

ORSAY  
Série A,  
N° d'ordre : 946

T H E S E S

présentées

A L'UNIVERSITE DE PARIS-SUD

CENTRE D'ORSAY

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ES-SCIENCES PHYSIQUES

par

MATTHIEUSSENT Gilles

1ère THESE : Amplitude des échos spatiaux d'ondes de plasma électronique.

2ème THESE : Propositions données

Soutenues le 25 Avril 1972 devant la Commission d'examen

MM. DELCROIX      Président

QUEMADA

COSTE

FURUTANI

ETIEVANT

} Examineurs



## REMERCIEMENTS

Monsieur Delcroix me fait l'honneur de présider ce jury et Messieurs Coste, Etievant, Furutani et Quémada celui d'y participer ; je leur exprime ma très vive gratitude.

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Physique des Plasmas d'Orsay où Monsieur Delcroix m'a accueilli et au Département de la Recherche sur la Physique des Plasmas et la Fusion Contrôlée où Monsieur Etievant m'a permis de disposer des moyens du C.E.A. Je leur en suis très sincèrement reconnaissant.

Que Messieurs Coste et Peyraud trouvent ici l'expression de ma gratitude pour leurs travaux théoriques sur les échos et pour de fructueuses discussions.

J'exprime ma reconnaissance envers Monsieur Guillemot dont l'amicale et étroite collaboration a été un stimulant essentiel dans la réalisation de ce travail. J'associe à cette reconnaissance les autres chercheurs de l'équipe E.O.S., Madame F. Gervais, Mademoiselle Quemeneur et Monsieur Olivain dont le soutien s'est manifesté de manière constante.

J'adresse mes remerciements

- à Monsieur Leprince qui a participé à la mise en route des expériences d'échos et dont l'amicale et efficace collaboration m'a aidé à réaliser ce travail ;
- à Madame Leprince pour son aide constante quant aux calculs numériques ;
- à Messieurs Buzzi et Schmitt pour de fructueuses discussions ;
- à Messieurs Allis, Coste, Furutani, Guillemot, Leprince et Olivain pour leurs critiques et conseils concernant le manuscrit ;
- aux techniciens de l'équipe E.O.S., Messieurs Boulked, Clairet, Meloni et Malky pour leur efficace collaboration ;
- à Mesdames Claudon et Durand et à Monsieur Blattmann pour la réalisation matérielle de cette thèse.



## RESUME

L'amplitude des échos spatiaux d'ondes de plasma électronique a été étudiée en fonction de l'amplitude des ondes initiales et de la distance entre les émetteurs. La saturation de l'amplitude de l'écho et le rôle dissymétrique joué par les deux ondes initiales ont été observés. Les résultats expérimentaux sont en accord avec une théorie non linéaire qui tient compte des effets collectifs et du temps de transit fini des particules dans les champs appliqués. L'injection dans le plasma d'un spectre de bruit réduit l'amplitude des échos conformément à une théorie tenant compte de la diffusion des électrons dans l'espace des vitesses.

## ABSTRACT

The amplitude of spatial plasma wave echoes has been studied as a function of i) the amplitude of the primary waves and ii) the distance between the emitters. Saturation effects as well as the dissymmetric role played by the emitters have been observed. Experimental results are in agreement with a non linear theory taking into account the self-consistent fields and the finite transit time of the particles. Injection of broad-band high frequency noise in the plasma reduces the amplitude of the echoes in agreement with a theory including diffusion in velocity space.



## SOMMAIRE

	<u>Page</u>
INTRODUCTION.	
<u>CHAPITRE I -</u>	1
<u>CHAMP ELECTRIQUE ET FONCTION DE DISTRIBUTION AU PREMIER ORDRE -</u>	
I.1 - Linéarisation des équations de Vlasov et Poisson	2
I.2 - Champ électrique au premier ordre	5
I.3 - Fonction de distribution perturbée à l'ordre 1	17
I.4 - Conclusion	28
Appendice I.A.1 -	30
Fonction de distribution associée à l'écoulement libre de particules perturbées par une force imposée de l'extérieur -	
Appendice I.A.2 -	34
Relation de dispersion, pole de Landau, poles d'ordre supérieur -	
Appendice I.A.3 -	35
Inversion de la fonction de distribution perturbée -	
Références	39
<u>CHAPITRE II -</u>	40
<u>THEORIE LINEARISEE DES ECHOS D'ONDES DE PLASMA ELECTRONIQUE -</u>	
II.1 - Mécanisme physique des échos spatiaux d'ondes plasmas électroniques	40
II.2 - Echo (1,1)	42
II.3 - Echo (1,2)	58
II.4 - Conclusion	60
Références	62
<u>CHAPITRE III -</u>	63
<u>THEORIE NON LINEAIRE DES ECHOS D'ONDES PLASMA -</u>	
III.1 - Echo (1,n)	63
III.2 - Echo (1,n) non self consistant	74
III.3 - Echo (1,n) self consistant	76
Appendice III.A.1 -	81
Réponse d'un plasma à une perturbation sinusoïdale de la fonction de distribution -	

	<u>Page</u>
Appendice III.A.2 -	83
Variation de l'amplitude de l'écho non self consistant pour de faibles valeurs du produit $\Phi_2 l$	
Références	85
<u>CHAPITRE IV</u> -	86
<u>AMORTISSEMENT DES ECHOS DU A L'INTRODUCTION D'UN SPECTRE DE BRUIT</u> -	
IV.1 - Equation de Fokker-Planck	87
IV.2 - Coefficient de diffusion	89
IV.3 - Amortissement de l'écho	92
Références	95
<u>CHAPITRE V</u> -	96
<u>VERIFICATION EXPERIMENTALE DE LA THEORIE LINEARISEE</u> -	
Références	99
<u>CHAPITRE VI</u> -	100
<u>DISPOSITIF EXPERIMENTAL. GRANDEURS CARACTERISTIQUES DU PLASMA. DISCUSSION DES HYPOTHESES DU MODELE THEORIQUE</u> -	
VI.1 - Dispositif expérimental E.O.S.	100
VI.2 - Grandeurs caractéristiques du plasma	101
VI.3 - Discussion des hypothèses du modèle théorique	106
Références	108
<u>CHAPITRE VII</u> -	109
<u>DISPERSION DES ONDES DE PLASMA SUR LA COLONNE E.O.S.</u> -	
VII.1 - Détermination du nombre d'onde	109
VII.2 - Courbe de dispersion	111
VII.3 - Amortissement des ondes	111
Références	114
<u>CHAPITRE VIII</u> -	115
<u>AMPLITUDE DES ECHOS D'ONDES DE PLASMA ELECTRONIQUE</u> -	
VIII.1 - Techniques de mesure	115
VIII.2 - Résultats préliminaires	118
VIII.3 - Amplitude des échos d'onde de plasma électronique	119
VIII.4 - Conclusion	124
Références	125

	<u>Page</u>
<u>CHAPITRE IX -</u>	126
<u>STRUCTURE FINE DES ECHOS D'ONDE DE PLASMA ELECTRONIQUE -</u>	
IX.1 - Nombre d'onde dans la descente de l'écho	126
IX.2 - Nombre d'onde dans la montée de l'écho	127
IX.3 - Conclusion	128
Références	129
<u>CHAPITRE X -</u>	130
<u>AMPLITUDE D'UN ECHO EN PRESENCE D'UN SPECTRE DE BRUIT -</u>	
X.1 - Dispositif expérimental	130
X.2 - Résultats expérimentaux	132
X.3 - Conclusion	132
Références	133
<u>CONCLUSION -</u>	



## INTRODUCTION

Les échos d'ondes de plasma électronique ont été prévus théoriquement par Gould et O'Neil<sup>(1)</sup>, puis observés par Malmberg et Wharton<sup>(2)</sup>. Du fait des imperfections du modèle utilisé, des divergences entre les observations et les prévisions théoriques sont apparues. Une théorie non linéaire des échos, proposée par Coste et Peyraud<sup>(3)</sup>, lève ces divergences et permet de prévoir de nouveaux effets affectant l'amplitude des échos. L'objet principal de ce travail consiste en la vérification expérimentale de cette théorie non linéaire dans le cas des échos spatiaux d'ondes de plasma électronique<sup>(4)</sup>.

L'application de deux champs électriques, en des points différents d'un plasma, entraîne, une fois la réponse propre amortie, l'apparition d'un troisième champ électrique : un écho. Les échos tirent leur origine de la disparition des champs électriques initiaux sous l'effet du mélange de phase subi par la fonction de distribution des vitesses électroniques. Le premier champ électrique crée dans le plasma une perturbation de la fonction de distribution ; le rôle du deuxième champ est de renverser l'évolution de la phase de cette perturbation. Des échos apparaissent en des points où le mélange de phase n'a plus lieu. Bien que le mécanisme des échos soit linéaire, les équations qui le décrivent, équations de Vlasov et de Poisson, sont non linéaires. Cette non linéarité provient du caractère collectif du plasma. Le caractère collectif ou non du milieu n'intervient que pour fixer l'amplitude et le nombre d'onde de l'écho. L'amplitude de l'écho dépendant de la réponse du plasma à l'application de deux champs électriques, la réponse à un seul champ est analysée. Pour un plasma infini, homogène et non collisionnel, l'excitation d'une onde de plasma électronique à l'aide d'un champ électrique localisé dans l'espace est traitée en s'inspirant d'un calcul analogue pour les ondes ioniques<sup>(5)</sup>. Les résultats principaux, amortissement Landau de l'onde, expression du champ électrique à grande distance, sont comparables à ceux obtenus dans le cas du problème classique des conditions initiales. La fonction de distribution perturbée s'obtient en reportant le champ électrique dans l'équation de Vlasov. A celle-ci sont ajoutées des conditions aux limites résultant de ce que la perturbation de la fonction de distribution est nulle pour les particules n'ayant pas interagi avec le champ électrique. Cette perturbation de la fonction de distribution des vitesses électroniques est com-

parée à celle qu'auraient des particules sans interactions mutuelles sous l'effet d'une force appliquée de l'extérieur. Dans ces deux cas, il subsiste dans le milieu, en l'absence de diffusion dans l'espace des vitesses, une perturbation de la fonction de distribution qui, en un point donné, est une fonction oscillante de la vitesse. Cette perturbation est responsable des échos.

La théorie des échos d'ondes de plasma, due à Gould et O'Neil est exposée<sup>(1)</sup>. Cette théorie s'appuie sur la résolution itérative des équations de Vlasov et de Poisson après linéarisation par rapport à l'amplitude des deux champs appliqués. Elle conduit à un certain nombre de difficultés. L'amplitude de l'écho croît avec la distance entre les points d'excitation des ondes initiales. Cette amplitude diverge du fait de la contribution des particules de faible vitesse. Cette divergence peut être levée en donnant aux champs électriques appliqués une étendue spatiale finie : l'intervention du temps de transit des particules dans les champs excités réduit la contribution des particules de faible vitesse. Les conditions d'application et les limitations de cette théorie linéarisée sont données.

La théorie non linéaire des échos<sup>(3)</sup> est reprise. Elle s'appuie sur la linéarisation des équations de Vlasov et de Poisson en présence du champ self-consistant et sur la résolution des équations du mouvement des électrons. Les limitations de la théorie linéarisée sont ainsi repoussées. Des phénomènes nouveaux affectant l'amplitude de l'écho sont prévus. Celle-ci dépend de manière dissymétrique de l'amplitude des ondes initiales : la variation de l'amplitude de l'écho par rapport à celle de la première onde reste correctement prévue par la théorie linéarisée, mais l'amplitude de l'écho passe par un maximum puis décroît lorsque l'amplitude de la deuxième onde ou la distance entre les émetteurs croissent. L'amplitude à saturation des échos d'une même série est du même ordre de grandeur. Des résultats de calculs numériques, incluant les effets dus à la répartition spatiale des champs appliqués, sont présentés.

Cette théorie non linéaire est complétée en y incluant, à la suite des calculs de O'Neil<sup>(6)</sup>, l'influence sur l'amplitude de l'écho d'une turbulence homogène excitée dans le plasma.

Enfin, la partie théorique comprend l'analyse de plusieurs expériences. Celle-ci permet de montrer les conditions pour lesquelles un écho, dominé ou non par le caractère collectif du milieu, peut être obtenu.

Les expériences ont été menées sur une colonne de plasma confinée par un fort champ magnétique. La densité électronique est de l'ordre

de  $10^8$  électrons  $\text{cm}^{-3}$  et la température électronique de l'ordre de 2 eV. Le plasma est non collisionnel. Les courbes de dispersion des ondes plasma électronique ont été tracées. La partie imaginaire du nombre d'onde est proportionnelle à la pente de la fonction de distribution à la vitesse de phase de l'onde. On vérifie ainsi que l'onde est amortie par effet Landau.

La dépendance de l'amplitude d'échos (1,1), (1,2), (2,1) par rapport à l'amplitude des ondes initiales et à la distance entre les points d'émission des ondes initiales est correctement prévue par la théorie non linéaire. La saturation de deux échos (1,1) et (1,2) se produit pour la même amplitude de la deuxième onde.

Des mesures de nombres d'onde montrent que la partie décroissante de l'écho est dominée par le caractère collectif du milieu : le nombre d'onde correspond à celui d'une onde de même fréquence que l'écho. Le comportement de la partie croissante de l'écho est plus complexe.

L'amplitude d'un écho décroît exponentiellement avec la puissance d'un bruit injecté, sur les modes de plasma électronique, entre les deux points d'émission des ondes. Cet effet est prévu théoriquement. Un déplacement, non prévu par la théorie, du maximum de l'écho vers les émetteurs apparaît.

Ces expériences d'échos, entreprises dans le but de vérifier une théorie, permettront de mettre au point une méthode de diagnostic de turbulence. L'amplitude de l'écho dépend fortement de la diffusion, naturelle ou provoquée, des électrons dans l'espace des vitesses. La mesure de coefficients de diffusion en découle.

- (1) T.M. O'NEIL, R.W. GOULD. Phys. Fluids 11, 134 (1967).
- (2) J.H. MALMBERG, C.B. WHARTON, R.W. GOULD, T.M. O'NEIL. Phys. Fluids 11, 1147 (1968).
- (3) J. COSTE, J. PEYRAUD. J. Plasma Physics 3, 603 (1969).
- (4) M. GUILLEMOT, P. LEPRINCE, G. MATTHIEUSSENT, J. OLIVAIN, F. PERCEVAL. C.R.A.S. 270, 317B (1970).  
M. GUILLEMOT, G. MATTHIEUSSENT, J. OLIVAIN, F. PERCEVAL, A. QUEMENEUR. 4<sup>th</sup> European Conf. on Contr. Fusion and Plasma Physics CNEN Rome, p.36 (1970).  
M. GUILLEMOT, G. MATTHIEUSSENT, J. OLIVAIN, F. PERCEVAL, A. QUEMENEUR. Int. Conf. on quiescent Plasma Risö DK. p. 275 (1971).  
M. GUILLEMOT, G. MATTHIEUSSENT, J. OLIVAIN, F. PERCEVAL, A. QUEMENEUR. Phys. Fluids 14, 2065 (1971).

- (5) R.W. GOULD. Phys. Rev. 136, A991 (1964).
- (6) T.M. O'NEIL. Phys. Fluids 11, 2420 (1968).

CHAPITRE I

CHAMP ELECTRIQUE ET FONCTION DE DISTRIBUTION PERTURBEE AU PREMIER ORDRE

- Dans ce chapitre, la réponse linéaire d'un plasma, infini, homogène et sans champ magnétique, excité par un champ électrique imposé de l'extérieur, est déduite des équations de Vlasov et de Poisson<sup>[1,2,3]</sup>. La résolution de ces équations s'appuie sur leur linéarisation en fonction des puissances successives de l'amplitude du champ électrique extérieur<sup>[4]</sup>. Cette résolution, envisagée au premier ordre, fournit les expressions du champ électrique longitudinal induit dans le plasma<sup>[5,6,7,8,9,10,11]</sup> et de la perturbation de la fonction de distribution<sup>[1,11]</sup>. A des ordres supérieurs, la réponse du plasma conduit à des effets non linéaires<sup>[4]</sup>, au couplage de modes et, en particulier, au phénomène d'écho qui est traité dans les chapitres suivants.

- L'excitation d'ondes longitudinales est en général traitée lorsque le plasma est soumis à une condition initiale : à un instant donné, une perturbation de la fonction de distribution des vitesses, oscillant avec un nombre d'onde fixé, est imposée au milieu.<sup>[12,13]</sup> Cette perturbation entraîne l'apparition d'un champ électrique induit longitudinal du au caractère collectif du plasma, et la modification de la perturbation initiale. Le champ électrique est amorti, temporellement, sans collisions par effet Landau et une perturbation, oscillant dans le temps, et avec un nombre d'onde fixé par la condition initiale subsiste indéfiniment dans le milieu. Cependant, il est mal aisé d'imposer à un plasma une telle condition initiale.

Le plus souvent, la perturbation à laquelle est soumis le plasma, est due à l'action d'un champ électrique imposé de l'extérieur, localisé dans l'espace et oscillant dans le temps. Le problème, ainsi posé, est lié à des conditions aux limites portant sur la perturbation de la fonction de distribution<sup>[1]</sup> : celle-ci est nulle tant que les particules n'ont pas interagi avec le champ électrique présent dans le plasma.

- Les résultats obtenus sont analogues à ceux du problème avec condition initiale. Le champ électrique longitudinal est amorti spatialement par effet Landau. Cependant, au voisinage du point d'excitation, et loin

de celui-ci l'amortissement n'est pas exponentiel : le comportement asymptotique du champ électrique est du à l'écoulement libre de la perturbation de la fonction de distribution imposée par le champ électrique total présent dans le plasma [1,2,3,14,15,16].

Tant que le champ électrique induit est présent dans le milieu, la perturbation de la fonction de distribution est modulée en amplitude. Une fois ce champ amorti, une perturbation de la fonction de distribution oscillant dans l'espace, et à la fréquence imposée de l'extérieur subsiste dans le milieu. Cette perturbation, au voisinage de la vitesse de phase de l'onde, présente un caractère résonnant d'autant plus marqué que l'onde est moins amortie. Pour une onde très fortement amortie, les résultats d'une théorie qui ne tient pas compte du caractère collectif du milieu sont retrouvés. L'importance accordée à l'étude de la perturbation de la fonction de distribution au premier ordre provient de ce qu'elle est responsable des échos d'ondes de plasma.

#### I.1 - LINEARISATION DES EQUATIONS DE VLASOV ET POISSON

A l'aide d'un champ électrique  $\vec{E}_{ext}(\vec{r},t)$ , imposé de l'extérieur, des ondes longitudinales, de champ électrique  $\vec{E}_T(\vec{r},t)$ , sont excitées dans un plasma ; la fonction de distribution des électrons  $F(\vec{r},\vec{v},t)$  s'en trouve perturbée. Ces deux grandeurs, champ électrique total et fonction de distribution, caractérisant la réponse du plasma, sont obtenues en résolvant simultanément les équations de Vlasov et de Poisson.

Le plasma est supposé infini, homogène et isotrope ; le champ magnétique est nul ; les collisions sont négligées ; les ions, considérés comme immobiles, fournissent les charges nécessaires pour neutraliser les électrons. La fonction de distribution des vitesses électroniques non perturbée,  $F_0(v)$  est maxwellienne

$$F_0(v) = \frac{1}{\Pi^{3/2} a^3} e^{-\frac{v^2}{a^2}} \quad a = \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2}$$

Dans ces conditions les équations de Vlasov et Poisson s'écrivent

$$\frac{\partial F}{\partial t}(\vec{r},\vec{v},t) + \vec{v} \cdot \frac{\partial F}{\partial \vec{r}}(\vec{r},\vec{v},t) + \frac{q}{m} \vec{E}_T(\vec{r},t) \cdot \frac{\partial F}{\partial \vec{v}}(\vec{r},\vec{v},t) = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot [\vec{E}_T(\vec{r},t) - \vec{E}_{ext}(\vec{r},t)] = \frac{n_e q}{\epsilon_0} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} d_3 v F(\vec{r},\vec{v},t) - 1 \right]$$

où  $q$ ,  $m$  et  $n_e$  sont respectivement la charge, la masse et la densité des électrons. Le champ électrique total est la somme du champ électrique imposé de l'extérieur et du champ self-consistant induit par le plasma  $\vec{E}_{sc}(\vec{r},t)$

$$\vec{E}_T(\vec{r},t) = \vec{E}_{ext}(\vec{r},t) + \vec{E}_{sc}(\vec{r},t)$$

La fonction de distribution est alors décomposée en deux parties

$$F(\vec{r},\vec{v},t) = F_0(v) + F_1(\vec{r},\vec{v},t)$$

où  $F_1(\vec{r},\vec{v},t)$  est la perturbation de la fonction de distribution due à l'application du champ électrique extérieur.

Les équations de Vlasov et Poisson prennent la forme

$$\frac{\partial F_1}{\partial t}(\vec{r},\vec{v},t) + \vec{v} \cdot \frac{\partial F_1}{\partial \vec{r}}(\vec{r},\vec{v},t) + \frac{q}{m} \vec{E}_T(\vec{r},t) \cdot \frac{\partial F_0}{\partial \vec{v}}(v) = - \frac{q}{m} \vec{E}_T(\vec{r},\vec{v},t) \cdot \frac{\partial F_1}{\partial \vec{v}}(\vec{r},\vec{v},t)$$

$$\vec{\nabla} \cdot [\vec{E}_T(\vec{r},t) - \vec{E}_{ext}(\vec{r},t)] = \frac{n_e q}{\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} d_3 v F_1(\vec{r},\vec{v},t)$$

Si le champ électrique est appliqué à partir de l'instant  $t = 0$ , ce système d'équations se résout par une transformation de Laplace sur le temps et de Fourier sur l'espace. Ces transformées sont définies par

$$I.1 \quad g(\vec{k},\omega) = \int_0^{\infty} dt e^{+j\omega t} \int d_3 r e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} g(\vec{r},t)$$

où  $\omega$  possède une partie imaginaire positive,  $\chi$ , et où les composantes du vecteur  $\vec{k}$  sont réelles.

Le terme figurant au deuxième membre de l'équation de Vlasov est non linéaire :  $F_1(\vec{r}, \vec{v}, t)$  dépend de  $E_T(\vec{r}, t)$ . Sa transformée s'obtient à l'aide d'un théorème sur les produits de convolution

$$\int_0^{\infty} dt e^{i\omega t} \int d_3 r e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} g(\vec{r}, t) h(\vec{r}, t)$$

$$= \int_{-\infty+j\chi}^{+\infty+j\chi} \frac{d\omega'}{2\pi} \int \frac{d_3 k'}{(2\pi)^3} g(k', \omega') h(k-k', \omega-\omega')$$

Les équations transformées s'écrivent

$$-j(\omega - \vec{k} \cdot \vec{v}) F_1(\vec{k}, \omega, \vec{v}) + \frac{q}{m} \vec{E}_T(\vec{k}, \omega) \cdot \frac{dF_0(v)}{dv}$$

$$= -\frac{q}{m} \int_{-\infty+j\chi}^{+\infty+j\chi} \frac{d\omega'}{2\pi} \int \frac{d_3 k'}{(2\pi)^3} E(k-k', \omega-\omega') \cdot \frac{\partial F_1}{\partial v}(\vec{k}', \omega', \vec{v}) + F_1(\vec{k}, t=0, \vec{v})$$

$$j\vec{k} \cdot [\vec{E}_T(\vec{k}, \omega) - \vec{E}_{ext}(\vec{k}, \omega)] = \frac{n_0 q}{\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(\vec{k}, \omega, \vec{v}) d_3 v$$

$F_1(\vec{k}, t=0, \vec{v})$  est la condition initiale imposée à la fonction de distribution du fait de l'application brusque du champ électrique à l'instant  $t=0$ .

Pour des ondes longitudinales, de vecteur d'onde et de champ électrique parallèle à un axe  $ox$ , le système d'équations précédent s'intègre sur les vitesses perpendiculaires et devient

$$-j(\omega - kv) f_1(k, \omega, v) + \frac{q}{m} E_T(k, \omega) \frac{df_0(v)}{dv} = -\frac{q}{m} \int \frac{d\omega'}{2\pi} \int \frac{dk'}{2\pi} E(k-k', \omega-\omega') \frac{\partial f_1}{\partial v}(k', \omega', v)$$

I.2 +  $f_1(k, t=0, v)$

I.3 
$$j\vec{k} \cdot [E_T(k, \omega) - E_{ext}(k, \omega)] = \frac{n_0 q}{\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} dv f_1(k, \omega, v)$$

v désigne la composante de la vitesse selon ox et

$$I.4 \quad f_0(v) = \frac{1}{av\sqrt{\pi}} e^{-\frac{v^2}{a^2}} \quad f_1(k, \omega, v) = \int dv_{\perp} F_1(k, \omega, \vec{v})$$

où  $v_{\perp}$  désigne les composantes de vitesse perpendiculaires à l'axe ox.

La détermination de la réponse du plasma se ramène alors à l'étude d'un problème unidimensionnel.

Le système constitué par les équations I.2 et I.3 est non linéaire ; il peut être résolu de manière itérative lorsque l'amplitude des perturbations apportées par le champ extérieur est faible soit

$$f_1(x, v, t) \ll f_0(v)$$

Ces équations (I.2), (I.3) sont alors linéarisées par rapport aux puissances successives du champ électrique extérieur

$$I.5 \quad E_T(k, \omega) = E_T^{(1)}(k, \omega) + E_T^{(2)}(k, \omega) + \dots$$

$$I.6 \quad f_1(k, \omega, v) = f_1^{(1)}(k, \omega, v) + f_1^{(2)}(k, \omega, v) + \dots$$

La réponse du plasma au premier ordre s'obtient en résolvant les équations de Vlasov et Poisson en  $E_T^{(1)}(k, \omega)$  et en  $f^{(1)}(k, \omega)$ . Cette résolution est effectuée en négligeant, dans l'équation de Vlasov (I.2), le terme non linéaire figurant au second membre. Au deuxième ordre,  $E_T^{(2)}(k, \omega)$  et  $f^{(2)}(k, \omega, v)$  s'obtiennent en reportant  $E_T^{(1)}(k, \omega)$  et  $f^{(1)}(k, \omega)$  dans le terme non linéaire de (2) et en résolvant simultanément (I.2) et (I.3). La réponse du plasma, au premier ordre, est proportionnelle à l'amplitude du champ électrique extérieur et au second ordre à son carré.

## I.2 - CHAMP ELECTRIQUE AU PREMIER ORDRE

La résolution au premier ordre des équations (2) et (3) permet d'obtenir dans l'espace  $(k, \omega)$  le champ électrique total et la fonction de distribution perturbée :

$$E_T^{(1)}(k, \omega) = E_{T_e}^{(1)}(k, \omega) + E_{T_i}^{(1)}(k, \omega)$$

où

$$I.7 \quad E_{T_e}^{(1)}(k, \omega) = \frac{E_{ext}(k, \omega)}{\epsilon^\pm(k, \omega)} \quad E_{T_i}^{(1)}(k, \omega) = \frac{n_e q}{k \epsilon_0} \frac{1}{\epsilon^\pm(k, \omega)} \int_{-\infty}^{+\infty} dv \frac{f(k, t=0, v)}{\omega - kv}$$

$$I.8 \quad f^{(1)}(k, \omega) = -j \frac{q}{m} \frac{df_0(v)}{dv} \frac{E_T(k, \omega)}{\omega - kv} + j \frac{f(k, t=0, v)}{\omega - kv}$$

où  $\epsilon^\pm(k, \omega)$  est la constante diélectrique du plasma associée à la propagation d'ondes longitudinales

$$I.9 \quad \epsilon^\pm(k, \omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dv \frac{df_0}{dv} \frac{1}{v - \frac{\omega}{k}}$$

Le champ électrique appliqué de l'extérieur, est, pour la suite des calculs, pris sous la forme,

$$I.10 \quad E_{ext}(x, t) = \Phi_{ext} S(x) e^{-j\omega_1 t} e^{\epsilon t} Y(t)$$

où  $S(x)$  décrit la dépendance spatiale du champ électrique extérieur ;  $Y(t)$ , fonction échelon, indique que la source est branchée à l'instant  $t = 0$  et  $\epsilon$  indique la croissance initiale du champ électrique. La présence du facteur  $\epsilon$  revient à donner à la fréquence de l'excitation une partie imaginaire positive ;  $\epsilon$  sera égalé à zéro en fin de calcul.

A cette expression du champ extérieur, correspond la transformée de Fourier-Laplace

$$E_{ext}(k, \omega) = j \frac{\Phi_{ext} S(k)}{\omega - \omega_1}$$

I.2.1 - CONSTANTE DIELECTRIQUE

L'expression (I.9) de la constante diélectrique fait intervenir une intégrale de Cauchy [16] dont la détermination dépend du signe de la partie imaginaire de  $\frac{\omega}{k}$ .  $k$  étant réel, et  $\text{Im } \omega$  positif, la constante diélectrique est définie par  $\epsilon^+(k, \omega)$  ou  $\epsilon^-(k, \omega)$  selon que  $k$  est positif ou négatif. Ces deux fonctions sont analytiques respectivement dans le demi plan  $S^+$  de la variable complexe  $\frac{\omega}{k}$  où  $\text{Im } \frac{\omega}{k} > 0$  et dans le demi plan  $S^-$  où  $\text{Im } \frac{\omega}{k} < 0$ .

$\epsilon^+(k, \omega)$  est prolongé analytiquement dans  $S^-$  en déformant le contour d'intégration dans le plan complexe des vitesses [fig. 1] [1]. Il en résulte alors la formule générale

$$I.11 \quad \epsilon^+(k, \omega) = 1 - \frac{\omega^2}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dv \frac{df_o(v)}{dv} \frac{1}{v - \frac{\omega}{k}} - j\pi\sigma \frac{\omega^2}{k^2} \left( \frac{df_o(v)}{dv} \right)_{v = \frac{\omega}{k}}$$

avec  $\sigma=0,1,2$  selon que  $\text{Im } \frac{\omega}{k} >, =, < 0$ .

Lorsque  $\text{Im } \frac{\omega}{k} = 0$ , l'intégrale est à prendre au sens des parties principales (P.P.)

$$P.P. \int_{-\infty}^{+\infty} dv \frac{df_o(v)}{dv} \frac{1}{v - \frac{\omega}{k}} = \left\{ \int_{-\infty}^{\frac{\omega}{k} - \epsilon} + \int_{\frac{\omega}{k} + \epsilon}^{+\infty} \right\} dv \frac{df_o(v)}{dv} \frac{1}{v - \frac{\omega}{k}}$$

Cette partie principale peut encore s'écrire

$$P.P. \int_{-\infty}^{+\infty} dv \frac{df_o}{dv} \frac{1}{v - \frac{\omega}{k}} = \int_{-\infty}^{+\infty} dv \frac{1}{v - \frac{\omega}{k}} \left[ \frac{df_o}{dv} - \left( \frac{df_o}{dv} \right)_{v = \frac{\omega}{k}} \right]$$

De même  $\epsilon^-(k, \omega)$  est prolongé analytiquement dans  $S^+$  [fig.1], et il en résulte la formule

$$I.12 \quad \epsilon^-(k, \omega) = 1 - \frac{\omega^2}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dv \frac{df_o(v)}{dv} \frac{1}{v - \frac{\omega}{k}} + j\pi\sigma' \frac{\omega^2}{k^2} \left( \frac{df_o(v)}{dv} \right)_{v = \frac{\omega}{k}}$$

où  $\sigma' = 0, 1, 2$  selon que  $\text{Im} \frac{\omega}{k} <, =, > 0$ .

Pour  $\text{Im} \frac{\omega}{k} = 0$ , l'intégrale est aussi à prendre au sens des parties principales. Lorsque la fonction de distribution des vitesses est paire, il existe entre les deux déterminations les relations

$$\varepsilon^+(k, -\omega) = \varepsilon^-(k, \omega)$$

I.13  $\varepsilon^+(-k, \omega) = \varepsilon^-(k, \omega)$

$$\varepsilon^+(k^*, \omega^*) = \varepsilon^-(k, \omega)$$

Pour une fonction de distribution maxwellienne la constante diélectrique  $\varepsilon^+(k, \omega)$  s'exprime à l'aide de la fonction de dispersion du plasma [17]

$$Z(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-v^2}}{v - \xi} dv$$

soit

$$\varepsilon^+(k, \omega) = + 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \xi^2 Z'(\xi) \quad \xi = \frac{\omega}{ka}$$

$Z'(\xi)$  est la dérivée de  $Z(\xi)$  par rapport à  $\xi$ .

Lorsque  $\xi$  tend vers 0,  $Z'(\xi)$  possède un développement limité

I.14  $Z'(\xi) = - 2j\pi^{1/2} \xi \exp(-\xi^2) - 2 \left[ 1 - 2\xi^2 + \frac{4}{3} \xi^4 + \dots \right]$

et lorsque  $\xi$  tend vers l'infini un développement asymptotique

I.15  $Z'(\xi) = - 2j\pi^{1/2} \sigma \xi \exp(-\xi^2) + \frac{1}{\xi^2} \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{1}{\xi^2} + \frac{3.5}{4} \frac{1}{\xi^4} + \dots \right]$

### I.2.2 - TRANSFORMATION DE LAPLACE INVERSE

Le comportement temporel du champ électrique s'obtient en prenant la transformée de Laplace inverse de I.7

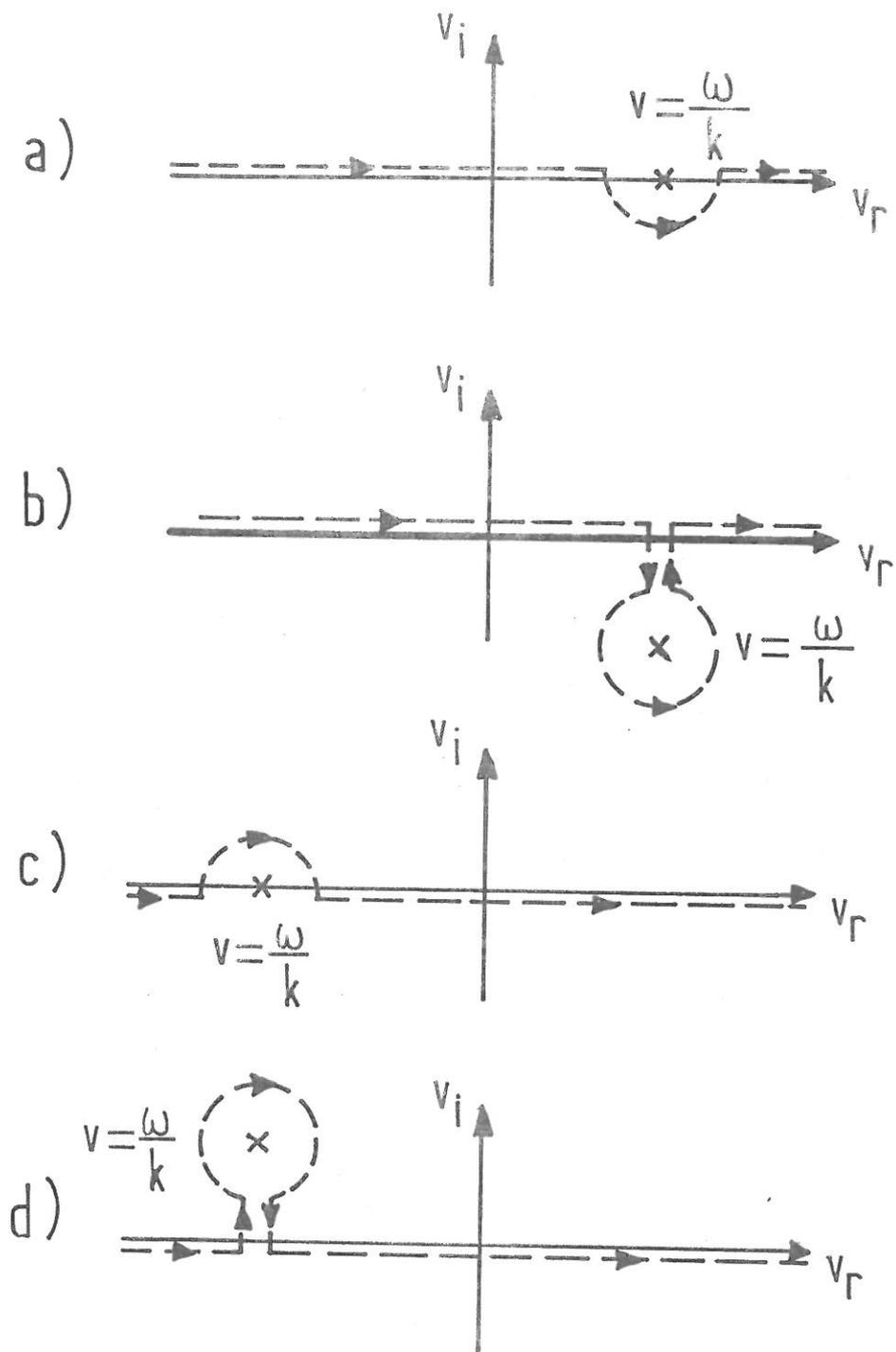


FIG. 1 - Déformation du contour d'intégration à  $v$  réel de l'expression (I.9) en vue de définir les prolongements analytiques de  $\epsilon^+(k, \omega)$  dans  $S^-$

a) lorsque  $\text{Im} \frac{\omega}{k} = 0$

b) lorsque  $\text{Im} \frac{\omega}{k} < 0$

et de  $\epsilon^-(k, \omega)$  dans  $S^+$

c) lorsque  $\text{Im} \frac{\omega}{k} = 0$

d) lorsque  $\text{Im} \frac{\omega}{k} > 0$



$$E^{(1)}(k,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty+j\chi}^{+\infty+j\chi} d\omega E^{(1)}(k,\omega) e^{-i\omega t}$$

Le contour d'intégration  $c$  [fig. 2] situé dans le plan complexe  $\omega$  est défini par

$$\text{Im } \omega = \chi$$

Il est situé au dessus de toutes les singularités de l'intégrant. Ce contour est complété par un demi cercle de rayon infini situé dans le demi plan inférieur et l'intégrale est évaluée à l'aide de la méthode des résidus.

