams dans un cas particulier ( $\frac{b}{a} = 125$ ); la fonction  $y$  correspondant à :  $s = 0$  doit donc avoir un rapport avec la fonction classique  $\beta^2$  de Langmuir; en fait on démontre facilement :

$$y_{s=0} \equiv \beta^{4/3}. \quad (57)$$

On reconnaît sur la figure 4, l'allure bien connue de la fonction  $\beta^2$  :  $y$  comme  $\beta^2$  tend vers 1 quand  $t$  tend vers l'infini.

Pour étudier de plus près les atmosphères électroniques se rapprochant de ce cas-limite, il nous faut préciser un peu les lois que suit la fonction  $y$  quand  $s$  est très petit, mais non nul; nous renvoyons pour ceci le lecteur à l'appendice II de notre thèse de Doctorat (19). Les deux principaux résultats sont les suivants :

a) quand  $s$  est faible, la relation entre  $s$  et  $\frac{b}{a}$  peut s'écrire :

$$\frac{9}{4} s^2 = A^2 \left( \frac{b}{a} \right)^{-\frac{4}{3}} \quad (58)$$

avec  $A^2 = 10,45$ ,  $A = 3,233$ ;

b) quand  $s$  est faible on a sensiblement :

$$y'_0 = B = -1,92.$$

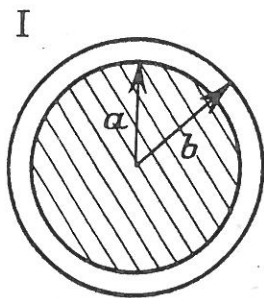
Ces deux propriétés permettent de déterminer l'allure des différentes courbes relatives aux diverses grandeurs physiques au voisinage de  $\frac{a}{b} = 0$ . On trouve que :

$$\frac{Q_1}{Q_0} \rightarrow 0,449. \quad \frac{J_1}{J_0} \rightarrow 0,402. \quad \varphi \rightarrow 2,507 \text{ radians} = 159,6 \text{ grades} = 143^\circ 40'.$$

$$\frac{\tau}{\tau^*} \rightarrow 4,45. \quad \frac{J_1}{J_0} \rightarrow 0,449. \quad \frac{W_1}{W_0} \rightarrow 0.$$

**11. Passage au cas-limite du magnétron plan.** — Après avoir étudié l'allure des phénomènes quand  $b/a$  tend vers  $\infty$  il est logique de chercher ce qui se passe quand  $b/a$  tend vers 1. On considère généralement qu'on obtient ainsi le cas du magnétron plan. Or, en toute rigueur, le passage à la limite  $\frac{b}{a} = 1$  ne représente le magnétron plan que si on suppose de plus que  $a$  tend vers l'infini, la différence  $b - a$  tendant vers une limite finie. Nous insistons sur cette difficulté car presque tous les auteurs ont jusqu'à maintenant espéré représenter les cas

pratiques où  $b/a$  est voisin de 1 et  $a$  fini (fig. 22, I) par l'approximation plane (fig. 22, II); méthode qui, évidemment, ne peut être que



$$\begin{aligned} b/a &= 1 + \varepsilon \\ a &\text{ fini} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} b/a &= 1 \\ a &\text{ infini} \\ b-a &\text{ fini} \end{aligned}$$

Fig. 22.

ces deux forces sont radiales et leur résultante s'oppose à la force centrifuge  $f_c$ :

$$f_E + f_H = f_c.$$

Au voisinage de la cathode ces trois forces s'annulent, mais on voit facilement que si on pose  $\frac{r}{a} = 1 + \varepsilon$ ,  $f_E$  est de l'ordre de  $\varepsilon^2$ , tandis que  $f_H$  est de l'ordre de  $\varepsilon$ ; par conséquent, à la limite on a  $f_H \sim f_c$  et il est inadmissible de négliger  $f_c$  devant  $f_H$ .

En fait, quand on considère que les deux cas représentés sur la figure 22 sont identiques, on est conduit à un résultat paradoxal: quand  $\frac{b}{a} < 2$  nous avons trouvé que tout régime bidromique est impossible; la seule solution consistante des équations de la charge d'espace est celle qui représente le régime de Brillouin; dans le magnétron plan au contraire une infinité de régimes bidromiques sont possibles; il y a donc lieu d'étudier de façon précise comment ces deux cas se rejoignent. Nous renvoyons pour ceci le lecteur à l'appendice III de notre thèse de doctorat: on y trouvera une description des propriétés des régimes bidromiques d'ordre  $n$  très élevé obtenus quand  $s$  tend vers l'infini. Les principaux résultats sont les suivants:

— les régimes  $B_n$  présentent  $(n - 1)$  anneaux intermédiaires de densité maxima; donc quand  $n$  tend vers l'infini le nombre des anneaux tend vers l'infini, l'intervalle entre eux tendant vers zéro;

— la distribution de charge d'espace entre deux anneaux consécutifs tend alors vers celle d'un magnétron plan en régime bidromique simple (régime décrit par exemple par Page et Adams (12));

— la surface de coupure tend vers une position-limite définie par une certaine valeur de  $\frac{b}{a} : \left(\frac{b}{a}\right)_n \rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)_\infty$  ;

— la théorie fournit, au moyen d'un calcul d'ailleurs assez pénible, la valeur de  $\left(\frac{b}{a}\right)_\infty$  ; nous avons trouvé  $\left(\frac{b}{a}\right)_\infty = 2,55$  ; la méthode très différente exposée par Brillouin et F. Bloch (14) conduit à  $\left(\frac{b}{a}\right)_\infty = 2,27$  ; les deux méthodes contiennent des approximations différentes mais assez délicates. Enfin, il semble que les résultats obtenus à ce jour par le calcul numérique direct sont compatibles avec l'une ou l'autre des deux valeurs ci-dessus ;

— le nuage cylindrique correspondant à la valeur critique  $\left(\frac{b}{a}\right)_\infty$  est en quelque sorte formé par la juxtaposition d'une infinité de nuages du type magnétron plan. Si  $a$  est fini, chacun de ceux-ci n'occupe qu'un intervalle infiniment petit. Mais on peut faire tendre  $a$  vers l'infini de telle façon que chacun de ces intervalles devienne fini. Le régime bidromique simple du magnétron plan s'obtient alors en ne conservant de la distribution de charge d'espace que la première période.

#### IV. — ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU MAGNÉTRON DE HULL

1. Description des tubes employés. — Nous présentons maintenant les résultats d'expériences faites sur des magnétrons de Hull spécialement construits pour se rapprocher des conditions théoriques. Tous ces tubes sont du même modèle représenté sur la figure 23. Les caractéristiques suivantes sont à noter :

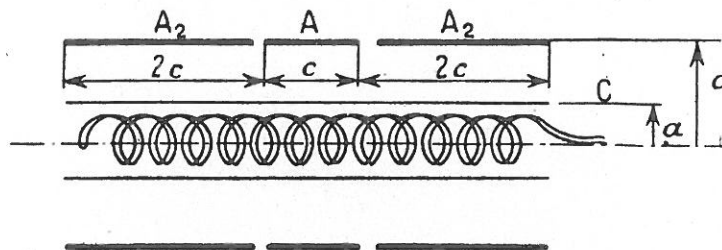


Fig. 23.

— chaque tube comporte une anode centrale A et deux anneaux de garde A<sub>1</sub> et A<sub>2</sub> ; la longueur des anneaux de garde est 2c c'est-à-dire égale à leur diamètre ;

— la cathode est à oxydes, à chauffage indirect ; le filament est en double hélice ; ceci a pour but de réduire au maximum le champ



magnétique propre du courant de chauffage ; on peut, au cours des expériences, vérifier que ce champ parasite est négligeable en coupant le courant de chauffage : l'inertie thermique de la cathode est suffisamment grande pour qu'on puisse, dans les vingt secondes qui suivent, poursuivre l'expérience en cours et vérifier que rien n'est changé ;

— les plaques sont en constantan (alliage non magnétique) ;

— les tubes sont scellés, en ampoule de verre. Les opérations habituelles (montage, pompage, dégazage, activation de la cathode, scellement) ont été effectuées très soigneusement dans un laboratoire d'électronique industriel bien outillé et rompu à ces techniques.

Le tableau ci-dessous donne la liste des différents tubes étudiés et leurs caractéristiques principales ; il y a une certaine incertitude sur le diamètre des cathodes car on ne connaît pas l'épaisseur de la couche d'oxydes ; nous avons admis selon les conseils du constructeur que l'épaisseur de cette couche est de 0,1 mm.

TABLEAU III

N° du tube	2a (mm.)	2c (mm.)	c/a	I/V <sup>3/2</sup>		V <sub>co</sub> /i <sub>H</sub> <sup>2</sup>		Observations
				théo- rique	expé- rimental	théo- rique	expéri- mental	
1	6,2	30	4,839	19,5 10 <sup>-6</sup>	19,7 10 <sup>-6</sup>	25,5	27	} pas de transition typique
2	10,2	25	2,451	36,7 »	35 »	15,4	14,6	
3	10,2	16,67	1,634	89,7 »	77 »	3,36	—	
4	10,2	12,5	1,225	419 »	370 »	0,54	—	
5	8,2	32	3,902	22,4 »	21 »	27,7	27,2	} $m_0 = 0,22$
6	4,2	30	7,143	16,44 »	15,6 »	26,8	28,2	
7	—	—	—	—	—	—	—	} tube défectueux $m_0 = ?$
8	4,2	30	7,143	16,44 »	—	26,8	27,9	
9	—	—	—	—	—	—	—	} tube défectueux tube douteux
10	6,2	30	4,839	19,5 »	—	25,5	—	
11	6,2	30	4,839	19,5 »	—	25,5	—	} $m_0 = 0,30$
12	4,2	30	7,143	16,44 »	—	26,8	—	
13	4,2	30	7,143	16,44 »	—	26,8	—	} $m_0 = 0,26$

2. Description du montage. — Notre étude expérimentale est essentiellement celle de la caractéristique  $i_p v_p$  des magnétrons. Le montage généralement utilisé était celui représenté schématiquement sur la

figure 24 ; le courant débité par chaque anode passe dans une résistance de charge ; les trois résistances de charges  $R_0, R_1, R_2$  sont reliés ensemble en un point M qui est mis à la terre ; on crée entre M et la cathode une différence de potentiel variable  $V_0 \pm \Delta V \sin \omega t$  ;  $R_0, R_1, R_2$  sont telles que les chutes de tensions entre leurs deux extrémités soient négligeables devant  $\Delta V$  (de l'ordre du centième de volt). De cette façon les trois anodes restent pratiquement équipotentielles et leur différence de potentiel  $v_p$  avec la cathode balaye l'intervalle  $V_0 \pm \Delta V$  ;  $V_0$  et  $\Delta V$  sont mesurés avec deux voltmètres non repré-

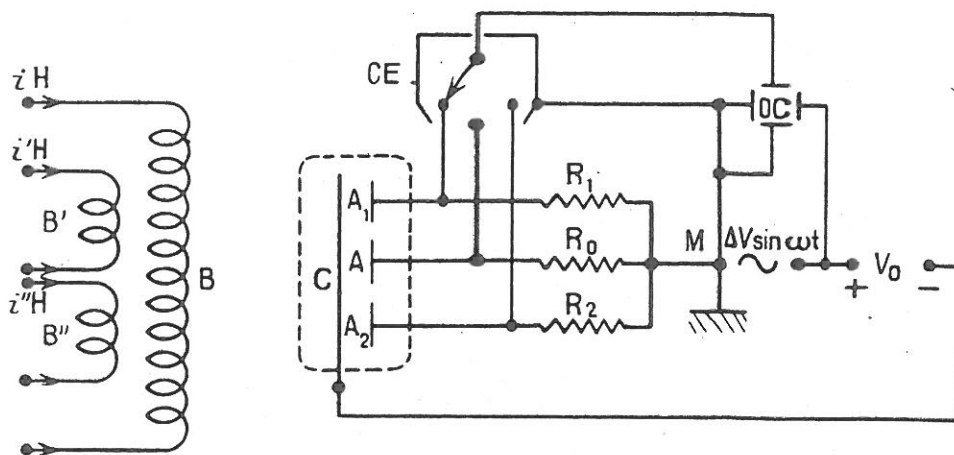


Fig. 24.

sentés sur la figure. Les plaques X de l'oscillographe cathodique OC enregistrent la partie variable de la tension  $v_p$  et les plaques Y la chute ohmique dans les résistances  $R_0, R_1, R_2$ , c'est-à-dire le courant débité par chacune des trois anodes ; il est commode d'observer simultanément ces trois courants au moyen d'un commutateur électronique CE ; l'amplification nécessaire (de l'ordre de 1 000) est alors effectuée avant la commutation dans trois amplificateurs identiques et la sortie du commutateur est branchée directement sur les plaques de l'oscillographe. Dans la plupart des expériences le balayage a été fait à la fréquence 50 et les oscillogrammes ont été photographiés avec un temps de pose de  $1/50$  de seconde. La fréquence de commutation est voisine de 15 000. Le commutateur électronique est parfois nuisible (spot moins fin, nécessité de balayer à une fréquence très inférieure à la fréquence de commutation) ; on peut alors s'en passer en n'observant par exemple que le courant débité sur l'anode centrale.