La réponse du plasma est due à deux termes différents (I.7). L'un,  $E_{T_i}^{(1)}(k,\omega)$ , dépend de la condition initiale imposée à la fonction de distribution,  $f_1(k,v,t=0)$ . Dans l'autre,  $E_{T_e}^{(1)}(k,\omega)$ , figure le champ électrique extérieur. Cette réponse, liée au champ électrique appliqué de l'extérieur, est

$$E_{T_e}^{(1)}(k,t) = \frac{j}{2\pi} \phi_{ex} S(k) \int_{-\infty+j\chi}^{+\infty+j\chi} d\omega e^{-j\omega t} \frac{1}{(\omega - \omega_1) \epsilon^\pm(k,\omega)}$$

L'intégrant présente un pôle purement réel en  $\omega = \omega_1$  et une infinité de pôles correspondant à [fig. 2]

$$\epsilon^\pm(k,\omega) = 0$$

où  $k$  est réel. Ces zéros peuvent être indifféremment situés dans le demi plan inférieur ou supérieur des  $\omega$  complexes, leur localisation dépendant de la forme de la fonction de distribution. Dans le cas d'une distribution maxwellienne, les zéros de la relation de dispersion sont situés dans le demi plan  $\omega$  inférieur et les ondes sont amorties dans le temps [16]. Il est alors possible de ne pas prendre en compte ces zéros de la relation de dispersion à condition d'observer la réponse du plasma lorsque le régime transitoire est suffisamment amorti. Il vient alors

$$I.16 \quad E_{T_e}^{(1)}(k,t) = \Phi \exp \frac{S(k)e^{-j\omega_1 t}}{\epsilon^{\pm}(k,\omega_1)}$$

La dépendance temporelle du champ électrique, excité par la perturbation initiale de la fonction de distribution, s'obtient par l'inversion de

$$I.17 \quad E_{T_i}^{(1)}(k,\omega) = \frac{n_e q}{k \epsilon_0} \frac{1}{\epsilon^{\pm}(k,\omega)} h^{\pm}(k,\omega)$$

où

$$h^{\pm}(k,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(k,t=0,v)}{\omega - kv} dv$$

$h^{\pm}(k,\omega)$  est donnée par une intégrale de Cauchy. Ces deux fonctions vérifient [16] la relation de Plemelj

$$h^{+}(k,\omega) = h^{-}(k,\omega) - \frac{2\pi j}{k} (f(k,t=0,v))_{v=\frac{\omega}{k}}$$

lorsqu'il est possible d'effectuer le prolongement analytique de  $f(k,t=0,v)$  dans  $S^{-}$ .  $h^{+}(k,\omega)$  est analytique dans le demi plan  $\text{Im} \frac{\omega}{k} > 0$ ,  $h^{-}(k,\omega)$  dans le demi plan  $\text{Im} \frac{\omega}{k} < 0$ . Les poles de  $h^{+}(k,\omega)$  sont donc situés dans le demi plan  $\text{Im} \frac{\omega}{k} < 0$ , ce sont donc ceux de  $f(k,t=0,v)$ . Les ondes reliées à l'existence de ces poles sont donc amorties dans le temps ; de plus elles ne sont pas caractéristiques du milieu puisque liées à la perturbation imposée à la fonction de distribution. L'expression (I.17) fait aussi apparaître les poles liés aux zéros de la constante diélectrique, ceux-ci seront, comme précédemment, négligés.

Dans la mesure où le régime transitoire est suffisamment amorti, le champ électrique dans le plasma s'exprime par

$$I.18 \quad E_T^{(1)}(k,t) = \Phi \exp \frac{S(k)}{\epsilon^{\pm}(k,\omega_1)} e^{-j\omega_1 t}$$

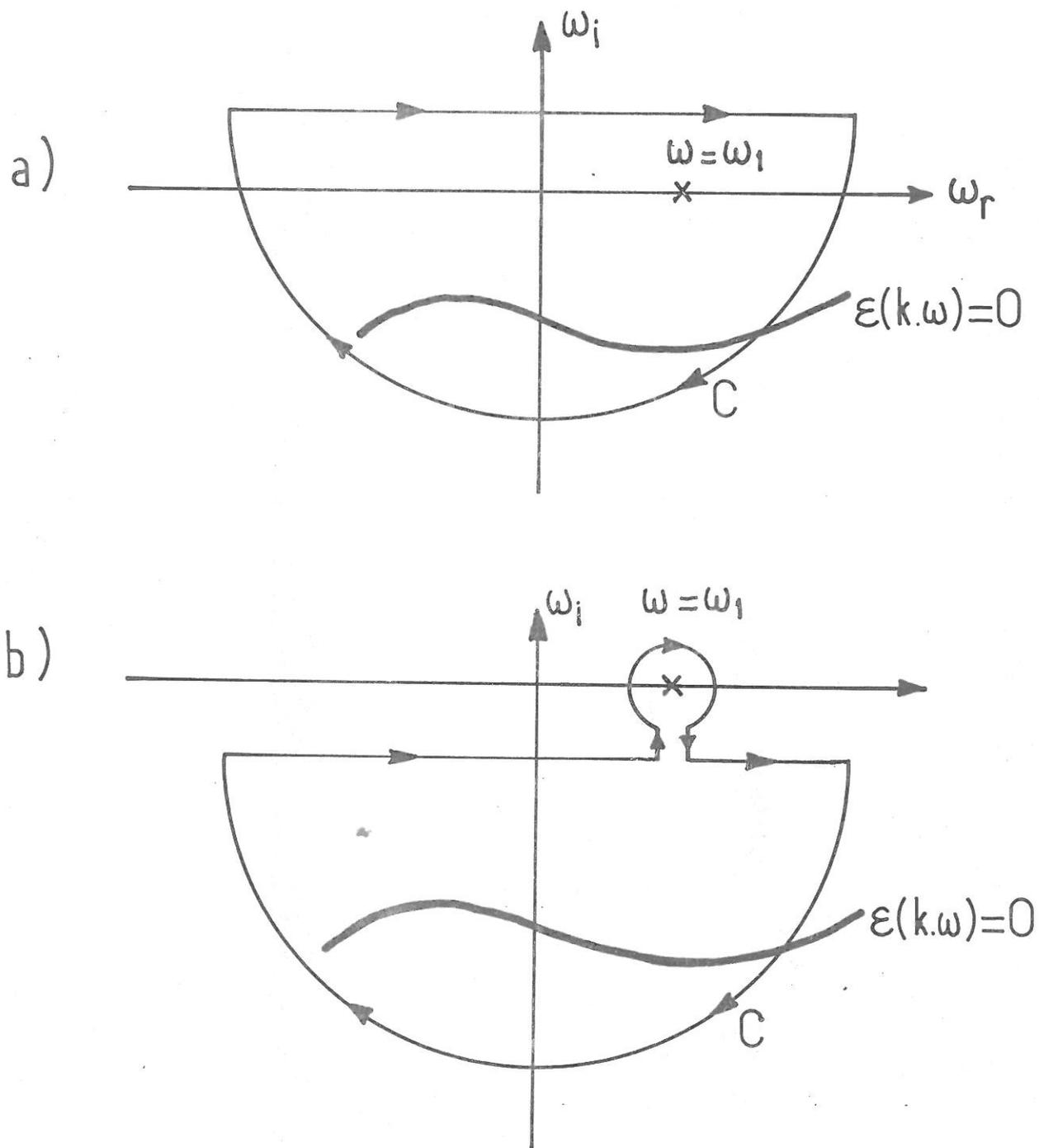


FIG. 2 - Transformée de Laplace inverse du champ électrique

- a) contour initial
- b) contour déformé mettant en évidence le pôle à la fréquence de l'excitation extérieure



I.2.3 - TRANSFORMATION DE FOURIER INVERSE

La dépendance spatiale du champ électrique s'obtient en prenant la transformée de Fourier inverse de 18. Cette transformée s'écrit

$$E_T^{(1)}(x,t) = E_T^{(1)}(x,\omega) e^{-j\omega_1 t}$$

où 
$$E^{(1)}(x,\omega) = \frac{\phi_{ext}}{2\pi} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} dk e^{+ikx} \frac{S(k)}{\epsilon^{\pm}(k,\omega_1)} \right]$$

Le contour d'intégration est l'axe k réel. Suivant le signe de k la constante diélectrique est définie par deux fonctions qui ne sont pas le prolongement analytique l'une de l'autre. Dans le plan k complexe la droite définie par

$$\text{Im} \frac{\omega_1 + j\epsilon}{k} = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{k_i}{k_r} = \frac{\epsilon}{\omega_1}$$

est une ligne de branchement pour la constante diélectrique [fig. 3].

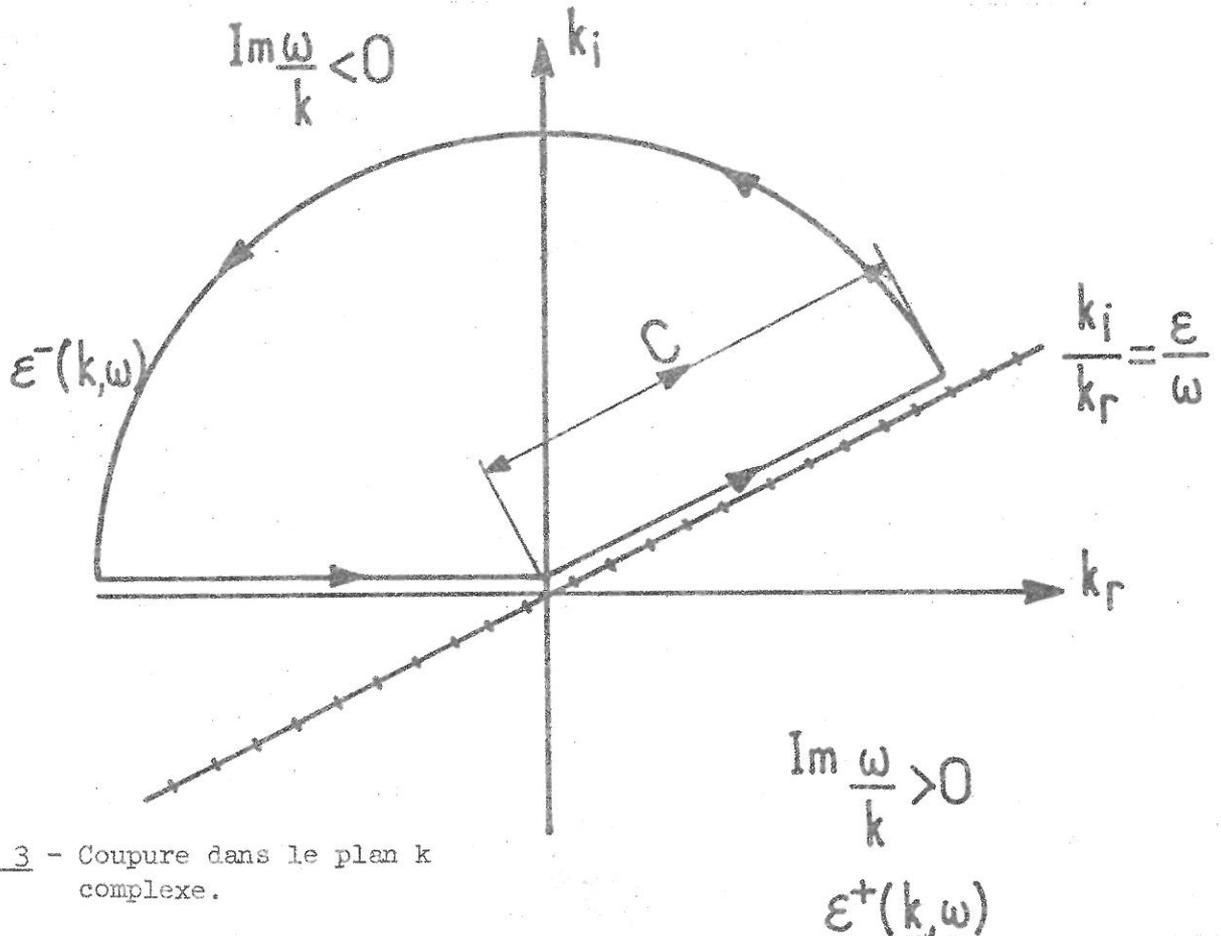


FIG. 3 - Coupure dans le plan k complexe.

Au dessus de cette droite, la détermination  $\epsilon^-(k, \omega)$  doit être retenue, en dessous  $\epsilon^+(k, \omega)$ . Le champ électrique s'explique à l'aide de deux intégrales

$$I.19 \quad E_T^{(1)}(x, \omega_1) = \frac{\Phi \text{ex}}{2\pi} \int_{-\infty}^0 dk e^{+jkx} \frac{S(k)}{\epsilon^-(k, \omega_1)} + \frac{\Phi \text{ex}}{2\pi} \int_0^{\infty} dk e^{+jkx} \frac{S(k)}{\epsilon^+(k, \omega_1)}$$

Le champ électrique se propageant vers les x positifs s'évalue en appliquant la méthode des résidus à la première intégrale figurant dans 19. Celle-ci, pour des raisons de convergence est décomposée en deux à l'aide de

$$I.20 \quad \int_{-\infty}^0 dk \frac{e^{+jkx} S(k)}{\epsilon^-(k, \omega_1)} = \int_{-\infty}^0 dk e^{+jkx} S(k) + \int_{-\infty}^0 dk e^{+jkx} S(k) \frac{\Sigma^-(k, \omega_1)}{1 - \Sigma^-(k, \omega_1)}$$

$$\text{où} \quad \Sigma^-(k, \omega) = \frac{\omega_p^2}{k^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dv \frac{df_0}{dv} \frac{1}{v - \frac{\omega}{k}} \quad \text{avec} \quad \text{Im} \frac{\omega}{k} < 0$$

Pour évaluer la deuxième intégrale de (I.20) le contour le long de l'axe k réel de  $[-\infty, 0]$  est complété par une demi droite c le long de la coupure dans le demi plan  $\text{Im} \frac{\omega}{k} < 0$ . Ce contour est refermé par un arc de cercle à l'infini [fig. 3]. Cet arc de cercle ne contribue pas à l'intégration : comme le montre le développement limité de  $Z'(\frac{\omega}{k})$  (I.14) l'expression

$$S(k) \frac{\Sigma^-(k, \omega_1)}{1 - \Sigma^-(k, \omega_1)}$$

converge uniformément vers 0 lorsque  $|k| \rightarrow \infty$ . Tenant compte de la présence d'un zéro de  $(1 - \Sigma^-(k, \omega_1))$  pour  $\omega < \omega_p$  en  $k = j\alpha$  où  $\alpha$  tend vers  $\frac{1}{\lambda_D}$  inverse de la longueur de Debye, lorsque  $\omega$  tend vers 0, le théorème des résidus appliqué au contour précédent donne

$$I.21 \quad \int_{-\infty}^0 dk e^{+jkx} S(k) \frac{\Sigma^-(k, \omega_1)}{1 - \Sigma^-(k, \omega_1)} = \frac{2\pi j^* S(j\alpha) e^{-\alpha x}}{\frac{\partial}{\partial k} [\epsilon^-(k, \omega_1)]_{k=j\alpha}} Y(\omega_p - \omega) - \int_c dk e^{+jkx} S(k) \frac{\Sigma_j^-(k, \omega_1)}{1 - \Sigma^-(k, \omega_1)}$$

La première intégrale de 20 se met sous la forme

$$I.22 \quad \int_{-\infty}^0 dk e^{+jkx} S(k) = 2\Pi S(x) - \int_0^{\infty} dk e^{+jkx} S(k)$$

Compte tenu des expressions (I.20, I.21, I.22) et de (I.19), le champ électrique est alors donné par

$$E(x, \omega) = \frac{\phi_{ext}}{2\Pi} \left\{ \int_0^{\infty} dk S(k) e^{+jkx} \left[ \frac{1}{\epsilon^+(k, \omega)} - \frac{1}{\epsilon^-(k, \omega)} \right] + 2\Pi S(x) + \frac{2\Pi j S(j\alpha) e^{-\alpha x}}{\frac{\partial}{\partial k} [\epsilon^-(k, \omega)]_{k=j\alpha}} Y(\omega_p - \omega) \right\}$$

Les relations entre les deux déterminations de la constante diélectrique (I.13) permettent de simplifier cette expression ; le champ électrique se propageant vers les x positifs s'exprime par [2]

$$I.23 \quad E^+(x, t) = \frac{\phi_{ext}}{\Pi} e^{-j\omega_1 t} \left[ j \int_0^{\infty} dk e^{+jkx} S(k) \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\epsilon^+(k, \omega_1)} \right\} + \Pi S(x) - \frac{\Pi j S(j\alpha) e^{-\alpha x}}{\left[ \frac{\partial}{\partial k} \epsilon^+(k, \omega_1) \right]_{k=j\alpha}} Y(\omega_p - \omega) \right]$$

Le champ électrique se propageant vers les x négatifs est déterminé de la manière suivante. On suppose que la fonction S(x) décrivant la variation spatiale de l'amplitude du champ électrique extérieur vérifie

$$S(-x) = \epsilon S(x) \quad \text{avec} \quad \epsilon = \pm 1$$

Le changement de x en -x, de v en -v dans les équations de Vlasov et Poisson, après linéarisation, entraîne

$$I.24 \quad E_T(-x) = \epsilon E_T(x) \quad \text{et} \quad f_1(-x, -v, t) = -\epsilon f_1(x, v, t)$$

L'expression du champ électrique se propageant vers les x négatifs se déduit donc de celle pour les x positifs en changeant x en -x

$$I.25 \quad E_T^-(x, t) = \frac{\phi_{ext}}{\Pi} e^{-j\omega_1 t} \left[ j \epsilon \int_0^{\infty} dk e^{-jkx} S(k) \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\epsilon^+(k, \omega)} \right\} + \Pi S(x) - \epsilon \frac{\Pi j S(j\alpha) e^{+\alpha x}}{\left[ \frac{\partial}{\partial k} \epsilon^+(k, \omega) \right]_{k=j\alpha}} Y(\omega_p - \omega) \right]$$

I.2.4 - VARIATION SPATIALE DU POTENTIEL

Le potentiel associé à une onde électronique se propageant vers les x positifs prend la forme

$$\Phi(x,t) = e^{-j\omega_1 t} \Phi(x,\omega)$$

où

$$\Phi(x,\omega) = \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\Pi} \int_0^{\infty} \frac{dk}{k} e^{+jkx} S(k) \text{Im} \left\{ \frac{1}{\epsilon^+(k,\omega_1)} \right\}$$

Dans cette expression, le terme amorti, présent lorsque la fréquence est inférieure à la fréquence plasma, ainsi que le terme du à la présence de la source ont été négligés ; le seul terme retenu représente le potentiel associé au champ self consistant.

Pour une fonction de distribution maxwellienne et une dépendance spatiale de l'amplitude du champ électrique extérieur de la forme

$$S(x) = \delta(x)$$

le potentiel dans le plasma s'exprime à l'aide de la transformée de Laplace inverse

I.26

$$\psi(z,\omega) = \int_0^{\infty} d\eta F(\eta) e^{+j\eta z}$$

La fonction,  $F(\eta)$ , dont on cherche la transformée est

I.27

$$F(\eta) = \text{Im} \left\{ \frac{\eta}{\eta^2 f^2 - z^2} \left( \frac{1}{\eta} \right) \right\}$$

et

$$f = \frac{\omega}{\omega_p} ; \eta = \frac{ka}{\omega} ; z = \frac{\omega x}{a} \quad \psi(z,\omega) = \frac{\Pi \Phi(x,\omega)}{f^2 \Phi_{\text{ext}}}$$

L'évaluation analytique du potentiel dans le plasma est impossible et le recours au calcul numérique nécessaire. Cependant loin du point d'excitation du champ électrique extérieur ( $z \gg 1$ ) une expression asymptotique

du potentiel est donnée par la méthode du col [18]. La contribution la plus importante à l'intégrale (I.26) provenant des nombres d'onde tels que  $\eta \ll 1$ , le développement limité de  $Z'$  est reporté dans (I.27)

$$\psi(Z, \omega) = - \frac{2\eta^{1/2}}{(f^2-1)^2} \int_0^\infty d\eta \frac{1}{\eta^4} \exp \left[ -\frac{1}{\eta^2} + i\eta Z \right]$$

L'intégrand présente un col pour

$$\eta = \left(\frac{Z}{2}\right)^{1/3} e^{+i\frac{\pi}{6}}$$

et le potentiel à grande distance est donné par [1,2,3,14]

$$I.28 \quad \psi(Z, \omega) = - \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\pi}{(f^2-1)^2} \left(\frac{Z}{2}\right)^{2/3} e^{-j\frac{\pi}{3}} \exp \left[ \frac{3}{2} (-1+j\sqrt{3}) \left(\frac{Z}{2}\right)^{2/3} \right]$$

Ce potentiel résulte, en un point  $x$ , des électrons dont la vitesse est voisine de

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\omega x}{2a}\right)^{1/3} a$$

Le comportement en  $Z^{2/3}$  ne permet plus de parler d'une onde. Ce potentiel intervient toujours comme la contribution résiduelle associée à l'écoulement libre d'une perturbation imposée à une fonction de distribution maxwellienne (Appendice I.A.) [1,2,3].

Pour des distances à la source plus faibles, le calcul numérique, seul, fournit l'amplitude du potentiel en fonction de la distance. Il est cependant possible de prévoir le comportement du potentiel, en approximant la fonction  $F(\eta)$  par des fonctions simples.

Prenant pour cette fonction une delta centrée en  $\eta = \eta_0$

$$F(\eta) = \delta(\eta - \eta_0)$$

le potentiel dans le plasma

$$\psi(Z, \omega) = e^{+j\eta_0 Z}$$

est celui d'une onde non amortie de nombre d'onde  $\eta_0$ .

Lorsque cette fonction est une lorentzienne

$$F(\eta) = \frac{1}{\Delta\eta_0^2 + (\eta - \eta_0)^2} + \frac{1}{\Delta\eta_0^2 + (\eta + \eta_0)^2}$$

le potentiel dans le plasma s'exprime par

$$\psi(Z, \omega) = \frac{\Pi}{\Delta\eta_0} e^{-\Delta\eta_0 Z} e^{+j\eta_0 Z}$$

C'est celui d'une onde de nombre d'onde réel  $\eta_0$  et dont l'amortissement est caractérisé par la largeur de la lorentzienne  $\Delta\eta_0$ .

Pour une fonction de distribution maxwellienne, le comportement de  $F(\eta)$  peut, dans certains domaines de fréquence et de distance s'approcher à l'aide des fonctions précédentes. Pour des valeurs de la fréquence supérieure à la fréquence plasma,  $F(\eta)$  se compose d'une courbe régulière à laquelle se superpose en  $\eta = \eta_0$ , un pic de largeur caractéristique  $\Delta\eta_0$  et d'autant plus aigu que la fréquence est voisine de celle du plasma [fig.4,5].

Pour des distances au point d'excitation telles que

$$\eta_0 Z \gg 1$$

$$\Delta\eta_0 Z \ll 1$$

et des fréquences voisines de la fréquence plasma, le pic en  $\eta_0$  fournit la principale contribution à l'intégrale (I.26) qui définit le potentiel. Celui-ci oscille avec un nombre d'onde caractérisé par la position du pic [fig.6,7,8] et l'amortissement exponentiel du potentiel est d'autant plus important que la largeur du pic croît [fig. 9]. Cetaamortissement n'est plus exponentiel, ni au voisinage de la source ( $Z < \frac{1}{\eta_0}$ ), ni loin de celle-ci  $Z > \frac{1}{\Delta\eta_0}$  où se manifeste la contribution résiduelle (I.28).

A l'aide des courbes donnant les variations du potentiel en fonction de la distance, on peut tracer les courbes de dispersion donnant la partie réelle et la partie imaginaire du nombre d'onde en fonction de la fré-

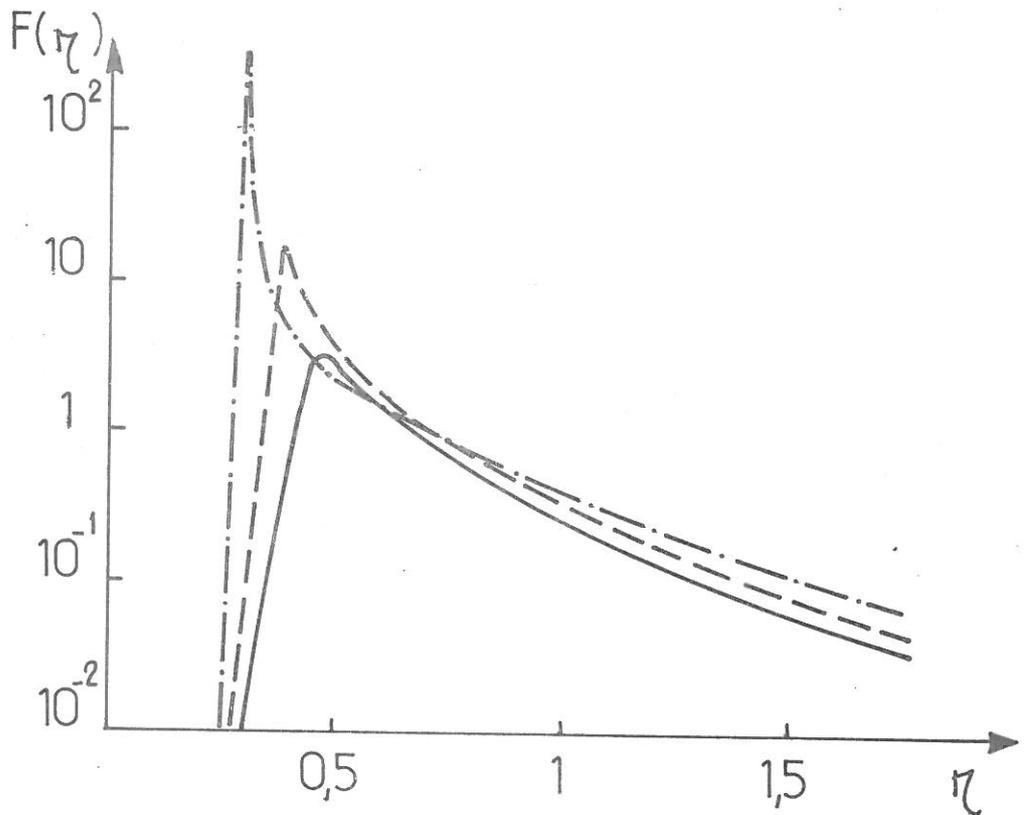
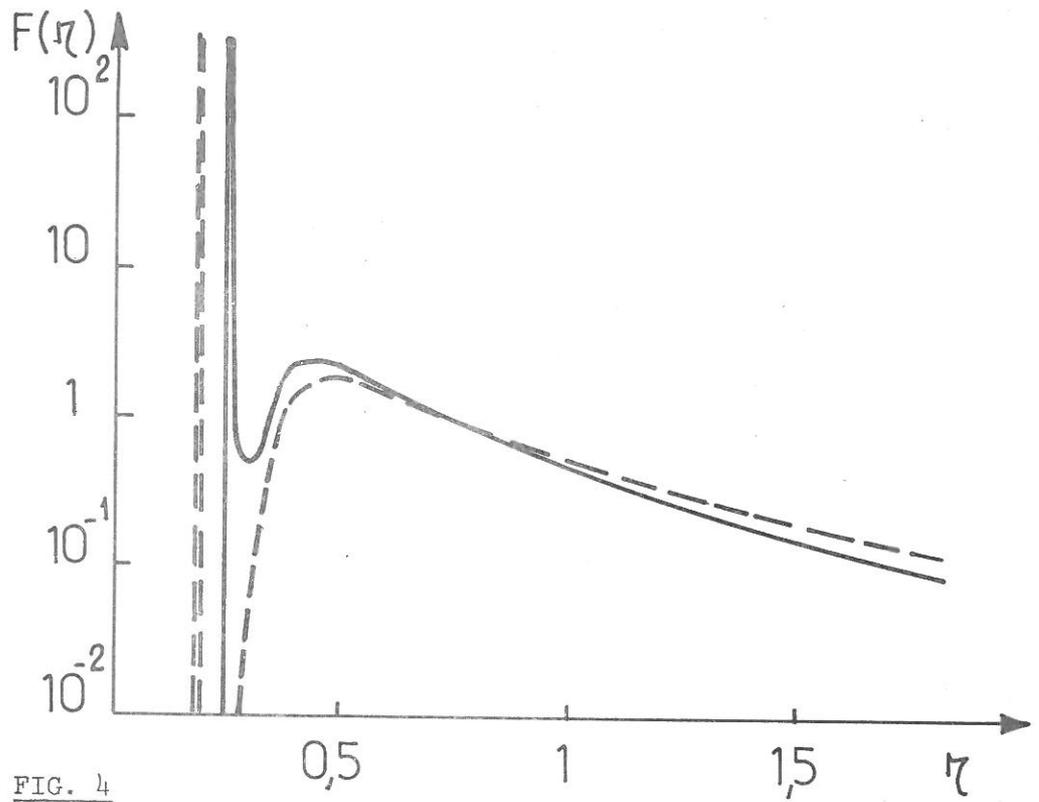


FIG. 4,5 -  $F(\eta)$  dont la transformée inverse fournit le potentiel en fonction de  $\eta = \frac{ka}{\omega}$  pour différentes valeurs de

$$r^2 = \frac{\omega^2}{\omega_p^2}$$

Fig. 4 — — —  $r^2 = 1,05$  — — —  $r^2 = 1,1$

Fig. 5 — · —  $r^2 = 1,2$  — — —  $r^2 = 1,5$  — — —  $r^2 = 2$



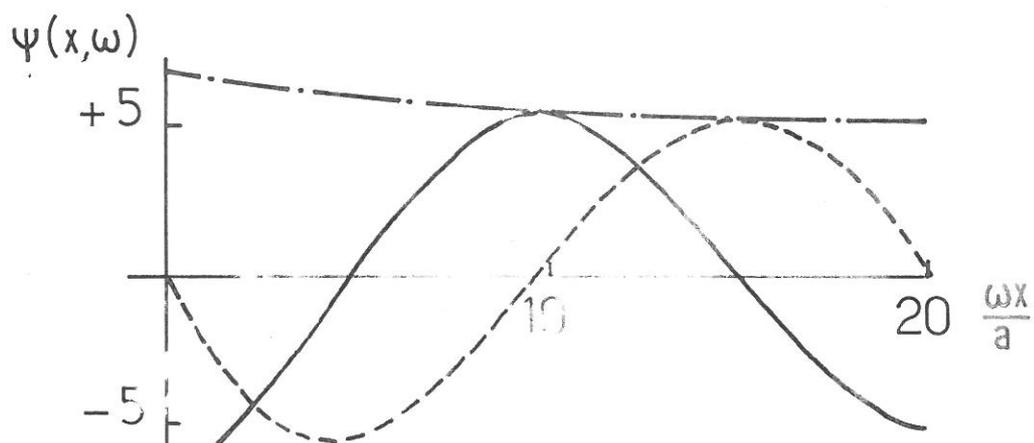


FIG. 6

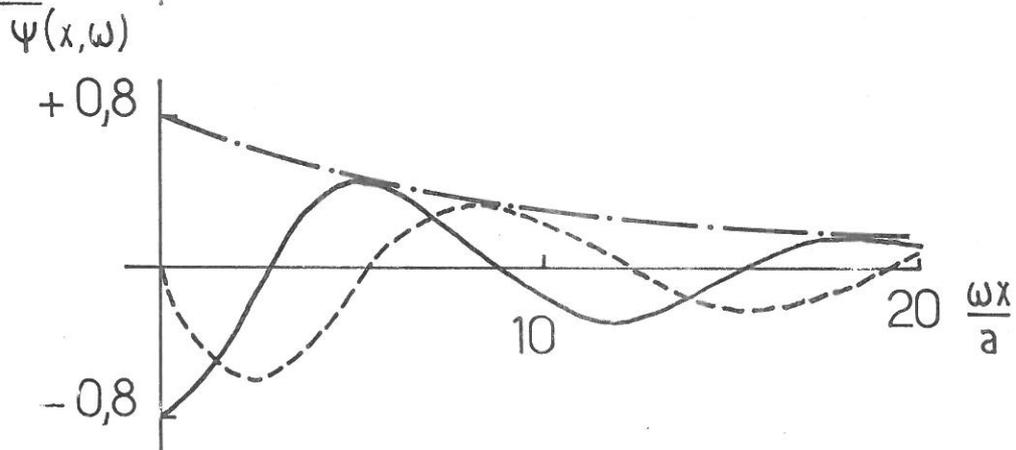


FIG. 7

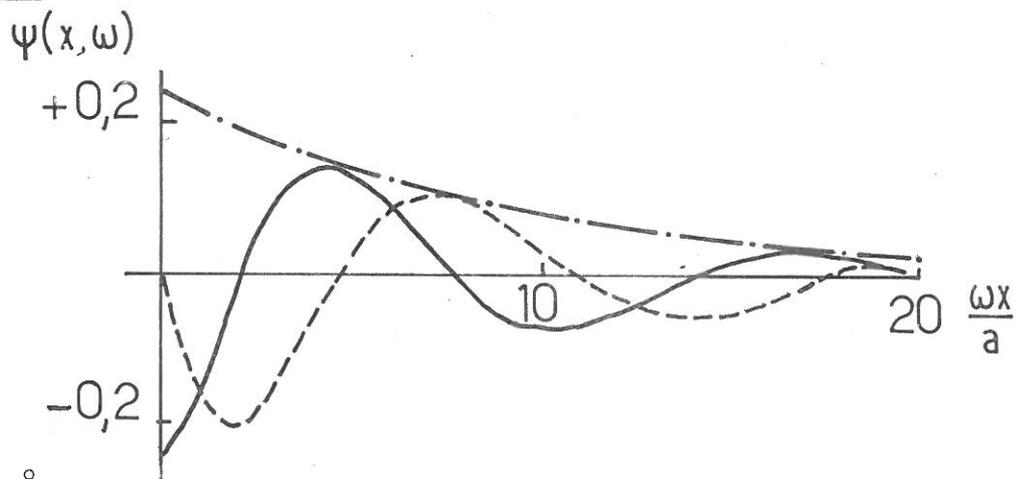


FIG. 8

FIG. 6,7,8 - Partie réelle (—), imaginaire (---) et module (- · - ·) du potentiel  $\Psi(x, \omega)$  excité dans le plasma pour différentes valeurs de la fréquence

Fig. 6  $f^2 = 1,20$       Fig. 7  $f^2 = 2$       Fig. 8  $f^2 = 3$



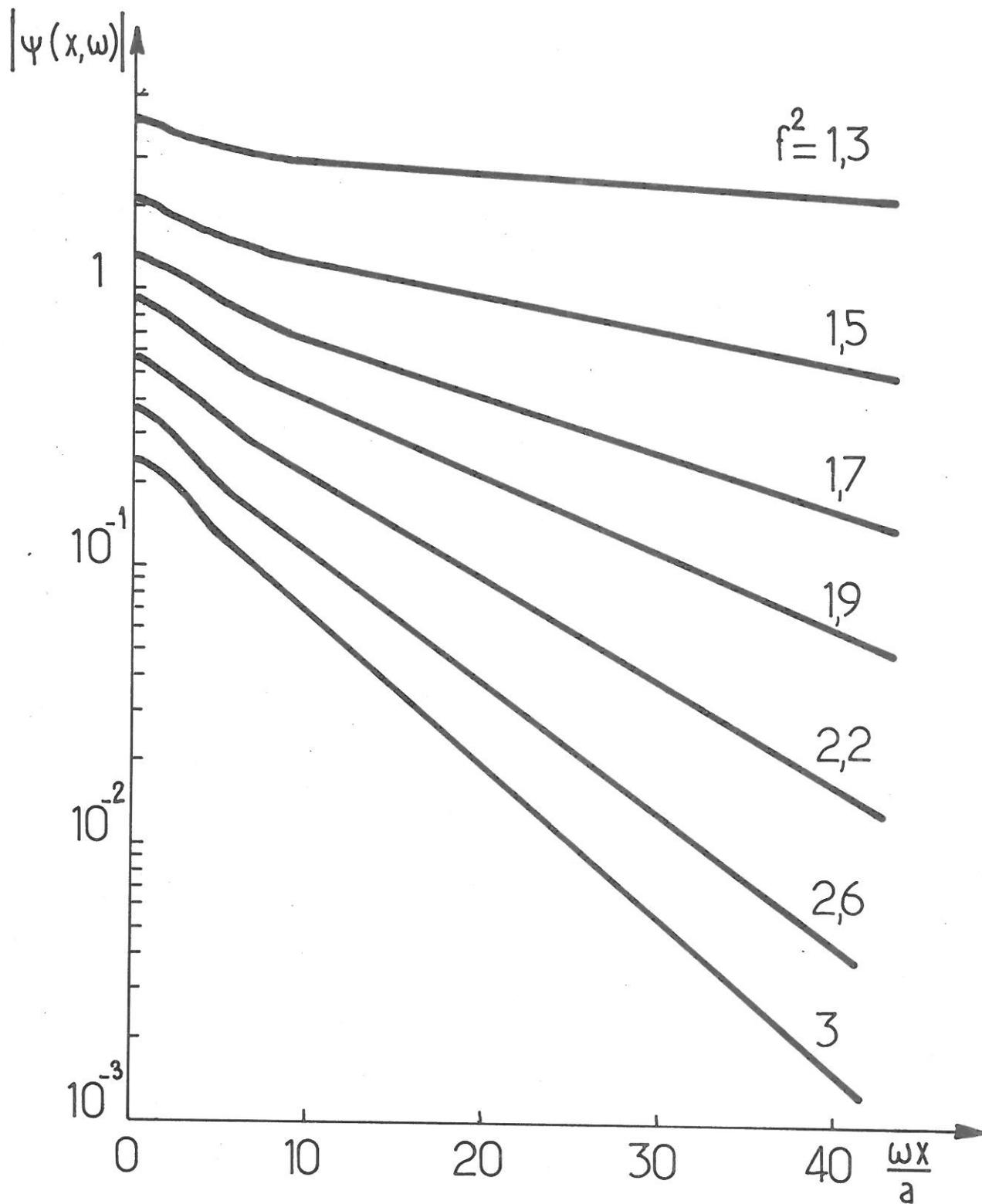


FIG. 9 - Amplitude du potentiel excité dans le plasma en fonction de la distance pour différentes valeurs de la fréquence.