Le champ magnétique H est créé par un solénoïde B parcouru par un courant  $i_H$  ; on a adjoint à ce solénoïde deux couples de bobines de Helmholtz B' et B'' parcourus respectivement par les courants  $i'_H$  et  $i''_H$  ;

ces bobines fournissent des champs supplémentaires  $H'$  et  $H''$  perpendiculaires à  $H$ ; l'ensemble est représenté sur la figure 25. La construction en a été soignée pour qu'on puisse calculer les champs  $H$ ,  $H'$  et  $H''$  à partir des données géométriques et des valeurs de  $i_H, i'_H, i''_H$ :

$$\left. \begin{aligned} H &= (23,725 \pm 0,01) i_H \\ H' &= 1,26 i'_H \\ H'' &= 1,11 i''_H \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

Les bobines  $B'$  et  $B''$  permettent donc de faire varier l'orientation du champ résultant à l'intérieur d'un cône ayant pour axe celui du solé-

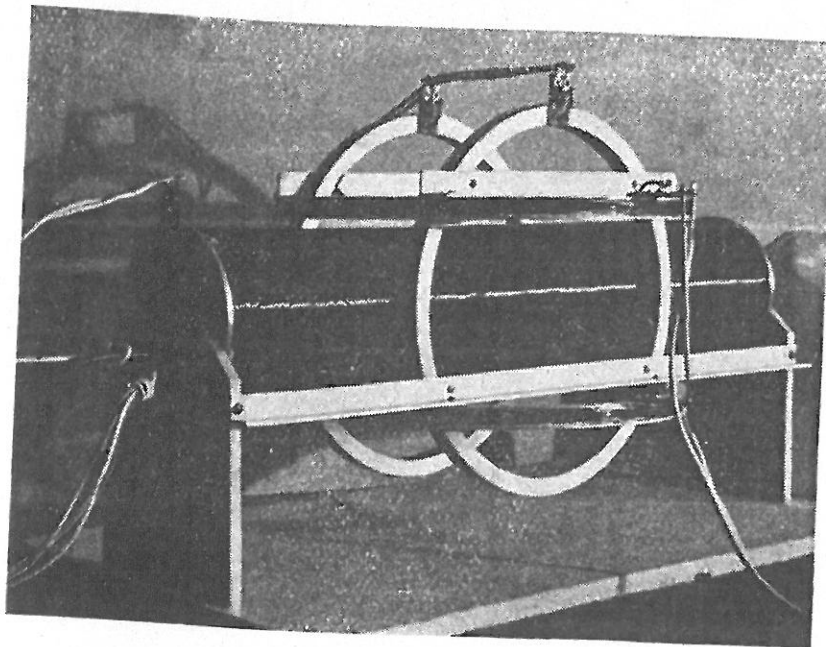


Fig. 25.

noïde  $B$ . Les tubes sont montés de façon rigide à l'intérieur du solénoïde; si leur construction était parfaite leur axe serait parallèle à celui du solénoïde; en fait, les deux axes font toujours un petit angle en général inférieur à un degré; les bobines  $B'$  et  $B''$  permettent théoriquement de corriger cet écart; bien entendu on ne connaît pas *a priori* la position de l'axe du magnétron et ce réglage ne peut être effectué que si on a un moyen de le contrôler; on verra plus loin comment cela se fait. On peut d'ailleurs remarquer que dans presque toutes les expériences  $H'$  et  $H''$  sont de l'ordre de  $H/100$  et que par suite l'intensité du champ résultant peut être confondue avec  $H$ .

**3. Fonctionnement en diode.** — Sur certains tubes nous avons vérifié la loi en  $V^{3/2}$  et comparé la valeur expérimentale de  $j/V^{3/2}$  à la valeur théorique calculée à partir de la formule de Langmuir. C'est un

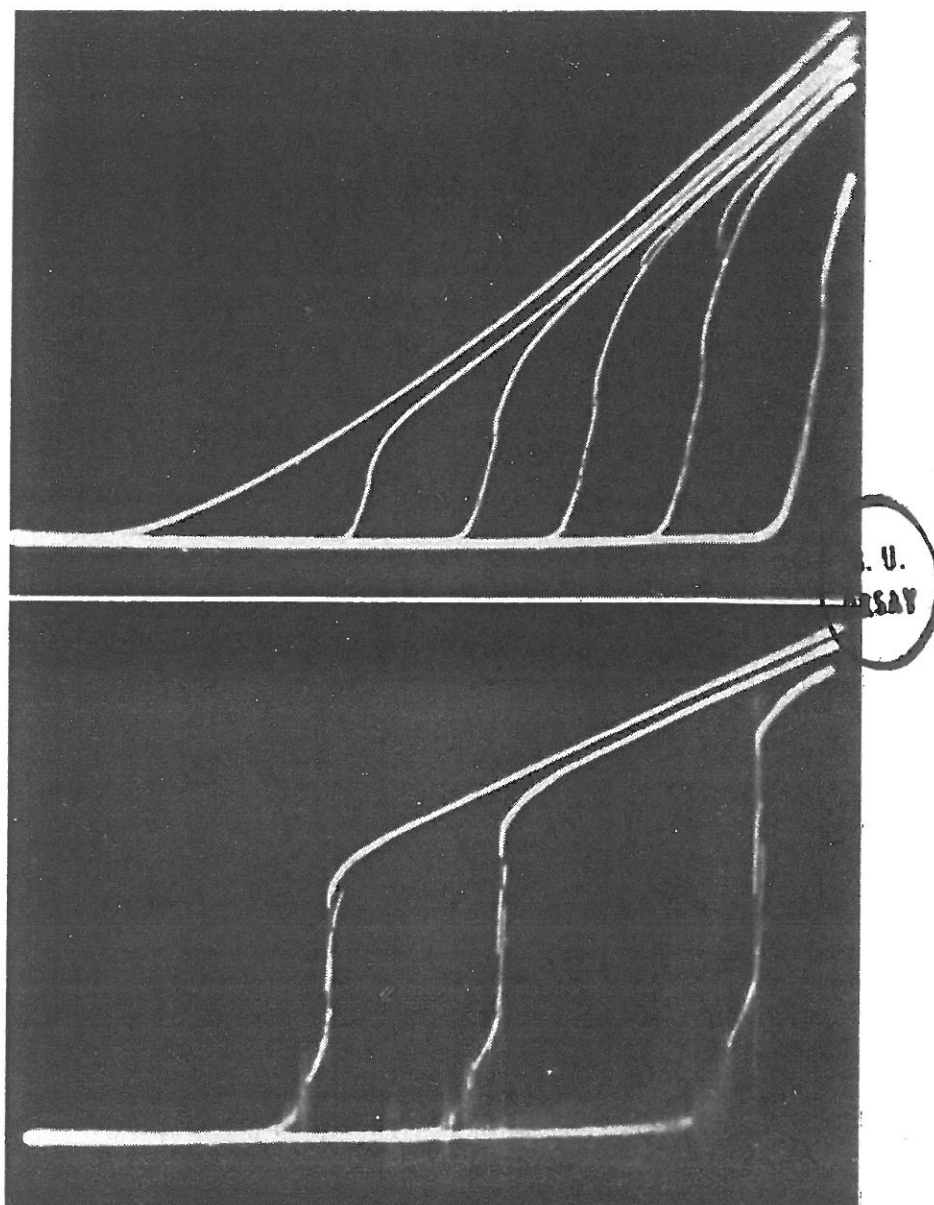


Fig. 26 et 27. — Caractéristiques  $i_p V_p$   
d'un magnétron pour des valeurs croissantes du champ magnétique.

moyen très utile pour vérifier que la cathode est en bon état sur toute sa surface. Nous n'avons conservé que les tubes pour lesquels les deux valeurs de  $j/V^{3/2}$  différaient de moins de 5 o/o.

**4. Etude de la coupure.** — Les figures 26 et 27 représentent les caractéristiques  $i_p v_p$  d'un des tubes. On a opéré sans commutateur en enregistrant seulement le courant reçu par l'anode centrale; les différentes courbes ont été obtenues en faisant varier  $H$  et photographiées sur une même plaque; la figure 26 représente les phénomènes pour des valeurs faibles de  $H$  depuis la valeur zéro; la figure 27 représente les phénomènes pour des valeurs plus fortes de  $H$ . Les données relatives à ces photos sont précisées dans le tableau IV qui constitue un répertoire des photos. On peut faire les remarques suivantes :

— au-dessus du potentiel de coupure les diverses caractéristiques tendent vers des courbes déduites par translation horizontale de la courbe en  $V^{3/2}$  obtenue pour  $H = 0$ ; c'est un résultat théorique bien connu énoncé notamment par Brillouin (14) qui précise de plus que l'écart avec la courbe de Langmuir est proportionnel à  $H^2$  ce qui se vérifie du moins grossièrement;

— la coupure devient plus raide au fur et à mesure que  $H$  croît ce qui est explicable; quand  $H$  est faible,  $V_{co}$  l'est aussi, et divers phénomènes parasites peuvent devenir plus importants (champs magnétiques parasites, vitesse initiale des électrons. ...);

— toutefois, la coupure n'est jamais aussi simple et brutale qu'on pourrait le prévoir; elle s'accompagne de phénomènes assez complexes (hystérésis, oscillations de haute fréquence...); certains peuvent être liés à l'existence de trois anodes et à des imperfections géométriques; nous l'ignorons;

— compte tenu des remarques précédentes, le potentiel de coupure suit assez bien la loi  $V_{co}/H^2 = \text{Cte}$  (à 1 ou à 2 o/o près en général); les valeurs théoriques et expérimentales de  $V_{co}/H^2$  diffèrent en général de moins de 5 o/o.

**5. Etude du courant résiduel.** — a) *Complexité des phénomènes.* — C'est une chose bien connue que dans la région de coupure on observe un courant résiduel dont l'explication est très délicate. En fait, quand on explore la caractéristique  $i_p v_p$  dans la région de coupure on observe des phénomènes parfois complexes. Les figures 28, 29, 30 en sont des exemples.

L'examen d'un grand nombre d'oscillogrammes de ce genre conduit aux remarques suivantes :

— le courant résiduel croît, en général, avec le potentiel et plus vite que celui-ci;

TABLEAU IV. — Répertoire des oscillogrammes.

N° de fig.	N° de tube	Electrodes	V <sub>0</sub>	ΔV	i <sub>H</sub>	i' <sub>H</sub>	i'' <sub>H</sub>	R <sub>0</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	Δi <sub>p</sub>	$\overline{\Delta i_p}$	$\overline{\Delta i_p / \Delta i_p}$	Remarque
26	6	A	80	100	0 1,5 1,8 2 2,2 2,4	0	0	3	0	0	47 10 <sup>-3</sup>			
27	6	A	290	94	2,99 3,2 3,5	0	0	1	0	0	130 10 <sup>-3</sup>			
28	6	A	200	100	5	2,3	0,71	2 000	0	0	50 10 <sup>-6</sup>	69 10 <sup>-3</sup>	7 10 <sup>-4</sup>	
29	5	A	190	100	5	0,6	1,6	10 000	0	0	3,7 10 <sup>-6</sup>	92 10 <sup>-3</sup>	0,4 10 <sup>-4</sup>	
30	8	A	267	100	4,5	0	0	10 000	0	0	13,5 10 <sup>-6</sup>	80 10 <sup>-3</sup>	1,7 10 <sup>-4</sup>	
33							2,1	10 000			4,5 10 <sup>-6</sup>		6,5 10 <sup>-4</sup>	α = 0
34							1,4	»			4,5 10 <sup>-6</sup>		6,5 10 <sup>-4</sup>	19'
35							0,7	»			9 10 <sup>-6</sup>		1,3 10 <sup>-4</sup>	38'
36							0	5 000	0	0	24 10 <sup>-6</sup>	69 10 <sup>-3</sup>	3,5 10 <sup>-4</sup>	57'
37							0,7	2 000			52 10 <sup>-6</sup>		7,5 10 <sup>-4</sup>	1°16'
38							1,4	»			75 10 <sup>-6</sup>		1,1 10 <sup>-3</sup>	1°35'
39							2,1	1 000			110 10 <sup>-6</sup>		1,6 10 <sup>-3</sup>	1°54'
40	12	A <sub>1</sub> A A <sub>2</sub>	50	100	4	0,5	0,42	500	100	100	300 10 <sup>-6</sup> 120 10 <sup>-6</sup> 400 10 <sup>-6</sup>	60 10 <sup>-3</sup> 30 10 <sup>-3</sup> 60 10 <sup>-3</sup>	5 10 <sup>-3</sup> 4 10 <sup>-3</sup> 6,7 10 <sup>-3</sup>	
43	13	A + A <sub>1</sub> + A <sub>2</sub>	102	20	4	0,1	0,8	1 000						f = 50
44	13	A + A <sub>1</sub> + A <sub>2</sub>	102	20	4	0,1	0,8	1 000						f = 1 000
45	13	A + A <sub>1</sub> + A <sub>2</sub>	102	20	4	0,1	0,8	1 000						f = 16 000

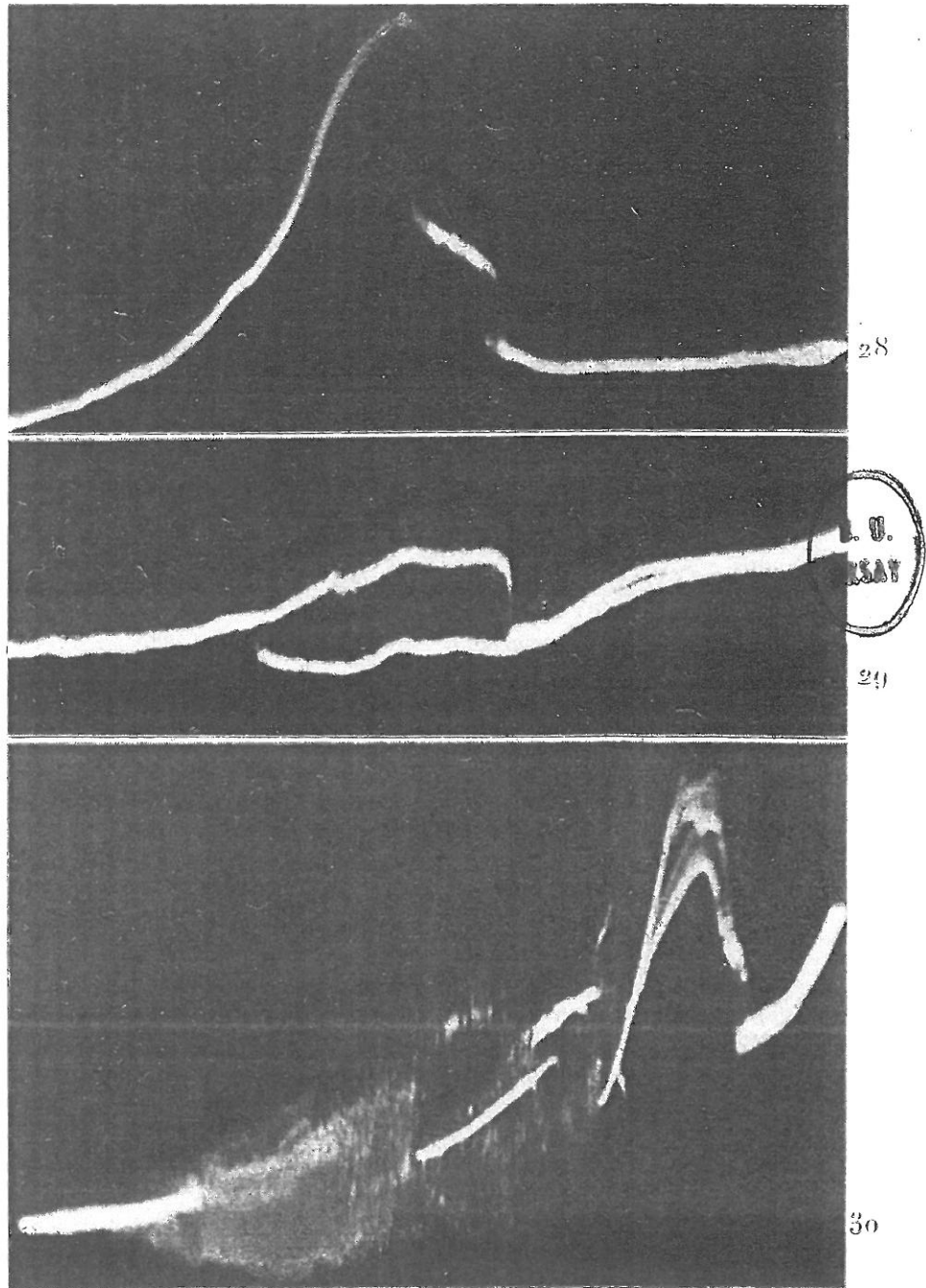


Fig. 28, 29 et 30. — Oscillogrammes du courant résiduel : si on ne prend pas de précaution les phénomènes qu'on observe sont très complexes.

— toutefois il subit des discontinuités pour certaines valeurs de  $v_p$  et au voisinage de ces discontinuités on a souvent  $di_p/dv_p < 0$  (fig. 28) ;

— les discontinuités se produisent toujours avec une légère hystérésis (fig. 28) ;

— on observe parfois mais rarement des hystérésis bien plus larges (fig. 29) pouvant atteindre la centaine de volts ;

— les oscillogrammes montrent de nombreuses oscillations ; on reconnaît sur certains (fig. 28 et 29) du bruit de fond dont on observe les composantes de basse fréquence et sur d'autres (fig. 30) des oscillations d'un type particulier qui semblent s'analyser comme des suites de transitions entre deux états statiques différents et également stables (ou instables) ;

— l'ordre de grandeur du courant résiduel est très variable quand on ne prend pas de précautions ; dans le tableau IV nous avons indiqué les valeurs de l'amplitude de courant  $\Delta i_p$  (hauteur de l'oscillogramme) effectivement observée et de celle  $\overline{\Delta i_p}$  qu'on obtiendrait dans les mêmes conditions d'après la formule de Langmuir si l'on supprimait le champ magnétique. Le calcul du rapport  $\Delta i_p/\overline{\Delta i_p}$  est un moyen grossier de comparer le courant résiduel aux courants qui circulent dans le tube ; on obtient des valeurs très variables, d'autant plus petites qu'on est plus loin de la coupure ;

— la densité du courant résiduel est toujours bien plus grande sur les anneaux de garde que sur l'anode centrale : un rapport de densités de l'ordre de 10 est une valeur courante.

b) *La loi  $m = \text{Cte.}$*  — On peut en faisant varier  $H$  (et simultanément  $V_0$ ) étudier comment varie le potentiel  $v$  auquel se produit une certaine discontinuité ; on constate alors que pour les discontinuités les mieux définies  $v$  varie comme  $H^2$  ; autrement dit le rapport  $m = v/V_{co}$  reste constant. Si l'on se reporte au chapitre III on voit que ceci veut dire que *chaque discontinuité du courant résiduel suivant cette loi se produit quand le rapport  $b/a$  du nuage électronique atteint une valeur déterminée.*

**6. Etude de la première transition.** — a) *Description.* — Nous avons constaté sur tous les tubes que nous avons étudiés que le début de la caractéristique donne lieu à des phénomènes relativement simples et reproductibles qui sont représentés sur la figure 31 ; la caractéristique commence par un arc  $C_0$  très régulier et pour une certaine valeur de  $v_p$  le courant résiduel tombe brusquement puis recommence à croître le long de l'arc  $C_1$ . Parfois la transition se fait en deux étapes comme indiqué sur la figure 32 ; l'oscillogramme de la figure 31 en est un exemple. Ce n'est que sur l'arc  $C_1$  que l'on observe les phéno-



mènes assez compliqués (hystérésis, instabilités...) tels que ceux représentés sur les figures 29 et 30. Cette transition suit toujours très bien la loi  $m = \text{Cte}$  (avec une précision de l'ordre de 2 à 3 o/o).

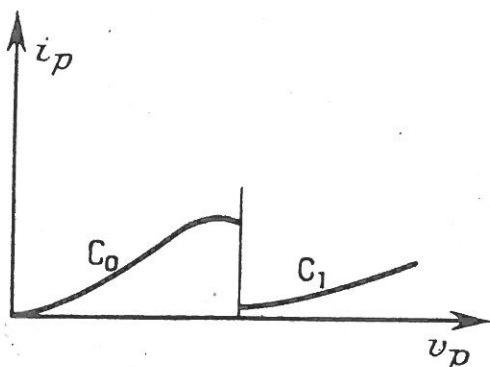


Fig. 31.