Courbes paramétrées en  $f^2 = \frac{\omega^2}{\omega_p^2}$



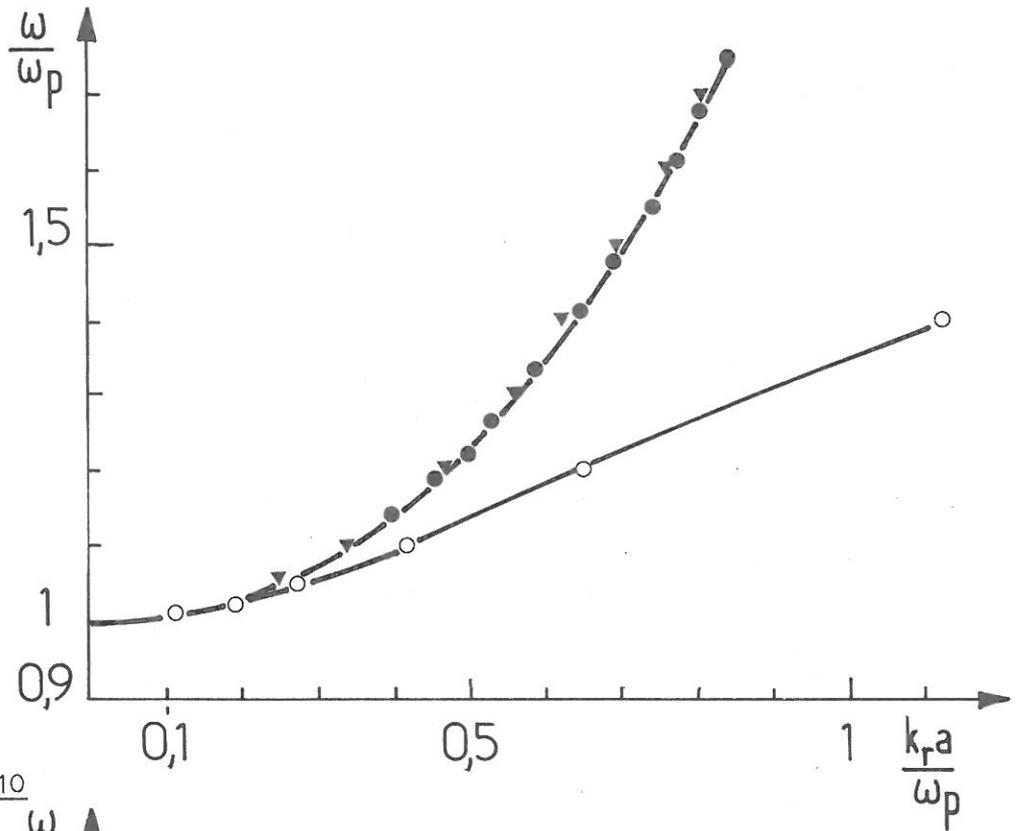


FIG. 10

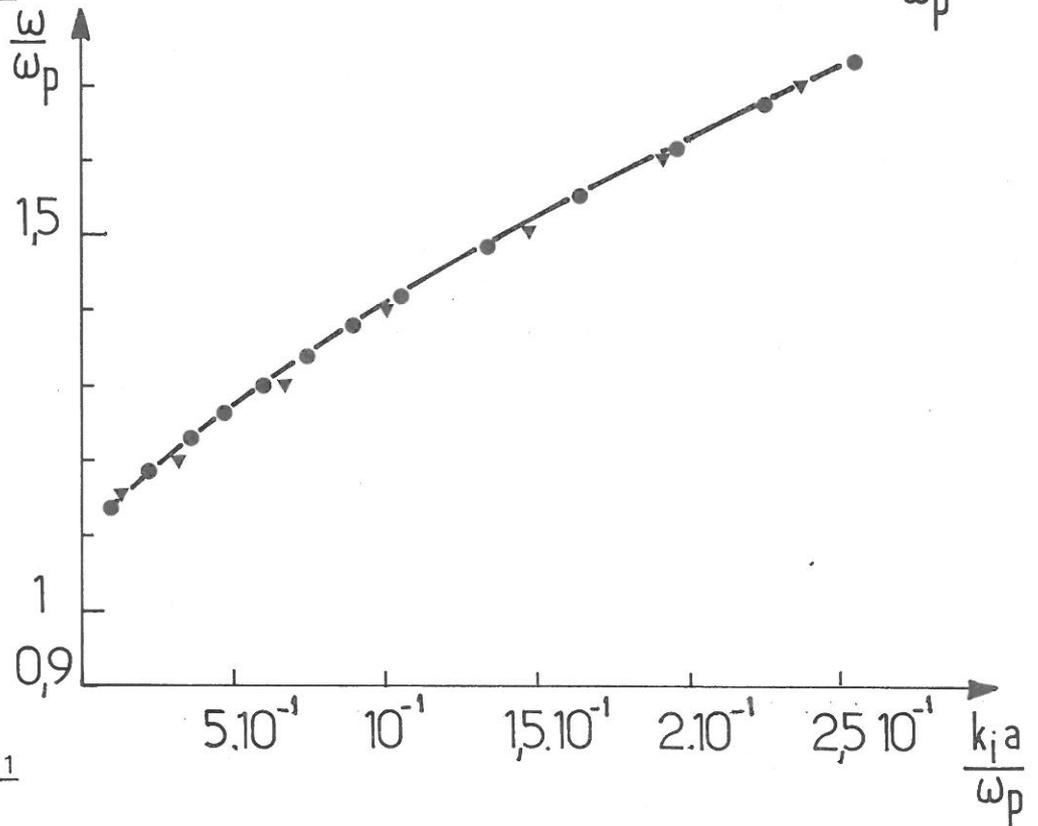


FIG. 11

FIG. 10, 11 - Courbe de dispersion d'une onde de plasma électronique

Fig. 10 Partie réelle du nombre d'onde en fonction de la fréquence,

▼ résultant du calcul du potentiel, ● du 1er pole de Landau,

○ Bohm et Grauss

Fig. 11 Partie imaginaire du nombre d'onde en fonction de la fréquence,

▼ résultant du calcul du potentiel, ● du 1er pole de Landau



quence [fig. 10, 11]. Ces courbes de dispersion sont comparées à celles résultant du premier pôle de Landau [1], et de l'approximation de Bohm et Gross [I.A.2].

L'approximation de Bohm et Gross [19] n'est valable qu'au voisinage de la fréquence plasma soit  $f < 1,05$ . Alors que l'approximation consistant à prendre le premier pôle de Landau reste valable dans le domaine de fréquence envisagé ( $f < 1,7$ ). Cependant cette approximation ne peut rendre compte du potentiel à grande distance résultant de l'écoulement de la perturbation imposée par le champ électrique.

### I.3 - FONCTION DE DISTRIBUTION PERTURBÉE A L'ORDRE 1

Le champ électrique, associé à la propagation d'une onde longitudinale, est une grandeur physique macroscopique ; il résulte, par l'intermédiaire de l'équation de Poisson, de la grandeur microscopique qu'est la fonction de distribution perturbée. Celle-ci révèle, bien mieux que le champ électrique, la structure de l'interaction onde-particules.

Deux méthodes, permettant d'obtenir au premier ordre la fonction de distribution perturbée, sont exposées. La première est basée sur la résolution directe de l'équation de Vlasov, le champ électrique dans le plasma étant donné par les expressions du chapitre précédent. L'autre méthode s'appuie sur l'inversion de la transformée de Fourier-Laplace de la fonction de distribution perturbée.

Avant que l'onde ne soit totalement amortie, la fonction de distribution perturbée présente une modulation spatiale de son amplitude avec un nombre d'onde égal à la différence entre celui associé à l'onde de plasma et celui,  $\frac{\omega}{v}$ , associé à la particule de vitesse  $v$ . Cette modulation spatiale est donc amortie exponentiellement comme l'onde.

Une fois l'onde disparue du milieu, amortie par effet Landau, une perturbation de l'ensemble de la fonction de distribution, variant spatialement en  $e^{j \frac{\omega}{v} x}$  subsiste indéfiniment dans le milieu.

Cette perturbation présente un caractère résonnant pour les particules dont la vitesse est voisine de la vitesse de phase de l'onde. Ce caractère résonnant est d'autant plus marqué que la fréquence de l'onde est voisine de la fréquence plasma. Le fait que cette perturbation subsiste indéfiniment dans le plasma traduit un effet d'écoulement libre des électrons modifié par le champ self consistant de l'onde de plasma. Cette perturbation de la fonction de distribution est responsable des échos.

1.3.1 - RESOLUTION DIRECTE DE VLASOV

L'évolution de la fonction de distribution, perturbée par le champ électrique d'une onde longitudinale de fréquence  $\omega_1$ , est régie par l'équation de Vlasov à une dimension, linéarisée au premier ordre

$$I.29 \quad \frac{\partial f^{(1)}}{\partial t}(x, v, t) + v \frac{\partial f^{(1)}}{\partial x}(x, v, t) + \frac{q}{m} E^{(1)}(x, t) \frac{df_0}{dv} = 0$$

A cette équation différentielle du premier ordre, il faut ajouter les conditions aux limites

$$I.30 \quad f^{(1)}(x = -\infty, v > 0, t) = 0$$

$$f^{(1)}(x = +\infty, v < 0, t) = 0$$

Pour des  $x$  très négatifs et des vitesses positives, pour des  $x$  très grands et des vitesses négatives, les particules n'ont subi l'effet d'aucun champ électrique [28], et leur vitesse n'est pas perturbée.

Posant alors

$$I.31 \quad \begin{aligned} f^{(1)}(x, v, t) &= f^{(1)}(x, v, \omega_1) e^{-j\omega_1 t} \\ E^{(1)}(x, t) &= E^{(1)}(x, \omega_1) e^{-j\omega_1 t} \end{aligned} \quad E(x, \omega_1) = E^+(x, \omega_1) Y(x) + E^-(x, \omega_1) Y(-x)$$

où  $E^+(x, \omega)$  et  $E^-(x, \omega)$  résultent de (I.23, I.25) et distinguant selon que la vitesse est positive ou négative, la résolution de l'équation de Vlasov (I.29) compte tenu des conditions aux limites (I.30) conduit aux deux expressions

$$v > 0 \quad f^{(1)}(x, v, \omega) = -A(v) \int_{-\infty}^x dx' E^{(1)}(x', \omega) \exp i \frac{\omega}{v} (x-x')$$

$$I.32 \quad v < 0 \quad f^{(1)}(x, v, \omega) = -A(v) \int_{+\infty}^x dx' E^{(1)}(x', \omega) \exp i \frac{\omega}{v} (x-x')$$

$$\text{où} \quad A(v) = \frac{q}{m} \frac{1}{v} \frac{df_0}{dv}$$

Reportant alors l'expression (I.25) du champ électrique et intervertissant l'ordre d'intégration sur  $k$  et  $x'$ , la fonction de distribution perturbée pour des vitesses positives et des abscisses négatives s'exprime au moyen des intégrales suivantes

$$v > 0$$

$$x < 0$$

$$I.33 \quad f^{(1)}(x, v, \omega) = - \frac{A(v) \phi_{\text{ext}}}{\Pi} [\epsilon I_1(x) + I_2(x) + \epsilon I_3(x)]$$

$$\text{où} \quad I_1(x) = - \int_0^{\infty} dk e^{-jkx} \frac{S(k)}{k + \frac{\omega_1}{v}} \text{Im} \left\{ \frac{1}{\epsilon^+(k, \omega_1)} \right\}$$

$$I.34 \quad I_2(x) = + \Pi \int_{-\infty}^x dx' S(x') \exp j \frac{\omega_1}{v} (x-x')$$

$$I_3(x) = \Pi \frac{S(j\alpha)}{\left[ \frac{\partial}{\partial k} \epsilon^+(k, \omega_1) \right]_{k=j\alpha}} \frac{e^{+\alpha x}}{j\alpha + \frac{\omega_0}{v}} Y(\omega_p - \omega_1)$$

Le terme  $I_1(x)$  représente l'interaction de l'onde longitudinale, se propageant vers les abscisses négatives, avec les particules de vitesse positive.  $I_2(x)$  traduit la modification de l'écoulement libre des électrons sous l'effet du champ électrique imposé de l'extérieur (cf. Appendice A.1),  $I_3(x)$  l'interaction des particules avec le champ électrique oscillant, amorti dans l'espace et qui n'existe que lorsque la fréquence de la source est inférieure à la fréquence plasma. Il faut remarquer que la fonction de distribution en  $x = 0$ , est obtenue explicitement dans le cas d'une excitation idéale. Celle-ci serait constituée par des grilles non absorbantes dont le seul effet serait d'imposer au plasma un champ électrique extérieur. Ce terme est dans de nombreuses publications, soit pris arbitrairement, [15, 20, 21], soit déterminé de manière expérimentale [22]. Cependant dans un formalisme différent, un calcul récent montre comment tenir compte de l'absorption de grilles non idéales [23].

Pour des vitesses et des abscisses positives, la perturbation de la fonction de distribution prend la forme

$$v > 0$$

$$x > 0$$

$$f^{(1)}(x, v, \omega) = - \frac{A(v)\Phi}{\Pi} \left\{ e^{+j\frac{\omega_1}{v} x} (\epsilon I_1(0) + I_2(0) + \epsilon I_3(0)) \right. \\ \left. + J_1(x) + J_2(x) + J_3(x) \right\}$$

où  $I_1(0)$ ,  $I_2(0)$ ,  $I_3(0)$  sont donnés par (II.34) et où

$$J_1(x) = \int_0^{\infty} dk S(k) \frac{e^{+jkx} - e^{+j\frac{\omega}{v} x}}{k - \frac{\omega_1}{v}} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\epsilon^+(k, \omega)} \right\}$$

$$I.35 \quad J_2(x) = \Pi \int_{+0}^x dx' S(x') \exp j \frac{\omega_1}{v} (x-x')$$

$$J_3(x) = \frac{\Pi S(j\alpha)}{\left[ \frac{\partial}{\partial k} \epsilon^+(k, \omega_1) \right]_{k=-j\alpha}} \frac{e^{-\alpha x} - e^{j\frac{\omega_1}{v} x}}{-j\alpha + \frac{\omega}{v}} Y(\omega_p - \omega)$$

Les termes dépendant des expressions  $I_1(0)$ ,  $I_2(0)$ ,  $I_3(0)$  traduisent l'écoulement vers les abscisses positives de "la condition initiale en  $x=0$ ", résultant de l'interaction ayant eu lieu pour des abscisses négatives.  $J_1(x)$  rend compte de l'interaction des particules de vitesse positive avec l'onde se propageant vers les abscisses positives,  $J_2(x)$  d'un effet d'écoulement libre perturbé par le champ extérieur ; enfin  $J_3(x)$  traduit l'influence du champ électrique amorti existant en dessous de la fréquence plasma.

Il faut noter que  $J_1(x)$  est parfaitement définie puisque

$$\lim_{k \rightarrow \frac{\omega}{v}} \frac{e^{jkx} - e^{+j\frac{\omega}{v} x}}{k - \frac{\omega}{v}} = j e^{+j\frac{\omega}{v} x} x.$$

L'interaction de l'onde longitudinale avec la fonction de distribution des vitesses peut s'analyser en prenant un modèle analogue à celui

déjà utilisé au paragraphe précédent. Posant

$$f^2 = \frac{\omega^2}{\omega_p^2} \quad \eta = \frac{ka}{\omega} \quad Z = \frac{\omega x}{a} \quad \theta = \frac{v}{a}$$

$J_1(Z)$  s'exprime au moyen de ces grandeurs réduites

$$J_1(Z) = f^2 \int_0^\infty d\eta S(\eta) F(\eta) \frac{e^{jnZ} - e^{j\frac{Z}{\theta}}}{\eta - \frac{1}{\theta}}$$

où  $F(\eta)$  devient pour une fonction de distribution maxwellienne

$$F(\eta) = \text{Im} \left\{ \frac{\eta}{\eta^2 f^2 - Z \left( \frac{1}{\eta} \right)} \right\}$$

Prenant pour  $F(\eta)$  une fonction delta en  $\eta_0$

$$F(\eta) = \delta(\eta - \eta_0)$$

le terme traduisant l'interaction de l'onde devient

$$J_1(Z) = f^2 S(\eta_0) \eta_0 \frac{e^{+j\eta_0 Z} - e^{+j\frac{Z}{\theta}}}{\eta_0 - \frac{1}{\theta}}$$

La fonction de distribution, pour une vitesse donnée est alors modulée en amplitude avec un nombre d'onde,  $\eta_0 - \frac{1}{\theta}$ , égal à la différence entre le nombre d'onde associé à l'onde se propageant et celui associé à la particule de vitesse  $v$ . A la vitesse de phase, le module de la fonction de distribution perturbée croit linéairement avec la distance

$$J_1(Z) = j f^2 S(\eta_0) \eta_0 Z e^{+j\eta_0 Z}$$

Cette fonction de distribution, observée à distance constante, présente dans l'espace des vitesses une modulation d'amplitude en

$e^{j\frac{\omega}{v} x}$ , modulation d'autant plus serrée que la vitesse sera faible et le point d'observation éloigné de la source.

Dans le cas général, le comportement asymptotique de la fonction de distribution perturbée pour des vitesses et des abscisses positives se déduit de la relation

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{jpx} - 1}{p} = j\Pi\delta(p) - \frac{P.P.}{p}$$

Après avoir regroupé les différents termes de (I.35), il vient

$$f^{(1)}(x \rightarrow \infty, v > 0, \omega) = -\frac{A(v)\Phi}{\Pi} \left\{ (j\Pi \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\epsilon^+ \left( \frac{\omega_1}{v}, \omega_1 \right)} \right\} S\left(\frac{\omega_1}{v}\right) + \Pi S\left(\frac{\omega_1}{v}\right) \right. \\ \text{I.36} \quad \left. - P.P. \int_{-\infty}^{+\infty} dk S(k) \frac{1}{k - \frac{\omega_1}{v}} \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\epsilon^+(k, \omega_1)} \right\} e^{+j\frac{\omega_1}{v} x} \right. \\ \left. + \frac{\Pi S(j\alpha)}{\left[ \frac{\partial}{\partial k} \epsilon^+(k, \omega_1) \right]_{k=-j\alpha}} \left\{ \frac{\epsilon}{j\alpha + \frac{\omega_1}{v}} - \frac{1}{-j\alpha + \frac{\omega_1}{v}} \right\} \right\}$$

Cette expression, mal aisée à manipuler puisqu'elle fait apparaître la partie principale d'une intégrale, s'évalue à l'aide des intégrales  $I^\pm$

$$I^\pm = \int_{-\infty}^{+\infty} dk S(k) \frac{\Sigma^\pm(k, \omega_1)}{1 - \Sigma^\pm(k, \omega_1)} \frac{1}{k - \frac{\omega_1}{v}}$$

où  $\Sigma^\pm(k, \omega_1)$  sont définis par (I.20).

Supposant  $\omega_1$  réel, le contour d'intégration de  $I^+$  est situé dans le demi plan  $\operatorname{Im} k < 0$ . Il est constitué par l'axe réel, échancré dans le

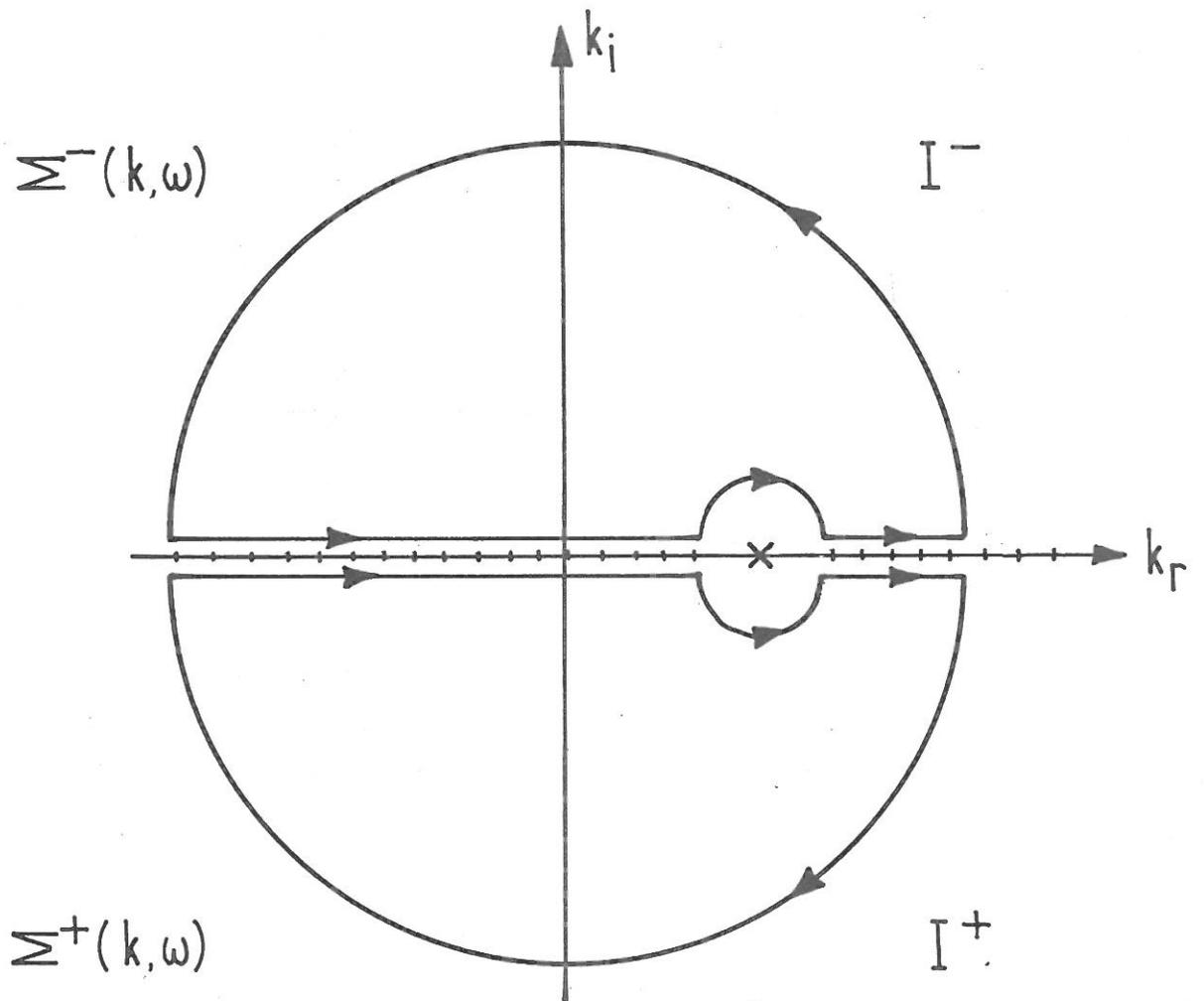


FIG. 12 - Contour d'intégration pour  $I^\pm$ .  $\omega$  est réel,  $k$  complexe ;  
la coupure est l'axe  $k_r$ .



demi plan inférieur par un demi cercle centré en  $k = \frac{\omega}{v}$  et est refermé par un demi cercle de rayon infini. Le théorème des résidus est alors appliqué à ce contour (fig. 12) lorsque l'intégrand de  $I^+$  converge uniformément vers 0,  $k$  étant situé sur le demi cercle de rayon infini

$$\text{P.P.} \int_{-\infty}^{+\infty} dk S(k) \frac{\Sigma^+(k, \omega_1)}{1 - \Sigma^+(k, \omega_1)} \frac{1}{k - \frac{\omega_1}{v}} + j\text{P.S.}\left(\frac{\omega_1}{v}\right) \frac{\Sigma^+\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)}{1 - \Sigma^+\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)}$$

I.37

$$= \frac{2i\text{P.S.}(-j\alpha)}{\frac{\partial}{\partial k} [1 - \Sigma^+(k, \omega_1)]_{k=-j\alpha}} \frac{1}{j\alpha + \frac{\omega_1}{v}} Y(\omega_p - \omega_1)$$

Pour  $I^-$  le contour, situé dans le demi plan  $\text{Im } k > 0$ , court le long de l'axe réel, est échanré par un demi cercle en  $k = \frac{\omega}{v}$  et est refermé par un demi cercle à l'infini. Il vient

$$\text{P.P.} \int_{-\infty}^{+\infty} dk S(k) \frac{\Sigma^-(k, \omega_1)}{1 - \Sigma^-(k, \omega_1)} \frac{1}{k - \frac{\omega_1}{v}} - j\text{P.S.}\left(\frac{\omega_1}{v}\right) \frac{\Sigma^-\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)}{1 - \Sigma^-\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)}$$

I.38

$$= - \frac{2i\text{P.S.}(j\alpha)}{\frac{\partial}{\partial k} [1 - \Sigma^-(k, \omega_1)]_{k=j\alpha}} \frac{1}{-j\alpha + \frac{\omega_1}{v}}$$

Tenant compte des relations de conjugaison entre  $\epsilon^+(k, \omega)$  et  $\epsilon^-(k, \omega)$  (I.13) et des relations découlant de la parité ou de l'imparité de la source

$$S(k) = \epsilon S(-k)$$

les expressions (I.37) et (I.38) sont soustraites l'une de l'autre, pour donner les relations de Kramers Krönig du problème [24]

$$\text{I.39} \quad \text{P.P.} \int_{-\infty}^{+\infty} dk S(k) \frac{1}{k - \frac{\omega_1}{v}} \text{Im} \left\{ \frac{1}{\epsilon^+(k, \omega_1)} \right\} = - \text{P.S.}\left(\frac{\omega_1}{v}\right) \left[ \text{Réel} \left\{ \frac{1}{\epsilon^+(k, \omega_1)} - 1 \right\} \right]$$

.../...

$$+ \frac{\Pi S(j\alpha)}{\frac{\partial}{\partial k} [\varepsilon^+(k, \omega_1)]_{k=-j\alpha}} \left[ \frac{\varepsilon}{j\alpha + \frac{\omega_1}{v}} - \frac{1}{-j\alpha + \frac{\omega_1}{v}} \right]$$

Reportant alors (I.39) dans (I.36), le comportement asymptotique de la fonction de distribution s'en déduit

$$I.40 \quad f^{(1)}(x \rightarrow \infty, v > 0, \omega) = -A(v) \Phi S\left(\frac{\omega_1}{v}\right) \frac{e^{j \frac{\omega}{v} x}}{\varepsilon^+\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)} .$$

Cette expression peut se déduire immédiatement de (I.32) en remarquant qu'en faisant tendre  $x$  vers l'infini, on fait apparaître la transformée de Fourier du champ électrique.

Il subsiste donc dans le milieu une perturbation de la fonction de distribution en  $e^{j \frac{\omega}{v} x}$ . Cette perturbation provient de l'écoulement libre des électrons perturbé par le champ extérieur et le champ de l'onde de plasma : la présence au dénominateur de la constante diélectrique tient compte de l'interaction de l'onde longitudinale avec les électrons (cf. Appendice A.1).

### I.3.2 - INVERSION DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER LAPLACE

L'inversion de la transformée de Fourier-Laplace de la fonction de distribution perturbée dans l'espace  $k, \omega$  (I.8) conduit à une intégrale parfaitement définie

$$I.41 \quad f^{(1)}(x, v, t) = \frac{j}{2\pi} A(v) \Phi_{\text{ext}} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{e^{+ikx} S(k)}{k - \frac{\omega}{v}} \left[ \frac{e^{-j\omega_1 t}}{\varepsilon^{\pm}(k, \omega_1)} - \frac{e^{-jkvt}}{\varepsilon^{\pm}(k, kv)} \right]$$

Dans l'Appendice (I.A.2), on montre que cette expression mène aux résultats trouvés précédemment.

I.3.3 - FONCTION DE DISTRIBUTION PERTURBEE

A - FONCTION DE DISTRIBUTION PERTURBEE A FAIBLE DISTANCE DE LA SOURCE

Pour une fonction de distribution maxwellienne et pour une répartition spatiale de l'amplitude de la source donnée par une fonction delta, le calcul numérique permet de tracer, à  $x$  ou  $v$  fixés, la fonction de distribution perturbée (I.35). Ne tenant compte que des termes  $I_1(0)$  et  $J_1(x)$  (I.35) traduisant l'interaction des ondes de plasma avec les particules, il vient

$$f_{ON}^{(1)}(x,v,t) = B [(M_1 + M_2) \cos \omega t + (N_1 + N_2) \sin \omega t] \theta e^{-\theta^2}$$

où 
$$M_1 = \cos \frac{Z}{\theta} \int_0^\infty d\eta \eta^2 \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\eta^2 f^2 - Z' \left( \frac{1}{\eta} \right)} \right\} \frac{1}{\eta \theta + 1}$$

$$N_1 = - \sin \frac{Z}{\theta} \int_0^\infty d\eta \eta^2 \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\eta^2 f^2 - Z' \left( \frac{1}{\eta} \right)} \right\} \frac{1}{\eta \theta + 1}$$

$$M_2 = - 2 \int_0^\infty d\eta \eta^2 \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\eta^2 f^2 - Z' \left( \frac{1}{\eta} \right)} \right\} \frac{\sin \frac{Z}{2\theta} (\eta \theta + 1) \sin \frac{Z}{2\theta} (\eta \theta - 1)}{\eta \theta - 1}$$

$$N_2 = 2 \int_0^\infty d\eta \eta^2 \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{\eta^2 f^2 - Z' \left( \frac{1}{\eta} \right)} \right\} \frac{\sin \frac{Z}{2\theta} (\eta \theta + 1) \cos \frac{Z}{2\theta} (\eta \theta + 1)}{\eta \theta - 1}$$

$$B = \frac{2}{\Pi^{3/2}} f^2 \frac{q\Phi}{ma^3}$$

On calcule, à l'aide de ces intégrales, le module de la fonction de distribution

$$|f_{ON}^{(1)}(x,v,t)| = B \sqrt{M^2 + N^2}$$

où 
$$M = (M_1 + M_2) \theta e^{-\theta^2}$$

$$N = (N_1 + N_2) \theta e^{-\theta^2}.$$

A fréquence fixe et pour une vitesse donnée, le module de la fonction de distribution est tracé pour des abscisses variables (fig. 13, 14, 15). La fonction de distribution perturbée présente une modulation spatiale de son amplitude avec un nombre d'onde  $K_r$  égal à la différence entre le nombre d'onde de l'onde de plasma  $k_r$  correspondant à la fréquence excitée et celui  $\frac{\omega}{v}$  associé à la particule de vitesse  $v$  (fig. 13, 14, 15)

$$K_r = k_r(\omega) - \frac{\omega}{v}$$

Cette modulation spatiale de l'amplitude est amortie exponentiellement avec un nombre d'onde  $K_i$  identique à celui de l'onde excitée  $k_i(\omega)$

$$K_i = k_i(\omega)$$

Cette modulation disparaît lorsque la vitesse de la particule est voisine de la vitesse de phase de l'onde  $v_\varphi$  (fig. 13,c)

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k}$$

$$K_r = 0$$

Il existe en  $x = 0$  une perturbation qui traduit l'interaction des particules de vitesse positive avec l'onde se propageant vers les abscisses négatives.

A fréquence fixe et pour une abscisse donnée, le module de la fonction de distribution est tracé pour des vitesses variables (fig. 16, 17, 18). Tant que l'onde est présente, la fonction de distribution est modulée en amplitude en  $e^{\frac{j\omega}{v}x}$ . Cette modulation est d'autant plus serrée que la vitesse est faible et le point d'observation éloigné de la source.

Pour des ondes fortement amorties et après disparition de celles-ci, il n'existe aucun caractère résonnant à la vitesse de phase. D'autre part, lorsqu'une onde faiblement amortie est présente dans le plasma, la distance sur laquelle les échanges d'énergie entre l'onde et les particules ont lieu étant de l'ordre de la longueur d'amortissement, le caractère résonnant de la fonction de distribution n'apparaîtra que pour des distances supérieures à la longueur d'amortissement.

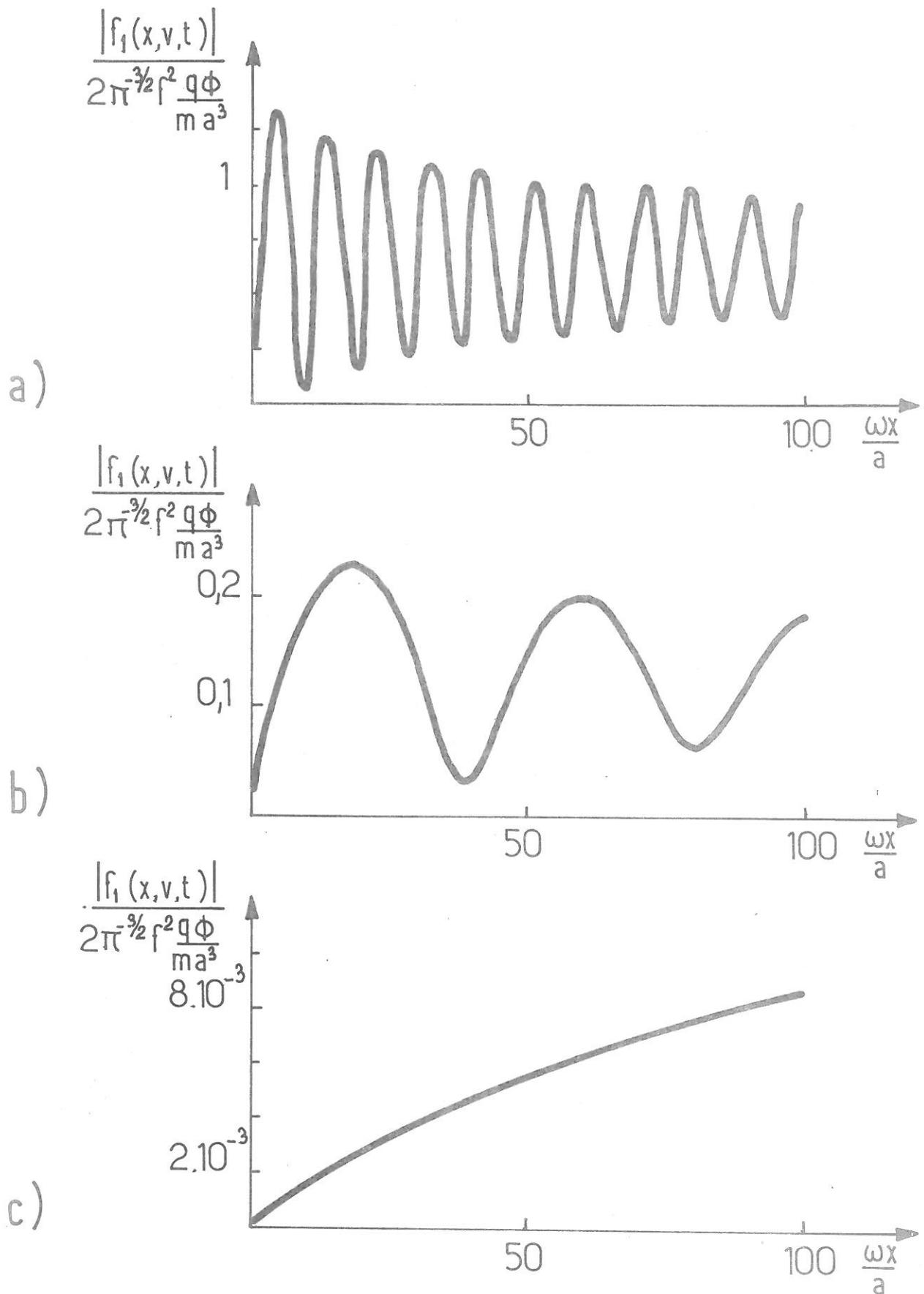


FIG. 13 - Module de la fonction de distribution perturbée en fonction de la distance  $f^2 = 1,3$

a)  $\frac{v}{a} = 1$

b)  $\frac{v}{a} = 2$

c)  $\frac{v}{a} = 3$



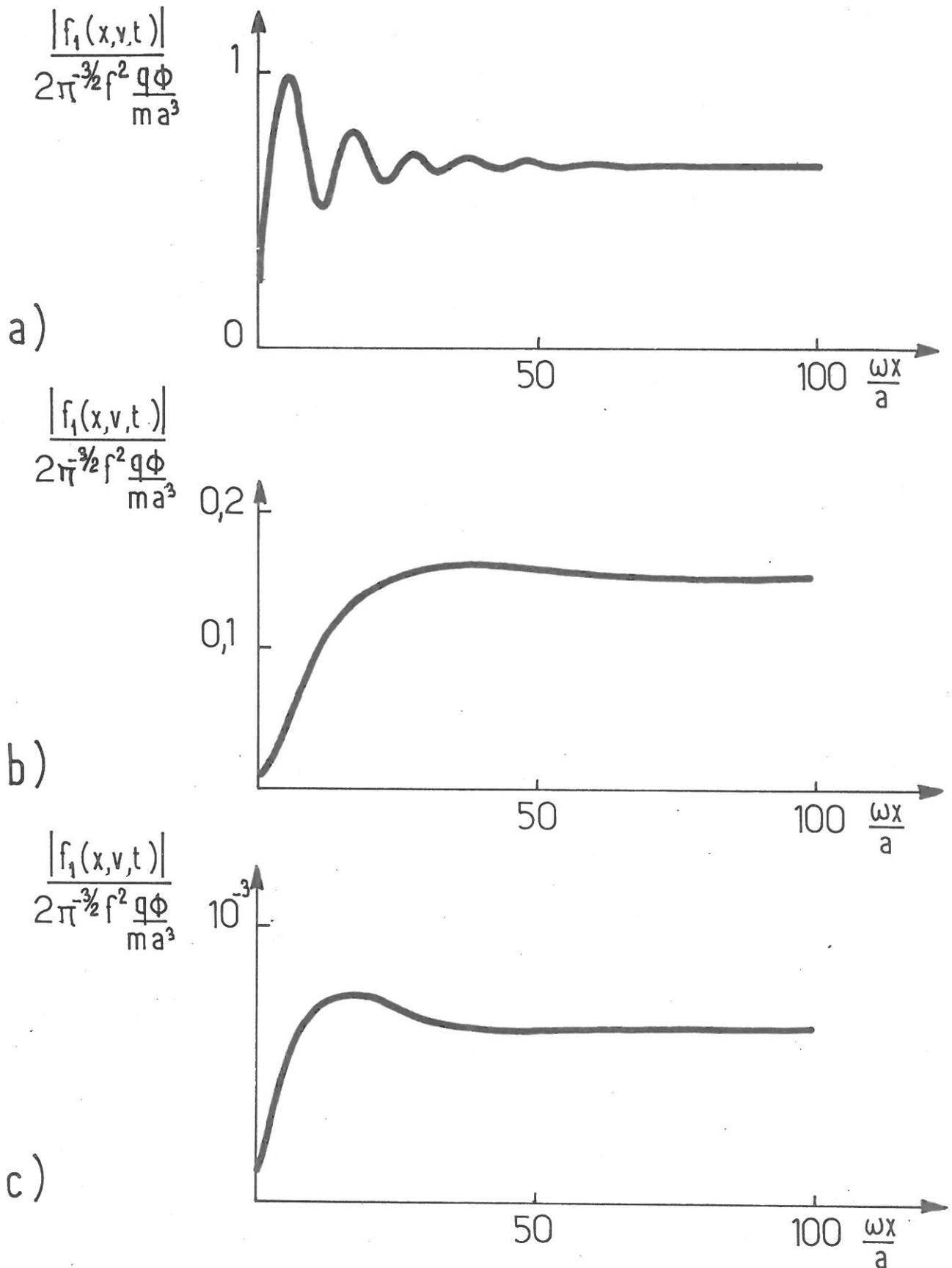


FIG. 14 - Module de la fonction de distribution perturbée en fonction de la distance  $f^2 = 2$

a)  $\frac{v}{a} = 1$

b)  $\frac{v}{a} = 2$

c)  $\frac{v}{a} = 3$



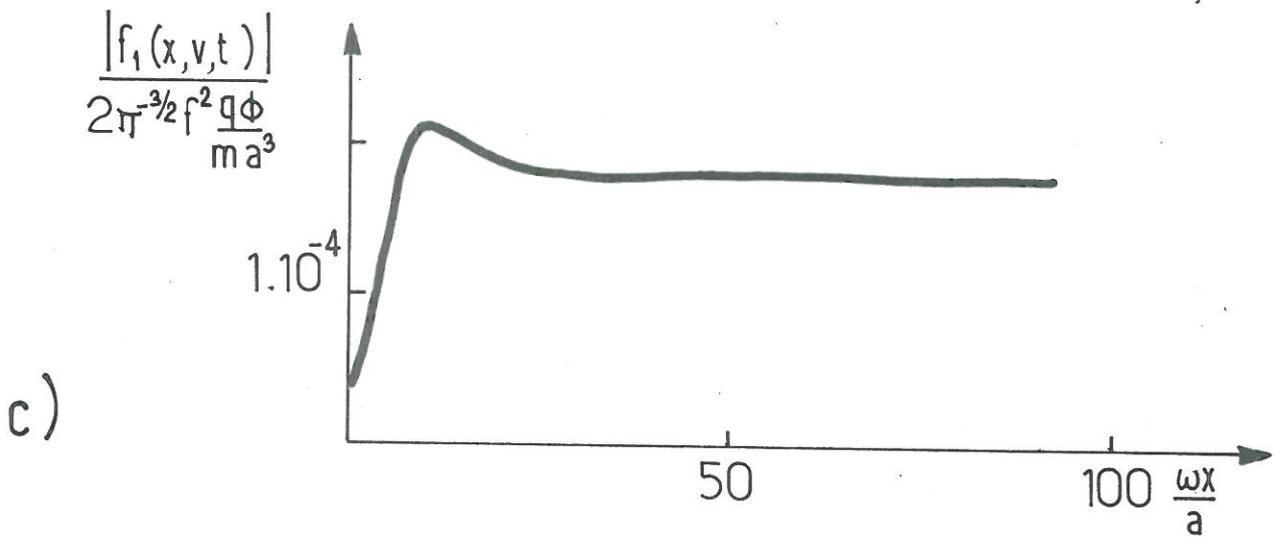
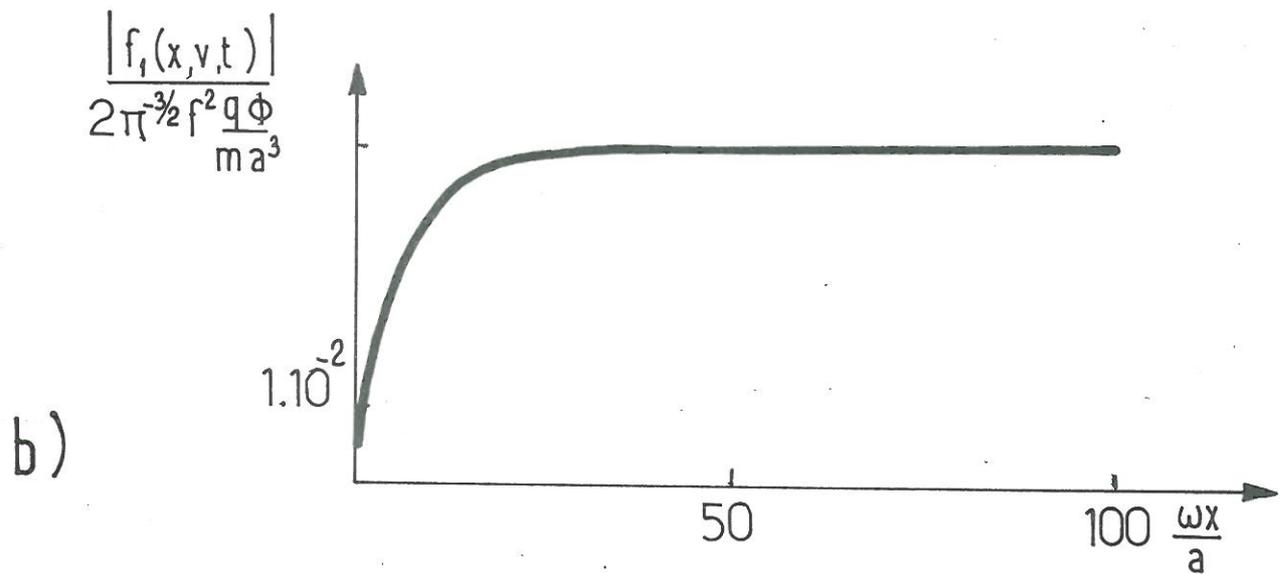
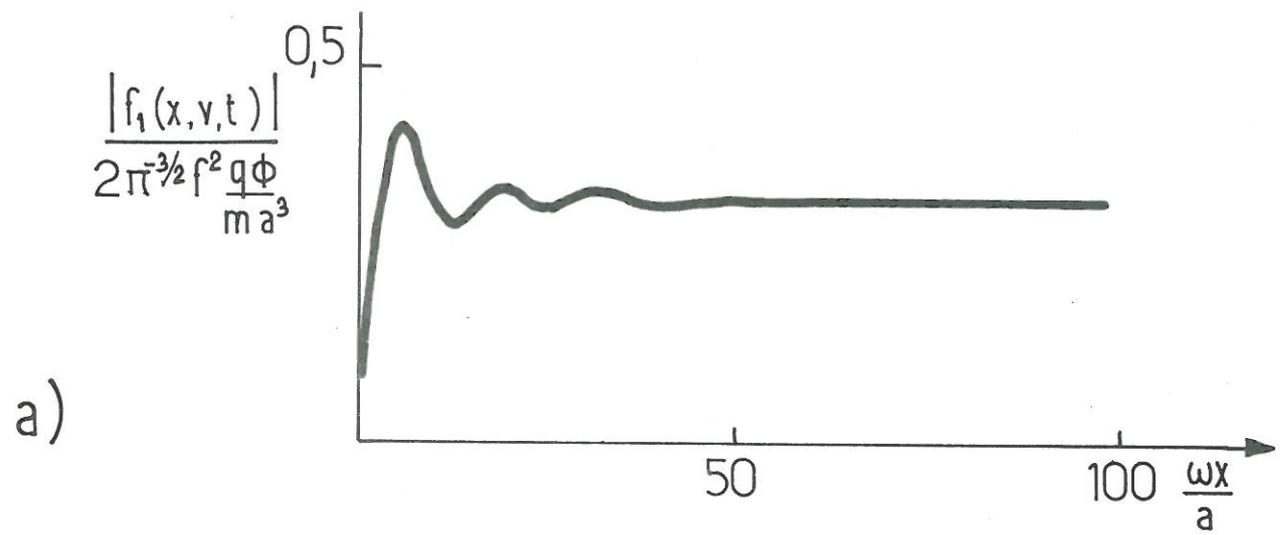