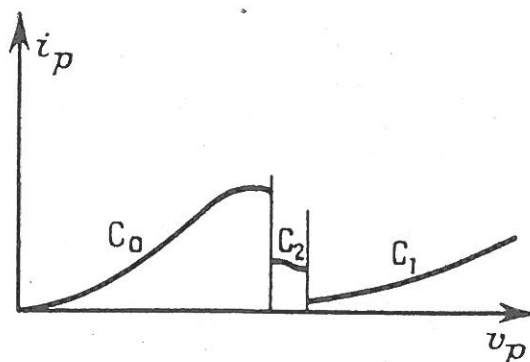
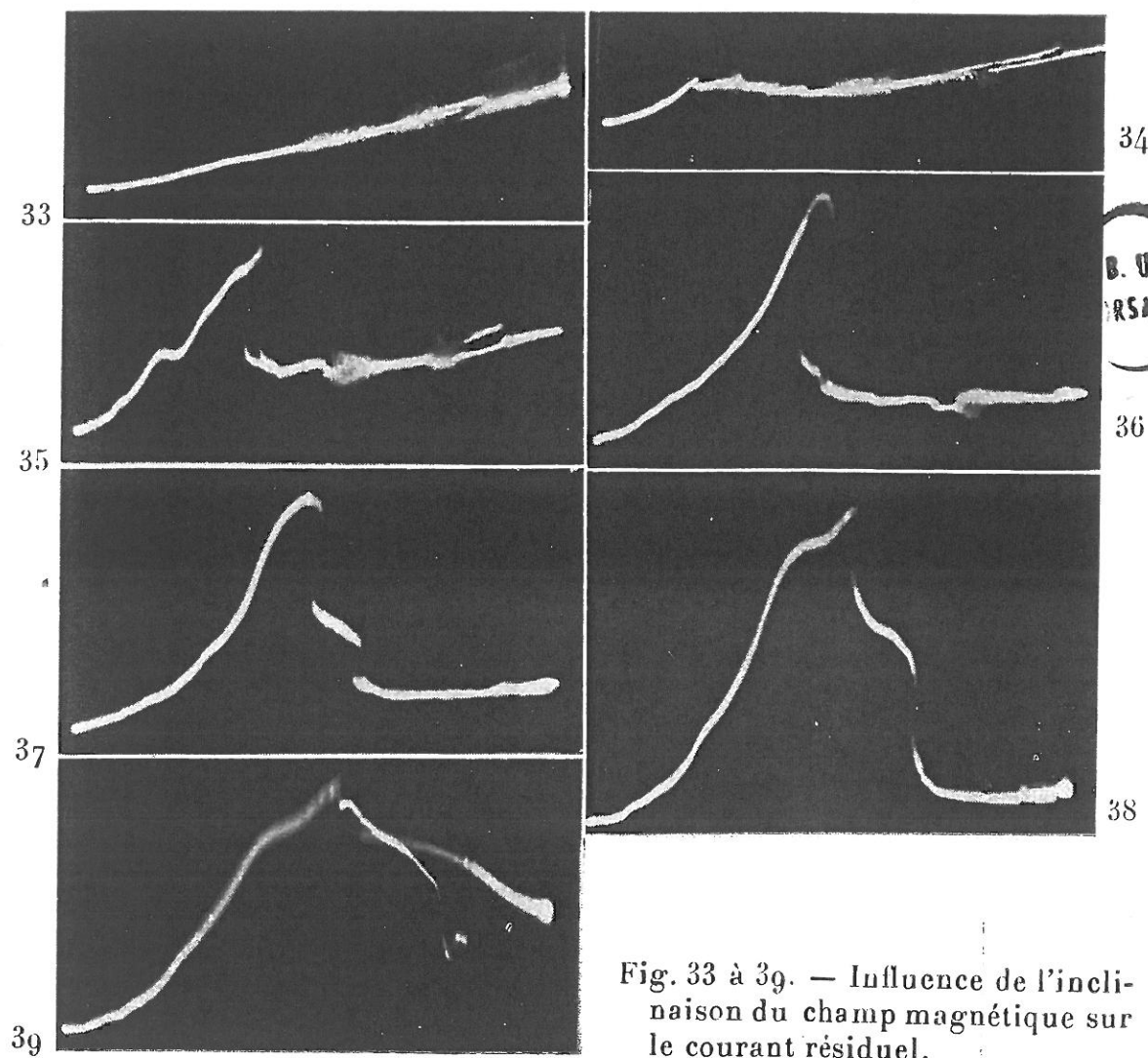


Fig. 32.

b) *Influence de l'inclinaison du champ magnétique.* — L'expérience montre que dans la région de cette première transition l'allure précise des phénomènes dépend fortement de l'orientation du champ magnétique : un tube étant monté de façon rigide dans le solénoïde et les valeurs de  $i_H$ ,  $V_0$  et  $\Delta V$  étant fixées, on constate que l'amplitude de la première transition change beaucoup quand on fait varier  $i_H'$  et  $i_H''$  ; en suivant le réglage sur l'oscillographe on peut trouver un couple de valeurs de  $i_H'$  et  $i_H''$  qui rendent le courant résiduel minimum et qui simplifient au maximum l'allure des phénomènes. Nous admettons, ce qui paraît évident, que le champ résultant ( $H + H' + H'' +$  champ terrestre) est alors parallèle à l'axe du magnétron. Le courant résiduel juste au-dessous de la transition est alors bien plus faible que quand on opère sans faire ce réglage ; on en conclut donc que, au moins dans cette région de la caractéristique une grande partie du courant résiduel est due à l'inclinaison du champ magnétique sur l'axe du magnétron. Pour préciser ceci on peut, ayant effectué le réglage précédent, faire varier l'un seulement des deux courants  $i_H'$  et  $i_H''$  ; on fait alors tourner le champ magnétique dans un plan passant par l'axe du magnétron. Les figures 33 à 39 montrent ce qu'on obtient quand on augmente progressivement l'angle  $\alpha$  de l'axe et du champ magnétique ; on y remarque que pour  $\alpha = 0$  le courant résiduel semble suivre la loi d'Ohm (au bruit de fond près) et a une valeur très faible ; la résistance du tube est alors d'environ 45 mégohms. C'est l'ordre de grandeur qu'on peut attendre des résistances d'isolement du tube ; autrement dit, il semble que dans cette région de la caractéristique le courant résiduel se compose d'un courant de fuite ohmique et d'un courant dû à l'inclinaison de l'axe et du champ magnétique ; de plus, ce deuxième courant semble à peu près



proportionnel à  $\alpha$ ; une inclinaison d'un degré fait apparaître un courant supplémentaire environ quatre fois supérieur au courant de fuite. Pour  $\alpha = 2^\circ$  l'état du magnétron paraît entièrement bouleversé. Si l'on regarde en détail la déformation de la caractéristique au fur et à mesure que  $\alpha$  augmente on constate que c'est surtout pour des potentiels inférieurs au potentiel de transition que le tube est sensible de façon critique aux variations de  $\alpha$ : l'arc  $C_0$  se déforme très rapidement quand  $\alpha$  varie: au contraire l'arc  $C_1$  reste pratiquement inchangé tant que  $\alpha$  reste inférieur à 1 degré. L'expérience démontre donc l'existence de deux états de propriétés très différentes. En fait, on observe souvent comme sur la figure 37, un état intermédiaire et parfois deux. Quand  $\alpha$  atteint des valeurs de l'ordre de deux degrés des phénomènes d'hystérésis apparaissent souvent; ils sont liés à l'existence de nouveaux états du magnétron: il y a un changement brusque de l'allure des phénomènes quand on passe de la figure 38 à la figure 39; l'arc  $C_1$  a presque complètement disparu et est remplacé

par un nouvel arc  $C'_1$ . Il est intéressant d'étudier les variations du potentiel pour lequel se produit la première transition ( $C_0 \leftrightarrow C_2$ ) en fonction de  $\alpha$ . Il est alors préférable pour déterminer les potentiels de transition de manière plus sûre de les relever sur un oscillogramme où l'on a observé en même temps le courant sur les trois anodes tel que celui de la figure 40; l'emploi du commutateur nuit à l'ob-

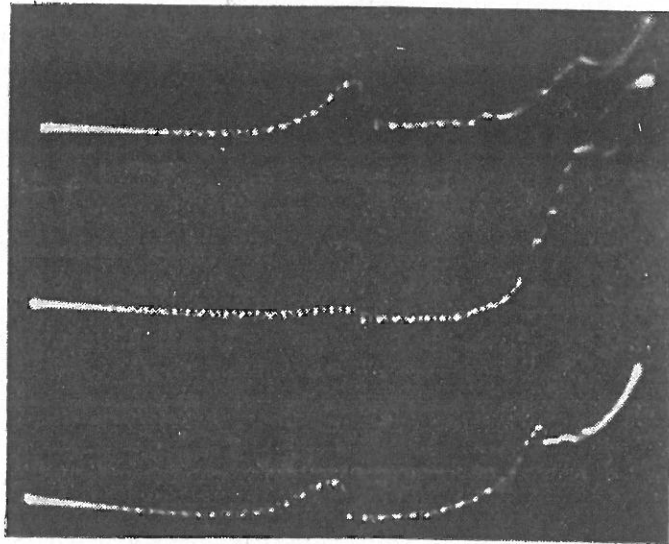


Fig. 40.

servation des détails (tels que les états intermédiaires) mais le rapprochement des trois courbes rend la lecture des tensions plus sûre et permet de vérifier le bon fonctionnement du tube. Il est commode de caractériser la position de la transition par la valeur du rapport  $m = v/V_{co}$  et de tracer la courbe donnant  $m$  en fonction de  $\alpha$ ; on obtient en général une courbe assez symétrique ayant l'allure représentée sur la figure 41; sa partie centrale est assez mal déterminée (le courant résiduel est très faible dans cette région) mais l'indétermination qui en résulte sur l'ordonnée  $m_0$  du sommet est assez faible (2 ou 3 o/o); or  $m_0$  est le résultat le plus intéressant.

c) *Durée de la transition.* — Pour mesurer grossièrement la durée de la transition, nous avons réuni ensemble les trois anodes, placé sur le culot une résistance de charge unique et relié ses bornes aux bornes d'entrée de l'oscillographe par un câble coaxial; nous avons alors exploré un tout petit intervalle  $V_0 - \Delta V$ ,  $V_0 + \Delta V$  contenant la transition. Si l'on fonctionne en « Lissajous » comme nous le faisons d'habitude, on observe un cycle très étroit (cf. fig. 42); il est plus

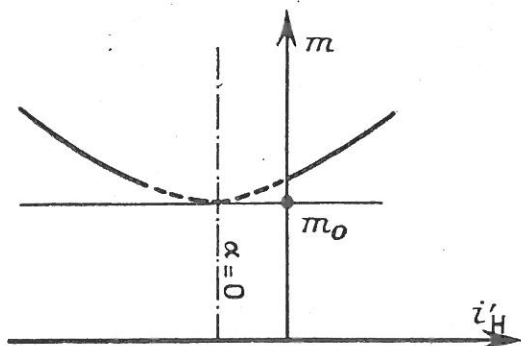


Fig. 41.

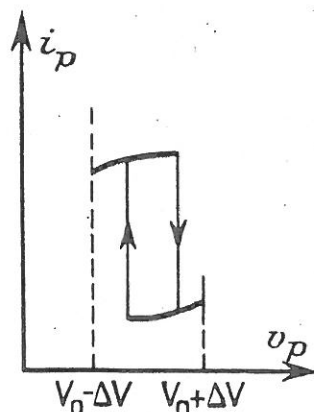


Fig. 42.

commode d'utiliser alors pour l'observation le balayage de l'oscillographe; on obtient alors un oscillogramme crénelé; les créneaux

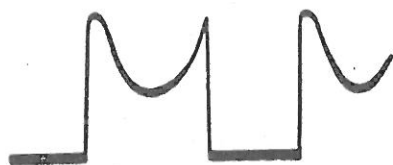


Fig. 43.

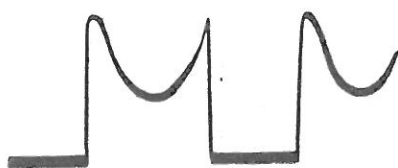


Fig. 44.

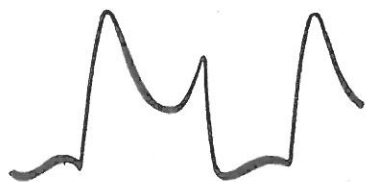


Fig. 45.

sont très nets si le temps de transition est court devant la période de balayage; mais quand on raccourcit cette période on s'aperçoit que la transition n'est pas instantanée et on peut évaluer sa durée; les figures 43, 44, 45 représentent la même transition mais avec une fréquence de balayage de plus en plus élevée. Sur la dernière on peut évaluer la durée de la transition  $\tau_0$ :

$$2\mu \text{ sec.} < \tau_0 < 4\mu \text{ sec.}$$

On peut se demander si ces temps ne sont pas dus au circuit et à l'oscillographe; pour le voir nous avons, sans rien changer au circuit, remplacé le tube par un générateur de signaux rectangulaires; on s'aperçoit alors facilement que le temps de montée de l'ensemble

circuit, oscillographe est nettement inférieur à la microseconde;  $\tau_0$  représente donc bien la durée de la transition elle-même. Dans certains cas, on constate que la transition est plus rapide dans un sens que dans l'autre.

7. **Discussion et interprétation des résultats.** — Les expériences qui précèdent mettent en évidence plusieurs états du magnétron doués de propriétés différentes; le plus simple est celui que l'on obtient pour de faibles valeurs de  $v_p$ ; cet état  $C_0$  est caractérisé par une très forte sensibilité à l'inclinaison du champ magnétique  $H$ : des variations de cette inclinaison de l'ordre de 2 à 3 minutes ont sur lui une action décelable. Il est logique d'assimiler ce régime au régime de Brillouin; en effet, un champ  $H$  incliné produit sur les électrons une force parallèle à l'axe; si l'inclinaison est faible cette force est faible, elle ne peut avoir une influence notable que si son effet dure sur chaque électron pendant un intervalle de temps assez long; seul le régime de Brillouin remplit cette condition. *La première transition correspond donc fort probablement à la disparition du régime de Brillouin et à la formation d'un régime bidromique.* Le régime  $C_1$  peu sensible à l'inclinaison du champ magnétique serait donc le régime bidromique simple  $B_1$  et le régime intermédiaire  $C_2$  serait le régime bidromique  $B_2$ . Il est intéressant de comparer la durée de la transition à la période de révolution des électrons en régime de Brillouin; dans l'expérience citée au paragraphe précédent, on avait :

période de révolution : 0,01  $\mu$  sec.

durée de transition : 3  $\mu$  sec.

La transition est donc relativement lente comparée aux mouvements individuels des électrons, mais ceci ne nous paraît pas une objection à notre interprétation car l'évolution rapide du plasma d'un état statique vers un autre doit s'accompagner d'oscillations qui peuvent n'être que peu amorties.

Revenons maintenant sur la valeur  $m_0 = v/V_{co}$  caractéristique de la transition; les valeurs trouvées expérimentalement ont été indiquées dans le tableau III; nous y avons encadré les résultats les mieux établis; on remarque donc que :

a) *la transition est bien reproductible sur les tubes de rapport  $c/a = 7,14$ ;*

b) *la transition est observable, mais moins bien reproductible sur les tubes de rapport  $c/a = 4,84$ ;*

c) *les tubes de rapport  $c/a < 4$  ne donnent pas de résultats très nets.*

Les résultats que nous avons énoncés au paragraphe 6 se rapportaient en fait aux deux premiers types de tubes; on voit clairement sur les oscillogrammes correspondants que le courant résiduel a deux causes très différentes, l'une est l'inclinaison du champ, elle se manifeste quand le magnétron est en régime de Brillouin, l'autre nous est inconnue, mais elle se manifeste surtout quand on approche de la coupure; on détecte facilement dans cette région des oscillations de

haute fréquence. Sur les tubes de rapport 7,14, les deux phénomènes sont bien séparés et correspondent à deux régions distinctes de la caractéristique. En effet, comme nous allons le voir, il y a tout lieu de penser que la transition se produit quand le rapport  $b/a = 2$ ; c'est-à-dire à de faibles valeurs de  $m$ . Pour les tubes de rapport 4,84 les deux zones sont déjà moins bien séparées. Enfin, pour les tubes de rapport  $c/a < 4$ ,  $b/a$  est égal à 2 pour  $m > 0,5$  et les deux zones se recouvrent; les phénomènes sont alors plus complexes et notre méthode ne fournit pas de résultats très nets.

En définitive, nous pouvons, en faisant la moyenne des résultats du tableau III conserver les résultats suivants :

$$\begin{array}{ll} m_0 = 0,24 & \text{pour } c/a = 7,14 \\ m_0 = 0,35 & \text{pour } c/a = 4,84. \end{array}$$

Nous allons voir que ces valeurs se relient à la théorie présentée au chapitre III; nous y avons vu que pour  $b/a < 2$  le régime de Brillouin est le seul possible; pour  $b/a > 2$  un ou plusieurs régimes bidromiques sont également possibles; or nous avons donné (III, 9) le moyen de calculer  $b/a$  en fonction de  $m$  pour un tube de valeur  $c/a$  donnée: le résultat est fourni par l'équation (55) en régime de Brillouin et par l'équation (56) en régime bidromique; ces deux équations sont d'ailleurs identiques pour  $b/a = 2$  car on a alors  $h\left(\frac{b}{a}\right) = 1$ . Nous pouvons donc établir un diagramme  $\left(\frac{c}{a}, m\right)$  pour repérer les états des divers tubes et tracer dessus la courbe  $b/a = 2$  (fig. 46). Si

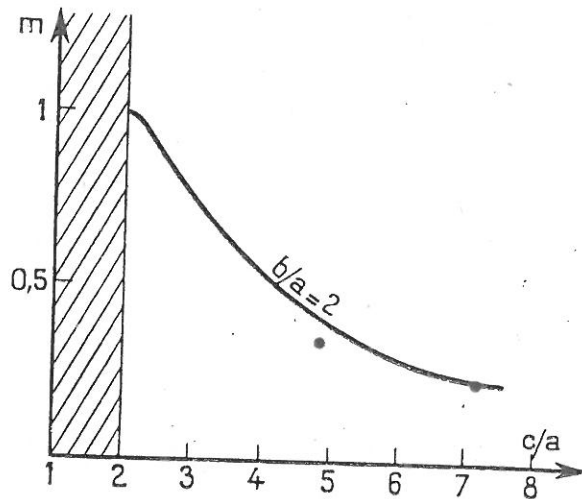


Fig. 46.

on reporte sur ce diagramme les valeurs expérimentales trouvées pour  $m_0$  on remarque qu'elles se placent assez bien sur la courbe  $b/a = 2$ ; d'où la conclusion suivante: *toutes les fois qu'un régime bidromique est possible il s'établit plutôt que le régime de Brillouin*.

loun; le régime de Brillouin se produit quand il est le seul possible.

Pour terminer cette discussion, nous pouvons rappeler les résultats théoriques suivants relatifs à la transmission  $B_0 \rightleftharpoons B_1$  quand elle se produit pour  $b/a = 2$  :

— la position de la surface de coupure est la même pour les deux régimes;

— la charge d'espace totale est la même pour les deux régimes;

— l'énergie cinétique totale du nuage est plus grande dans l'état  $B_1$  que dans l'état  $B_0$  (la différence est d'environ 20 o/o).

On en conclut donc que la plus grande stabilité du régime  $B_1$  ne s'explique pas par des raisons énergétiques; on peut toutefois remarquer que pour des tensions légèrement supérieures à la tension de transition on a toujours :

$$W_1 > W_0$$

mais on a :

$$Q_1 < Q_0.$$

## V. — THÉORIE DES AUTRES TYPES DE MAGNÉTRONS (1)

1. Equations générales des charges d'espace du type magnétron. — Avant d'aborder les divers autres modèles que nous avons annoncés au chapitre II, nous pouvons étudier le cas général : les charges d'espaces du type magnétron peuvent être rapportées à un système de coordonnées curvilignes  $u_1, u_2, u_3$ ; les lignes  $u_1$  sont les lignes de force du champ électrique et les lignes  $u_2$  celles du champ magnétique; les lignes  $u_3$  peuvent, par analogie avec le cas de Hull être appelées lignes de Brillouin. Les éléments de longueurs dans ces trois directions sont :

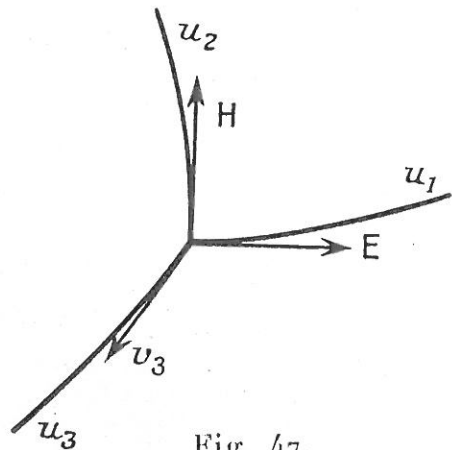


Fig. 47.

$$ds_1 = h_1 du_1 \quad ds_2 = h_2 du_2 \quad ds_3 = h_3 du_3. \quad (60)$$

Les surfaces  $u_1 = \text{Cte}$  sont les équipotentiels du champ électrique, l'une d'entre elles est la cathode d'équation :

$$u_1 = a. \quad (61)$$

(1) Dans ce chapitre les formules sont écrites en u. e. m.

Si nous négligeons le champ magnétique dû aux électrons le champ magnétique dérive lui aussi d'un potentiel  $W$  ; les équipotentielles sont les surfaces  $u_2 = \text{Cte}$  et l'on a la relation :

$$H = - \frac{1}{h_2} \frac{dW}{du_2}. \quad (62)$$

Les équations de la charge d'espace s'écrivent :

$\frac{1}{2} m v^2 = eV$	}	équations dynamiques	(63)
$\text{rot } \vec{mv} = e\vec{H}$		(64)	
$\text{div } \rho\vec{v} = 0$	}	équations électriques	(65)
$\Delta V = \frac{4\pi\rho}{\epsilon_0}$		(66)	

L'équation générale (64) est valable pour tout faisceau d'électrons émis sans vitesse initiale à partir d'une cathode sur laquelle il n'y a pas de champ magnétique normal (cf. par exemple Gabor (15)). Sous forme explicite les équations de la charge d'espace s'écrivent :

$$\frac{1}{2} m(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2) = eV \quad (67)$$

$$\frac{\partial}{\partial u_2} (h_3 m v_3) - \frac{\partial}{\partial u_3} (h_2 m v_2) = 0 \quad (68)$$

$$\frac{1}{h_3 h_1} \frac{\partial}{\partial u_3} (h_1 m v_1) - \frac{\partial}{\partial u_1} (h_3 m v_3) = eH \quad (69)$$

$$\frac{\partial}{\partial u_1} (h_2 m v_2) - \frac{\partial}{\partial u_2} (h_1 m v_1) = 0 \quad (70)$$

$$\frac{\partial}{\partial u_1} (h_2 h_3 \rho v_1) + \frac{\partial}{\partial u_2} (h_3 h_1 \rho v_2) + \frac{\partial}{\partial u_3} (h_1 h_2 \rho v_3) = 0 \quad (71)$$

$$\frac{1}{h_1 h_2 h_3} \frac{\partial}{\partial u_1} \left( \frac{h_3 h_3}{h_1} \frac{dV}{du_1} \right) = \frac{4\pi\rho}{\epsilon_0}. \quad (72)$$

On pourrait se proposer d'éliminer  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$  entre les quatre équations dynamiques afin d'obtenir une relation entre  $V$ ,  $H$  et les coordonnées (relation de coupure) ; l'opération ne réussit pas en général car les équations (68), (69) et (70) ne s'intègrent pas. Nous allons plutôt rechercher dans quelles conditions il existe un régime singulier de Brillouin c'est-à-dire dans lequel on a en tous points :

$$v_1 = v_2 = 0.$$



Dans ce cas les équations s'écrivent :

$$\frac{1}{2} m v_3^2 = eV \quad (73)$$

$$\frac{\partial}{\partial u_2} (h_3 m v_3) = 0 \quad (74)$$

$$\frac{\partial}{\partial u_1} (h_3 m v_3) = - e h_3 h_1 H \quad (75)$$

$$\frac{\partial}{\partial u_3} (h_1 h_2 \rho v_3) = 0 \quad (76)$$

$$\frac{\partial}{\partial u_1} \left( \frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{dV}{du_1} \right) = \frac{4\pi\rho}{\epsilon_0} \quad (77)$$