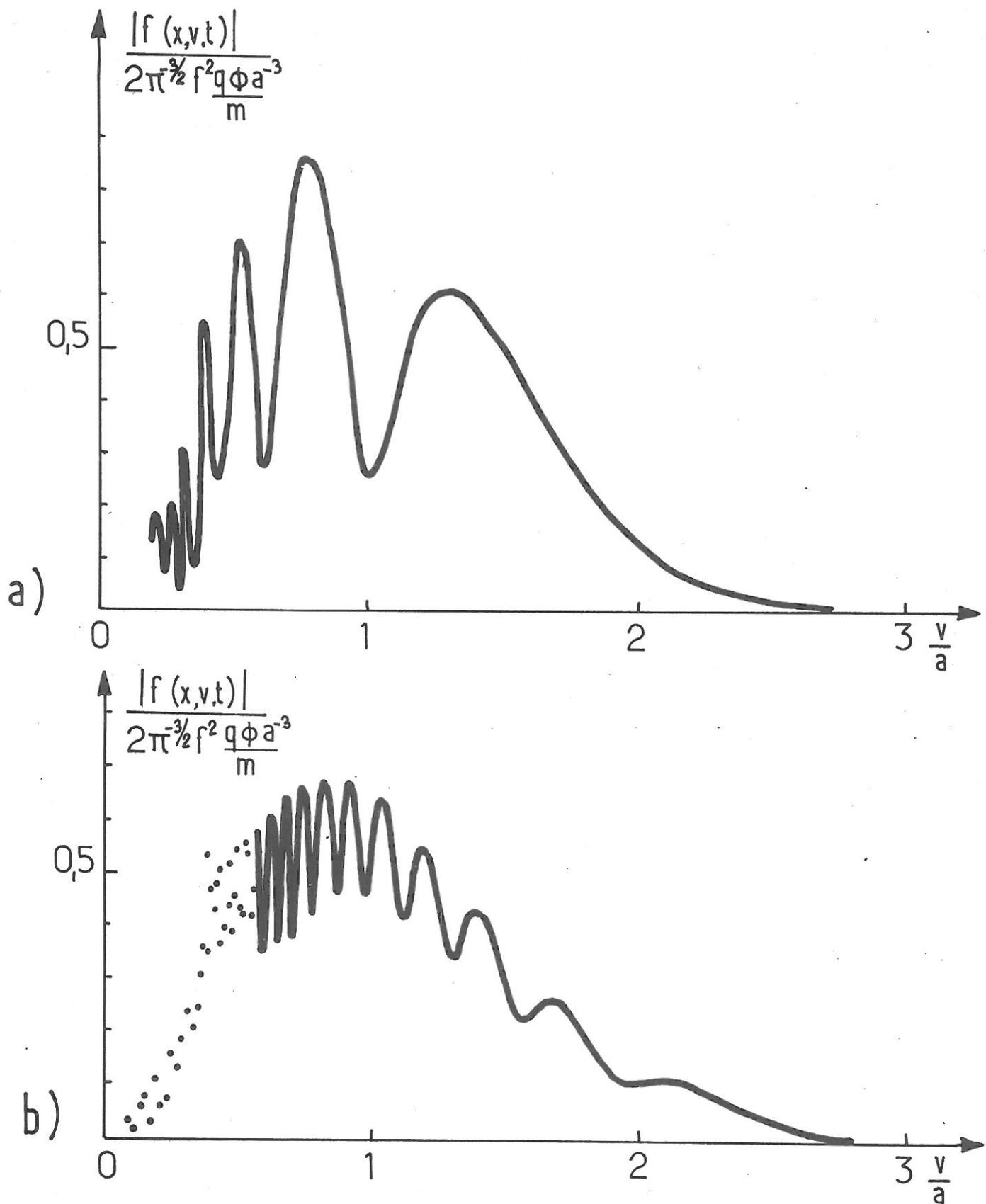
FIG. 15 - Module de la fonction de distribution perturbée en fonction de la distance  $f^2 = 3$

a)  $\frac{v}{a} = 1$

b)  $\frac{v}{a} = 2$

c)  $\frac{v}{a} = 3$







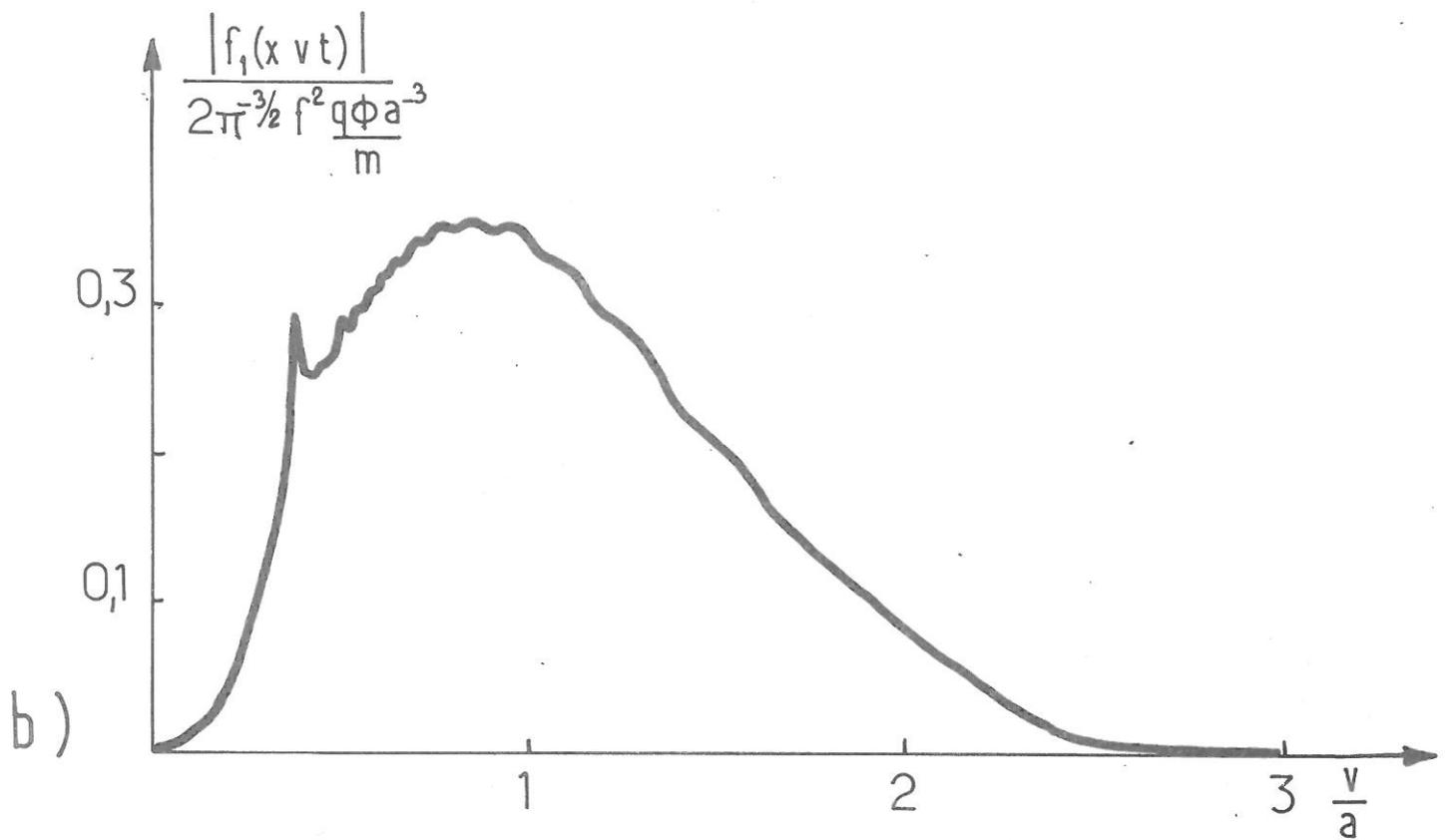
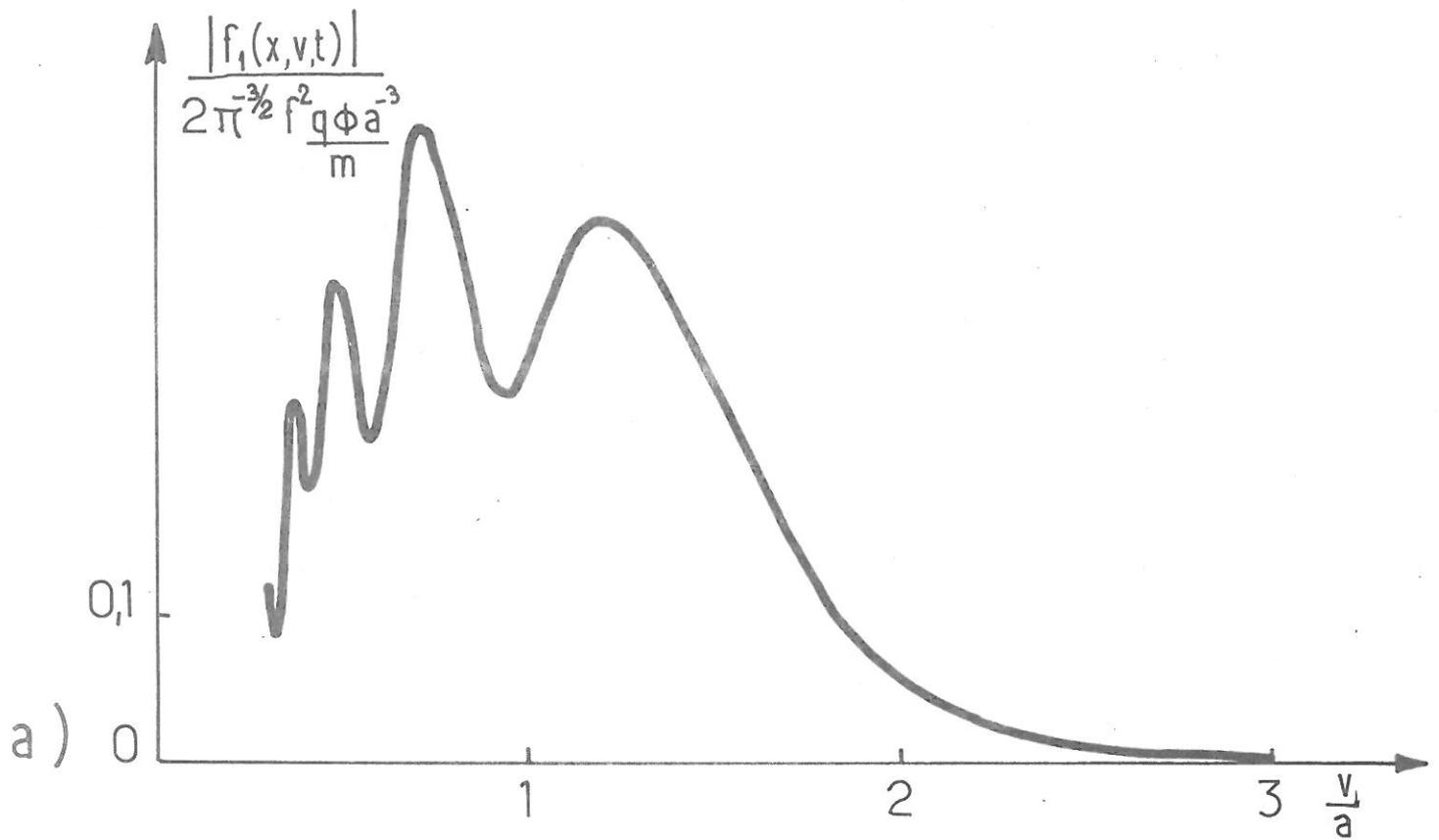


FIG. 17 - Module de la fonction de distribution perturbée en fonction de la vitesse  $f^2 = 2$

a)  $z = 10$

b)  $z = 50$



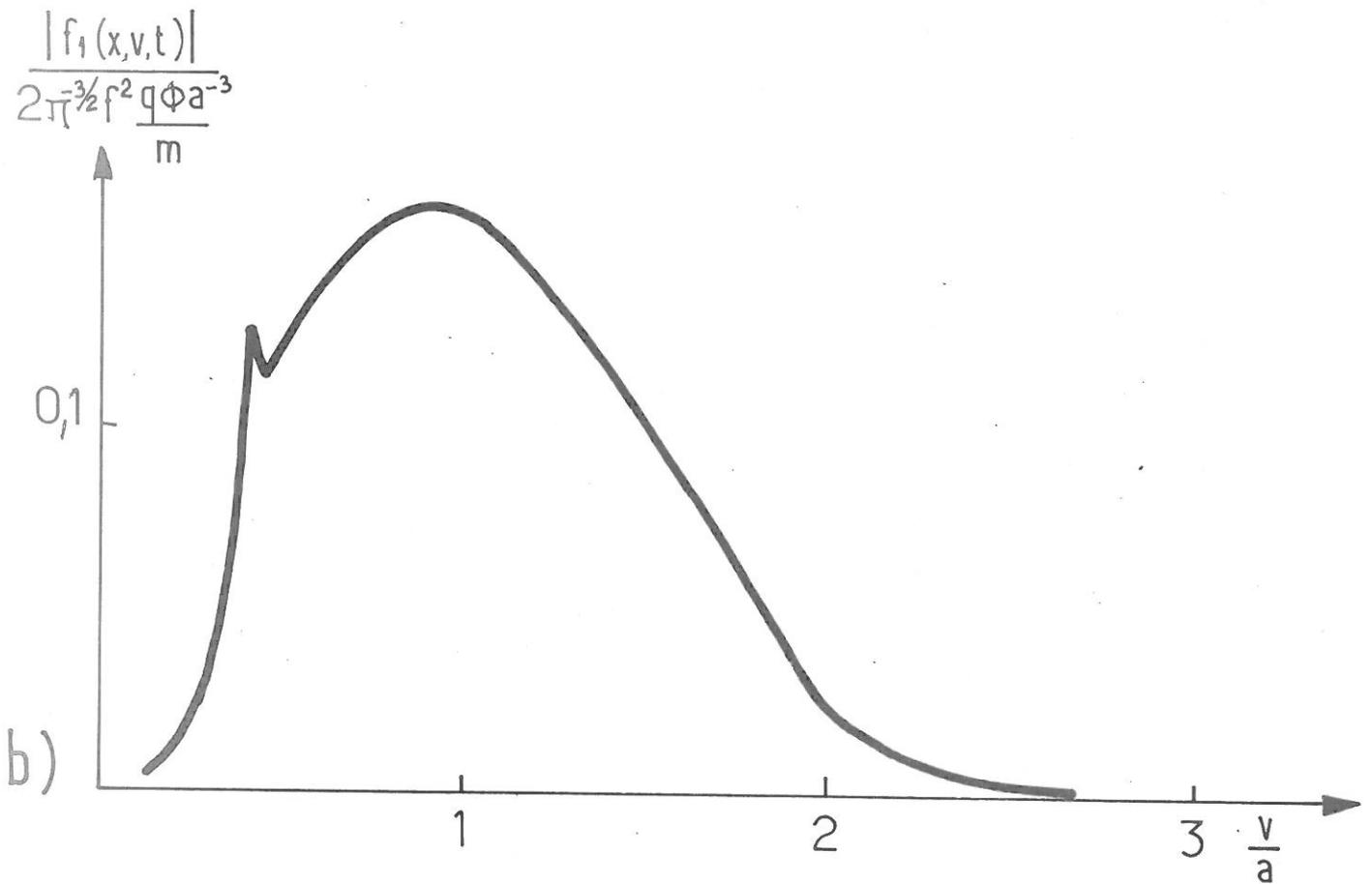
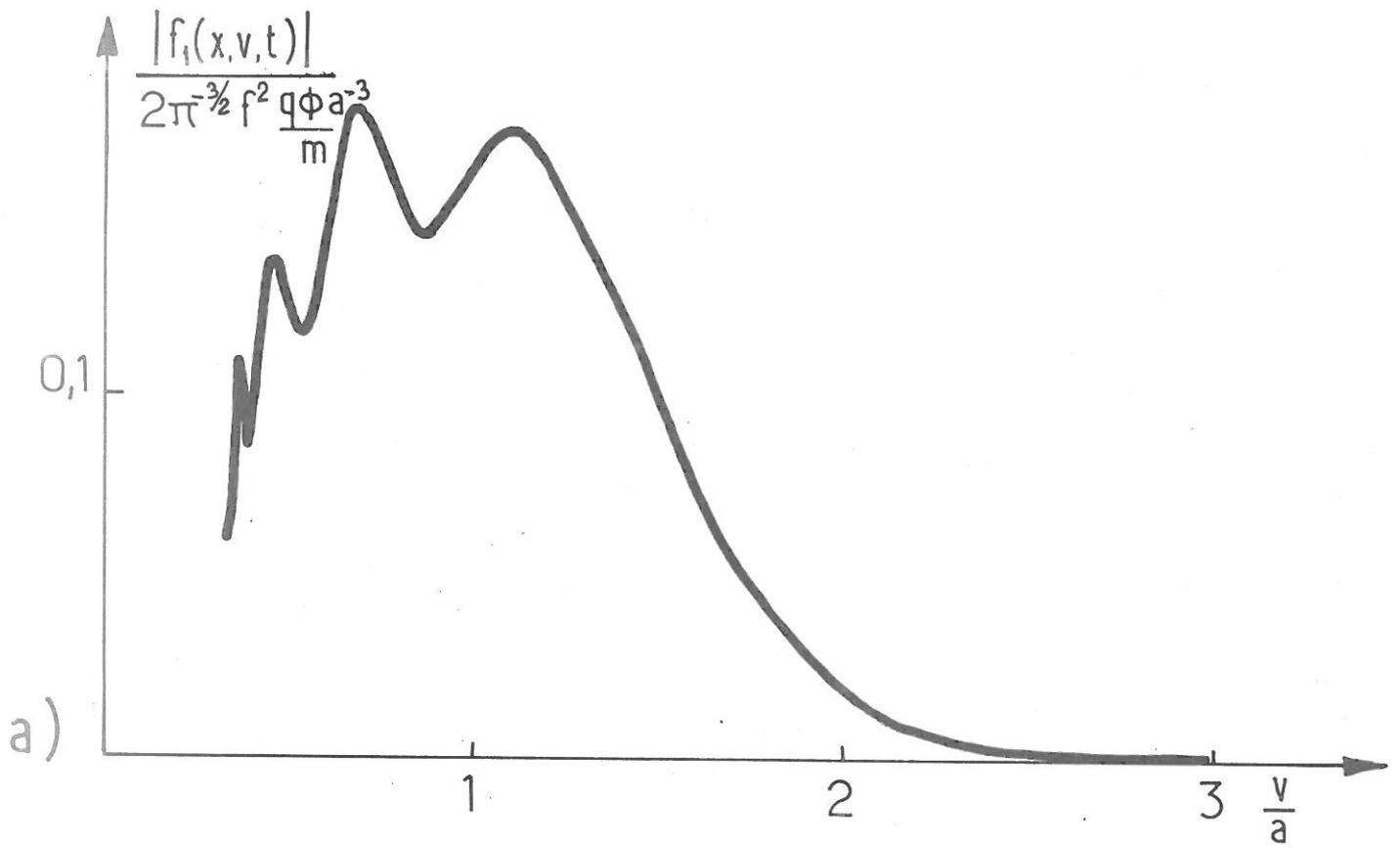


FIG. 18 - Module de la fonction de distribution perturbée en fonction de la vitesse  $f^2 = 3$

a)  $z = 10$

b)  $z = 50$



B - FORME ASYMPTOTIQUE DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION

La forme asymptotique de la fonction de distribution (I.40) tient compte des termes traduisant l'interaction de l'onde de plasma avec les particules (ON) et de la perturbation due à la présence du champ extérieur (s). Ce terme avait précédemment été omis. Cette forme asymptotique de la fonction de distribution

$$I.42 \quad f_{ON}^{(1)}(x,v,t) + f_s^{(1)}(x,v,t) = B\Pi \frac{e^{-\frac{v^2}{a^2}}}{r^2} \frac{1}{\epsilon^+(\frac{\omega}{v},\omega)} e^{+j\frac{\omega}{v}x}$$

est atteinte lorsque l'onde a disparue du milieu.

$f_s(x,v,t)$  se déduit de (I.34) et représente la contribution asymptotique due à l'écoulement libre d'électrons maxwelliens perturbés par le champ extérieur

$$f_s(x,v,t) = B\Pi \frac{e^{-\frac{v^2}{a^2}}}{r^2} e^{+j\frac{\omega}{v}x}$$

La forme asymptotique de la perturbation de la fonction de distribution est caractérisée par sa proportionnalité à l'inverse de la constante diélectrique du plasma. Cette dépendance se traduit par un effet de résonance pour les particules dont la vitesse est voisine de la vitesse de phase de l'onde. La constante diélectrique (fig. 19) ainsi que la perturbation de la fonction de distribution due à l'interaction avec l'onde de plasma et le champ extérieur (fig. 20) sont tracées en fonction de la vitesse, pour différentes valeurs de la fréquence. Du fait de la prise en charge du terme de source extérieur l'aspect de la perturbation de la fonction de distribution diffère des courbes à distance finie (fig. 16, 17, 18).

La résonance de la constante diélectrique et de la fonction de distribution est d'autant plus marquée que l'onde est moins amortie mais concerne un domaine de vitesse d'autant plus faible. Cette résonance traduit l'échange d'énergie entre l'onde de plasma et les particules et résulte du caractère collectif du milieu.

La fonction de distribution perturbée, due à la présence dans le milieu d'un champ électrique extérieur et d'un champ induit longitudinal

$$f^{(1)}(x,v,t) = 2\pi^{-1/2} \frac{q\Phi}{ma^3} \frac{e^{-\frac{v^2}{a^2}}}{\epsilon(\omega, \frac{\omega}{v})} e^{+j\frac{\omega}{v}x}$$

est comparée à celle qui résulterait de l'application du même champ électrique extérieur à des particules sans interactions mutuelles (fig. 20).

$$f(x,v,t) = 2\pi^{-1/2} \frac{q\Phi}{ma^3} e^{-\frac{v^2}{a^2}} e^{+j\frac{\omega}{v}x}$$

#### I.4 - CONCLUSION

Lorsque des ondes longitudinales de plasma électroniques sont excitées dans un plasma, le champ électrique de ces ondes est amorti par effet Landau et l'information macroscopique disparaît du plasma. L'excitation de ces ondes entraîne une perturbation de la fonction de distribution qui subsiste indéfiniment dans le milieu en l'absence de diffusion dans l'espace des vitesses. Cette perturbation présente, une fois l'onde amortie, un caractère résonnant pour les particules dont la vitesse est voisine de la vitesse de phase. Cette résonance est d'autant plus accentuée que les ondes sont moins amorties.

L'importance accordée à cette perturbation vient de ce qu'elle est responsable des échos. En effet l'application d'un deuxième champ électrique au plasma permet de restaurer l'information présente dans le milieu sous la forme macroscopique d'un champ électrique.

L'interaction de l'onde de plasma avec les particules diminue le nombre de particules de faible vitesse et augmente le nombre de particules de grande vitesse. La limite entre les deux domaines, de l'ordre de la vitesse thermique, est une fonction décroissante de la fréquence. Lorsque l'amortissement de l'onde devient très fort, soit  $\frac{\omega^2}{\omega_p^2} > 3$ , les deux fonctions de distribution perturbées ne diffèrent pas notablement l'une de l'autre. L'interaction des particules avec l'onde n'apporte pas de modification sensible à la perturbation de la fonction de distribution due au seul champ extérieur. Dans ce cas, les effets collectifs peuvent être négligés, et le problème se ramène à la résolution d'une équation de Boltzmann (A.1).

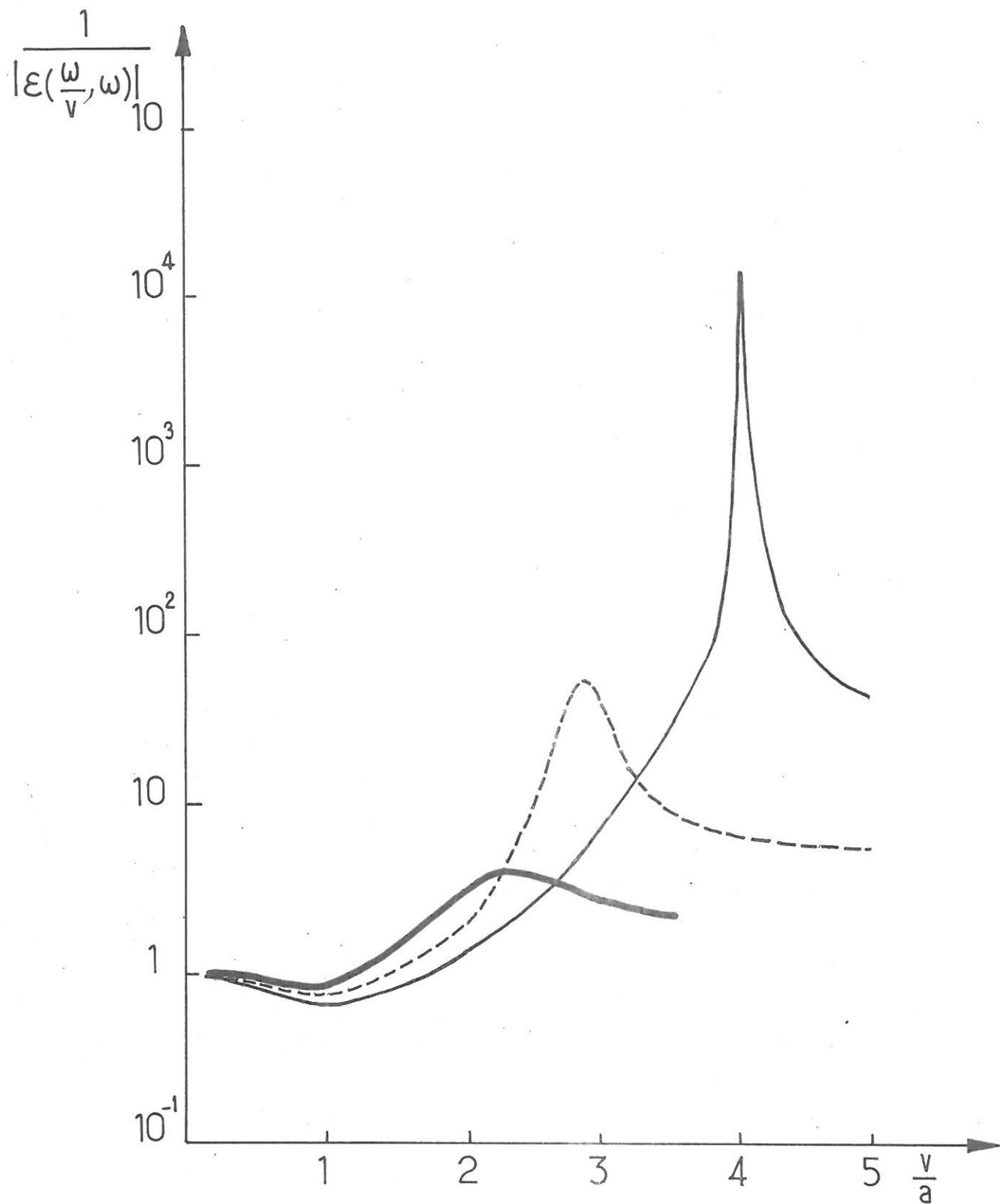


FIG. 19 - Inverse de la constante diélectrique

$$\frac{\epsilon_2}{\epsilon_p} = 1,1 \text{ ———— } \frac{\epsilon_2}{\epsilon_p} = 1,3 \text{ - - - - - } \frac{\epsilon_2}{\epsilon_p} = 2 \text{ —————}$$



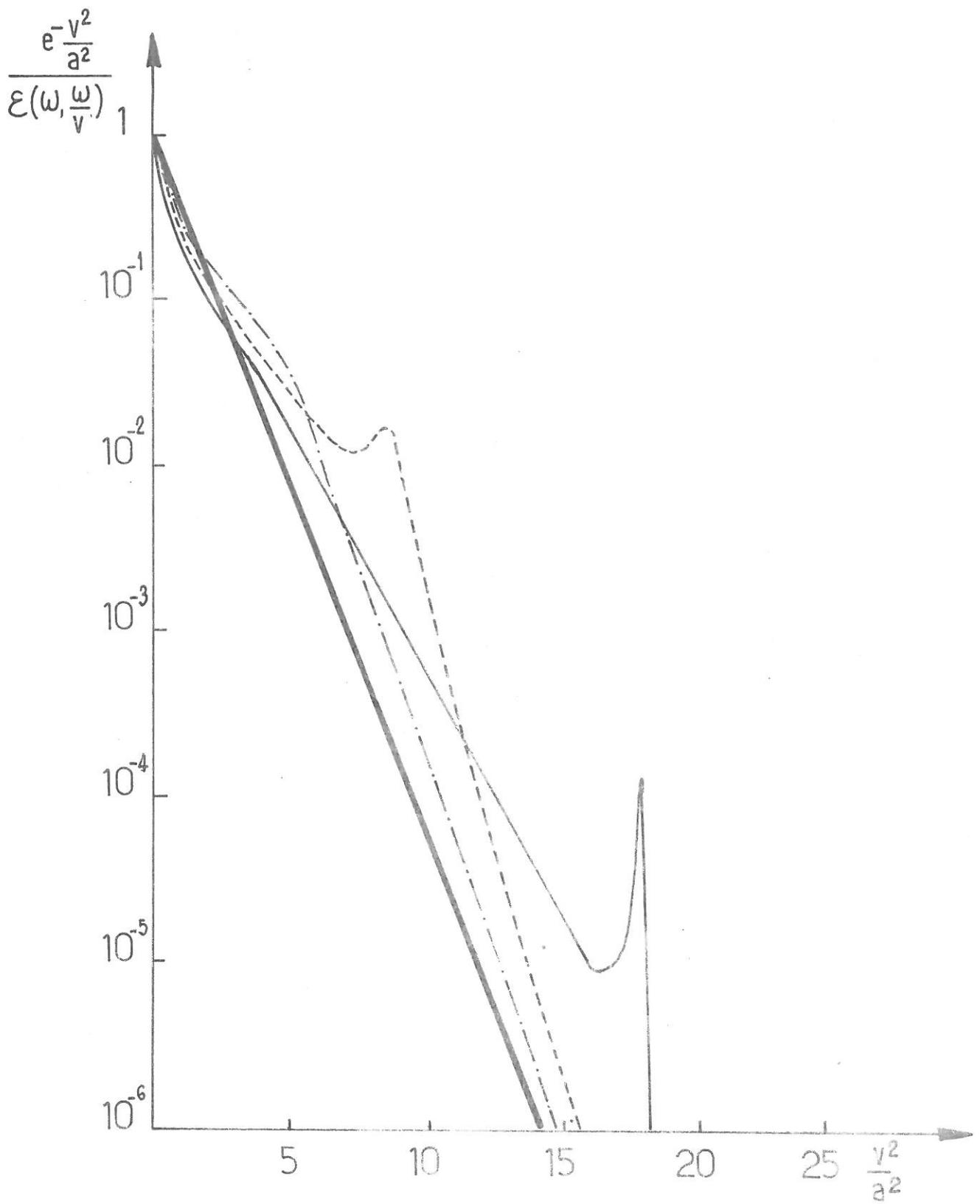


FIG. 20 - Fonction de distribution perturbée (solution asymptotique)

- a) résultant de l'interaction des particules avec le champ extérieur seul
- b) résultant de l'interaction des particules avec le champ extérieur et avec l'onde de plasma

$$\frac{\omega^2}{\omega_p^2} = 1,1 \text{ ————}$$

$$\frac{\omega^2}{\omega_p^2} = 1,3 \text{ - - - - -}$$

$$\frac{\omega^2}{\omega_p^2} = 2 \text{ ————}$$



En conclusion, il semble difficile de mettre en évidence, de manière expérimentale, le caractère résonnant de la fonction de distribution perturbée ; il est nécessaire d'exciter dans le plasma une onde faiblement amortie de telle sorte qu'au voisinage de la vitesse de phase de l'onde, la perturbation soit importante. Il faut d'autre part observer cette perturbation lorsque l'onde a totalement disparue du milieu, c'est à dire d'autant plus loin du point d'excitation que l'onde est moins amortie. Comme cette

perturbation oscille en  $e^{j\frac{\omega}{v}x}$ , la diffusion dans l'espace des vitesses devient importante. Celle-ci entraîne une variation aléatoire de la vitesse qui tend à masquer le caractère résonnant de la perturbation.



APPENDICE I.A.1

FONCTION DE DISTRIBUTION ASSOCIEE A L'ECOULEMENT LIBRE DE PARTICULES  
PERTURBEES PAR UNE FORCE IMPOSEE DE L'EXTERIEUR

A un ensemble de particules non chargées, de masse  $m$ , et de fonction de distribution des vitesses  $f_0(v)$  on impose une force extérieure

$$F_{\text{ext}}(x,t) = F_{\text{ex}}(x,\omega) e^{-j\omega_1 t} \quad F_{\text{ex}}(x,\omega) = FS(x)$$

La fonction de distribution des vitesses est alors perturbée par la présence de cette force. En l'absence d'interactions entre particules,, cette perturbation est régie par l'équation de Boltzmann sans collision

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + v \frac{\partial f_1}{\partial x} + m F_{\text{ext}}(x,t) \frac{df_0}{dv} = 0$$

La fonction de distribution perturbée est alors donnée par

$$f_1(x,v,t) = f_1(x,v,\omega) e^{-j\omega_1 t}$$

avec 
$$f_1(x,v,\omega) = -m \frac{1}{v} \frac{df_0}{dv} \int_{\pm\infty}^x F_{\text{ext}}(x',\omega) \exp i \frac{\omega}{v} (x-x') dx'$$

où la borne inférieure est  $\pm\infty$  selon que la vitesse est négative ou positive. Lorsque  $x$  tend vers  $l'^\infty$ , et pour des vitesses positives, cette perturbation tend vers la valeur asymptotique

$$A.1(1) \quad f_1(x \rightarrow \infty, v, \omega) = -\frac{1}{m} \frac{1}{v} \frac{df_0}{dv} F_{\text{ext}}\left(\frac{\omega}{v}, \omega\right) e^{+i \frac{\omega}{v} x}$$

Si ces particules sont les électrons d'un plasma, auxquels on impose un champ électrique

$$E_{\text{ext}}(x, \omega) = \Phi S(x)$$

il faut, pour déterminer le champ électrique  $E_p(x, t)$  régnant dans le plasma résoudre simultanément les équations de Vlasov et Poisson linéarisées

$$\frac{\partial f_1}{\partial t}(x, v, \omega) + v \frac{\partial f_1}{\partial x}(x, v, \omega) + \frac{q}{m} E_T(x, \omega) \frac{df_0}{dv} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (E_T(x, \omega) - E_{\text{ext}}(x, \omega)) = 0 + \frac{n_e q}{\epsilon_0} \int f_1(x, v, \omega) dv$$

Par analogie avec le problème précédent, une première hypothèse consiste à négliger dans l'équation de Vlasov les effets self consistant, il vient alors

$$E_T(x, \omega) = E_{\text{ext}}(x, \omega)$$

$$A.1(2) \quad f_1(x, v, \omega) = - \frac{q}{m} \frac{\Phi}{v} \frac{df_0}{dv} \int_{\pm\infty}^x S(x') \exp i \frac{\omega}{v} (x-x') dx'$$

$$f_1(x \rightarrow \infty, v, \omega) = - \frac{q}{m} \Phi \frac{S(\omega/v)}{v} \frac{df_0}{dv} e^{+i \frac{\omega}{v} x}$$

Il y a donc analogie complète à ce stade, la fonction de distribution est donc déterminée par l'écoulement libre de la perturbation imposée. Connaissant la fonction de distribution, il est alors possible de la reporter dans l'équation de Poisson, et de calculer à l'ordre suivant le champ électrique dans le plasma. L'équation de Poisson devient pour des abscisses positives

$$\frac{\partial}{\partial x} (E_T(x, \omega) - E_{\text{ext}}(x, \omega)) = - \Phi \omega_p^2 \int_0^\infty dv \frac{1}{v} \frac{df_0}{dv} \int_{-\infty}^x dx' S(x') \exp i \frac{\omega}{v} (x-x')$$

Supposant la répartition du champ électrique extérieur donné par une fonction delta

$$S(x) = \delta(x)$$

le potentiel dans le plasma est alors  $\Phi_p(x, \omega)$

$$\Phi_p(x, \omega) = \Phi_{\text{ext}}(x, \omega) - \Phi_{\text{ext}}(x, \omega) \int_0^{\infty} \frac{\omega^2}{\omega^2} dv v \frac{df_0}{dv} e^{+j\frac{\omega}{v} x}$$

Cette expression met en évidence l'amortissement du potentiel par mélange de phase : le facteur  $e^{j\frac{\omega}{v} x}$  oscille d'autant plus rapidement par rapport à  $v$  que  $x$  est plus grand.