L'équation (75) peut alors s'intégrer : on obtient, compte tenu de la condition  $v_3 = 0$  pour  $u_1 = a$  :

$$h_3 m v_3 = - \int_a^{u_1} e h_3 h_1 H du_1$$

ou :

$$(2meV)^{1/2} = - \frac{1}{h_3} \int_a^{u_1} e h_3 h_1 H du_1 \quad (78)$$

Pour que cette formule ait un sens il faut que le deuxième membre soit fonction de  $u_1$  seulement. Or la formule (74) nous impose la condition :

$$\frac{\partial h_3}{\partial u_2} = 0 \quad (79)$$

Nous pouvons supposer de plus que l'on a :

$$\frac{\partial h_3}{\partial u_1} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial h_3}{\partial u_3} = 0 \quad (80)$$

Dans les deux cas (78) aura un sens si :

$$h_1 H = f(u_1) \quad (81)$$

Mais nous devons avoir par ailleurs d'après (62) :

$$h_2 H = g(u_2) \quad (82)$$

Il est facile de voir que ces deux dernières équations imposent à  $h_1$ ,  $h_2$  et  $H$  deux conditions supplémentaires qui s'écrivent :

$$\frac{\partial h_1}{\partial u_2} \frac{\partial H}{\partial u_3} - \frac{\partial h_1}{\partial u_3} \frac{\partial H}{\partial u_2} = 0 \quad (83)$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial u_1} \frac{\partial H}{\partial u_3} - \frac{\partial h_2}{\partial u_3} \frac{\partial H}{\partial u_1} = 0. \quad (84)$$

En résumé, nous avons obtenu les 4 conditions (79), (80), (83), (84) comme conditions nécessaires de l'existence d'un régime de Birlouin. Comme nous l'avons dit plus haut, il est très difficile d'énoncer des règles d'existence pour les régimes bidromiques. Nous allons donc étudier pour terminer trois cas particuliers.

2. **Théorie du magnétron de Hull inversé.** — a) *Intégration de l'équation fondamentale.* — Il y a très peu de choses à changer dans la théorie du magnétron classique pour étudier le modèle inversé. Nous appelons toujours  $a$  le rayon de la cathode,  $b$  celui de la surface de coupure et  $c$  celui de l'anode ; on a maintenant en régime de coupure :

$$a > b > c.$$

Dans un régime monodromique on doit donc supposer  $r < 0$  ; les équations (1), (2) et (3) sont inchangées tandis que (4) s'écrit :

$$r r \rho = -j/2\pi \quad (85)$$

si on suppose toujours  $j > 0$  ; les équations qui suivent sont inchangées ; on peut encore introduire la fonction  $V$  par l'équation (10) mais on a maintenant :

$$\dot{r} = -U^{1/2}. \quad (86)$$

Les deux changements de signe introduits dans les équations (85) et (86) se compensent quand on écrit l'équation différentielle en  $U$  ; en définitive, on est ramené à la même équation fondamentale (19) ; avec les mêmes conditions aux limites. Mais on étudie cette fois ses intégrales pour des valeurs négatives de  $t$ . Nous avons appliqué les mêmes méthodes que précédemment et obtenu le réseau d'intégrales représentées sur la figure 48. Les figures 49 et 50 représentent les deux principaux résultats intéressants :

la relation entre  $s$  et  $b/a$  (fig. 49) ;

la relation entre  $y'$  et  $b/a$  (fig. 50).

Les phénomènes sont beaucoup plus simples que dans le type direct : quand  $\frac{9}{4}s^2$  varie de 0 à  $\infty$ ,  $b/a$  varie régulièrement de 0 à 1 ; autrement dit, pour toute valeur de  $b/a$  il peut exister un régime bidromique et un seul.

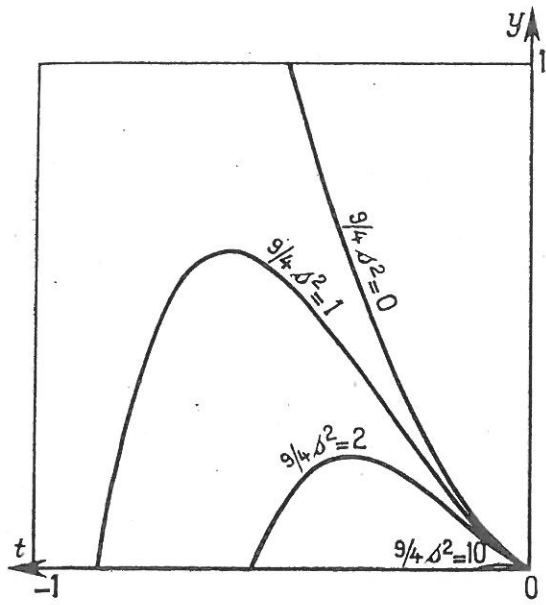


Fig. 48.

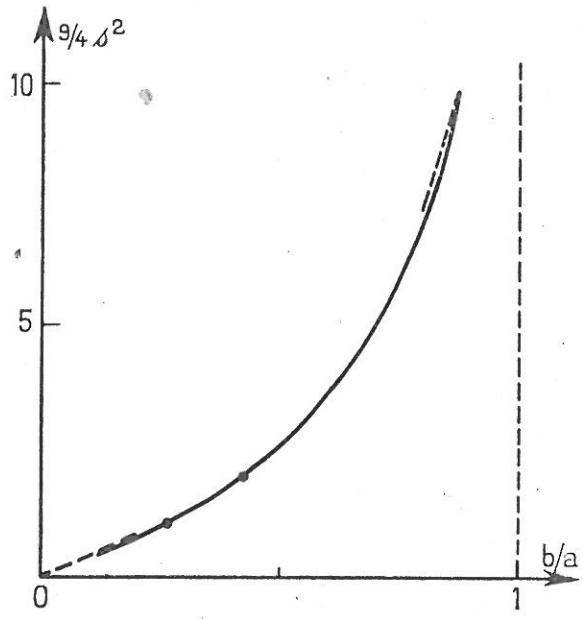


Fig. 49.

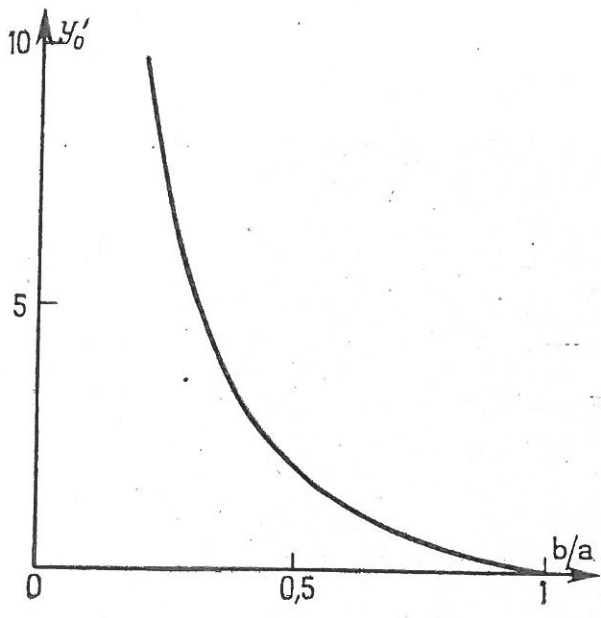


Fig. 50.

b) *Propriétés physiques des divers régimes.* — Toutes les formules données au chapitre III (§ 6 et 7) peuvent s'appliquer au type inversé si on introduit, quand il y a lieu, les valeurs de  $s$  et de  $y'$  représentées sur les figures 49 et 50. La figure 51 indique à titre d'exemple le résultat obtenu en comparant les charges d'espace totales de deux nuages ayant même valeur de  $a$ ,  $b/a$ , et  $\Omega$  mais étant, l'un en régime de Brillouin et l'autre en régime bidromique. Enfin,

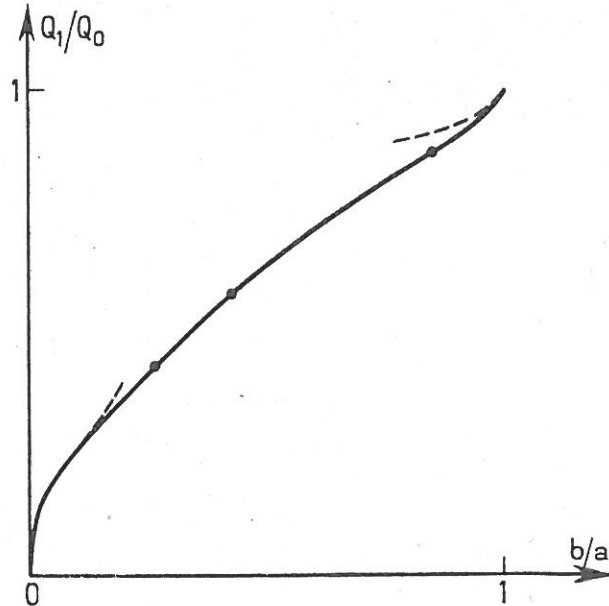


Fig. 51.

il est évident que les lois de similitudes énoncées précédemment (III, 8) sont valables pour le type inversé.

c) *Passages aux cas-limites  $b/a = 0$  et  $b/a = 1$ .* On peut préciser l'allure des phénomènes pour des valeurs de  $b/a$  voisines de 0 ou 1.

Pour  $b/a \sim 0$  le calcul est effectué dans l'appendice IV de notre thèse de doctorat et fournit les relations :

$$\frac{9}{4}s^2 = \left(6A' \operatorname{Log}_e \frac{b}{a} + B'\right) \left(\frac{b}{a}\right)^2. \quad (87)$$

$$y'_0 \sim 2A \left(\frac{a}{b}\right)^2 \operatorname{Log}_e \left(\frac{b}{a}\right) \quad (88)$$

$$A' = -1,8204 \quad (89)$$

$$B' = 0,42058. \quad (90)$$

Pour  $b/a \sim 1$  le calcul est analogue à celui fait pour le type direct, mais il montre alors que le régime bidromique tend vers un régime bidromique de magnétron plan infiniment mince; les complications

signalées pour le type direct ne se produisent pas ; les calculs conduisent alors aux formules :

$$\frac{9}{4} s^2 \sim \left( \frac{3\pi}{2 \operatorname{Log} \frac{b}{a}} \right)^{2/3} \quad (91)$$

$$y'_0 = \left( \frac{29}{8} \right)^{1/2} \pi^{-1/3} \left( \frac{2}{3} \operatorname{Log} \frac{a}{b} \right)^{5/6}. \quad (92)$$

3. Théorie du magnétron à champ circulaire. — a) *Equations générales.* — Soit  $H = H_0 = \frac{A}{r}$  le champ magnétique ; les équations de la charge d'espace s'écrivent pour un régime monodromique :

$$v_r^2 + v_z^2 = \frac{2e}{m} V \quad (93)$$

$$m \frac{dv_z}{dr} = -e \frac{A}{r} \quad (94)$$

$$2\pi r \rho v_r = j \quad (95)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dV}{dr} \right) = \frac{4\pi\rho}{\epsilon_0}. \quad (96)$$

Il est en effet facile de voir que les électrons circulent dans les plans méridiens ; nous avons donc fait dans les équations générales du paragraphe 1 :  $u_1 = r$ ,  $u_2 = \theta$ ,  $u_3 = z$ ,  $v_\theta = 0$ ,  $\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$ . L'équation (94) s'intègre pour donner :

$$v_z = -\frac{Ae}{m} \operatorname{Log} \left( \frac{r}{a} \right). \quad (97)$$

En reportant cette expression dans (93) on obtient la condition de coupure :

$$V \geq \frac{A^2 e}{2m} \operatorname{Log}^2 \left( \frac{r}{a} \right). \quad (98)$$