Avec les notations réduites

$$f = \frac{\omega}{\omega_p} \quad \theta = \frac{v}{a} \quad Z = \frac{\omega x}{a}$$

et pour une fonction de distribution maxwellienne, le potentiel dans le plasma se met sous la forme

$$A.1(3) \quad \Phi_p(x, \omega) = - \frac{2}{f^2} \frac{\Phi_{\text{ext}}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} d\theta \theta^2 e^{(-\theta^2 + j\frac{Z}{\theta})}$$

Dans la limite où  $Z$  tend vers l'infini, cette intégrale s'évalue par la méthode du col et conduit à l'expression du potentiel à grande distance

$$A.1(4) \quad \Phi_p(x, \omega) = - \frac{1}{f^2} \frac{1}{\sqrt{6}} e^{-j\frac{\pi}{3}} \left(\frac{Z}{2}\right)^{2/3} e^{+(\frac{Z}{2})^{2/3}} \frac{3}{2} (-1+j\sqrt{3})$$

Cette expression du potentiel (A.1(4)) est comparable à l'expression (I.28). Le comportement en  $\left(\frac{Z}{2}\right)^{2/3} e^{-\left(\frac{Z}{2}\right)^{2/3}}$  est caractéristique de la contribution résiduelle du potentiel, associée à l'écoulement d'une fonction de distribution maxwellienne.

Les expressions de la fonction de distribution perturbée (A.1(1), A.1(2)) sont analogues aux expressions (I.32), (I.40). La différence provient de ce que dans cette Appendice, les effets self-consistants n'ont pas été retenus : la constante diélectrique a été prise égale à l'unité.

APPENDICE I.A.2

RELATION DE DISPERSION - POLES DE LANDAU, POLES D'ORDRE SUPERIEUR

La relation de dispersion, dans le cas d'une maxwellienne, s'exprime à l'aide de la fonction de dispersion du plasma<sup>[17]</sup> et se met sous la forme

$$\epsilon(k, \omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2}{k^2 a^2} Z' \left( \frac{\omega}{ka} \right)$$

Les racines de cette relation de dispersion ont été calculées numériquement. La figure 21 fait apparaître le pole de Landau et les poles suivant dont la partie réelle et imaginaire est portée en fonction de la fréquence. La figure 22 montre la position de ces zéros dans le plan k complexe. Le pole de Landau, le plus amorti pour les fortes valeurs de la fréquence, devient le moins amorti lorsque la fréquence se rapproche de la fréquence de plasma.



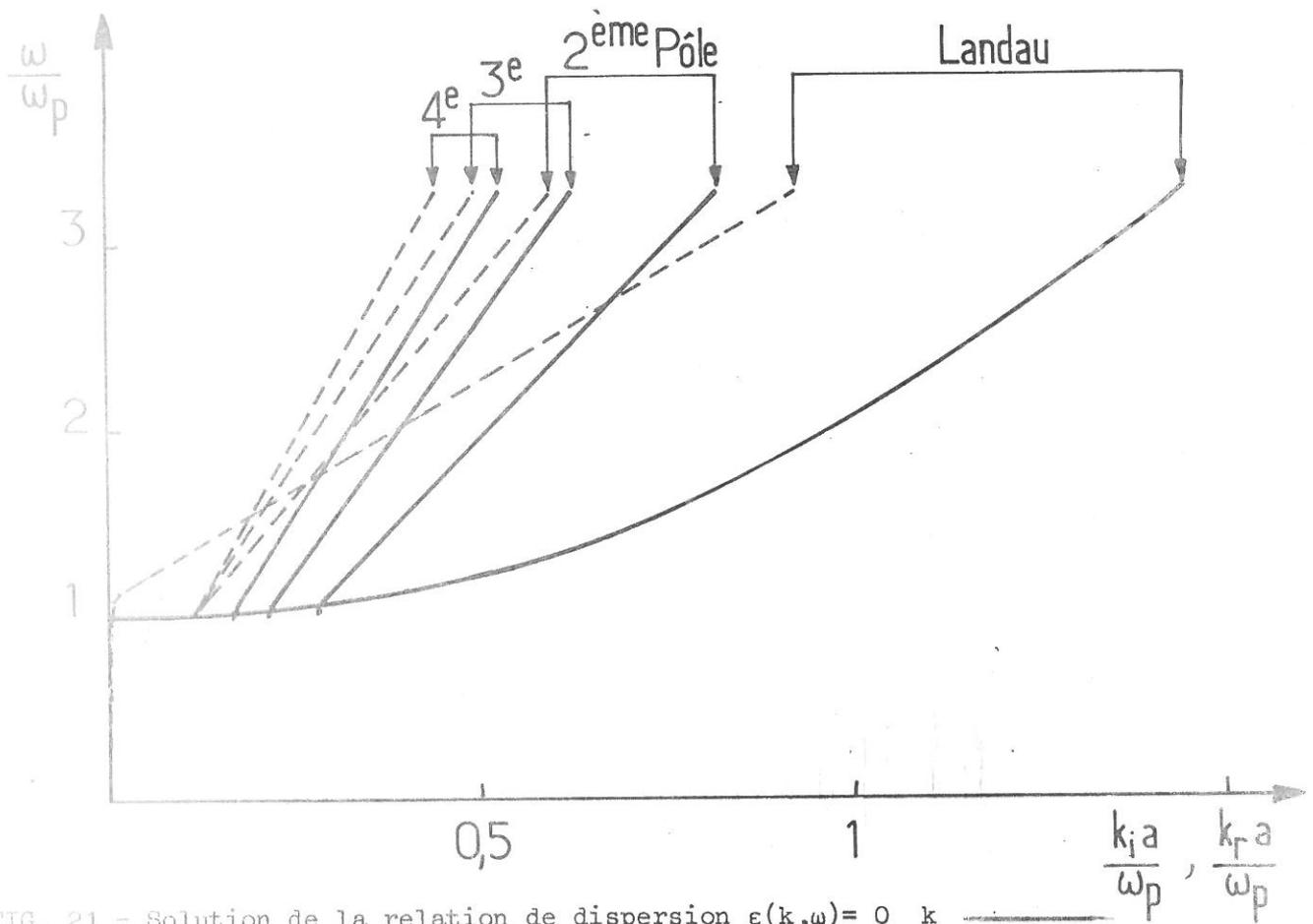


FIG. 21 - Solution de la relation de dispersion  $\epsilon(k, \omega) = 0$

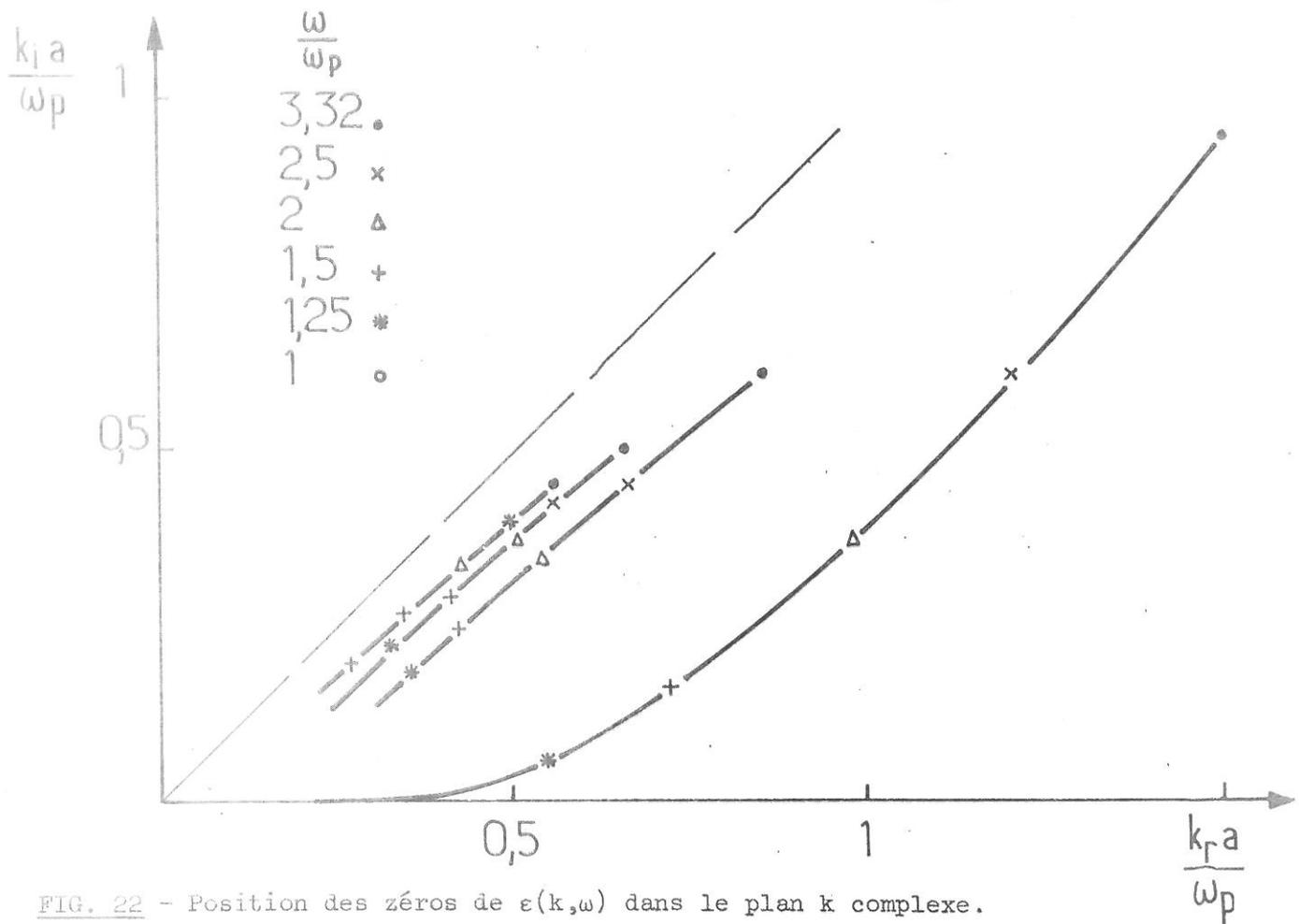


FIG. 22 - Position des zéros de  $\epsilon(k, \omega)$  dans le plan  $k$  complexe.

Paramètre  $\frac{\omega}{\omega_p}$



APPENDICE I.A.3

INVERSION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION PERTURBEE  $f^{(1)}(k, \omega)$

Dans l'espace  $(k, \omega)$  la perturbation de la fonction de distribution peut se décomposer en

$$f^{(1)}(k, \omega, v) = f_i^{(1)}(k, \omega, v) + f_e^{(1)}(k, \omega, v)$$

$f_i(k, \omega, v)$  est lié à la perturbation initiale imposée à la fonction de distribution à l'instant  $t = 0$

$$f_i^{(1)}(k, \omega, v) = j \frac{f(k, t=0, v)}{\omega - kv}$$

$f_e^{(1)}(k, \omega, v)$  est relié à la perturbation imposée par le champ électrique extérieur

$$f_e^{(1)}(k, \omega, v) = \frac{q\phi_{ext}}{m} \frac{df_0}{dv} \frac{S(k)}{\epsilon^\pm(k, \omega)} \frac{1}{(\omega - \omega_1)(\omega - kv)}$$

Le terme dépendant de la condition initiale conduit, après transformation inverse de Laplace Fourier à

$$f_i^{(1)}(x, v, t) = f(x - vt, t=0, v)$$

Ce terme traduit l'écoulement libre de la condition initiale. Si la perturbation initiale de la fonction de distribution est d'étendue spatiale finie, la perturbation, pour des temps suffisamment longs, finit toujours par disparaître du milieu. Cette perturbation ne participe pas à la réponse stationnaire du milieu.

La transformée de Laplace inverse de  $f_e^{(1)}(k, \omega, v)$  s'effectue à l'aide du contour défini fig. 2 où l'on doit tenir compte de la présence du pôle supplémentaire en

$$k = \frac{\omega}{v}$$

La fonction de distribution perturbée s'exprime, après transformée de Fourier inverse, par une intégrale parfaitement définie

$$f_1(x, v, t) = A(v) \phi_{\text{ext}} [K(x, v, t) - L(x, v, t)]$$

$$\text{où } K(x, v, t) = \frac{j}{2\pi} e^{-j\omega_1 t} \int_{-\infty}^{+\infty} dk e^{+jkx} \frac{S(k)}{k - \frac{\omega_1}{v}} \frac{1}{\epsilon^{\pm}(k, \omega_1)}$$

$$L(x, v, t) = \frac{j}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk e^{+jk(x-vt)} \frac{S(k)}{k - \frac{\omega_1}{v}} \frac{1}{\epsilon^{\pm}(k, kv)}$$

L'utilisation d'un théorème sur les produits de convolution permet alors de montrer que cette expression de la fonction de distribution est identique à l'expression donnée précédemment (I.32). Les deux intégrales  $K(x, v, t)$ ,  $L(x, v, t)$  s'expriment par

$$K(x, v, t) = - E_T(x, t) \otimes \exp(i \frac{\omega}{v} x) \cdot \frac{1}{2} [\text{sgn}(x) + \text{sgn}(v)]$$

$$L(x, v, t) = - G(x, t) \otimes \exp i \frac{\omega}{v} (x-vt) \frac{1}{2} [\text{sgn}(x-vt) + \text{sgn}(v)]$$

Le signe  $\otimes$  indique le produit de convolution,  $\text{sgn}(x)$  est égal à  $\pm 1$  selon le signe de  $x$ .  $G(x, t)$  est défini par

$$G(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{e^{+ik(x-vt)}}{\epsilon^{\pm}(k, kv)}$$

$L(x, v, t)$  n'intervient pas dans le régime stationnaire. Il vient donc

$$f^{(1)}(x, v, t) = - A(v) \int_{-\infty}^x dx' E(x', t) \exp i \frac{\omega}{v} (x-x') \cdot \frac{1}{2} [\text{sgn}(x-x') + \text{sgn}(v)]$$

Cette expression est identique à (I.32) puisque pour  
 $-x > x'$ , seules les vitesses positives doivent être considérées et la borne inférieure de l'intégrale est  $-\infty$

$-x < x'$ , seules les vitesses négatives doivent être considérées et la borne inférieure est  $+\infty$ .

Il est aisé de déduire le comportement asymptotique de la fonction de distribution. Retranchant et ajoutant aux deux intégrales  $K(x,v,t)$   $L(x,v,t)$ , la contribution du pôle en  $k = \frac{\omega_1}{v}$  il vient

$$K(x,v,t) = \frac{j}{2\pi} e^{-j\omega_1 t} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{e^{+jkx} S(k)}{k - \frac{\omega_1}{v}} \left[ \frac{1}{\epsilon^{\pm}(k, \omega_1)} - \frac{1}{\epsilon^{\pm}\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)} \right] \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\epsilon^{\pm}\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)} \int_{-\infty}^{+\infty} dk S(k) \frac{e^{+jkx}}{k - \frac{\omega_1}{v}} \right\}$$

$$L(x,v,t) = \frac{j}{2\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{e^{+jk(x-vt)} S(k)}{k - \frac{\omega_1}{v}} \left[ \frac{1}{\epsilon^{\pm}(k, kv)} - \frac{1}{\epsilon^{\pm}\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)} \right] \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\epsilon^{\pm}\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{e^{jk(x-vt)} S(k)}{k - \frac{\omega_1}{v}} \right\}$$

Les deux premières intégrales figurant dans ces expressions, sont nulles par mélange de phase loin de la source. Les deux dernières intégrales sont évaluées par la méthode des résidus.

$$K(x,v,t) = - \frac{S\left(\frac{\omega_1}{v}\right)}{\epsilon^{\pm}\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)} e^{-j\omega_1 t} e^{+j \frac{\omega_1}{v} x} \cdot \frac{1}{2} [\text{sgn}(x) + \text{sgn}(v)]$$

$$L(x,v,t) = - \frac{S\left(\frac{\omega_1}{v}\right)}{\epsilon^{\pm}\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)} e^{-j\omega_1 t} e^{+j \frac{\omega_1}{v} x} \cdot \frac{1}{2} [\text{sgn}(x-vt) + \text{sgn}(v)]$$

$L(x, v, t)$  ne participe pas au régime stationnaire et les expressions asymptotiques de la fonction de distribution perturbée sont analogues à 1,40

$$f_1^{(1)}(x, v > 0, t) = - A(v) \frac{\Phi_{\text{ext}} S\left(\frac{\omega_1}{v}\right)}{\varepsilon^+\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)} e^{+j\frac{\omega_1}{v} x} e^{-j\omega_1 t}$$

$x \rightarrow +\infty$

$$f_1^{(1)}(x, v < 0, t) = A(v) \frac{\Phi_{\text{ext}} S\left(\frac{\omega_1}{v}\right)}{\varepsilon^-\left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right)} e^{+j\frac{\omega_1}{v} x} e^{-j\omega_1 t}$$

$x \rightarrow -\infty$

REFERENCES du CHAPITRE I

- [1] L. LANDAU. J. Phys. URSS 10, 25 (1946).
- [2] R.W. GOULD. Phys. Rev. 136, A 991 (1964).
- [3] M. FEIX. Phys. Letters 9, 123 (1964).
- [4] R.Z. SAGDEEV, A.A. GALEEV. Non linear plasma theory  
édité par T.M. O'NEIL, D.L. BOOK ; W.A. BENJAMIN, Inc ; New York (1969).
- [5] H. WEITZNER. Phys. Fluids 5, 933 (1962).
- [6] R. BUCKLEY. J. Plasma Phys. 2, 339 (1968).
- [7] H. DERFLER, T.C. SIMONEN. Phys. Fluids 12, 269 (1969).
- [8] R.J. MASON. Phys. Fluids 13, 1042 (1970).
- [9] J.L. HIRSCHFIELD, J.H. JACOB, D.E. BALDWIN. Phys. Fluids 14, 615 (1971).
- [10] R.J. MASON. Phys. Fluids 14, 1943 (1971).
- [11] J.M. BUZZI. Compte rendu de la 3<sup>rd</sup> International Conference on quiescent  
plasma Elsinore (1971).  
Rapport PMI 520 T (Paris).
- [12] I.B. BERNSTEIN, S.K. TREHAN, M.P.H. WEENINK  
Nuclear Fusion 1, 3 (1960).  
Nuclear Fusion 4, 61 (1964).
- [13] D. QUEMADA. Ondes dans les plasmas, Hermann, Paris (1968).
- [14] J.L. HIRSCHFIELD, J.H. JACOB. Phys. Fluids 11, 411 (1968).
- [15] D. GRESILLON. Thèse d'état, Paris (1970).
- [16] R. BALESCU. Statistical mechanics of charged particles, Interscience,  
New York (1963).
- [17] B.D. FRIED, S.D. CONTE. The plasma dispersion function. Academic Press,  
New York (1961).
- [18] P.M. MORSE, H. FESHBACK. Methods of theoretical physics. Mac-Graw Hill,  
New York (1953).
- [19] D. BOHM, E.P. GROSS. Phys. Rev. 75, 1851 (1949).
- [20] J. OLIVAIN. Rapp. EUR-CEA-FC 602 (1971).
- [21] H. IKEZI, R.J. TAYLOR. Phys. Fluids 13, 2348 (1970).
- [22] S.A. ANDERSEN, G.B. CHRISTOFFERSEN, V.O. JENSEN, P. MICHELSEN.  
Phys. Fluids 14, 990 (1971).
- [23] BUZZI. Communication personnelle.
- [24] L. LANDAU, E. LIFCHITZ. Electrodynamique des milieux continus.  
Edition de la Paix, Moscou.



CHAPITRE II

THEORIE LINEARISEE DES ECHOS D'ONDES DE PLASMA ELECTRONIQUE

L'étude de la propagation des ondes longitudinales en milieu infini montre que le champ électrique de cette onde est spatialement amorti, alors que la perturbation de la fonction de distribution oscille indéfiniment dans l'espace. Comme pour les échos de spin [1], l'évolution de la phase de la fonction de distribution peut être renversée par l'application d'un second champ électrique extérieur en un point du plasma où l'onde, excitée par le premier champ appliqué, a disparu. Des champs électriques oscillants, des échos, apparaissent alors dans le milieu [2].

Avant d'entreprendre la théorie linéarisée des échos spatiaux d'ondes de plasma électronique, une analyse élémentaire du mécanisme des échos est donnée. Celle-ci permet de montrer que le couplage de mode [3] n'intervient pas et que, seule la perturbation de la fonction de distribution est à l'origine des échos. Cette analyse a aussi le mérite de prévoir un certain nombre de résultats qui seront retrouvés par des théories plus élaborées. La théorie linéarisée des échos et ses insuffisances sont enfin exposées.

II.1 - MECANISME PHYSIQUE DES ECHOS SPATIAUX D'ONDES PLASMAS ELECTRONIQUES

L'application en  $x = 0$  (fig. 1) d'un champ électrique extérieur de la forme

$$E_{\text{ext.1}}(x,t) = \Phi_1 \delta(x) \cos \omega_1 t e^{\epsilon t}$$

provoque dans le plasma l'excitation d'une onde longitudinale, amortie par effet Landau, et d'une perturbation de la fonction de distribution, qui reste présente dans le plasma

$$f_1^{(1)}(x,v,t) = \Phi_1 g_1(v,\omega_1) e^{-j\omega_1 t} e^{+j\frac{\omega_1}{v} x}$$

Appliquant en  $x = l$ , où la première onde a disparu, un champ électrique extérieur

$$E_{\text{ext.2}}(x,t) = \phi_2 \delta(x-l) \cos \omega_2 t e^{\epsilon t}$$

la fonction de distribution à l'ordre 0 est de nouveau perturbée. Il en résulte une perturbation à l'ordre 1

$$f_2^{(1)}(x,v,t) = \phi_2 g_2(v, \omega_2) e^{-j\omega_2 t} e^{+j\frac{\omega_2}{v}(x-l)}$$

Ce deuxième champ électrique module aussi la perturbation de la fonction de distribution due à l'application du premier champ. Il en résulte au second ordre une perturbation de la fonction de distribution

$$f_3^{(2)}(x,v,t) = \phi_1 \phi_2 g_3^{(2)}(v) \exp[-i(\omega_2 - \omega_1)t] \exp\left[i\left\{\frac{x}{v}(\omega_2 - \omega_1) - \frac{\omega_2}{v}l\right\}\right]$$

La densité de charge  $\rho^{(2)}(x,t)$  associée à cette perturbation est donnée par une intégrale sur les vitesses

$$\text{II.1 } \rho^{(2)}(x,t) = n_e q \phi_1 \phi_2 \exp-i(\omega_2 - \omega_1)t \int_0^\infty dv g_3^{(2)}(v) \exp\left[i\left\{\frac{x}{v}(\omega_2 - \omega_1) - \frac{\omega_2}{v}l\right\}\right]$$

Cette intégrale s'annule par mélange de phase sauf au voisinage de

$$l_{11} = \frac{\omega_2}{\omega_2 - \omega_1} l$$

où le facteur exponentiel ne dépend plus de la vitesse. Au voisinage de  $l_{11}$  il apparaît donc une densité de charge et un champ électrique, un écho, de fréquence

$$\omega_{11} = \omega_2 - \omega_1$$

et dont l'amplitude est proportionnelle aux potentiels appliqués

$$E_{11} \sim \phi_1 \phi_2$$

Cette dépendance découle du processus de linéarisation exposé précédemment. Cette analyse peut être poursuivie à l'ordre  $m$  pour la première

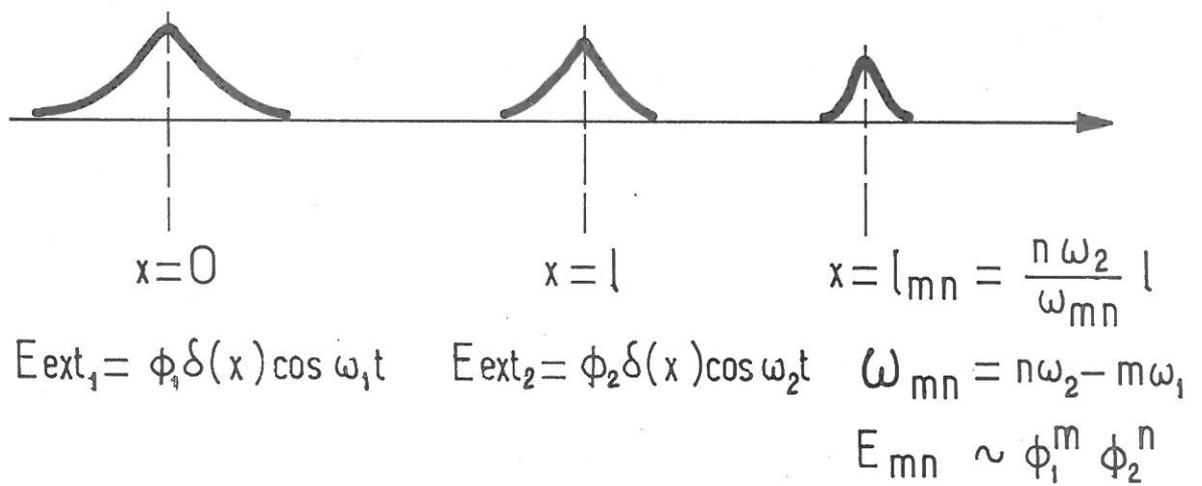


FIG. 1 - Dispositif d'excitation des échos d'ondes de plasma électroniques.

Excitation en  $x = 0$  et  $x = l$  de deux ondes plasma électroniques.

Apparition d'échos en  $x = l_{mn}$ .



perturbation, à l'ordre  $n$  pour la seconde. Des échos  $(m,n)$  apparaissent alors à des distances  $l_{m,n}$  du point d'excitation du premier champ électrique, avec des fréquences  $\omega_{mn}$  et des amplitudes  $E_{mn}$  qui vérifient

$$\text{II.2} \quad l_{m,n} = \frac{n \omega_2 l}{\omega_{mn}} \quad \omega_{mn} = n\omega_2 - m\omega_1 \quad E_3^{(m+n)} \sim \phi_1^m \phi_2^n$$

Ces échos tirent leur origine de la disparition du champ électrique due au mélange de phase subi par les différentes parties de la fonction de distribution. L'application du deuxième pulse change l'évolution de cette phase.

Le mécanisme des échos d'ondes de plasma est analogue à celui des échos de spin : ces deux types d'échos sont liés à l'amortissement d'une grandeur physique macroscopique (champ électrique dans un cas, moment magnétique dans l'autre) par le mélange de phase d'éléments microscopiques (vitesse des électrons) oscillant rapidement dans le temps et dans l'espace.

### II.2 - ECHO (1,1)

L'amplitude de l'écho  $(1,1)$  s'obtient en résolvant les équations de Vlasov et Poisson au second ordre par rapport aux champs appliqués. Seul le régime stationnaire étant envisagé, la transformée de Fourier sur le temps est utilisée et la transformée de Fourier sur l'espace conservée

$$g(k,\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{+i\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} dk e^{-ikx} g(x,t)$$

Les équations de Vlasov et de Poisson (I.2, I.3) restent inchangées à condition de supprimer de l'équation de Vlasov le terme de condition initiale portant sur la fonction de distribution. Pour des champs électriques, appliqués de l'extérieur en  $x = 0$  et  $x = l$

$$\text{II.3} \quad E_{\text{ext.1}}(x,t) = \phi_1 S_1(x) \cos \omega_1 t e^{\epsilon t}$$

$$\text{II.4} \quad E_{\text{ext.2}}(x,t) = \phi_2 S_2(x-l) \cos \omega_2 t e^{\epsilon t}$$

ce système d'équations linéarisées au premier ordre conduit, dans l'espace  $(k, \omega)$  aux expressions des champs électriques longitudinaux et aux perturbations de la fonction de distribution

$$\text{II.5} \quad E_{T1,2}^{(1)}(k, \omega) = \Pi \frac{\phi_{1,2} S_{1,2}(k)}{\epsilon_{\pm}(k, \omega)} \{ \delta[\omega - (\omega_{1,2} + j\epsilon)] + \delta[\omega + (\omega_{1,2} - j\epsilon)] \} \{ e^{-ik\ell} \}_2$$

$$\text{II.6} \quad f_{1,2}^{(1)}(k, \omega, v) = -j\Pi \frac{q}{m} \frac{\phi_{1,2} S_{1,2}(k)}{\epsilon_{\pm}(k, \omega)} \frac{df_0}{dv} \frac{1}{\omega - kv} \cdot$$

$$\cdot \{ \delta[\omega - (\omega_{1,2} + j\epsilon)] + \delta[\omega + (\omega_{1,2} - j\epsilon)] \} \{ e^{-ik\ell} \}_2$$

L'indice (1,2) se rapporte à la position de l'excitation en  $x = 0$  ou en  $x = \ell$ . Le facteur  $e^{-ik\ell}$  n'intervient que dans l'expression des perturbations relatives à l'excitation en  $x = \ell$ .

Au deuxième ordre, Vlasov et Poisson deviennent

$$-j(\omega - kv) f^{(2)}(k, \omega, v) + \frac{q}{m} E_T^{(2)}(k, \omega) \frac{df_0}{dv} = -\frac{q}{m} \int \frac{d\omega'}{2M} \int \frac{dk'}{2M} E^{(1)}(k-k', \omega - \omega') \frac{\partial f^{(1)}}{\partial v}(k', \omega', v)$$

II.7

$$jk E_T^{(2)}(k, \omega) = \frac{n_e q}{\epsilon_0} \int_0^{\infty} dv f^{(2)}(k, \omega, v)$$

L'intégrale sur les vitesses, figurant dans l'équation de Poisson, porte uniquement sur les vitesses positives puisqu'un écho en  $x > \ell$  est dû aux particules ayant franchi successivement les régions, au voisinage de  $x = 0$  et  $x = \ell$ , où existent un champ électrique.

Le champ électrique, la fonction de distribution perturbée au second ordre s'expriment en fonction de ces grandeurs à l'ordre 1

$$E_T^{(2)}(k, \omega) = \frac{\omega_p^2}{\epsilon^\pm(k, \omega)} \int \frac{dv}{(\omega - kv)^2} \int \frac{d\omega'}{2M} \int \frac{dk'}{2M} E_T^{(1)}(k - k', \omega - \omega') f^{(1)}(k', \omega', v)$$

II.8

$$f^{(2)}(k, \omega, v) = -j \frac{q}{m} \frac{df_0}{dv} \frac{E_T^{(2)}(k, \omega)}{\omega - kv} - j \frac{q}{m} \frac{1}{\omega - kv} \int \frac{d\omega'}{2M} \int \frac{dk'}{2M} E_T^{(1)}(k - k', \omega - \omega') f^{(1)}(k', \omega', v)$$

Reportant alors les grandeurs perturbées à l'ordre 1 (II.5) (II.6) dans l'expression du champ électrique (II.8) et ne conservant que les termes à la fréquence

$$\omega_3 = \omega_2 - \omega_1$$

le champ électrique à l'ordre 2 est donné par une intégrale dans l'espace  $k, \omega$

$$E_T^{(2)}(k, \omega) = -j \Pi^2 \frac{q}{m} \Phi_1 \Phi_2 \omega_p^2 \frac{1}{\epsilon^\pm(k, \omega)} \int \frac{dv}{(\omega - kv)^2} \frac{df_0}{dv} \int \frac{d\omega'}{2M} \int \frac{dk'}{2M}$$

II.9

$$\cdot \frac{1}{\epsilon^\pm(k - k', \omega - \omega')} \frac{1}{\epsilon^\pm(k', \omega')} \frac{1}{\omega - k'v} \Delta$$

$$\text{où } \Delta = S_1(k - k') S_2(k') \delta(\omega - \omega' + (\omega_1 - j\varepsilon_1)) \delta(\omega' - (\omega_2 + j\varepsilon)) e^{-ik'l} + S_2(k - k') S_1(k') \delta(\omega - \omega' - (\omega_2 + j\varepsilon)) \delta(\omega' + (\omega_1 - j\varepsilon)) e^{-i(k - k')l}$$

Après intégration sur  $\omega'$  et transformation de Fourier inverse sur le temps, cette expression conduit à un champ électrique oscillant à la fréquence  $\omega_3$  et d'amplitude  $E_T^{(2)}(k, \omega_3)$

$$\text{II.10 } E_{\text{T}}^{(2)}(k, \omega_3) = -j \frac{q}{m} \frac{\phi_1 \phi_2}{4} \omega_p^2 \frac{1}{\varepsilon^{\pm}(k, \omega_3 + j\varepsilon)} \int \frac{dv}{(\omega_3 + j\varepsilon - kv)^2} \frac{df_0}{dv} [R(k, v) + S(k, v)]$$

$$\text{où } R(k, v) = \int \frac{dk'}{2\pi} \frac{e^{-ik' \ell}}{(\omega_2 + j\varepsilon) - kv} R(k, k', v)$$

$$S(k, v) = \int \frac{dk'}{2\pi} \frac{e^{-i(k-k') \ell}}{(-\omega_1 + j\varepsilon) - kv} S(k, k', v)$$

$$\text{avec } R(k, k', v) = \frac{S_1(k-k') S_2(k')}{\varepsilon^{\pm}(k-k', -\omega_1 + j\varepsilon) \varepsilon^{\pm}(k', \omega_2 + j\varepsilon)}$$

$$S(k, k', v) = \frac{S_1(k') S_2(k-k')}{\varepsilon^{\pm}(k', -\omega_1 + j\varepsilon) \varepsilon^{\pm}(k-k', \omega_2 + j\varepsilon)}$$

Pour calculer les intégrales sur  $k'$ , soustrayons puis rajoutons la contribution du pôle, il vient

$$R(k, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk'}{2\pi} \frac{e^{-ik' \ell}}{(\omega_2 + j\varepsilon) - kv} \left[ R(k, k', v) - (R(k, k', v))_{k = \frac{\omega_2 + j\varepsilon}{v}} \right] \\ + \left[ R(k, k', v) \right]_{k = \frac{\omega_2 + j\varepsilon}{v}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk'}{2\pi} \frac{e^{-ik' \ell}}{(\omega_2 + j\varepsilon) - kv}$$

La première intégrale, ne présentant plus de singularité, est nulle par mélange de phase pour des valeurs de  $\ell$  supérieures à quelques longueurs d'amortissement des ondes excitées. Pour évoluer la seconde intégrale le contour sur l'axe réel est refermé dans le demi plan  $k'$  inférieur par un demi cercle à l'infini (fig. 2,a). La contribution du contour est nulle, le pôle en

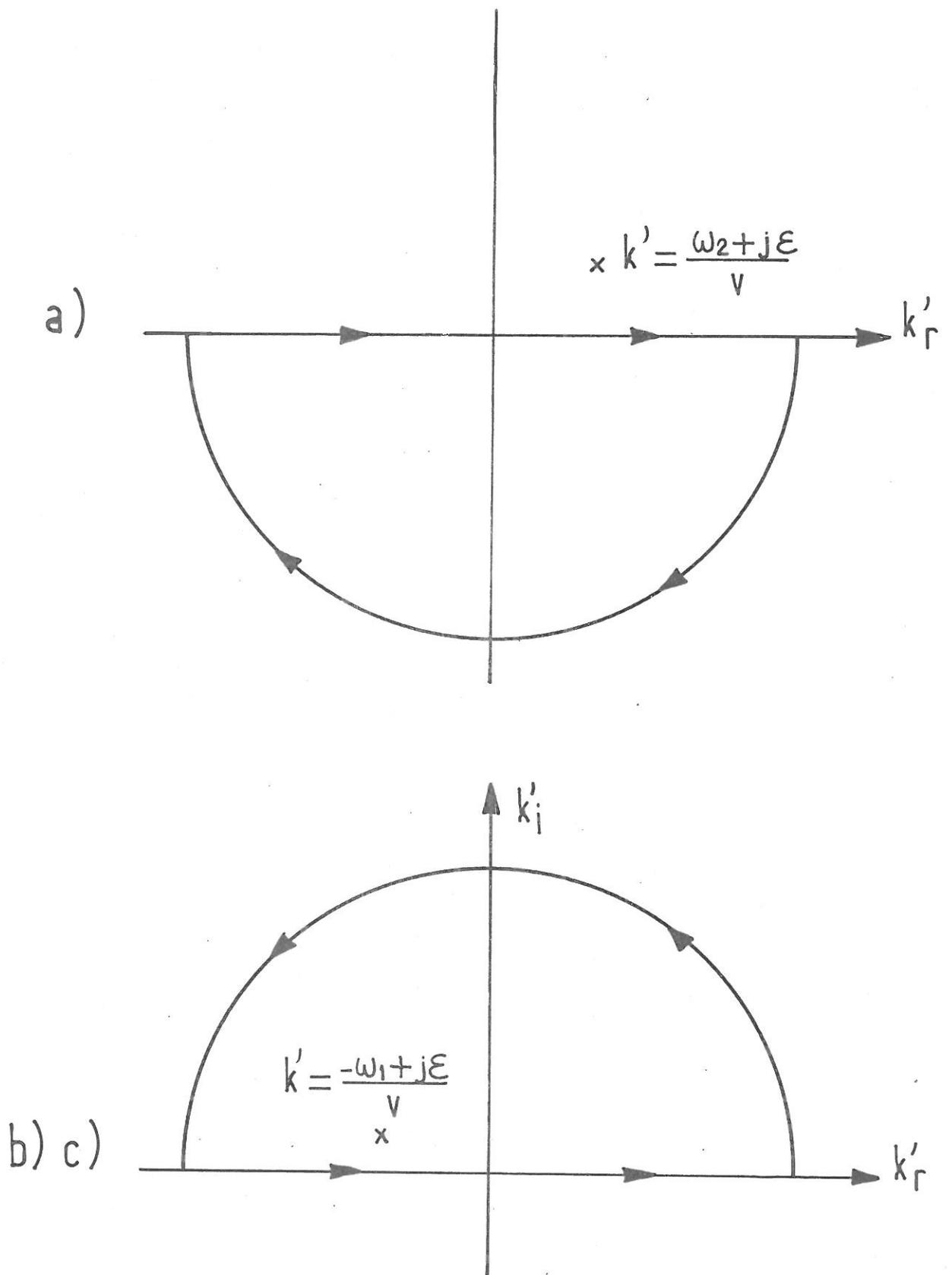


FIG. 2 - Contour d'intégration pour les expressions

a)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk'}{2\pi} \frac{e^{-jk'l}}{(\omega_2 + j\epsilon) - kv}$

b)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk'}{2\pi} \frac{e^{-j(k-k')l}}{(-\omega_1 + j\epsilon) - k'v}$

c)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{e^{+jk(x-l)}}{k - \frac{\omega_3 + j\epsilon}{v}}$



$$k' = \frac{\omega_2 + j\epsilon}{v}$$

étant situé à l'extérieur de ce contour, l'intégrale est donc nulle

$$\text{II.11 } R(k,v) = 0$$

$R(k,v)$  représente l'interaction du champ électrique self consistant du à la première excitation en  $x = 0$ , avec la fonction de distribution perturbée engendrée par la deuxième excitation en  $x = \ell$ . Comme les ondes ont été supposées fortement amorties, le champ self consistant excité en  $x = 0$  est totalement amorti en  $x = \ell$ . Le terme  $R(k,v)$  est nul.

Pour l'évaluation de  $S(k,v)$  il vient de même

$$S(k,v) = \left[ S(k,k',v) \right]_{k = \frac{\omega_1 + j\epsilon}{v}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk'}{2\pi} \frac{e^{-i(k-k')\ell}}{(-\omega_1 + j\epsilon) - k'v}$$

Le contour à  $k'$  réel est alors refermé par un demi cercle à l'infini dans le demi plan  $k'$  supérieur (fig. 2,b). Le pole en

$$k' = - \frac{\omega_1 + j\epsilon}{v}$$

est situé à l'intérieur du contour d'intégration et le théorème des résidus conduit à

$$\text{II.12 } S(k,v) = - \frac{j}{v} e^{-jk\ell} e^{-j\frac{\omega_1}{v}\ell} \left[ S(k,k',v) \right]_{k = - \frac{\omega_1 + j\epsilon}{v}}$$

$S(k,v)$  représente l'interaction de la fonction de distribution perturbée due à l'application du champ extérieur en  $x = 0$ , avec l'onde excitée en  $x = \ell$ . Cette interaction est rendue par le terme non linéaire de l'équation de Vlasov

$$\frac{q}{m} E_2^{(1)}(x,t) \frac{\partial f_1^{(1)}}{\partial v}(x,v,t)$$

Reportant les expressions de  $R(k,v)$  et de  $S(k,v)$  (II.11, II.12) dans (II.10), la transformée inverse de Fourier sur  $k$  permet d'obtenir la variation spatiale du champ électrique d'ordre 2

$$E_T^{(2)}(x, \omega_3) = -\frac{q}{m} \frac{\Phi_1 \Phi_2}{4} \omega_p^2 \int \frac{dv}{v} \frac{df_0}{dv} e^{-j \frac{\omega_1}{v} \ell} \frac{S_1(-\frac{\omega_1}{v})}{\epsilon^\pm(-\frac{\omega_1}{v}, -\omega_1 + j\epsilon)} \cdot T(v)$$

où

$$\text{II.13 } T(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{e^{+jk(x-\ell)}}{(\omega_3 + j\epsilon - kv)^2} T(k, v)$$

$$\text{avec } T(k, v) = \frac{S_2(k + \frac{\omega_1}{v})}{\epsilon^\pm(k, \omega_3 + j\epsilon) \epsilon^\pm(k, +\frac{\omega_1}{v}, \omega_2 + j\epsilon)}$$

Après intégration par partie de II.13, l'utilisation de la technique de calcul précédent permet d'écrire

$$T(v) = \frac{1}{v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{e^{+jk(x-\ell)}}{\omega_3 + j\epsilon} \left\{ (j(x-\ell)T(k, v) + \frac{d}{dk} T(k, v)) \right.$$

$$\left. - (j(x-\ell)T(k, v) + \frac{d}{dk} T(k, v)) \right\}_{k = \frac{\omega_3 + j\epsilon}{v}}$$

$$+ \left[ j(x-\ell)T(k, v) + \frac{d}{dk} T(k, v) \right]_{k = \frac{\omega_3 + j\epsilon}{v}} - \frac{1}{v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{2\pi} \frac{e^{+jk(x-\ell)}}{\omega_3 + j\epsilon} \left( k - \frac{\omega_3}{v} \right)$$

La première intégrale est nulle par mélange de phase pourvu que  $(x-\ell)$  soit grand devant les longueurs d'amortissement des ondes. Pour la deuxième intégrale, le contour d'intégration est refermé par un demi cercle de rayon

infini dans le demi plan  $k > 0$  (fig. 2,c). Le pole en

$$k = \frac{\omega_3 + j\epsilon}{v}$$

contribue à l'intégrale

$$\text{II.14 } T(v) = \frac{j}{v^2} \frac{d}{dk} \left[ e^{+jk(x-\ell)} T(k,v) \right]_{k = \frac{\omega_3 + j\epsilon}{v}}$$

Reportant II.14 dans II.13, le champ électrique d'ordre 2 s'exprime par une intégrale sur les vitesses positives

$$\text{II.15 } E_T^{(2)}(x, \omega_3) = -j \frac{q}{m} \frac{\Phi_1 \Phi_2}{4} \omega_p^2 \int_0^\infty \frac{dv}{v^3} \frac{df_0}{dv} .$$

$$e^{-j \frac{\omega_1}{v} \ell} \frac{S_1(-\frac{\omega_1}{v})}{\epsilon^-(\frac{\omega_1}{v}, -\omega_1)} \left\{ \frac{d}{dk} \left[ \frac{e^{+jk(x-\ell)} S_2(k + \frac{\omega_1}{v})}{\epsilon^+(k, \omega_3 + j\epsilon) \epsilon^+(k + \frac{\omega_1}{v}, \omega_2 + j\epsilon)} \right] \right\}_{k = \frac{\omega_3 + j\epsilon}{v}}$$

Le fait que l'intégrale porte sur des vitesses positives entraine aussi le choix de la détermination de la constante diélectrique :

$\epsilon^+(k, \omega)$  est défini pour  $\text{Im} \frac{\omega}{k} > 0$ ,  $\epsilon^-(k, \omega)$  pour  $\text{Im} \frac{\omega}{k} < 0$ .

L'intégrale sur les vitesses (II.15) ne s'annule pas par mélange de phase lorsque  $x$  est voisin de  $\ell_3$

$$\ell_3 = \frac{\omega_2}{\omega_3} \ell$$

Au voisinage de  $\ell_3$ , le terme le plus important de l'intégrale (II.15) provient de la dérivation par rapport à  $k$  de l'exponentielle. Négligeant les deux autres termes l'amplitude de l'écho devient

$$\text{II.16 } E_T^{(2)}(x, \omega_3) = \frac{q}{m} \frac{\phi_1 \phi_2}{4} \omega_p^2 (x-l) \int_0^\infty dv \frac{1}{v^3} \frac{df_0}{dv} e^{+j\frac{\omega_3}{v}(x-l_3)} \cdot \frac{S(-\frac{\omega_1}{v})}{\epsilon^{*+}(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1)} \frac{S(\frac{\omega_2}{v})}{\epsilon^{+}(\frac{\omega_2}{v}, \omega_2)} \frac{1}{\epsilon^{+}(\frac{\omega_3}{v}, \omega_3)}$$

Cette expression de l'amplitude de l'écho fait apparaitre la forme asymptotique, prise en  $x = l$ , de la fonction de distribution perturbée due à la première onde (I.40).

$$\text{II.17 } E_T^{(2)}(x, t) = -\frac{\phi_2}{4} \omega_p^2 (x-l) \int_0^\infty \frac{dv}{v^2} \frac{f_1^*(x=l, v, t) S_2(\frac{\omega_2}{v}) e^{+j\frac{\omega_3}{v}(x-l)}}{\epsilon^{+}(\frac{\omega_2}{v}, \omega_2) \epsilon^{+}(\frac{\omega_3}{v}, \omega_3)} e^{+j\omega_3 t}$$

Le maximum d'amplitude de l'écho a lieu en  $l_3$  où n'existe plus de mélange de phase. Cette amplitude est alors proportionnelle à

$$\text{II.18 } E_T^{(2)}(l_3, \omega_3) \sim \phi_1 \phi_2 \omega_p^2 \frac{\omega_1}{\omega_3} l$$

Les constantes diélectriques présentes au dénominateur de II.16 traduisent les effets self consistant associés aux deux champs électriques extérieurs et à l'écho.  $\epsilon^{-1*}(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1)$  contient l'effet self consistant du à la propagation et l'amortissement de l'onde de plasma de fréquence  $\omega_1$  et de nombre d'onde  $k_1 + j\Gamma_1$ . L'inverse de cette constante diélectrique présente un maximum pour une vitesse des électrons voisine de la vitesse de phase,  $v_{\varphi_1}$ , de la première onde excitée dans le plasma.

$$v_{\varphi_1} = \frac{\omega_1}{k_1}$$

Ce maximum est d'autant plus aigu que l'onde est peu amortie, la perturbation de la fonction de distribution étant concentrée sur un intervalle de l'ordre de  $\Delta v_1$ .

$$\Delta v_1 = \frac{\omega_1 \Gamma_1}{k_1^2}$$

$\epsilon(\frac{\omega_2}{v}, \omega_2)$  représente l'effet self consistant du à la propagation de l'amortissement de la deuxième onde de plasma, de fréquence  $\omega_2$  et de nombre d'onde  $k_2 + j\Gamma_2$ . Comme  $\omega_2 > \omega_1$ , un plus grand nombre d'électrons sont concernés par cette deuxième perturbation.

Finalement  $\epsilon(\frac{\omega_3}{v}, \omega_3)$  tient compte de la réponse self consistante du milieu due aux électrons dont la vitesse oscille à la fréquence  $\omega_3$ . Lorsque les fréquences d'un écho (1,1) vérifient

$$\omega_3 = \omega_1$$

c'est à dire que

$$\omega_2 = 2\omega_1$$

deux des constantes diélectriques coïncident, l'écho est dit résonnant. L'amplitude de cet écho est plus importante que dans le cas non résonnant.

### II.2.1 - ECHO (1,1) NON SELF CONSISTANT

Egalier à l'unité dans l'expression II.16 de l'amplitude de l'écho les diverses constantes diélectriques revient à négliger les effets collectifs ou self consistant, devant l'effet du champ électrique extérieur seul. Les particules sont alors supposées sans interactions mutuelles, et seul l'effet d'écoulement libre de la perturbation imposée par les champs extérieurs est retenu. Pour une fonction de distribution maxwellienne, l'amplitude d'un tel écho est alors [4]

$$II.19 \quad E_T^{(2)}(x, \omega_3) = - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{q}{m} \frac{\phi_1 \phi_2}{2} \frac{\omega_p^2 (x-l)}{a^4} .$$

$$\int_{\beta=0}^{\infty} d\theta S_1(-\frac{\omega_1}{a} \frac{1}{\theta}) S_2(\frac{\omega_2}{a} \frac{1}{\theta}) \frac{1}{\theta^2} e^{-\theta^2} e^{+j\frac{\omega_3}{a} \frac{1}{\theta} (x-l)_3}$$

où  $\theta = \frac{v}{a}$

Lorsque la répartition spatiale de l'amplitude des champs électriques appliqués de l'extérieur (II.3) est donnée sous forme de fonction delta soit

$$S(k) = 1$$

l'intégrale définissant l'amplitude de l'écho diverge du fait de la contribution des particules de faible vitesse. Pour ces particules, la condition de linéarisation n'est plus respectée puisque l'incrément de vitesse communiqué par le champ devient supérieur à la vitesse initiale

$$v > \left(\frac{2q\Phi}{m}\right)^{1/2}$$

D'autre part, toutes les particules de vitesse initiale supérieure à  $\left(\frac{2q\Phi}{m}\right)^{1/2}$  franchissent le point où l'excitation a lieu, indépendamment de la phase que présente le champ électrique lors de leur arrivée en ce point. Les particules de vitesse inférieure sont transmises ou réfléchies suivant la valeur de cette phase.

Ne tenant compte que des particules qui sont toutes transmises, la valeur ( $\beta=0$ ) de la borne inférieure peut être remplacée par

$$\beta = \left(\frac{2q\Phi_{12}}{m}\right)^{1/2}$$

où  $\Phi_{12}$  désigne la plus grande des deux valeurs de  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$ . L'amplitude de l'écho en  $x = l_3$  est alors

$$II.20 \quad E_T^{(2)}(x, \omega_3) = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{q}{m} \frac{\Phi_1 \Phi_2}{2a^4} \omega_p^2 \frac{\omega_1}{\omega_3} \mathcal{L} \left[ \left( \frac{ma^2}{2q\Phi_{12}} \right)^{1/2} e^{-\frac{2q\Phi_{12}}{ma^2} - \sqrt{\pi} \left( 1 - \psi \left[ \left( \frac{2q\Phi_{12}}{ma^2} \right)^{1/2} \right] \right)} \right]$$

où

$$\psi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$$

est la fonction d'erreur.

Le développement limité de (II.20) par rapport à  $(\frac{2q\phi_{12}}{ma^2})$  montre que l'amplitude de l'écho en son maximum dépend non linéairement de  $\phi_1$  ou  $\phi_2$

$$E_T^{(2)}(x, \omega_3) = -\frac{1}{8\sqrt{\pi}} \frac{m}{q} \omega_p^2 \frac{\omega_1}{\omega_3} \ell \left( \frac{2q\phi_{12}}{ma^2} \right)^{1/2} \left( \frac{2q\phi_{21}}{ma^2} \right)^{1/2} \left[ 1 - \sqrt{\pi} \left( \frac{2q\phi_{12}}{ma^2} \right)^{1/2} \right]$$

La manière de lever la divergence de l'expression II.19 est assez arbitraire puisqu'elle repose sur le choix de la borne inférieure. Cette divergence est levée lorsqu'un modèle plus réaliste d'excitation est adopté. La dépendance spatiale du champ électrique peut être approximée par une fonction delta pour autant que le temps de transit des particules dans la région d'étendue  $r$  où se trouve ce champ est inférieur à l'inverse de la fréquence appliquée. Cette condition tombe en défaut pour les particules de vitesse inférieure à  $v_c$

$$v_c = r\omega$$

La dépendance spatiale du champ électrique extérieur peut alors être approximée par l'une ou l'autre des deux fonctions

$$S_1(x) = \frac{1}{\pi} \frac{r}{x^2 + r^2} \qquad S_2(x) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{x}{r^2} e^{-\frac{x^2}{4r^2}}$$

auxquelles correspondent les transformées de Fourier

$$S_1(k) = e^{-|k|r} \qquad S_2(k) = ikr e^{-k^2 r^2}$$

L'introduction de ces fonctions dans l'expression de l'amplitude de l'écho a pour effet de lever la divergence de l'intégrale : l'effet du temps de transit fini des particules tend à réduire la contribution des particules de vitesse inférieure à  $v_c$ . Lorsque l'étendue spatiale  $r$  du champ électrique est de l'ordre de la longueur de Debye, cette vitesse critique est de l'ordre de la vitesse thermique. La contribution des particules de vitesse supérieure à  $v_c$  diffère selon que la dépendance spatiale du champ électrique extérieur est paire ou impaire (fig. 3).

Pour une dépendance spatiale de l'amplitude du champ électrique extérieur donnée par une fonction paire, par exemple  $S_1(x)$ , le comportement des particules de vitesse supérieure à  $v_c$  ne diffère pas de celui que ces particules auraient si le champ électrique était donné par une fonction delta. Si la dépendance spatiale est impaire, la contribution des particules de vitesse supérieure à  $v_c$  est aussi affectée puisque alors  $S(\frac{\omega}{v})$  tend vers 0 lorsque  $v$  tend vers l'infini. Une particule de vitesse supérieure à  $v_c$  voit successivement deux champs électriques égaux mais de sens contraire puisque le temps de transit de la particule est plus petit que l'inverse de la fréquence.

Dans la limite où

$$|x - l_3| \gg \lambda_D \quad \lambda_D \text{ longueur de Debye}$$

l'amplitude de l'écho s'évalue à l'aide de la méthode du col.

La croissance de l'écho est alors rendue par

$$\text{II.21 } E_T^{(2)}(x, \omega_3) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{q}{m} \frac{\phi_1 \phi_2}{2} S_1\left(-\frac{\omega_1}{v_1}\right) S_2\left(\frac{\omega_2}{v_1}\right) \frac{\omega_p^2(x-l)}{a^4} \left[\frac{2a}{\omega_3(l_3-x)}\right]^{2/3} \cdot e^{-j\frac{\pi}{3}} - \frac{3}{2}(1+j\sqrt{3}) \left(\frac{\omega_3(l_3-x)}{2a}\right)^{2/3}$$

et résulte de la contribution du col en  $v_1$

$$\text{II.22 } v_1 = a \left(\frac{\omega_3(l_3-x)}{2a}\right)^{1/3} e^{+j\frac{\pi}{6}}$$

La décroissance de l'écho est rendue par,

$$\text{II.23 } E_T^{(2)}(x, \omega_3) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{q}{m} \frac{\phi_1 \phi_2}{2} S_1\left(-\frac{\omega_1}{v_2}\right) S_2\left(+\frac{\omega_2}{v_2}\right) \frac{\omega_p^2(x-l)}{a^4} \left[\frac{2a}{\omega_3(x-l_3)}\right]^{2/3} \cdot e^{+j\frac{\pi}{3}} - \frac{3}{2}(1-j\sqrt{3}) \left(\frac{\omega_3(x-l_3)}{2a}\right)^{2/3}$$

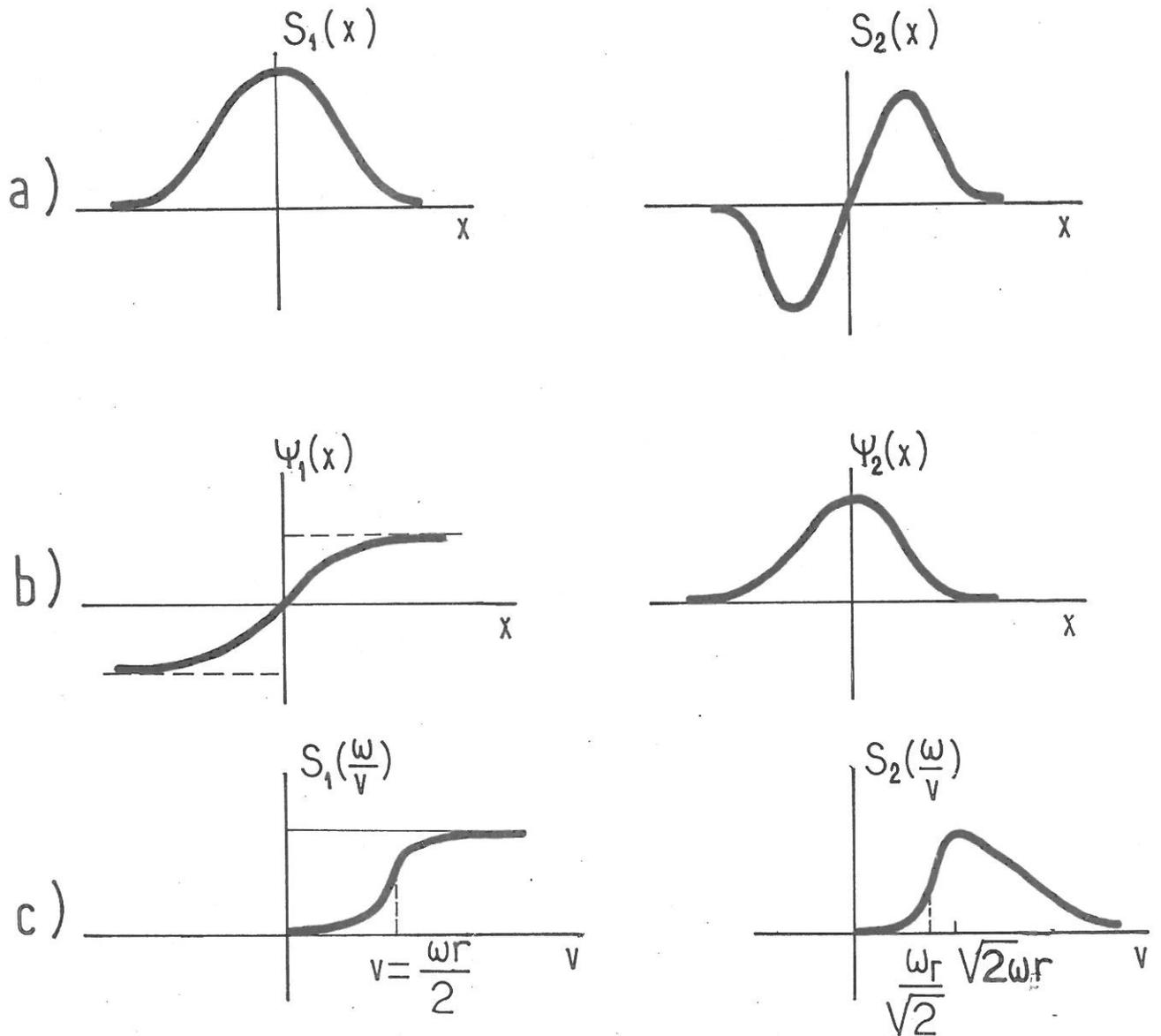


FIG. 3 - Modèle de champ électrique extérieur

$$E_{\text{ext}} = \phi S_{12}(x) \cos \omega t$$

a) Dépendance spatiale du champ électrique extérieur

b) Dépendance spatiale du potentiel

c)  $S(\frac{\omega}{v})$  traduit l'effet de l'excitation extérieure sur l'amplitude de l'écho (16, 19)



le col étant situé en

$$\text{II.24 } v_2 = a \left( \frac{\omega_3(x-l_3)}{2a} \right)^{1/3} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

Cette variation de l'amplitude de l'écho en  $e^{\alpha x^{2/3}}$  est caractéristique de l'écoulement libre d'une perturbation imposée à une fonction de distribution maxwellienne (I.28, A.I). Il n'est plus alors possible de définir un nombre d'onde et un taux de croissance.

La croissance de l'écho résulte des particules dont la vitesse est voisine de

$$v = a \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ \frac{\omega_3}{2a} (l_3 - x) \right]^{1/3}$$

et la décroissance des particules de vitesse

$$v = a \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ \frac{\omega_3}{2a} (x - l_3) \right]^{1/3}$$

Un tel écho non self-consistant est donc maximum en  $x = l_3$ , légèrement dissymétrique de part et d'autre de ce maximum (cf. II.16). Les pseudo-nombres d'onde et taux de croissance varient d'un point à l'autre.

### II.2.2 - ECHO (1,1) SELF CONSISTANT

L'amplitude d'un écho (1,1), compte tenu des effets collectifs, est donnée par une intégrale sur les vitesses (II.16).

Pour une dépendance spatiale du champ extérieur donné par une delta, l'amplitude de l'écho diverge du fait de la contribution des particules de faible vitesse <sup>[2]</sup>. Comme précédemment, un modèle plus réaliste d'excitation fait tomber cette divergence et une évaluation asymptotique de l'amplitude de l'écho est possible dans la limite où

$$|x - l_3| \gg \lambda_D$$

Après le changement de variable

$$\rho = \frac{a}{v}$$

l'amplitude de l'écho devient

$$E_T(x, \omega_3) = - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{q}{m} \frac{\Phi_1 \Phi_2}{2} \frac{\omega_p^2 (x-l)}{a^4} I(x)$$

où

$$\text{II.25 } I(x) = \int_0^\infty d\rho \frac{e^{-[\rho^{-2} - j \frac{\omega_3}{a} \rho (x-l_3)]} S_1(-\frac{\omega_1}{a} \rho) S_2(\frac{\omega_2}{a} \rho)}{\varepsilon^{\frac{\omega_1}{a} \rho, \omega_1} \varepsilon^{\frac{\omega_2}{a} \rho, \omega_2} \varepsilon^{\frac{\omega_3}{a} \rho, \omega_3}}$$

Le contour d'intégration (fig. 4),  $\rho$  réel variant de 0 à  $l^\infty$ , est déformé dans le plan  $\rho$  complexe pour tenir compte de la présence des cols, déjà présents dans l'expression de l'écho sans champ self consistant (II.22, II.24) en

$$\rho_{c1} = \left(\frac{\omega_3}{2a} (l_3 - x)\right)^{-1/3} e^{-j\frac{\pi}{6}} \quad x < l_3$$

et en

$$\rho_{c2} = \left(\frac{\omega_3}{2a} (l_3 - x)\right)^{-1/3} e^{+j\frac{\pi}{6}} \quad x > l_3$$

et des poles de Landau introduits par la présence des constantes diélectriques

$$\rho_1 = \frac{a}{\omega_1} k_1$$

$$k_1 = k_{r1} - j\Gamma_1$$

$$\rho_2 = \frac{a}{\omega_2} k_2$$

$$k_2 = k_{r2} + j\Gamma_2$$

$$\rho_3 = \frac{a}{\omega_3} k_3$$

$$k_3 = k_{r3} + j\Gamma_3$$

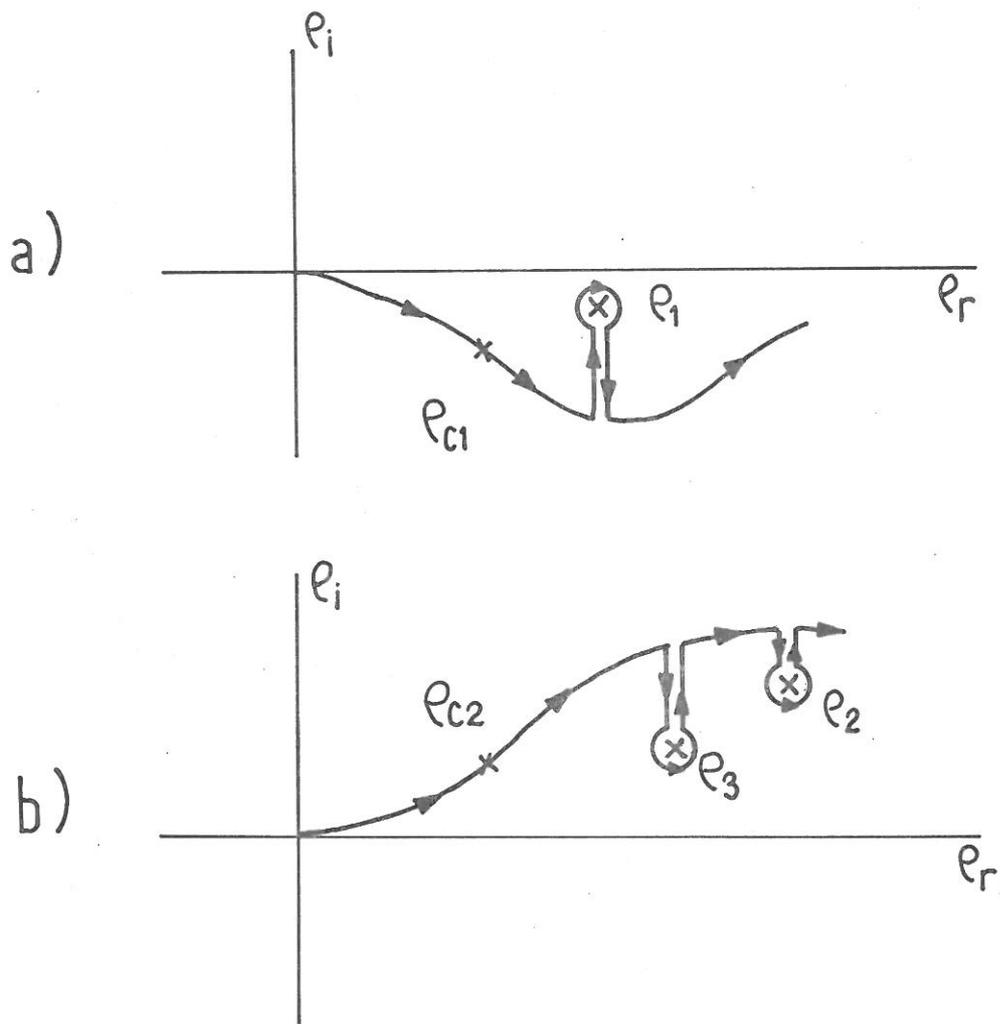


FIG. 4 - Contour d'intégration de l'expression II.25 donnant l'amplitude de l'écho

a)  $x - \lambda_3 < 0$

b)  $x - \lambda_3 > 0$



$k_1, k_2, k_3$  sont solutions respectivement de

$$\varepsilon^{\#}(k_1, \omega_1) = 0 \qquad \varepsilon^+(k_2, \omega_2) = 0 \qquad \varepsilon^+(k_3, \omega_3) = 0.$$

Lorsque  $x < l_3$  le contour est déformé dans le demi plan  $\text{Im } \rho < 0$  et tient compte de la présence du col en  $\rho_{c1}$  et du pôle en  $\rho_1$  (fig. 4,a). Pour  $x > l_3$  la déformation du contour est effectuée dans le demi plan  $\text{Im } \rho > 0$  et tient compte de la présence du col en  $\rho_{c2}$  et des pôles en  $\rho_2$  et  $\rho_3$  (fig. 4,b). L'amplitude de l'écho dans sa montée est déterminée par

$$I = \sqrt{\frac{\Pi}{3}} \left[ \frac{2a}{\omega_3(l_3-x)} \right]^{2/3} \frac{e^{-j\frac{\Pi}{3}} e^{-\frac{3}{2}(1+j\sqrt{3})\left(\frac{\omega_3(l_3-x)}{2a}\right)^{2/3}} S_1\left(-\frac{\omega_1}{a} \rho_{c1}\right) S_2\left(\frac{\omega_2}{a} \rho_{c1}\right)}{\varepsilon^{\#}\left(\frac{\omega_1 \rho_{c1}}{a}, \omega_1\right) \varepsilon^+\left(\frac{\omega_2 \rho_{c1}}{a}, \omega_2\right) \varepsilon^+\left(\frac{\omega_3 \rho_{c1}}{a}, \omega_3\right)}$$

II.26

$$- 2\Pi i \frac{\exp\left[-\frac{\omega_1^2}{k_1^2 a^2} - j\frac{\omega_3}{\omega_1}(k_{r1} - j\Gamma_1)(l_3-x)\right] S_1(-k_1) S_2\left(\frac{\omega_2 k_1}{\omega_1}\right)}{\varepsilon^+\left(\frac{\omega_2}{\omega_1} k_1, \omega_2\right) \varepsilon^+\left(\frac{\omega_3}{\omega_1} k_1, \omega_3\right) \left\{ \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \varepsilon^{\#}\left(\frac{\omega_1 \rho}{a}, \omega_1\right) \right] \right\}}$$

$$\rho = \frac{k_1 a_1}{\omega_1}$$

et dans sa décroissance par

$$I = \sqrt{\frac{\Pi}{3}} \left[ \frac{2a}{\omega_3(x-l_3)} \right]^{2/3} \frac{e^{+j\frac{\Pi}{3}} e^{-\frac{3}{2}(i-j\sqrt{3})\left(\frac{\omega_3(x-l_3)}{2a}\right)^{2/3}} S_1\left(-\frac{\omega_1}{a} \rho_{c2}\right) S_2\left(\frac{\omega_2}{a} \rho_{c2}\right)}{\varepsilon^{\#}\left(\frac{\omega_1 \rho_{c2}}{a}, \omega_1\right) \varepsilon^+\left(\frac{\omega_2 \rho_{c2}}{a}, \omega_2\right) \varepsilon^+\left(\frac{\omega_3 \rho_{c2}}{a}, \omega_3\right)}$$

$$+ 2\Pi i \frac{\exp\left[-\frac{\omega_3^2}{k_3^2 a^2} + j(k_{r3} + j\Gamma_3)(x-l_3)\right] S_1\left(-\frac{\omega_1}{\omega_3} k_3\right) S_2\left(\frac{\omega_2}{\omega_3} k_3\right)}{\varepsilon^{\#}\left(\frac{\omega_1}{\omega_3} k_3, \omega_1\right) \varepsilon^+\left(\frac{\omega_2}{\omega_3} k_3, \omega_2\right) \left\{ \frac{\partial}{\partial \rho} \varepsilon^+\left(\frac{\omega_2 \rho}{a}, \omega_2\right) \right\}}$$

$$\rho = \frac{k_3 a}{\omega_3}$$

II.27

II.27

$$\begin{aligned}
 & \exp \left[ - \frac{\omega_2^2}{k_2^2 a^2} + j \frac{\omega_3}{\omega_2} (k_{r_2} + j\Gamma_2)(x-l_3) \right] S_1 \left( - \frac{\omega_1}{\omega_2} k_2 \right) S_2(k_2) \\
 + 2\pi i & \frac{\varepsilon^* + \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} k_2, \omega_1 \right) \varepsilon^* + \left( \frac{\omega_3}{\omega_2} k_2, \omega_3 \right) \left\{ \frac{\partial}{\partial \rho} \varepsilon^* \left( \omega_2 \frac{\rho}{a}, \omega_2 \right) \right\}}{\rho = \frac{k_2 a}{\omega_2}}
 \end{aligned}$$

Dans l'expression donnant la décroissance de l'écho (II.27), la contribution du pôle situé en  $\rho_2$  devient très vite négligeable devant celle du pôle en  $\rho_3$  ; la fréquence de la deuxième onde étant supérieure à celle de l'écho, le coefficient d'amortissement l'est aussi. Le troisième terme de (II.27) est donc négligeable.

Pour déterminer la croissance et la décroissance de l'écho deux sortes de termes interviennent. Les termes associés aux zéros des constantes diélectriques font intervenir le caractère collectif du milieu. Les termes variant  $e^{\alpha x^{2/3}}$  proviennent de la contribution à grande distance de la perturbation ballistique de fréquence  $\omega_3$  ; cette contribution est modifiée par le caractère collectif du milieu (II.21 et II.23).

L'amplitude de l'écho (1,1) est proportionnelle aux amplitudes des potentiels appliqués de l'extérieur ; son amplitude maximum en  $x=l_3$  est proportionnelle à la distance entre les points d'application de ces potentiels.

$$E^{(2)}(k_3, \omega_3) \sim \Phi_1 \Phi_2 l \omega_p^2 \frac{\omega_1}{\omega_3}$$

L'écho est fortement dissymétrique de part et d'autre de son maximum. En plus des termes variant en  $e^{\alpha x^{2/3}}$ , la croissance de l'écho est déterminée par le nombre d'onde

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} (k_1 - j\Gamma_1)$$

et sa décroissance par les nombres d'ondes

$$k_{r_3} + j\Gamma_3$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} (k_{r_2} + j\Gamma_2)$$

La distance d'apparition de l'écho étant sensiblement proportionnelle à  $\ell$ , comme la distance entre la région du plasma où se propage la première onde et le point d'application du deuxième champ extérieur est inférieure à  $\ell$ , l'écho du au champ self consistant de la première onde apparaît dans la croissance de l'écho. Cette croissance dépend en partie, au facteur  $\omega_3/\omega_1$  près, du coefficient d'amortissement de la première onde. D'une manière analogue, la distance entre le point d'application du premier champ électrique, et la région où se propage la deuxième onde est supérieure à  $\ell$ ; la décroissance de l'écho se fait, au facteur  $\omega_3/\omega_2$  près, avec le coefficient d'amortissement de la deuxième onde. Le nombre d'onde  $k_3$  intervient comme la réponse self consistante du milieu à une perturbation de la fonction de distribution oscillant à la fréquence  $\omega_3$ .

Le caractère collectif du milieu intervient dans le mécanisme des échos pour modifier les amplitudes et la répartition du spectre de nombre d'onde. Comme le caractère résonnant des constantes diélectriques s'atténue lorsque le rapport de la fréquence de l'onde à la fréquence plasma augmente, l'importance des effets collectifs diminue et l'amplitude de l'écho tend vers celle obtenue pour un milieu où les particules sont sans interactions mutuelles.

### II.3 - ECHO (1,2)

La linéarisation des équations de Vlasov et de Poisson au troisième ordre, puis la résolution du système ainsi constitué conduisent à l'expression de l'amplitude de l'écho (1,2). Cet écho apparaît au voisinage de  $\ell_3$

$$\ell_3 = \frac{2\omega_2}{2\omega_2 - \omega_1}$$

avec une fréquence  $\omega_3$

$$\omega_3 = 2\omega_2 - \omega_1$$

et une amplitude

$$E^{(3)}(x, \omega_3) = \frac{1}{8} \frac{q^2}{m^2} \Phi_1 \Phi_2^2 \omega_p^2 \omega_1 (x-l) \ell.$$

II.28

$$\int_0^\infty \frac{dv}{v} \frac{df_0}{dv} \frac{e^{+j\frac{\omega_3}{v}(x-l_3)} S_1(-\frac{\omega_1}{v}) S_2^2(\frac{\omega_2}{v})}{\epsilon^* + (\frac{\omega_1}{v}, \omega_1) [\epsilon(\frac{\omega_2}{v}, \omega_2)]^2 \epsilon(\frac{\omega_3}{v}, \omega_3)}$$

Sans rentrer dans le détail d'un calcul fastidieux, il faut noter que cet écho résulte de l'interaction du champ électrique d'ordre un provoqué par la deuxième excitation,  $E_2^{(1)}(k, \omega)$  (II.5) avec la fonction de distribution perturbée d'ordre deux  $f_1^{(2)}(k, \omega)$  (II.8) due à la première excitation. Dans l'équation de Vlasov à l'ordre 3, le terme source figurant au deuxième membre est de la forme

$$\frac{q}{m} \int \frac{d\omega'}{2\pi} \int \frac{dk'}{2\pi} E_2^{(1)}(k-k', \omega-\omega') \frac{\partial f_1^{(2)}}{\partial v}(k', \omega')$$

Les autres termes sources ne contribuent pas à l'amplitude d'un tel écho : l'écho est dû à l'interaction du champ électrique appliqué en  $x = l$  avec la perturbation de la fonction de distribution imposée par le champ appliqué en  $x = 0$ .

L'amplitude maximum d'un tel écho se produit en

$$x = l_3$$

et est proportionnelle à

$$\text{II.29 } E^{(3)}(k_3, \omega_3) \sim \Phi_1 \Phi_2^2 \omega_p^2 \frac{\omega_1^2}{\omega_3} \ell^2$$

L'amplitude d'un tel écho est particulièrement importante lorsque trois des constantes diélectriques du dénominateur sont identiques. Dans ce cas les fréquences vérifient

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$$

et l'écho apparaît à une distance double de celle d'entre les points d'excitation des ondes. Cet écho (1,2) est dit résonnant. L'amplitude d'un tel écho résonnant est

$$E^{(3)}(x, \omega_3) = \frac{1}{8} \frac{q^2}{m^2} \Phi_1 \Phi_2^2 \omega_p^2 \omega_1 (x-l) l \int_0^\infty \frac{dv}{v} \frac{df_0}{dv} \frac{e^{j\frac{\omega_3}{v}(x-l_3)} S_1(-\frac{\omega_1}{v}) S_2^2(\frac{\omega_2}{v})}{\epsilon^* + (\frac{\omega_1}{v}, \omega_1) [\epsilon(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1)]^3}$$

II.30

#### II.4 - CONCLUSION

La linéarisation des équations de Vlasov et Poisson par rapport aux puissances successives des champs appliqués de l'extérieur permet de rendre compte de l'existence des échos d'ondes de plasma et de prévoir le comportement de l'amplitude de ces échos en fonction des principaux paramètres

$$\Phi_1, \Phi_2, l, \frac{\omega_1}{\omega_p}, \frac{\omega_2}{\omega_p}, \frac{a}{\omega_p}$$

Cette théorie de perturbation permet de calculer à tous les ordres les différents échos.

Il n'en reste pas moins qu'un certain nombre de difficultés subsistent dans cette théorie linéarisée et itérative, et sont inévitables à la méthode utilisée.

- Les expressions (II.16, II.28) donnant l'amplitude des échos divergent du fait de la présence d'une intégrale sur les vitesses, lorsque la dépendance spatiale de l'excitation extérieure est une fonction de Dirac. La divergence de cette intégrale provient de la contribution des particules de faible vitesse pour lesquelles la condition de linéarisation

$$\frac{1}{2} mv^2 > q \frac{\Phi}{\epsilon(\frac{\omega}{v}, \omega)}$$

n'est plus vérifiée. Un modèle plus réaliste d'excitation permet de minimiser cette contribution.