Le régime de Brillouin s'obtient à la limite quand (98) est une égalité ; dans ce régime on a  $v_r = 0$ , les trajectoires sont des droites parallèles à l'axe. Laissons de côté cette solution singulière et posons :

$$U = v_r^2 = \frac{2e}{m} V - \left[ \frac{Ae}{m} \operatorname{Log} \left( \frac{r}{a} \right) \right]^2 \quad (99)$$

$$r = ae^x \quad (100)$$

d'où :

$$\frac{2e}{m} V = U + \frac{A^2 e^2}{m^2} x^2$$

l'équation (96) s'écrit :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d^2 V}{dx^2} = \frac{4\pi\rho}{\epsilon_0}$$

ou :

$$\frac{d^2 U}{dx^2} + 2 \frac{A^2 e^2}{m^2} = \frac{2e}{m} \frac{4\pi\rho}{\epsilon_0} r^2$$

soit, compte tenu de (95) :

$$\frac{d^2 U}{dx^2} = \left(4 \frac{e}{m} \frac{j}{\epsilon_0} a\right) e^x U^{-1/2} - \frac{2A^2 e^2}{m^2}.$$

Posons enfin :

$$U = ky \tag{101}$$

avec :

$$k = \left(4 \frac{e}{m} \frac{j}{\epsilon_0} a\right)^{2/3} \tag{102}$$

nous obtenons :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\Theta^x}{\sqrt{y}} - \lambda^2 \tag{103}$$

$$\lambda^2 = \frac{2A^2 e^2}{m^2} \left(4 \frac{e}{m} \frac{j}{\epsilon_0} a\right)^{-2/3} \tag{104}$$

Le calcul est très analogue à celui fait pour le magnétron de Hull<sup>6</sup>; nous obtenons encore une équation dépendant du seul paramètre  $\lambda^2$ ; il existe donc des règles de similitude.

b) *Théorie du type direct* ( $x > 0$ ). — Le réseau des intégrales obtenues pour  $x > 0$  est représenté sur la figure 52.

On peut faire les remarques suivantes :

1°  $y$  ne s'annule jamais ailleurs qu'à l'origine et ce, quel que soit  $\lambda$ ; ceci est apparent sur la figure, et on peut le démontrer rigoureusement. Autrement dit les *régimes bidromiques sont toujours impossibles*; le seul régime de coupure possible est le régime de Brillouin et ce, pour toute valeur de  $b/a$ ;

2° le réseau présente une allure très complexe car les diverses courbes se coupent; nous avons tracé sur la figure 52 les arcs  $E_1, E_2, E_3, E_4$  qui sont des enveloppes des courbes du réseau; la considération de ces courbes est très intéressante car elles déterminent des régions dans lesquelles le nombre des intégrales passant par un même point, est constant. Quand ce nombre est supérieur à un, on en conclut qu'il existe plusieurs régimes monodromiques distincts correspondant à des conditions expérimentales données. En réalité, les données expérimentales sont  $A, V$  et  $x$  et il est facile de voir que

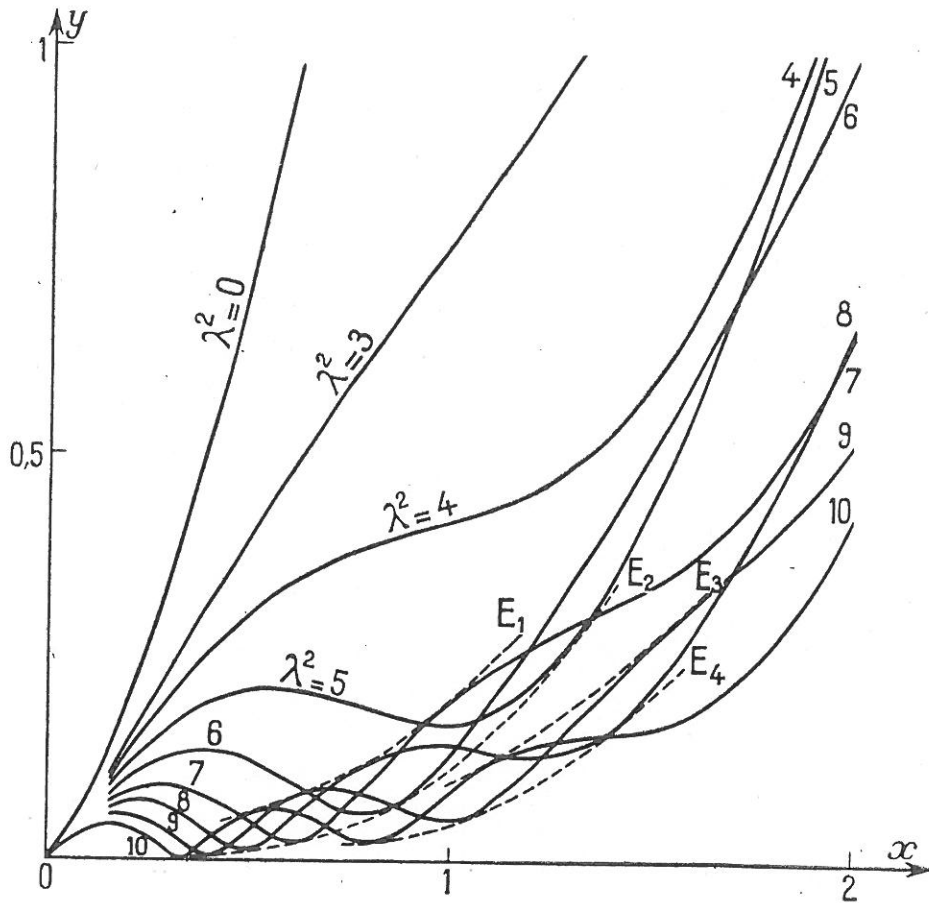


Fig. 52.

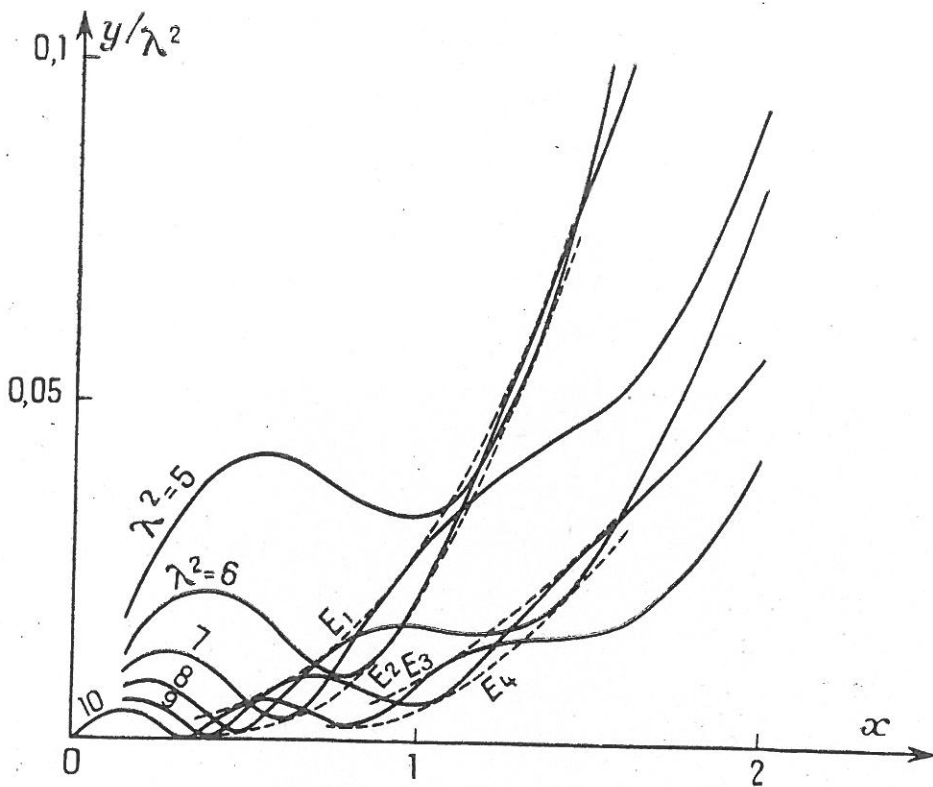


Fig. 53.

le réseau de la figure 52 est inadapté à cette discussion ; en effet, on a d'après les formules (99) à (103) :

$$\frac{2e}{m} V = \frac{2A^2 e^2}{m^2} \left( \frac{y}{\lambda^2} + \frac{x^2}{2} \right). \quad (106)$$

Par conséquent se donner  $A$ ,  $x$  et  $V$  revient à se donner  $A$ ,  $x$  et  $\frac{y}{\lambda^2}$  ; nous devons construire le réseau des intégrales en portant en ordonnée  $y/\lambda^2$  et non pas  $y$  ; c'est ce qui est fait sur la figure 53 ; on y voit

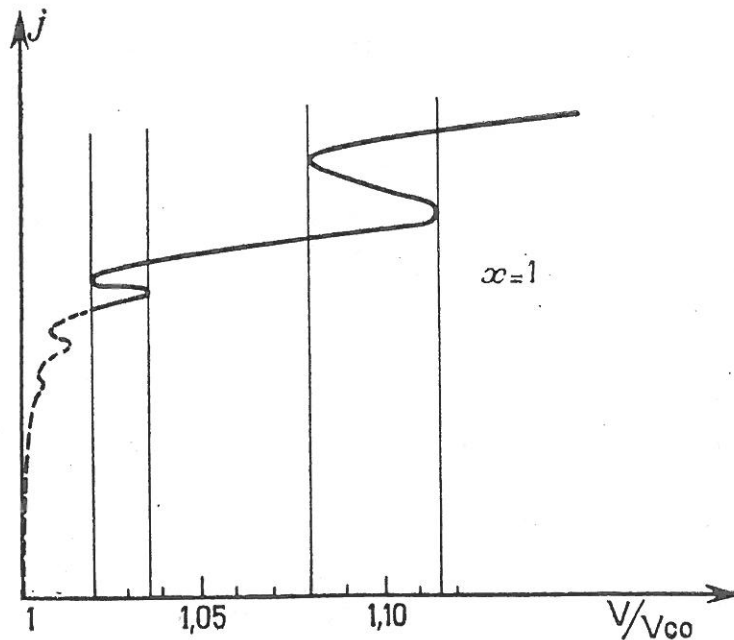


Fig. 54.

que le changement d'ordonnées n'a pas affecté beaucoup la nature des conclusions et nous pouvons préciser :

- dans le domaine situé au-dessus de  $E_1$  il n'y a qu'un seul régime monodromique possible ;
- dans le domaine compris entre  $E_1$  et  $E_2$  il y a trois régimes monodromiques possibles correspondant à des valeurs différentes de  $\lambda^2$ , c'est-à-dire à des valeurs différentes du courant  $j$  ;
- dans le domaine compris entre  $E_2$  et  $E_3$  il n'y a à nouveau qu'un seul régime monodromique possible ;
- dans le domaine compris entre  $E_3$  et  $E_4$  il y a trois régimes monodromiques possibles ;
- il est probable que les courbes  $E_1$  et  $E_2$  d'une part,  $E_3$  et  $E_4$  d'autre part, se rencontrent du côté droit de la figure si bien que les



régions à trois régimes disparaissent quand  $x$  est assez grand ; il est également probable que le domaine compris en dessous de  $E_4$  comporte une série de régions où l'on a alternativement un et trois régimes possibles ; mais nos calculs numériques n'ont pas été assez développés pour permettre de préciser ces deux points.