- D'autre part les expressions de l'amplitude de l'écho au voisinage de son maximum (II.17, II.29) tendent vers l'infini lorsque la distance entre les points d'excitation des ondes croît indéfiniment. Cette divergence de l'amplitude de l'écho provient de la forme de la perturbation de la fonction de distribution qui varie en  $e^{+j \frac{\omega}{v} x}$ , entraînant l'apparition d'un terme séculaire dans l'équation de Vlasov dès le second ordre. En effet à cet ordre le terme source est du à l'interaction de la fonction de distribution perturbée à l'ordre 1 avec le champ électrique d'ordre 1.

$$E^{(1)}(x,t) \frac{\partial f^{(1)}}{\partial v}(x,t)$$

Pour que la linéarisation soit valable il faut que le terme linéaire d'ordre 1 soit supérieur au terme non linéaire d'ordre 2, soit

$$E^{(1)}(x,t) \frac{df_0}{dv} > E^{(1)}(x,t) \frac{df^{(1)}}{dv}$$

Cette inégalité entraîne

$$\text{II.31} \quad \frac{q \omega}{m v^3} \frac{\phi_{ex} \times S(\frac{\omega}{v})}{\epsilon(\frac{\omega}{v}, \omega)} < 1$$

La théorie linéarisée tombe donc en défaut pour les particules de vitesse faible lorsque la fonction source  $S(x)$  est une delta, pour des distances d'observation grandes et pour des amplitudes du potentiel appliqué croissantes.

Une théorie non linéaire des échos d'ondes plasma électroniques permettra de lever ces difficultés et de prévoir de nouveaux phénomènes affectant l'amplitude des échos.

REFERENCES du CHAPITRE II

- [1] E.L. HAHN. Phys. Rev. 80, 4, 580 (1950).  
A. ABRAGAM. Principles of magnetic resonance, Oxford University Press,  
London (1961).
- [2] R.W. GOULD, T.M. O'NEIL, J.H. MALMBERG. Physical Review Letters, 19,  
5 (1967).  
T.M. O'NEIL, R.W. GOULD. Phys. of Fluids, 11, 1, 134 (1968).  
R.W. GOULD. Phys. Letters 29A, 6, 347 (1969).
- [3] W.E. DRUMMOND, D. PINES. Nucl. Fusion Suppl. Pt.3, 1049 (1962).
- [4] B.H. RIPIN, R.E. PECHACEK. Phys. Rev. Letters 24, 24, 1330 (1970).  
B.H. RIPIN. Ph. D thesis. University of Maryland.  
Technical Report N° 71-038 (1970).



CHAPITRE III

THEORIE NON LINEAIRE DES ECHOS D'ONDES PLASMA

La théorie précédente, basée sur une solution itérative des équations de Vlasov et de Poisson, tombe en défaut lorsque soit l'amplitude des ondes excitées, soit la distance entre les points d'excitation de ces ondes croît. Une théorie non linéaire<sup>[1]</sup>, utilisant la méthode des trajectoires<sup>[2]</sup> permet de lever cette difficulté. Cette théorie, contrairement aux précédentes,<sup>[3]</sup>, tient compte des effets collectifs.

En présence de champ self consistant, les équations de Vlasov et de Poisson sont linéarisées : cette linéarisation permet de relier les incréments de vitesse  $\Delta v_1$  et  $\Delta v_2$ , acquis par les électrons sous l'effet des deux ondes de plasma excitées, aux champs électriques appliqués de l'extérieur. Le mouvement des électrons s'obtient à l'aide des équations de la dynamique en supposant que les trajectoires libres des électrons ne sont que faiblement perturbées, et sur de courtes distances, par les champs self-consistant. Désignant par  $f_0(v)$  la fonction de distribution non perturbée, la fonction de distribution des électrons ayant franchi successivement les régions du plasma où existent les ondes excitées de l'extérieur, s'en déduit

$$\text{III.1 } f_{v_x > 0}(X, v, T) = f_0(v + \Delta v_1 + \Delta v_2)$$

Cette fonction de distribution, après linéarisation, est prise comme condition initiale du problème de Landau. Les équations de Vlasov et de Poisson sont linéarisées au voisinage de la position d'apparition de l'écho. L'amplitude des échos de la série (1,n) en résulte.

Un tel traitement<sup>[1]</sup> est caractérisé par le fait que les équations de Vlasov et de Poisson linéarisées ne sont utilisées que sur des distances de l'ordre de la longueur d'amortissement des ondes de plasma et qu'en l'absence de champ électrique, les équations de la dynamique fournissent des solutions exactes pour le mouvement des électrons. L'apparition de termes séculaires dans l'équation de Vlasov est ainsi évitée, et un certain nombre d'effets

non linéaires, impossible à prévoir par une théorie linéarisée, apparaissent. L'amplitude des échos dépend d'une manière dissymétrique de l'amplitude des champs électriques extérieurs.

Cette amplitude croît, sature puis décroît lorsque soit l'amplitude du deuxième champ électrique appliqué, soit la distance entre les points d'excitation est accrue.

L'amplitude à saturation des échos de la série (1,n) est du même ordre de grandeur.

### III.1 - ECHO (1,n)

#### III.1.1 - METHODE DES TRAJECTOIRES

La détermination de l'amplitude des échos (1,n) repose sur la résolution de l'équation de Vlasov par la méthode des trajectoires. Cette équation est équivalente au système

$$\text{III.2} \quad \frac{dt}{dx} = \frac{1}{v}$$

$$\text{III.3} \quad v \frac{dv}{dx} = \frac{q}{m} E(x,t)Y(x)$$

$$\text{III.4} \quad \frac{df}{dx} = 0$$

Les particules ne subissant de force que pour les  $x$  positifs, pour les  $x$  négatifs la fonction de distribution  $f_0(v)$  n'est pas perturbée ; de plus elle est supposée indépendante du temps et homogène dans l'espace. La solution de ce système est constituée par les valeurs initiales du temps de passage  $t$  et de la vitesse  $v$  en  $x < 0$  des particules ayant à l'instant  $T$  une position  $X$  et une vitesse  $V$

$$\text{III.5} \quad t = t'(X,V,T/x)$$

$$\text{III.6} \quad v = v'(X,V,T/x)$$

$$\text{III.7} \quad f(X,V,T) = f_0[v(X,V,T/x)]$$

La connaissance de la fonction de distribution en  $X,V,T$  résulte de la résolution des équations de la dynamique donc de la connaissance

des incréments de vitesse acquis par les particules en présence de champ self consistant.

III.1.2 - INCREMENT DE VITESSE DES ELECTRONS

Ayant subi, successivement au voisinage de  $x = 0$  et de  $x = \ell$  l'action des deux champs électriques self-consistant créés par les champs appliqués de l'extérieur (II.3, II.4),

$$\text{III.8} \quad E_1(x,t) = E_{T_1}^{(1)}(x,\omega_1) \frac{e^{-j\omega_1 t}}{2} + \text{C.C.}$$

$$\text{III.9} \quad E_2(x,t) = E_{T_2}^{(1)}(x,\omega_2) \frac{e^{-j\omega_2 t}}{2} + \text{C.C.}$$

Un électron se trouve en un point  $X$  situé au delà du second émetteur et en l'absence de champ self consistant, à un instant  $T$  et avec une vitesse  $V$ . Prenant comme conditions "initiales" les conditions "finales" précédentes, la trajectoire de cet électron est remontée en vue d'obtenir sa vitesse et son instant de passage en un point  $x$  situé en deça du premier émetteur soit

$$v(X,V,T/x < 0) \quad , \quad t(X,V,T/x < 0)$$

La vitesse et l'instant de passage en un point  $x'$  où l'onde excitée par le deuxième émetteur est amortie ( $x' > \ell$ ) s'obtient aisément

$$\text{III.10} \quad v(X,V,T/x') = V$$

$$\text{III.11} \quad t(X,V,T/x') = T - \frac{X-x'}{V}$$

En présence du champ self consistant du à l'excitation en  $x = \ell$ , l'équation du mouvement (III.3) s'écrit

$$\text{III.12} \quad v(X,V,T/x'') \frac{dv(X,V,T/x'')}{dx''} = \frac{q}{m} E_{T_2}^{(1)} [x'', t(X,V,T/x'')]$$

Supposant la trajectoire libre de l'électron faiblement perturbée par l'application du champ électrique, et sur de courtes distances, l'expression précédente est linéarisée par rapport à la vitesse. III.12 devient après report du temps de passage de l'électron en  $x'$  (III.11) et du champ électrique (III.9)

$$\text{III.13} \quad \frac{dv(X, V, T/x'')}{dx''} = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \frac{1}{V} E_{T_2}^{(1)}(x''-l, \omega_2) e^{-j\omega_2(T - \frac{X-x''}{V})} + \text{C.C.}$$

Cette expression s'intègre en présence du champ self consistant de la deuxième onde. Ce champ étant localisé autour de  $x = l$ , il est alors possible de faire tendre vers l'infini le domaine d'intégration. L'incrément de vitesse du à l'application du deuxième champ électrique est alors

$$\text{III.14} \quad \Delta v_2 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \frac{1}{V} e^{-j\omega_2(T - \frac{X-l}{V})} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{T_2}^{(1)}(x''-l, \omega_2) e^{-j\frac{\omega_2}{V}(x''-l)} dx'' + \text{C.C.}$$

L'intégrale apparaît comme la transformée de Fourier sur l'espace du champ électrique self consistant  $E_{T_2}^{(1)}(\frac{\omega_2}{V}, \omega_2)$  (I.16)

$$\text{III.15} \quad E_{T_2}^{(1)}(\frac{\omega_2}{V}, \omega_2) = \frac{\Phi_2 S(\frac{\omega_2}{V})}{\epsilon^+(\frac{\omega_2}{V}, \omega_2)}$$

L'incrément de vitesse s'exprime par

$$\text{III.16} \quad \Delta v_2 = A_2 \cos [\omega_2 T_2 + \varphi_2(\frac{\omega_2}{V}, \omega_2) + s_2(\frac{\omega_2}{V})]$$

$$\text{III.17} \quad \text{où } A_2 = \frac{q}{m} \frac{1}{V} \frac{\Phi_2 |S_2(\frac{\omega_2}{V})|}{|\epsilon^+(\frac{\omega_2}{V}, \omega_2)|}$$

et où la constante diélectrique et la fonction  $S(\frac{\omega_2}{V})$  sont données sous forme de module et argument

$$\text{III.18} \quad \varepsilon^+(\frac{\omega}{V}, \omega) = |\varepsilon(\frac{\omega}{V}, \omega)| e^{+j\varphi(\frac{\omega}{V}, \omega)}$$

$$s(\frac{\omega}{V}) = |s(\frac{\omega}{V})| e^{-js(\frac{\omega}{V})}$$

Si la trajectoire de l'électron n'était pas perturbée,  $T_2$  serait l'instant de passage de la particule en  $x = \ell$

$$\text{III.19} \quad T_2 = T - \frac{X-\ell}{V}$$

L'incrément de vitesse  $\Delta v_1$  subi par ce même électron du fait de la présence du champ self consistant au voisinage de  $x = 0$  se déduit de manière analogue

$$\text{III.20} \quad \Delta v_1 = A_1 \cos \left[ \omega_1 T_1 + \varphi_1 \left( \frac{\omega_1}{V-\Delta v_2}, \omega_1 \right) + s_1 \left( \frac{\omega_1}{V-\Delta v_2} \right) \right]$$

où  $T_1$  représente l'instant de passage en  $x = 0$ , en supposant que la trajectoire n'est pas perturbée par la première onde

$$\text{III.21} \quad T_1 = T - \frac{X-\ell}{V} - \frac{\ell}{V-\Delta v_2}$$

L'expression de  $A_1$  se déduit de celle de  $A_2$  en changeant l'indice et en remplaçant  $V$  par  $V-\Delta v_2$ .

Si, comme précédemment, les incréments de vitesse sont faibles, devant la vitesse non perturbée, l'expression (III.21) du temps de passage en  $x = 0$  se linéarise par rapport à  $\Delta v_2$

$$\text{III.22} \quad T_1 = T - \frac{X}{V} - \ell \frac{\Delta v_2}{V^2}$$

et  $\Delta v_2$  peut être négligé devant  $V$  dans (III.20).

Compte tenu de l'incrément de vitesse du à la deuxième onde, l'incrément du à la première onde s'exprime en fonction des conditions finales X, V, T

$$\text{III.23 } \Delta v_1 = A_1 \cos \left\{ \omega_1 \left( T - \frac{X}{V} \right) + \varphi_1 \left( \frac{\omega_1}{V}, \omega_1 \right) + s \left( \frac{\omega_1}{V} \right) - \frac{\omega_1 \ell}{V^2} A_2 \cos \left[ \omega_2 \left( T - \frac{X-\ell}{V} \right) + \varphi_2 \left( \frac{\omega_2}{V}, \omega_2 \right) + s \left( \frac{\omega_2}{V} \right) \right] \right\}$$

L'expression de la vitesse initiale en résulte (III.20 et III.21)

$$\text{III.24 } v(X, V, T/x < 0) = V - \Delta v_2 - \Delta v_1$$

Le terme  $\Delta v_2$  est linéaire et correspond à la perturbation de la fonction de distribution

$$f_2^{(1)}(x, v, t) = \Delta v_2 \frac{df_0}{dv}$$

oscillant à la fréquence  $\omega_2$ . Il sera écarté par la suite. Le terme  $\Delta v_1$  est non linéaire : il est responsable de l'existence des échos. L'application successive en  $x = 0$  et  $x = \ell$  de deux champs extérieurs produit une modulation de la phase de l'incrément de vitesse. Cette modulation de phase [1] entraîne l'apparition

de termes dont les fréquences sont des combinaisons linéaires des fréquences appliquées et dont les amplitudes sont des fonctions non linéaires du taux de modulation  $\mathcal{G} = \frac{\omega_1 \ell |\Delta v_1|}{V^2}$

Avant de développer les calculs conduisant à l'amplitude des échos, il est nécessaire d'estimer les diverses erreurs résultant des linéarisations effectuées. L'obtention des expressions du champ électrique dans le plasma nécessite que l'incrément de vitesse d'une particule reste inférieur à sa vitesse initiale soit

$$\frac{\Delta V}{V} < 1$$

Les approximations effectuées dans cette théorie entraînent une incertitude  $\delta T$  sur le temps de passage de l'électron en  $x = 0$ . Cette incertitude provient de la présence du champ électrique self consistant sur une longueur de l'ordre de la longueur d'amortissement des ondes de plasma  $\Gamma^{-1}$ . Pour une particule se trouvant à l'instant  $T$  avec une vitesse  $V$  en un point  $\ell$  où n'existe plus de champ électrique et ayant subi les effets d'une seule impulsion localisée en  $x = 0$  ; le temps de passage en  $x = 0$  est

$$\tau = T - \frac{\ell}{V}$$

Comme le champ électrique s'étend sur une distance  $\Gamma^{-1}$  et que la particule acquiert un incrément de vitesse  $\Delta v$ , son temps de passage en  $x = 0$  devient approximativement

$$t \sim T - \frac{\ell - \Gamma^{-1}}{V} - \frac{\Gamma^{-1}}{V - \Delta v}$$

Il en résulte une incertitude  $\delta t_1$  sur ce temps de passage,

$$\delta t_1 \sim \Gamma^{-1} \frac{\Delta v}{V^2}$$

à laquelle est associée, à l'aide de l'expression de l'incrément de vitesse (III.16), une incertitude sur celui-ci  $\delta \Delta v$

$$\delta \Delta v = \omega \Delta v \delta t_1$$

Cette dernière incertitude en entraîne une autre sur le temps de passage en  $x = 0$

$$\delta t_2 \sim \omega \ell \frac{\Delta v}{V^2} \delta t_1$$

L'erreur totale sur ce temps de passage est donc

$$\delta T \sim \Gamma^{-1} \frac{\Delta v}{V^2} \left[ 1 + \frac{\omega \ell \Delta v}{V^2} \right]$$

et corrélativement l'erreur sur la position d'un électron qui se trouve à un instant donné au voisinage de  $x = \ell$  est de

$$\delta x \sim \Gamma^{-1} \frac{|\Delta v|}{v} \left[ 1 + \omega l \frac{|\Delta v|}{v^2} \right]$$

Cette erreur doit être comparée au déplacement de l'électron résultant de l'application du champ extérieur et à la longueur d'onde de l'onde excitée en  $x = l$

$$\Gamma^{-1} \frac{|\Delta v|}{v} \left[ 1 + \frac{\omega l |\Delta v|}{v^2} \right] < \begin{cases} l \frac{\Delta v}{v} \\ k^{-1} \end{cases}$$

La longueur d'amortissement des ondes doit être inférieure à la distance entre émetteurs

$$\Gamma l > 1$$

Le déplacement de l'électron en présence de l'onde doit être inférieur à la longueur d'onde

$$\Gamma k^{-1} \frac{v}{\Delta v} > 1$$

Il en résulte alors que le taux de modulation  $\mathcal{C}$  tout en vérifiant les inégalités

$$\text{III.25} \quad \mathcal{C} = \frac{\omega l |\Delta v|}{v^2} < \begin{cases} \Gamma l \\ k^{-1} \Gamma \frac{v}{\Delta v} \end{cases}$$

peut devenir supérieur à l'unité. Ce taux de modulation se met sous la même forme que l'expression (II.31) donnant la limite de validité de la théorie linéaire

$$\mathcal{C} = \frac{q}{m} \frac{\omega_1 l}{v^3} \frac{\Phi S(\frac{\omega}{v})}{\varepsilon(\omega, \frac{\omega}{v})} < 1$$

Cette théorie permet donc de prolonger l'analyse entreprise précédemment. Les limites de cette théorie sont fixées par les inégalités précé-

dentes (III.25). La première implique que la variation du temps de passage d'une particule en  $x = \Gamma^{-1}$ , une fois l'onde amortie, est inférieure à la période de cette onde alors que dans la théorie linéaire la condition est prise au point d'observation. En effet dans cette théorie non linéaire, les équations de Vlasov et de Poisson ne sont linéarisées qu'en présence de champ électrique et une solution exacte des équations du mouvement est obtenue en l'absence de champ ; la condition de la théorie linéaire est donc à prendre en  $x = \Gamma^{-1}$ .

### III.1.3 - AMPLITUDE DES ECHOS (1,n)

L'analyse en série de Fourier de l'incrément de vitesse (III.23) à l'aide de la relation (5)

$$\exp(\pm jx \cos \varphi) = J_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{\pm jn \frac{\Pi}{2}} J_n(x) \cos n \varphi$$

permet de faire apparaître les différentes fréquences présentes dans cet incrément

$$\begin{aligned} \text{III.26 } \Delta v_1 = & A_1 \left\{ J_0 \left( \frac{\omega_1 \ell A_2}{V^2} \right) \cos \left[ \omega_1 \left( T - \frac{X}{V} \right) + \varphi_1 \left( \frac{\omega_1}{V}, \omega_1 \right) + s_1 \left( \frac{\omega_1}{V} \right) \right] \right. \\ & + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n \left( \frac{\omega_1 \ell A_2}{V^2} \right) \cos \left[ (n\omega_2 \pm \omega_1) T - (n\omega_2 \pm \omega_1) \frac{X}{V} + n\omega_2 \frac{\ell}{V} \right. \\ & \left. \left. + (n\varphi_2 \pm \varphi_1) + (ns_2 \pm s_1) + n \frac{\Pi}{2} \right] \right\} \end{aligned}$$

$J_0$  et  $J_n$  désignent les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre 0 et d'ordre n.

Le premier terme à la fréquence  $\omega_1$  rend compte de la perturbation de la vitesse de l'électron due à la première onde et modifiée par la deuxième. Faisant tendre  $A_2$  vers zéro, l'expression de la perturbation due à la première onde apparaît. Ce terme, quoique non linéaire, sera écarté. Le deuxième terme variant à des fréquences

$$\omega_3 = n\omega_2 \pm \omega_1 \qquad n\omega_2 > \omega_1$$

est responsable des échos qui apparaissent en

$$l_3 = \frac{n\omega_2}{\omega_3} l$$

Cependant aucun écho n'est associé aux fréquences

$$\omega_3 = n\omega_2 + \omega_1$$

puisque ce dernier apparaîtrait entre les points d'excitation des deux ondes. L'incrément de vitesse, responsable de l'écho (1,n) est alors

$$\begin{aligned} \text{III.27} \quad \Delta v_{1,n} = & 2 A_1 J_n \left( \frac{\omega_1 l A_2}{V^2} \right) \cos \left( \omega_3 T - \frac{\omega_3}{V} (X - l_3) + (n\varphi_2 \left( \frac{\omega_2}{V}, \omega_2 \right) - \varphi_1 \left( + \frac{\omega_1}{V}, +\omega_1 \right) \right. \\ & \left. + (ns_2 \left( \frac{\omega_2}{V} \right) - s_1 \left( \frac{\omega_1}{V} \right)) + n \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

La fonction de distribution après l'application des deux champs électriques se déduit de la fonction de distribution non perturbée (III.7)

$$\text{III.28} \quad f_{1n}^{(1)}(X, V, T) = - \Delta v_{1n}(X, V, T) \frac{df_0}{dV}(V)$$

Cette fonction de distribution est alors prise comme condition initiale au problème de Landau (III.A.1).

Les équations de Vlasov et Poisson sont linéarisées et seul le pôle en  $k = \frac{\omega_3}{V}$  correspondant à l'écoulement de la perturbation est pris en considération. L'amplitude de l'écho (1,n) est alors donnée par une intégrale sur les vitesses

$$\text{III.29} \quad E_T(x, \omega_3) = (-1)^n j^{n-1} \frac{n_e q}{\epsilon_0} \frac{1}{\omega_3} \int_0^\infty dv \, v \frac{df_0}{dv} A_1 J_n \left( \frac{\omega_1 \ell A_2}{v^2} \right) \left| \epsilon \left( \frac{\omega_3}{v}, \omega_3 \right) \right|^{-1} \\ e^{+j \left[ \left( \frac{\omega_3}{v} (x - \ell_3) - n \varphi_2 \left( \frac{\omega_2}{v}, \omega_2 \right) - \varphi_1 \left( \frac{\omega_1}{v}, \omega_1 \right) + \varphi_3 \left( \frac{\omega_3}{v}, \omega_3 \right) + n s_2 \left( \frac{\omega_2}{v} \right) - s_1 \left( \frac{\omega_1}{v} \right) \right]}$$

Reportant les valeurs de  $A_1$  et  $A_2$  (III.17), l'amplitude d'un écho (1,n) de fréquence  $n\omega_2 - \omega_1$  et apparaissant au voisinage de  $\frac{n\omega_2}{\omega_3}$   $\ell$  est

$$\text{III.30} \quad E_T(x, \omega_3) = (-1)^n j^{(n-1)} \frac{\omega_2^2}{\omega_3} \frac{\phi_1}{2} \int_0^\infty dv \frac{df_0}{dv} .$$

$$\frac{\left| S_1 \left( \frac{\omega_1}{v} \right) \right|}{\left| \epsilon \left( \frac{\omega_1}{v}, \omega_1 \right) \right|} \cdot J_n \left( \frac{q}{m} \frac{1}{v^3} \omega_1 \ell \right) \frac{\phi_2 \left| S_2 \left( \frac{\omega_2}{v} \right) \right|}{\left| \epsilon \left( \frac{\omega_2}{v}, \omega_2 \right) \right|} \frac{1}{\left| \epsilon \left( \frac{\omega_3}{v}, \omega_3 \right) \right|} .$$

$$e^{+j \left[ \frac{\omega_3}{v} (x - \ell_3) - n \varphi_2 \left( \frac{\omega_2}{v}, \omega_2 \right) - \varphi_1 \left( \frac{\omega_1}{v}, \omega_1 \right) + \varphi_3 \left( \frac{\omega_3}{v}, \omega_3 \right) \right]}$$

$$e^{+j \left( n s_2 \left( \frac{\omega_2}{v} \right) - s_1 \left( \frac{\omega_1}{v} \right) \right)}$$

Du fait de la présence de la fonction de Bessel, l'intégrale ne diverge plus pour les faibles valeurs de la vitesse lorsque la dépendance spatiale des champs extérieurs est donnée par une fonction delta. L'amplitude de l'écho tend vers zéro lorsque la distance entre les deux émetteurs croit indéfiniment.

La dépendance de l'amplitude de l'écho par rapport à la première onde est analogue à celle obtenue dans la théorie linéarisée ; la dépendance par rapport à la deuxième onde et à la distance entre les émetteurs est plus complexe.

III.2 - ECHO (1,n) NON SELF CONSISTANT

L'amplitude des échos (1,n) non self consistant se déduit de l'expression générale (II.30) en y égalant à l'unité les différentes constantes diélectriques. Lorsque la fonction de distribution non perturbée est maxwellienne, l'amplitude d'un tel écho devient

$$\text{III.31} \quad E_T(x, \omega_3) = (-j)^{n-1} \frac{1}{a\sqrt{\pi}} \frac{\omega^2}{\omega_3} \phi_1 I(\alpha \phi_2 \ell)$$

où  $I(\alpha \phi_2 \ell)$  traduit la dépendance de l'amplitude de l'écho par rapport à la deuxième onde, à l'écartement entre émetteurs et à la dépendance spatiale des champs extérieurs

$$\text{III.32} \quad I(\alpha \phi_2 \ell) = \int_0^\infty d\theta \theta \exp-\theta^2 J_n \left( \frac{\alpha \phi_2 \ell}{\theta^3} \left| S_2 \left( \frac{\omega_2}{a} \frac{1}{\theta} \right) \right| \left| S_1 \left( \frac{\omega_1}{a} \frac{1}{\theta} \right) \right| \right) \\ e^{+j \frac{\omega_3}{a\theta} (x-\ell_3) + j \left[ n s_2 \left( \frac{\omega_2}{a} \frac{1}{\theta} \right) - s_1 \left( \frac{\omega_1}{a} \frac{1}{\theta} \right) \right]}$$

avec  $\theta = \frac{v}{a} \quad \alpha = \frac{q}{m} \frac{\omega_1}{a^3}$

1/ La fonction source S(x) est une fonction delta

La dépendance, par rapport à  $\phi_2$  et  $\ell$ , de l'amplitude d'un tel écho diffère de celle prévue par la théorie linéarisée. Pour des valeurs de  $\phi_2$  et  $\ell$  telles que

$$\alpha \phi_2 \ell < 1$$

l'amplitude de l'écho en  $x = \ell_3$  est de la forme (III.A.2)

$$\text{III.33} \quad E_T(\ell_3, \omega_3) \sim \phi_1 (\phi_2 \ell)^{2/3}$$

Cette dépendance de l'amplitude par rapport au produit  $\alpha \Phi_2 \ell$  est valable pour tous les échos (1,n).

Lorsque, soit l'amplitude de la deuxième onde, soit la distance entre les émetteurs croît, l'amplitude de l'écho sature puis décroît (fig. 1,5). La saturation de l'amplitude de l'écho se produit lorsque l'argument de la fonction de Bessel  $\left(\frac{\alpha \Phi_2 \ell}{\theta^3}\right)$  est tel que le premier maximum de cette fonction coïncide avec le maximum de la fonction  $\theta \exp-\theta^2$ . Les particules qui contribuent principalement à l'écho en  $x = \ell_3$  et à la saturation ont une vitesse  $v_s$

$$v_s \sim \frac{a}{\sqrt{2}}$$

et le nombre d'onde de l'écho au voisinage de  $x = \ell_3$  est

$$k \sim \frac{\omega \sqrt{2}}{a}$$

Désignant par l'indice  $s$  les valeurs du produit  $\alpha \Phi_2 \ell$  lors de la saturation, celui-ci vérifie alors

$$(\alpha \Phi_2 \ell)_s = A_n 2^{-3/2}$$

où  $A_n$  est la valeur de l'argument de  $J_n(A)$  au premier maximum.

Il vient

$$\text{III.34} \quad (\alpha \Phi_2 \ell)_s \sim \begin{cases} 0,65 & \text{écho 1,1} \\ 1,1 & \text{écho 1,2} \\ 1,5 & \text{écho 1,3} \end{cases}$$

L'amplitude des échos (1,n) sature pour des valeurs  $\alpha \Phi_2 \ell$  sensiblement du même ordre et de grandeur. Il en est de même pour l'amplitude de ces échos lors de la saturation (fig. 1,5).

L'expression de l'amplitude de l'écho montre que la vitesse des particules contribuant principalement à celui-ci est une fonction croissante du produit  $\alpha \Phi_2 \ell$ . Le nombre d'onde de ces échos doit donc être une fonction décroissante de ce produit comme le confirme le calcul numérique (fig. 2,3,4,6,7,8).

Cependant, lorsque le produit  $\alpha \Phi_2 \ell$  tend vers zéro, la contribution des particules de faible vitesse devient prépondérante et la dépendance analytique de l'amplitude de l'écho risque d'être modifiée lorsqu'un modèle plus réaliste d'excitation, faisant intervenir un temps de transit fini, est adopté.

## 2/ La fonction source a une étendue spatiale

L'effet du temps de transit fini des particules au niveau des points d'excitation est principalement de réduire la contribution des particules de faible vitesse ; cette contribution peut être supposée nulle en dessous d'une certaine vitesse. Alors l'argument de la fonction de Bessel, tend vers zéro en même temps que le produit ( $\alpha \Phi_2 \ell$ ) : un développement limité de cette fonction est possible puisque l'inégalité

$$\frac{\alpha \Phi_2 \ell}{\theta^3} < 1$$

reste valable dans tout le domaine d'intégration.

Regroupant les modules et arguments des fonctions donnant la dépendance spatiale des champs extérieurs, l'amplitude des échos (1,1) et (1,2) non self consistant se met sous la forme (II.19, II.28) déjà obtenue à l'aide de la théorie linéarisée. Celle-ci prévoit donc correctement le comportement de l'amplitude de l'écho avant que celui-ci ne sature.

L'intervention des effets de temps de transit modifie le phénomène de saturation, d'autant plus que la vitesse critique devient de l'ordre ou supérieur à la vitesse thermique. Comme les particules contribuant à l'amplitude de l'écho auront une vitesse supérieure à cette vitesse critique, la valeur à saturation du produit  $\Phi_2 \ell$  croit, le nombre d'onde de l'écho a tendance à décroître. L'influence sur l'amplitude de l'écho de l'étendue spatiale du champ appliqué est mise en évidence à l'aide du calcul numérique. Les résultats de ce calcul sont portés fig. 9 pour un écho (1,1).

### III.3 = ECHOS (1,n) SELF CONSISTANTS

L'amplitude des échos (1,n) self consistant est

$$\mathbb{E}_{\text{T}}(x, \omega_3) = (-j)^{n-1} \frac{1}{a\sqrt{\pi}} \frac{\omega^2}{\omega_3} \Phi_1 J(\alpha \Phi_2 \ell)$$

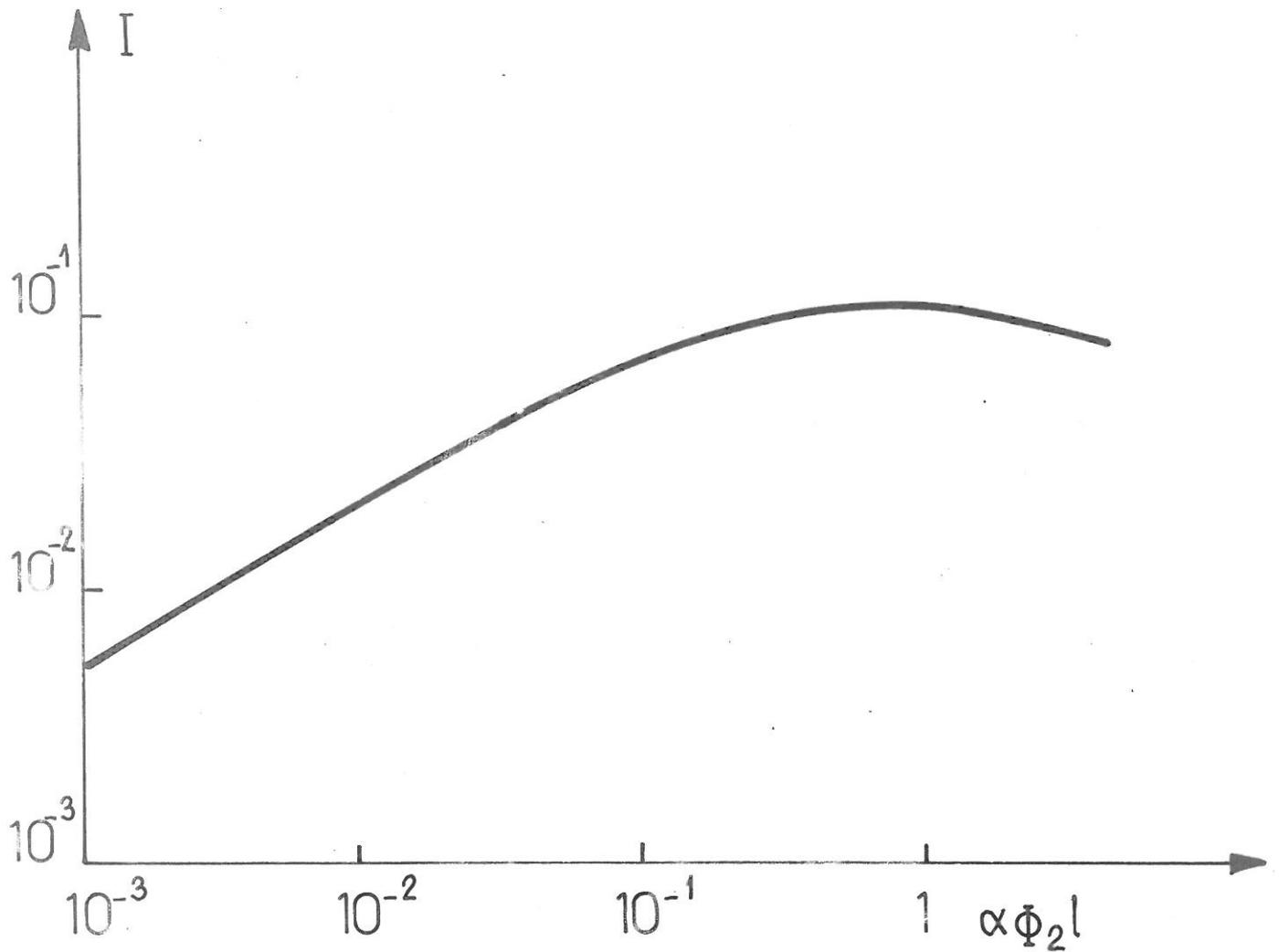


FIG. 1 - Amplitude du maximum d'un écho non self consistant  $n = 1$  en fonction de  $\alpha \Phi_2 l$

$$I = \int_0^{\infty} d\theta \theta e^{-\theta^2} J_1\left(\frac{\alpha \Phi_2 l}{\theta^3}\right)$$

$$\theta = \frac{V}{a}$$

$$\alpha = \frac{q}{m} \frac{\omega_1}{a^3}$$



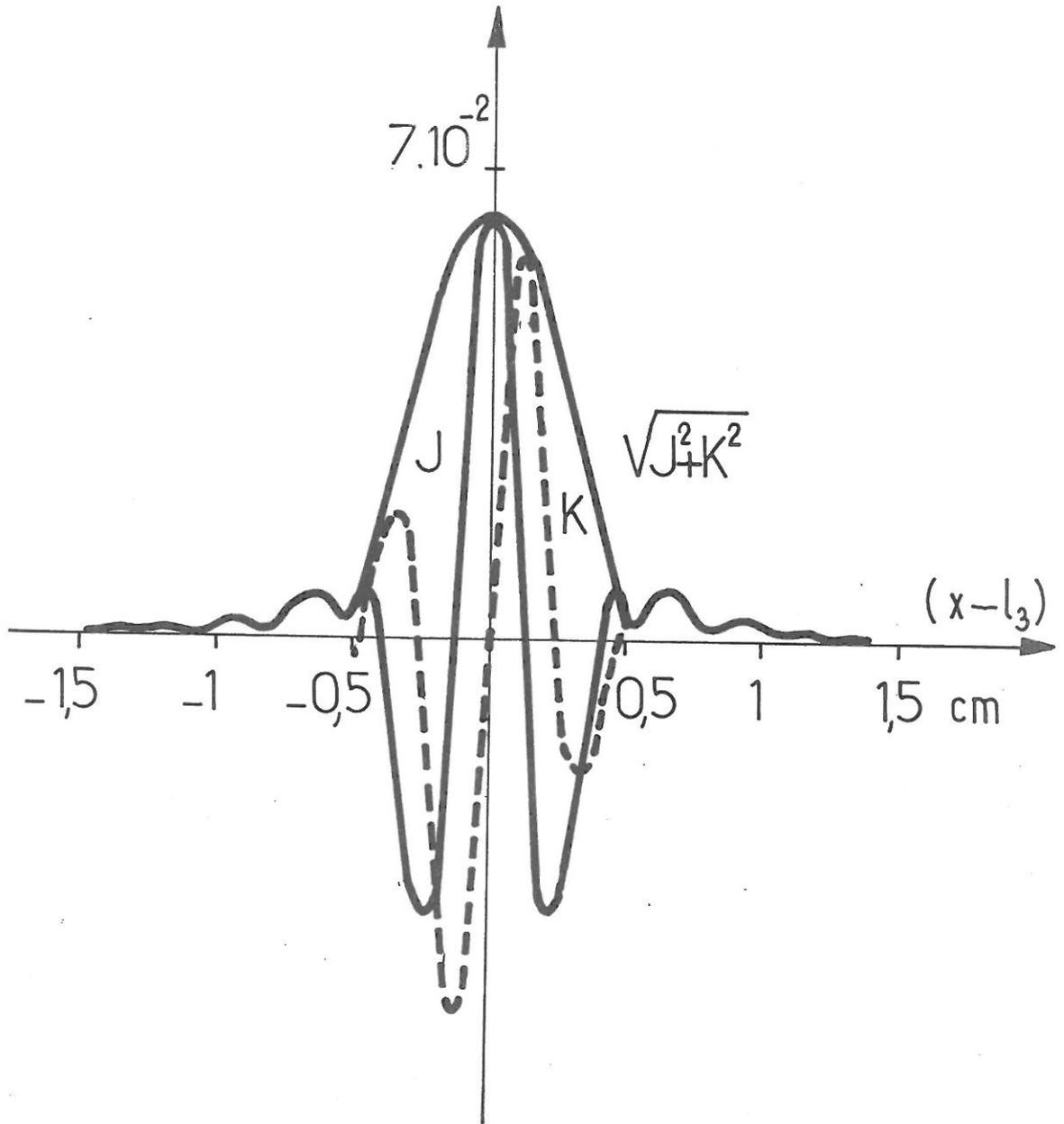


FIG. 2 - Echo non self consistant  $n = 1$ . Amplitude en fonction de la distance.