Nous pouvons pour terminer donner l'allure de la caractéristique  $i_p v_p$  dans la région de débit ; la figure 54 représente ce qu'on a obtenu dans un cas typique ( $\frac{c}{a} = 2,72$ ) ; on a supposé pour l'obtenir qu'on se déplaçait sur la droite  $x = 1$  du réseau de la figure 53 et utilisé les deux formules pratiques :

$$\frac{V}{V_{co}} = 1 + \frac{2}{x^2} \frac{y}{\lambda^2}$$

$$j \sim (\lambda^2)^{-2/3}.$$

c) *Théorie du type inversé.* — Le type inversé ( $x < 0$ ) donne des résultats beaucoup plus simples ; le réseau d'intégrales est représenté sur la figure 55.

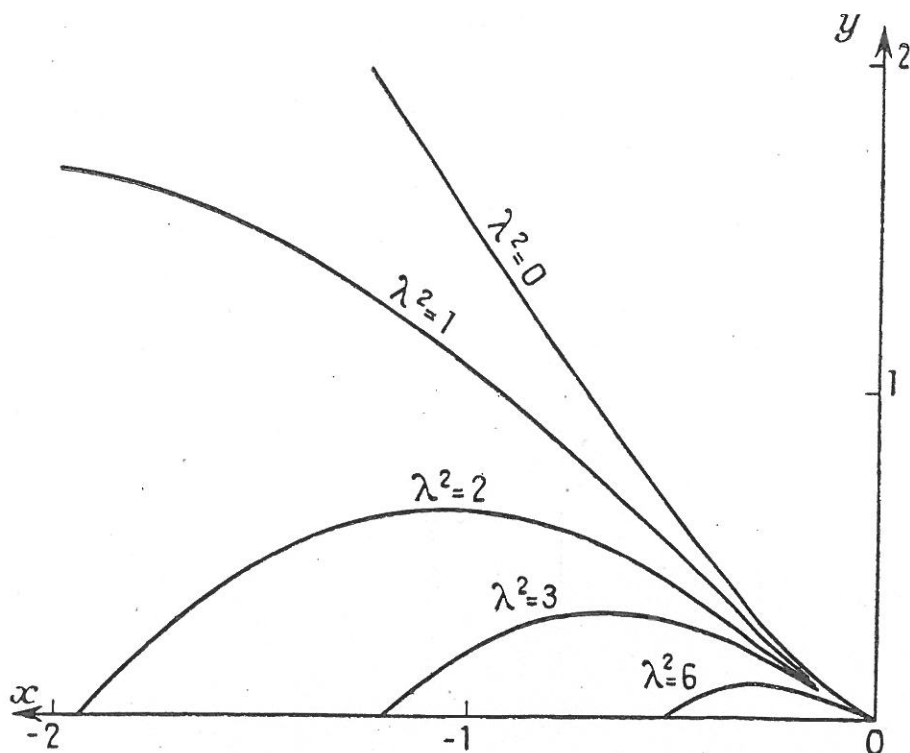


Fig. 55.

On y remarque que  $y$  a un zéro fini négatif  $x_0$  pour toute valeur de  $\lambda^2$  et que  $b/a = e^{x_0}$  varie régulièrement de 0 à 1 quand  $\lambda^2$  varie de 0

à  $\infty$  (fig. 56) : il existe un régime bidromique pour toute valeur de  $b/a$  ; il n'y a pas d'ailleurs de multiples déterminations en régime de débit.

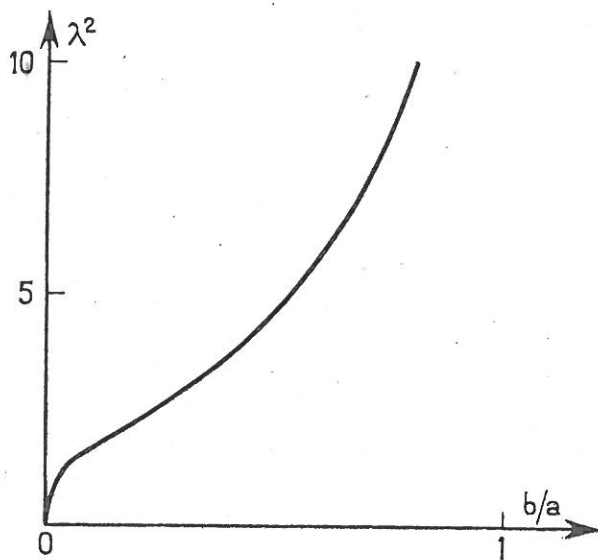


Fig. 56.

## VI. — CONCLUSION

Nous pouvons résumer les résultats théoriques obtenus sur les régimes de coupure pour les divers types de magnétrons dans le tableau ci-dessous :

*Régimes de coupure théoriquement possibles.*

		Régime de Brillouin	Un régime bidromique	Plusieurs régimes bidromiques
Magnétron de Hull	direct	Quel que soit $b/a$	$2,9 < \frac{b}{a}$	$2 < \frac{b}{a} < 2,9$
	inversé		$0 < \frac{b}{a} < 1$	
Magnétron à champ circulaire	direct			
	inversé		$0 < \frac{b}{a} < 1$	

Nous avons donc toujours trouvé un régime de Brillouin; il est d'ailleurs facile de vérifier que les conditions générales que nous avons données pour l'existence d'un tel régime sont satisfaites par les quatre types de magnétrons étudiés. En ce qui concerne les régimes bidromiques, nous avons trouvé des résultats très divers : l'existence de régimes de ce type, leur nombre dépendent du modèle de magnétron considéré.

Quand plusieurs régimes sont possibles on peut se demander quel est celui qui s'établit; c'était la question que nous avons posée au début de ce travail. Notre étude expérimentale du magnétron de Hull nous a fourni pour ce modèle les deux réponses suivantes :

— *le régime de Brillouin s'établit effectivement quand aucun régime bidromique n'est possible ;*

— *le régime de Brillouin est moins stable que les régimes bidromiques : quand, en faisant varier les conditions expérimentales, on rend possible un régime bidromique le nuage de Brillouin se désorganise : on observe une transition qui conduit à un régime bidromique.*

Il est probable, mais c'est une question qui reste à étudier, que ces deux conclusions peuvent s'appliquer aux autres types de magnétrons.

Je tiens à remercier à la fin de ce travail tous ceux qui m'ont aidé à l'accomplir et tout d'abord M. G. A. Boutry, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers; il en a été l'initiateur et m'a prodigué tout au long ses critiques et ses conseils bienveillants.

Je remercie également M. le Professeur Y. Rocard qui a bien voulu m'accueillir au Laboratoire de Physique de l'E. N. S. dans la phase terminale de ce travail et qui a mis à ma disposition de puissants moyens de calculs. Je remercie aussi Mlle Sigonneau, calculatrice du Laboratoire, qui s'est montrée une collaboratrice dévouée et enthousiaste et mon collègue M. Bayet, chargé de recherches au C. N. R. S. qui a bien voulu relire le manuscrit et vérifier certains calculs délicats.

Je dois aussi remercier M. Kleijnen, ingénieur aux Laboratoires Philips d'Eindhoven, de s'être intéressé à cette étude et d'avoir bien voulu construire les tubes spéciaux qui ont été utilisés dans les expériences.

M. le Doyen Cabannes a bien voulu accepter de présider le Jury. Je le prie de croire à ma profonde reconnaissance.

## BIBLIOGRAPHIE

- (1) A. W. HULL. — *Physical Review*, 1921, 18, 31-61; 1924, 23, 112.
- (2) S. J. BRAUDE. — *Phys. Z. Sowjet*, 1937, 12, 1.
- (3) L. BRILLOUIN. — *Journal de Physique et le Radium*, 1940, 1, 233-241.
- (4) G. GOUDET et A. BLANC-LAPIERRE. — *Journal de Physique et le Radium*, 1945, 6, 146.

- (5) VOGÉ. — *L'onde électrique*, 1946, **26**, 345-354 et 34-386.
- (6) W. P. ALLIS. — *M. I. T. Radiation Laboratory Report*, 1942, **3**, 43.
- (7) J. C. SLATER. — *M. I. T. Radiation Laboratory Report*, 1941, **V**, 55.
- (8) L. BRILLOUIN. — *Phys. Rev.*, 1941, **60**, 385.
- (9) E. B. MOULLIN. — *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1940, **36**, 94.
- (10) HARTREE. — *British Report C. V. D. Mag.*, 1941, **1**; 1941, **3**; 1941, **6**;  
1942, **12**; 1942, **23**; 1943, **30**.
- (11) E. C. STONER. — *British Report C. V. D. Mag.*, 1941, **8**; 1942, **16**;  
1942, **17**; 1942, **25**.
- (12) L. PAGE et N. I. ADAMS. — *Phys. Rev.*, 1946, **69**, 492-500.
- (13) J. C. SLATER. — *Microwave Electronics*. Van Nostrand. N. Y. 1950.
- (14) L. BRILLOUIN et F. BLOCH. — *Advances in Electronics*, **III**, 145-181.  
Academic Press N. Y. 1951.
- (15) D. GABOR. — *Brit. Journ. of Appl. Physics*, 1951, **2**, 209-218.
- (16) A. F. HARVEY. — *High Frequency Thermionic Tubes*. Chapman et Hall,  
Londres, 1944.
- (17) I. LANGMUIR et C. BLODGETT. — *Phys. Rev.*, 1923, **22**, 347-356.
- (18) J. L. DELCROIX. — *Comptes Rendus*, 1951, **232**, 2298-2300.
- (19) J. L. DELCROIX. — *Thèse de Doctorat*. Université de Paris, juin 1953.



# TABLE DES MATIÈRES

---

	Pages
I. INTRODUCTION . . . . .	1
II. CLASSIFICATION DES DIFFÉRENTS TYPES DE MAGNÉTRONS . . . . .	3
III. THÉORIE DU MAGNÉTRON DE HULL :	
1. Hypothèse de base . . . . .	4
2. Equations générales de la charge d'espace. Différents régimes . . . . .	4
3. Forme réduite des équations de charge d'espace . . . . .	7
4. Paramètres définissant l'état d'un magnétron. Lois d'identité et de similitude . . . . .	9
5. Intégration de l'équation fondamentale . . . . .	10
6. Description du régime de Brillouin . . . . .	13
7. Description des régimes bidromiques . . . . .	17
8. Relations de similitudes et ordre de grandeur . . . . .	22
9. Position de la surface de coupure. . . . .	24
10. Passage aux cas-limites du magnétron à cathode filiforme et de la diode sans champ magnétique . . . . .	26
11. Passage au cas-limite du magnétron plan . . . . .	27
IV. ETUDE EXPÉRIMENTALE DU MAGNÉTRON DE HULL :	
1. Description des tubes employés . . . . .	29
2. Description du montage . . . . .	30
3. Fonctionnement en diode . . . . .	32
4. Etude de la coupure. . . . .	33
5. Etude du courant résiduel . . . . .	33
6. Etude de la première transition . . . . .	34
7. Discussion et interprétation des résultats . . . . .	39
V. THÉORIE DES AUTRES TYPES DE MAGNÉTRONS :	
1. Equations générales des charges d'espace du type magnétron . . . . .	41
2. Théorie du magnétron de Hull inversé . . . . .	44
3. Théorie du magnétron à champ circulaire . . . . .	47
VI. CONCLUSION . . . . .	52

---

# DEUXIÈME THÈSE

---

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

**Ferro-électricité.**



VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 25 mai 1953.

*Pour le Doyen de la Faculté des Sciences,  
L'Assesseur,*

**ROBERT-LÉVY**

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

*Pour le Recteur de l'Académie de Paris,  
Le Vice-Président du Conseil de l'Université,*  
**G. DAVID.**

---

DÉPÔT LÉGAL : 1954, 1<sup>er</sup> TRIMESTRE, N° D'ORDRE 1962, MASSON ET C<sup>ie</sup>, ÉDITEURS, PARIS.  
BARNÉOUD FRÈRES ET C<sup>ie</sup>, IMPRIMEURS (31.0566). LAVAL, N° 2887. — 2-1954.