$$J = \int_0^{\infty} d\theta \theta e^{-\theta^2} J_n\left(\frac{\alpha \phi_2 \ell}{\theta^3}\right) \cos \frac{\omega_3}{a} \frac{1}{\theta} (x - l_3)$$

$$K = \int_0^{\infty} d\theta \theta e^{-\theta^2} J_n\left(\frac{\alpha \phi_2 \ell}{\theta^3}\right) \sin \frac{\omega_3}{a} \frac{1}{\theta} (x - l_3)$$

$$\alpha \phi_2 \ell = 10^{-1}$$

$$f_3 = 100 \text{ MHz}$$

$$a = 10^8 \text{ cm s}^{-1}$$



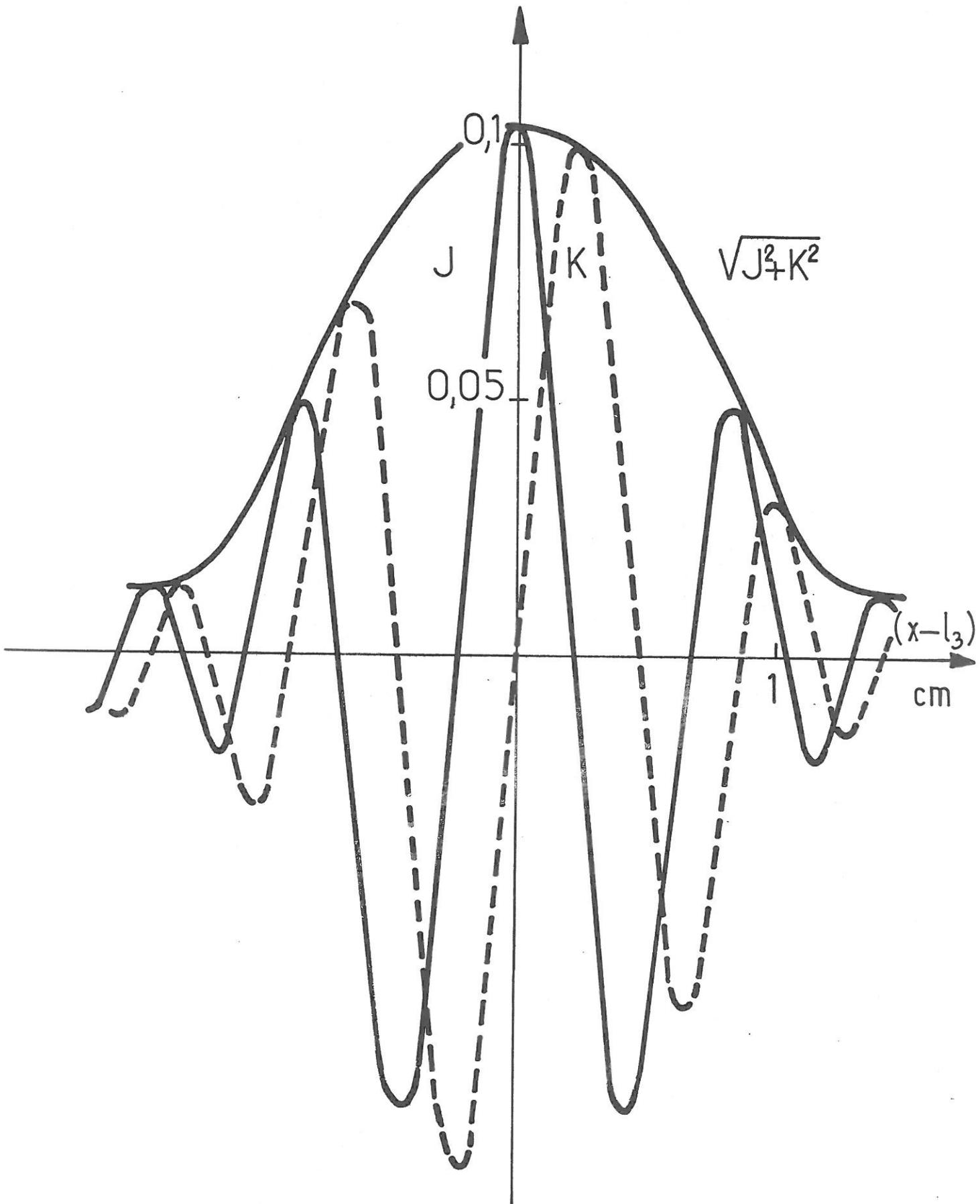


FIG. 3 - Echo non self consistant  $n = 1$ . Amplitude en fonction de la distance.

$$\alpha \phi_2^l = 0,8$$

$$f_3 = 100 \text{ MHz}$$

$$a = 10^8 \text{ cm s}^{-1}$$



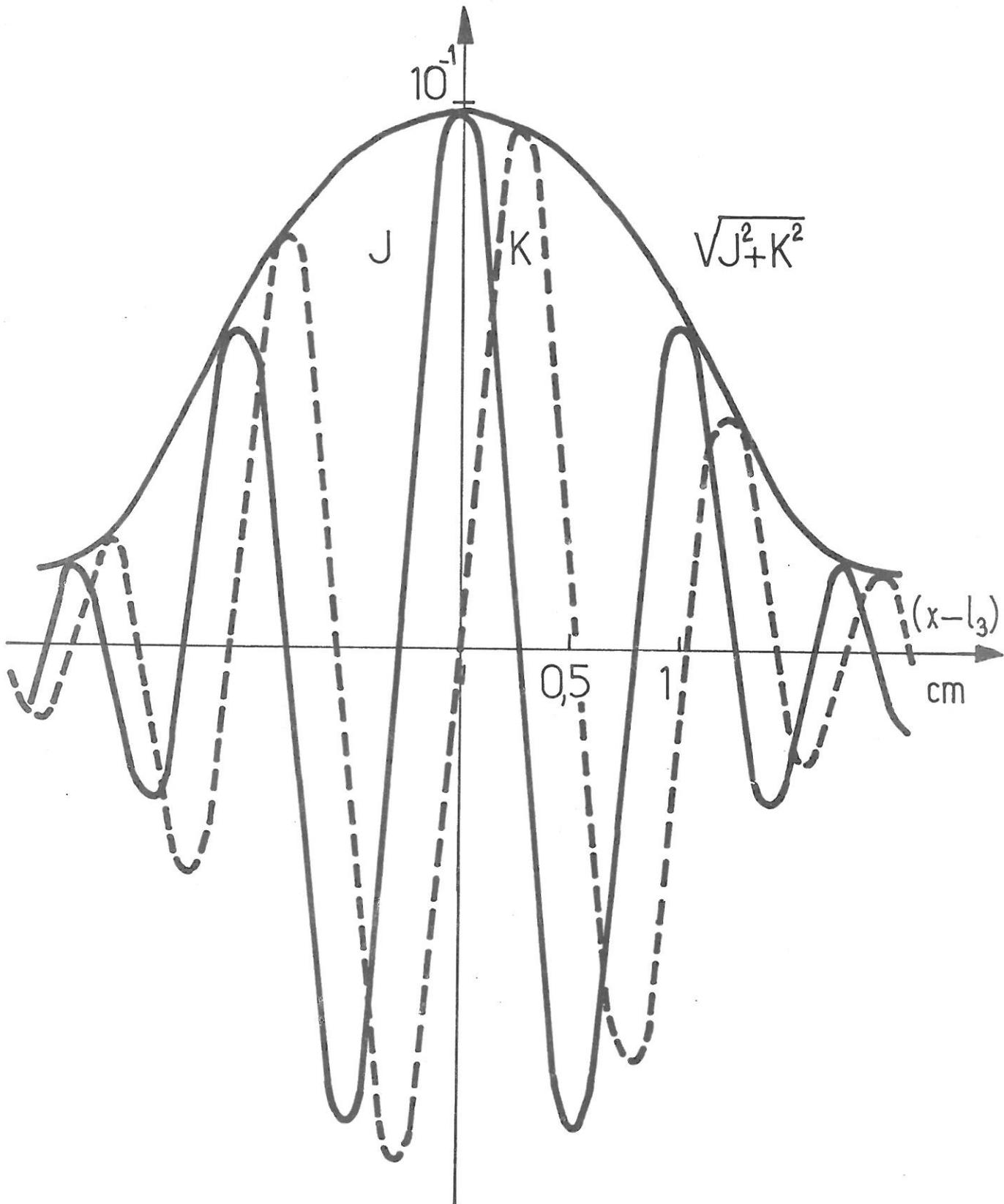


FIG. 4 - Echo non self consistant  $n = 1$ . Amplitude en fonction de la distance.

$$\alpha \phi_2^l = 1,5$$

$$f_3 = 100 \text{ MHz}$$

$$a = 10^8 \text{ cm/s}$$



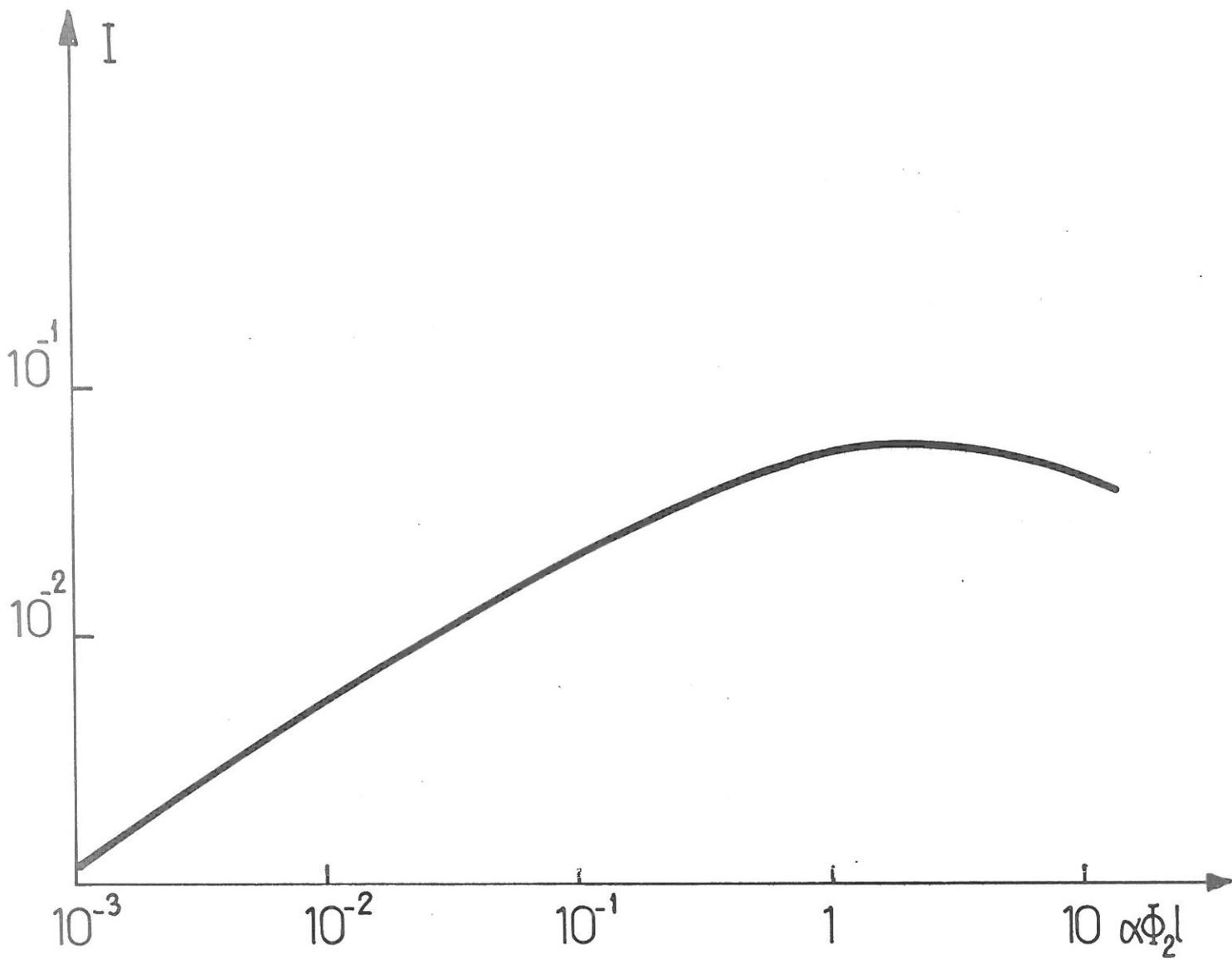


FIG. 5 - Amplitude du maximum d'un écho non self consistant  $n = 2$  en fonction de  $\alpha \Phi_2 l$

$$I = \int_0^{\infty} d\theta \theta e^{-\theta^2} J_2\left(\frac{\alpha \Phi_2 l}{\theta^3}\right)$$

$$\theta = \frac{v}{a} \quad \alpha = \frac{q}{m} \frac{\omega_1}{a^3}$$



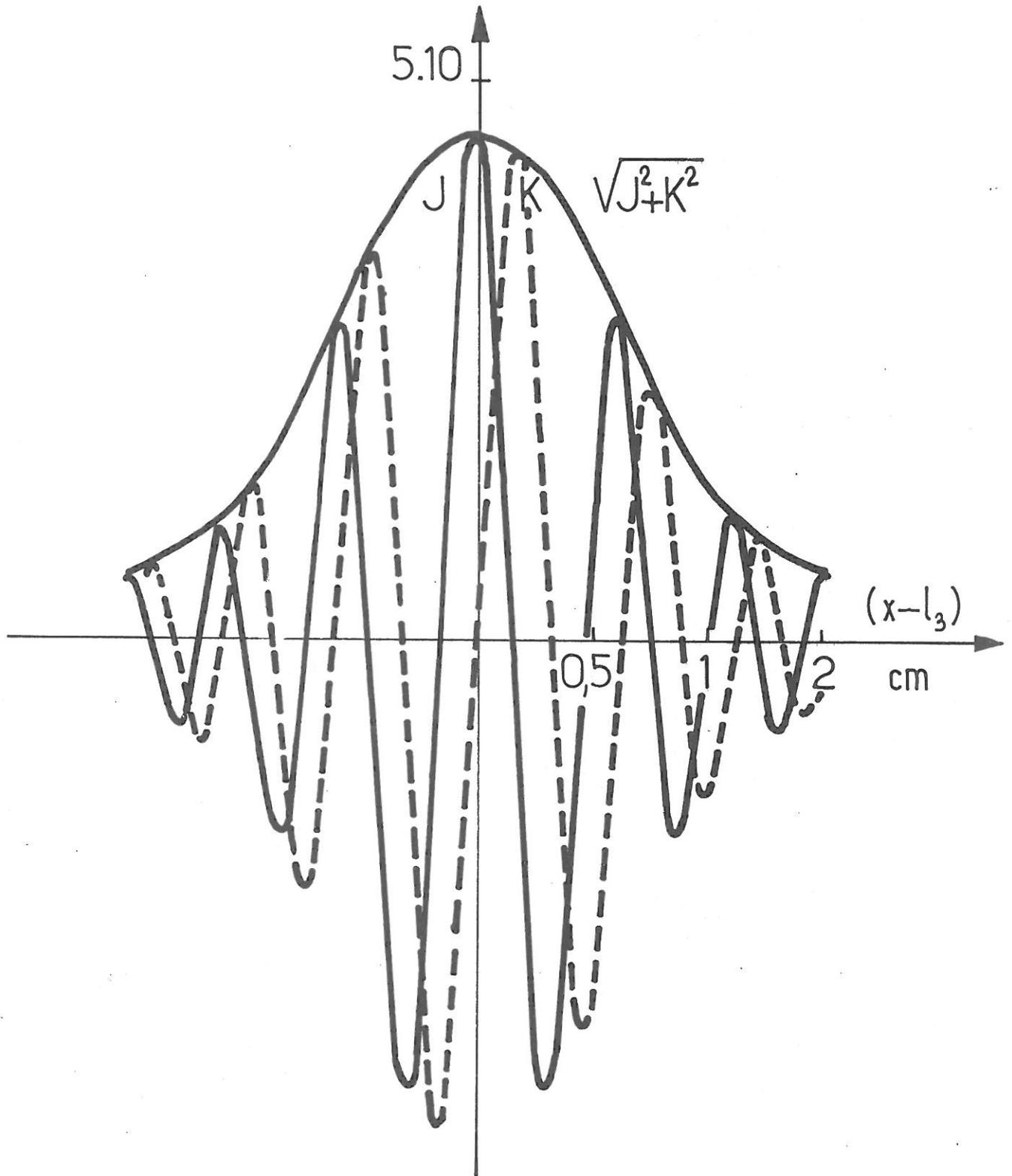


FIG. 6 - Echo non self consistant  $n = 2$ . Amplitude en fonction de la distance.  
 $\alpha \Phi_2 l = 0,5$        $f_3 = 100 \text{ MHz}$        $a = 10^8 \text{ cm s}^{-1}$



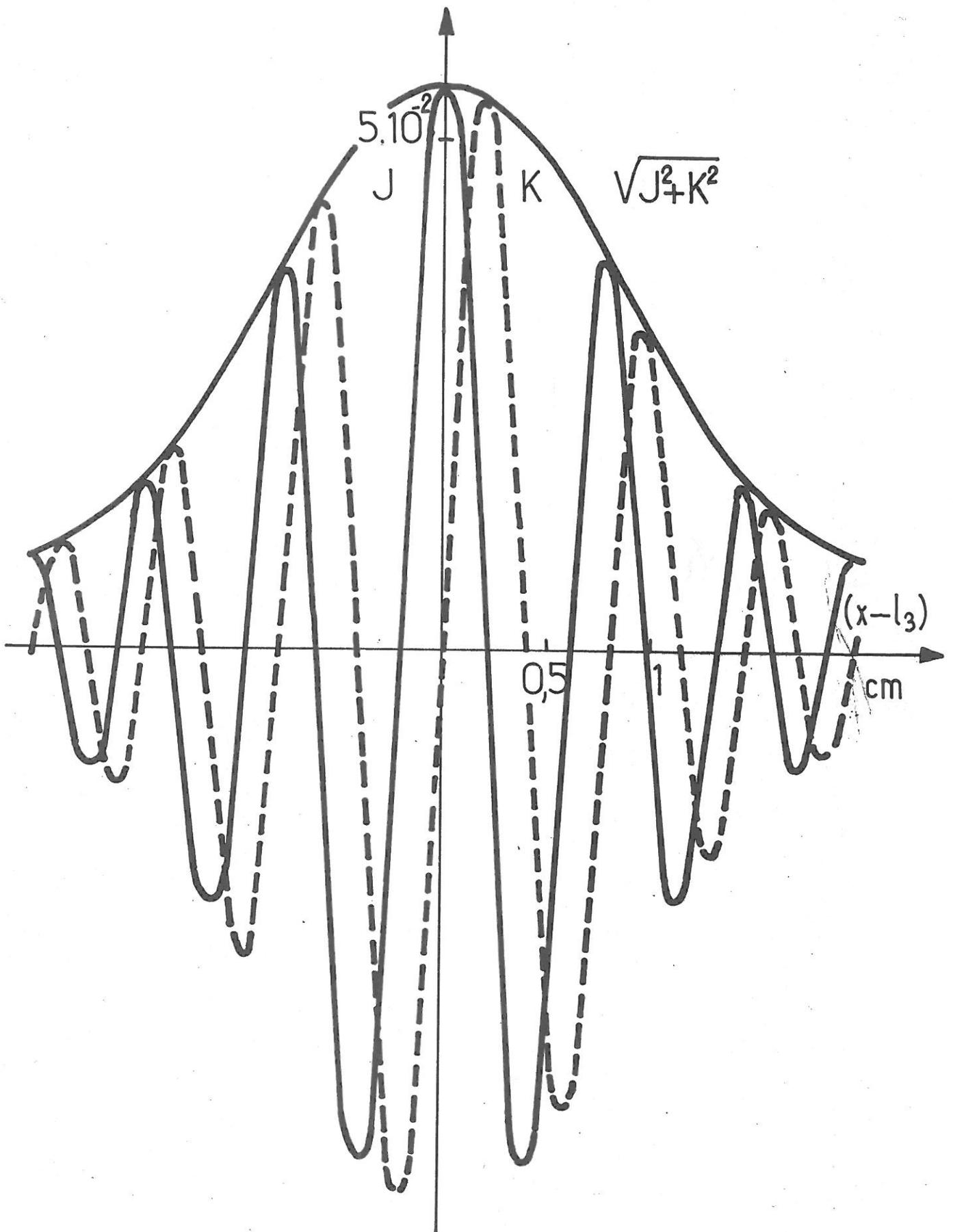


FIG. 7 - Echo non self consistant  $n = 2$ . Amplitude en fonction de la distance.

$$\alpha \phi_2^l = 1,10$$

$$f_3 = 100 \text{ MHz}$$

$$a = 10^8 \text{ cm s}^{-1}$$



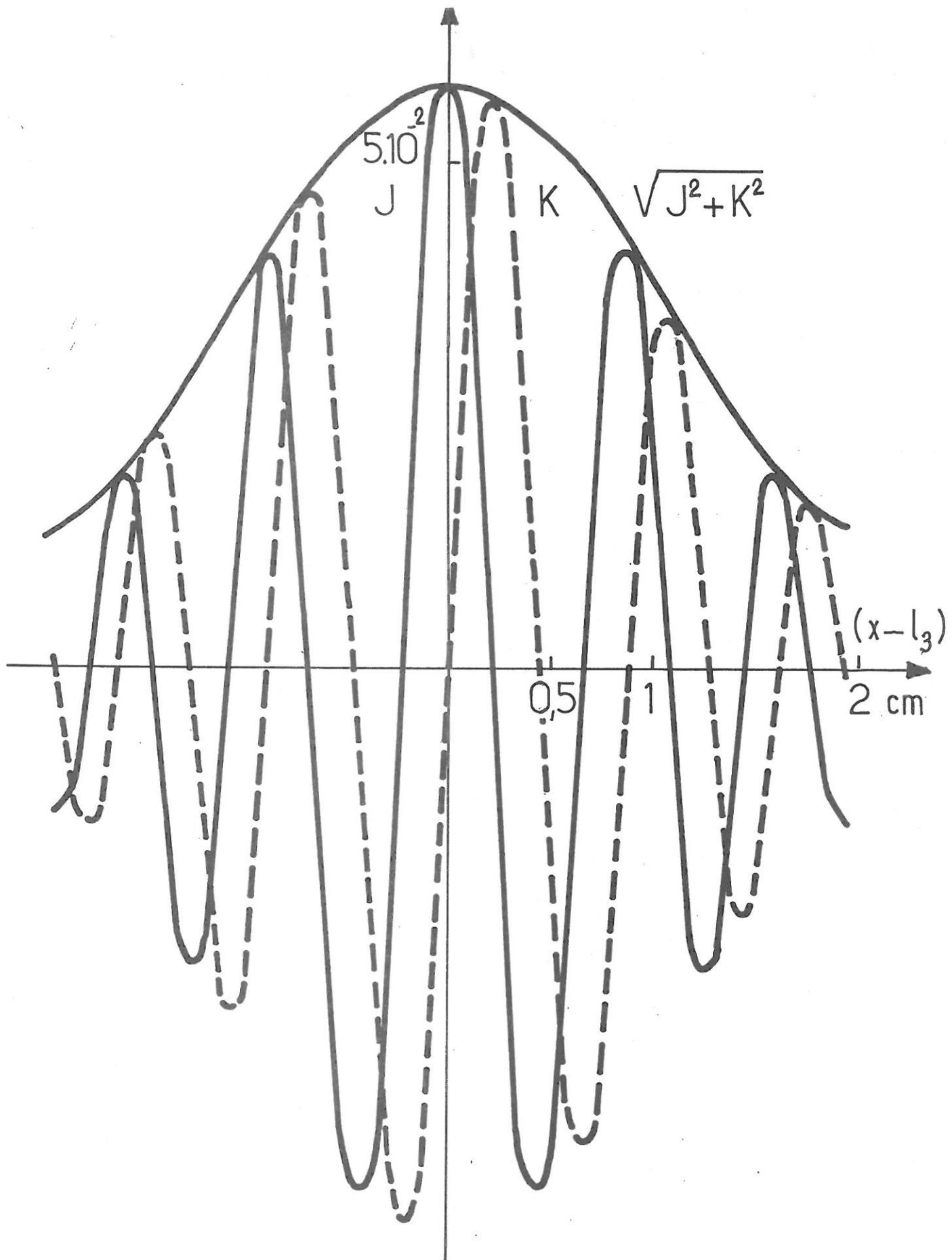


FIG. 8 - Echo non self consistant  $n = 2$ . Amplitude en fonction de la distance.

$$\alpha \phi_2 \ell = 1,50$$

$$f_3 = 100 \text{ MHz}$$

$$a = 10^8 \text{ cm s}^{-1}$$



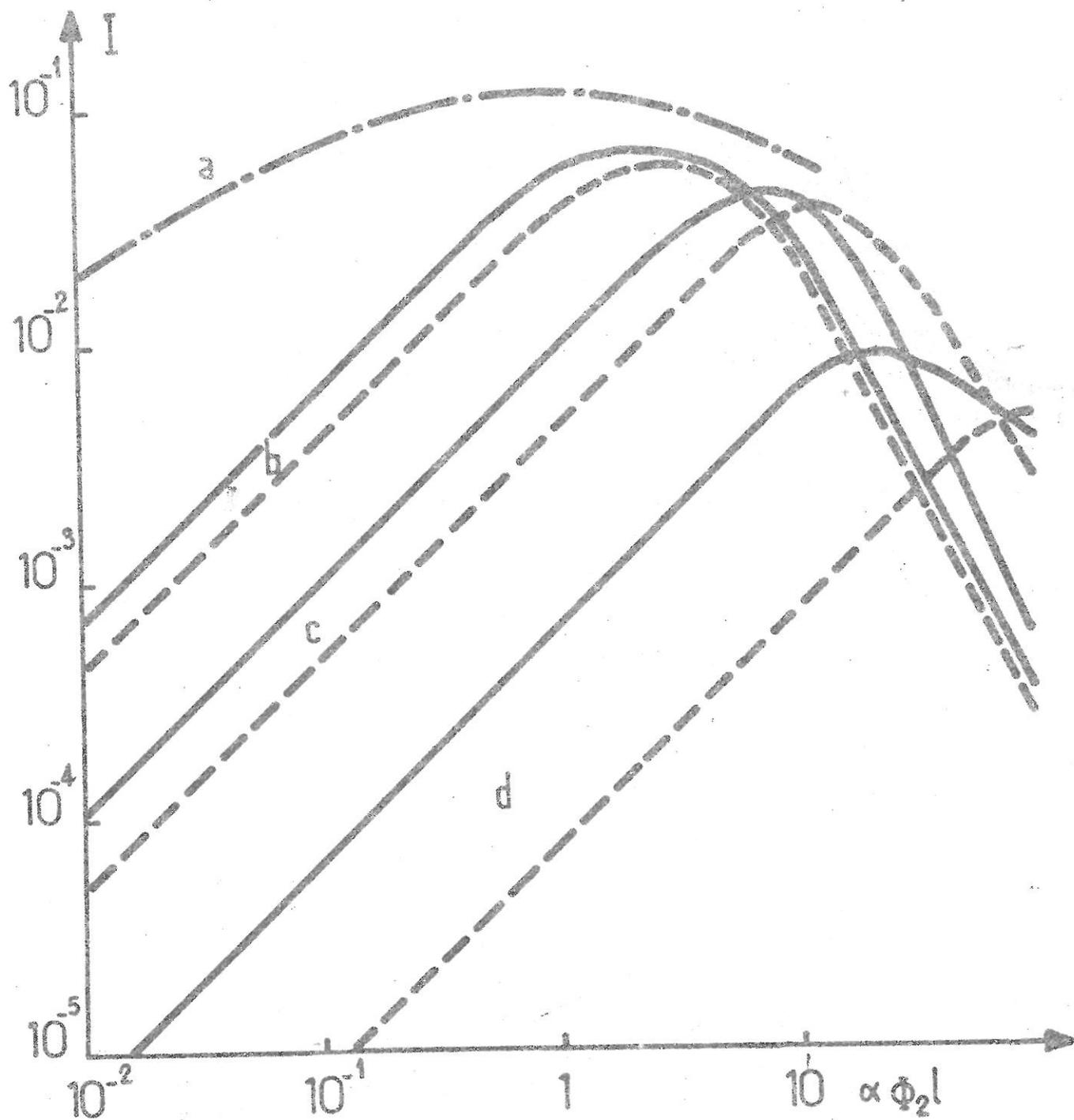


FIG. 9 - Amplitude maximum d'un écho (1,1) non self consistant en fonction de  $\alpha \phi_2 l$  (III.32) pour différentes étendues spatiales des champs appliqués.

$f_p = 70$  MHz ;  $f_3 = 100$  MHz ;  $a = 10^8$  cm/s

---	$S_{1,2}(x) = \delta(x)$	a)			
—	$S_{1,2}(x) = \frac{1}{\pi} \frac{r}{x^2 + r^2}$	b) $r = \frac{\sqrt{2}}{2} \lambda_D$	c) $r = \sqrt{2} \lambda_D$	d) $r = 2\sqrt{2} \lambda_D$	
---	$S_{1,2}(x) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{x}{r^2} e^{-\frac{x^2}{4r^2}}$	b) $r = \frac{\sqrt{2}}{2} \lambda_D$	c) $r = \sqrt{2} \lambda_D$	d) $r = 2\sqrt{2} \lambda_D$	



$$\text{ou } J(\alpha \Phi_2 \ell) = \int_0^\infty d\theta \theta \exp - \theta^2 J_n \left[ \frac{\alpha \Phi_2 \ell}{\theta^3} \frac{|S_2(\frac{\omega_2}{a} \frac{1}{\theta})|}{|\epsilon_2(\frac{\omega_2}{a} \frac{1}{\theta}, \omega_2)|} \right] \frac{|S_1(\frac{\omega_1}{a} \frac{1}{\theta})|}{|\epsilon_1(\frac{\omega_1}{a} \frac{1}{\theta}, \omega_1)|} \frac{1}{|\epsilon_3(\frac{\omega_3}{a} \frac{1}{\theta}, \omega_3)|}$$

$$\text{III.35} \quad e^{+j \left[ \frac{\omega_3}{a\theta} (x-\ell_3) - n\varphi_2(\frac{\omega_2}{a} \frac{1}{\theta}) - \varphi_1(\frac{\omega_1}{a} \frac{1}{\theta}, \omega_1) + \varphi_3(\frac{\omega_3}{a} \frac{1}{\theta}, \omega_3) \right.}$$

$$\left. + n s_2(\frac{\omega_2}{a} \frac{1}{\theta}) - s_1(\frac{\omega_1}{a} \frac{1}{\theta}) \right]}$$

et où  $\varphi$  et  $s$  sont définis comme les arguments des constantes diélectriques et des transformées de Fourier des fonctions donnant la répartition spatiale des champs appliqués.

Cette amplitude fait intervenir l'inverse des constantes diélectriques des deux ondes et de l'écho. Le comportement de l'écho sera donc d'autant plus proche de celui d'un écho non self consistant que les fréquences excitées seront supérieures à la fréquence plasma : le caractère résonnant des constantes diélectriques disparaît.

Lorsque les effets de temps de transit des électrons au niveau des points d'excitation des ondes annulent la contribution des particules de faible vitesse, un développement limité de la fonction de Bessel figurant dans l'expression de l'amplitude de l'écho permet de retrouver les résultats de la théorie linéarisée.

Lorsque les conditions de linéarisation tombent en défaut, l'analyse détaillée du comportement de l'écho ne peut résulter que du calcul numérique. Le caractère self consistant ou non de l'écho est particulièrement sensible au choix des différentes fréquences, à l'amplitude des champs appliqués de l'extérieur, et à leur répartition spatiale.

Il est cependant possible de prévoir de manière qualitative le comportement de ces échos en examinant l'expression (III.35). Si l'on suppose que les deux ondes initiales sont fortement amorties les constantes diélectriques associées peuvent être égalées à l'unité. Négligeant les effets de temps de transit fini, une première saturation de l'écho est due comme pré-

cédemment aux particules de vitesse voisine de

$$v_s = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

et se produira lorsque

$$(\alpha \Phi_{2\ell})_{s_1} \sim A_n 2^{-3/2}$$

Le nombre d'onde associé sera de l'ordre de

$$k = \frac{\omega}{a} \sqrt{2}$$

Une deuxième saturation peut avoir lieu lorsque le maximum de l'inverse de la constante diélectrique qui se produit pour

$$v_\varphi \sim \frac{\omega_3}{k_3}$$

coïncidera avec le premier maximum de la fonction de Bessel soit

$$(\alpha \Phi_{2\ell})_{s_2} \sim A_n \left(\frac{v_\varphi}{a}\right)^3$$

Cette saturation a lieu pour des valeurs du produit  $\alpha \Phi_{2\ell}$  plus grandes.

Cette deuxième saturation, due à des effets selfs consistants, apparaîtra d'autant mieux que l'onde de fréquence  $\omega_3$  sera moins amortie : la vitesse de phase diffère fortement de la vitesse thermique et le caractère résonnant de la constante diélectrique compense le faible nombre de particules intéressées par cette deuxième saturation.

Comme la première saturation intéresse une large gamme de particules au voisinage de la vitesse thermique et que la seconde saturation

n'intéresse qu'une gamme faible de vitesse  $\Delta v$

$$\Delta v \sim v_{\varphi} \frac{\Gamma}{k_r}$$

le comportement de l'écho, loin de son maximum, sera dû à ces dernières particules. Le mélange de phase fait disparaître la contribution des particules de vitesse thermique. Le nombre d'onde de l'écho, loin du maximum, est donc  $k_3$ , nombre d'onde associée à la réponse propre du milieu à la fréquence  $\omega_3$ .

Si l'écho est un écho (1,1) et que les fréquences vérifient

$$\omega_1 = \omega_3 \quad \omega_2 = 2\omega_1$$

Le caractère self consistant de la deuxième saturation apparaîtra plus marqué puisque deux constantes diélectriques coïncident.

L'effet du temps de transit fini est de faire disparaître la contribution des particules de vitesse inférieure à  $v_c$

$$v_c \sim r \omega_p$$

où  $r$  est la longueur sur laquelle le champ extérieur est appliqué.

Lorsque cette longueur est inférieure à la longueur de Debye, l'analyse précédente reste valable. Par contre si les champs extérieurs sont appliqués sur des longueurs de l'ordre de plusieurs fois la longueur de Debye, les particules de vitesse thermique n'interviennent plus et le caractère self consistant de l'écho s'accroît.

L'intervention du temps de transit permet de mettre l'amplitude maximum d'un écho résonnant (1,2) sous une forme particulièrement simple.

$$|E_3(\ell_3, \omega_3)| \sim \frac{\omega_p^2}{\omega_3} \frac{\phi_1}{2} J_2 \left( \frac{q}{m} \frac{1}{v_{\varphi}} \frac{\omega_3 \ell \phi_2 |S_2(\frac{\omega_2}{v})|}{|\epsilon(\frac{\omega_3}{v}, \omega_3)|} \right) \frac{|S_1(\frac{\omega_3}{v})|^2}{|\epsilon(\frac{\omega_3}{v_{\varphi}}, \omega_3)|} \left( \frac{df_0}{dv} \right)_{v=v_{\varphi}}$$

Des calculs numériques effectués sur des échos (1,2) résonnants montrent que la dépendance par rapport au produit  $\Phi_2 \ell$  est correctement prévue par cette expression jusqu'à la saturation de l'amplitude de l'écho. (fig. 10-14). Les figures 11 et 15 donnent la variation spatiale de l'amplitude de deux échos (1,2) résonnants. On remarque que le maximum d'amplitude se produit au delà de la position définie par  $x = \ell_3$ .

Enfin les figures 12 et 15 montrent que le nombre d'onde d'un tel écho est bien celui d'une onde de même fréquence que l'écho. Pour vérifier que les particules contribuant principalement à l'écho sont les particules de vitesse égale à la vitesse de phase de l'onde le module de l'intégrale définie par III.35 a été calculé en rendant variable sa borne supérieure. Pour une vitesse  $w$  donnée on obtient la contribution à l'écho des particules de vitesse comprise entre 0 et  $w$ . La contribution des particules à la vitesse de phase est ainsi mise en évidence (fig. 13).

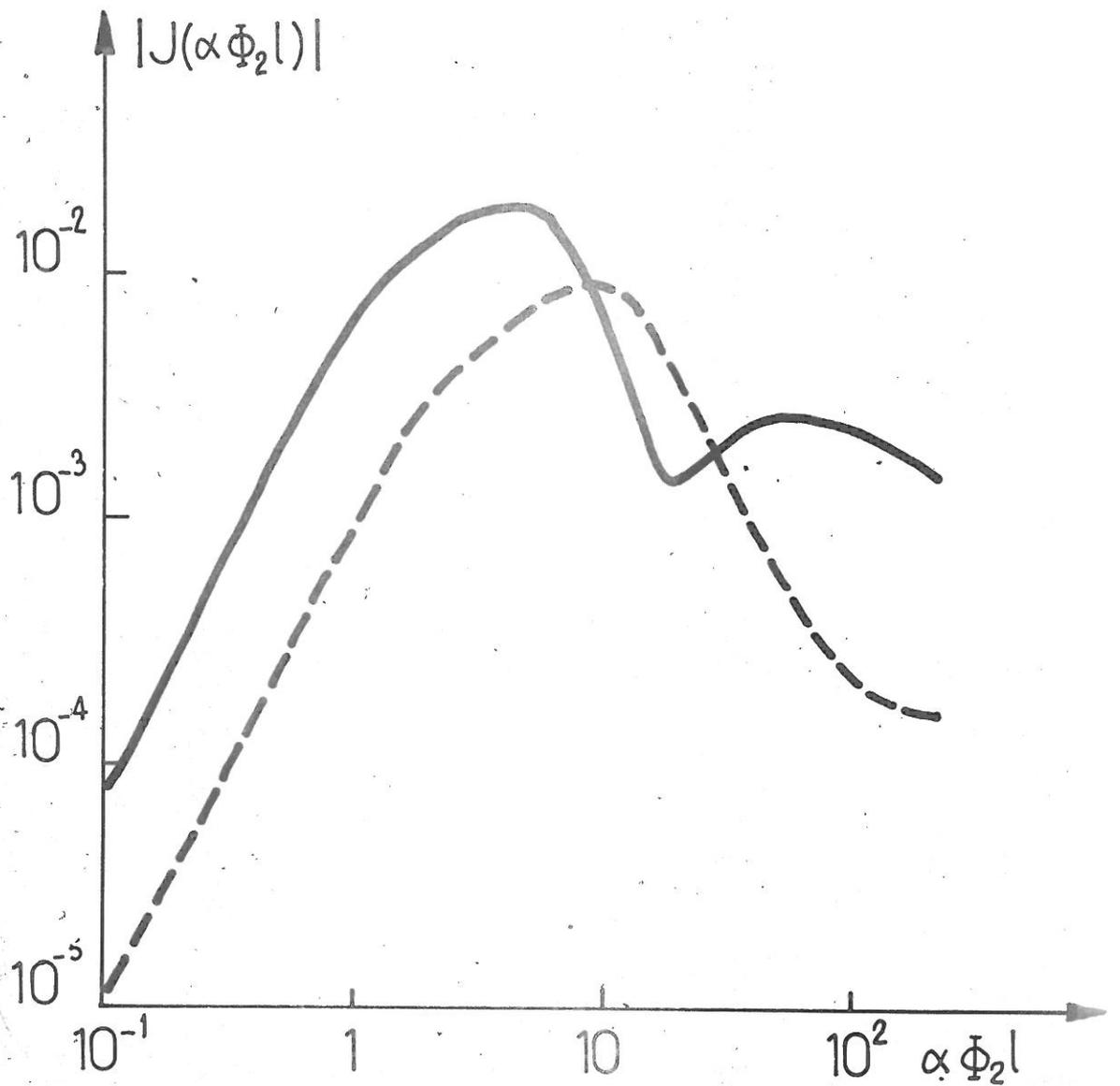


FIG. 10 - Amplitude d'un écho self consistant résonnant (1,2) en  $x = \ell_3$  en fonction du produit  $\alpha \Phi_2 l$ .

$$\frac{\omega_1}{\omega_p} = \frac{\omega_2}{\omega_p} = \frac{\omega_3}{\omega_p} = 1,1 \quad a = 10^8 \text{ cm/s}^{-1} \quad \omega_p = 2\pi \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{---} s_{1,2}(x) = \frac{1}{\pi} \frac{r}{x^2 + r^2} \quad r = 5\sqrt{2} \lambda_D$$

$$\text{- - -} s_{1,2}(x) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{x}{r^2} e^{-x^2/r^2} \quad r = 5\sqrt{2} \lambda_D$$



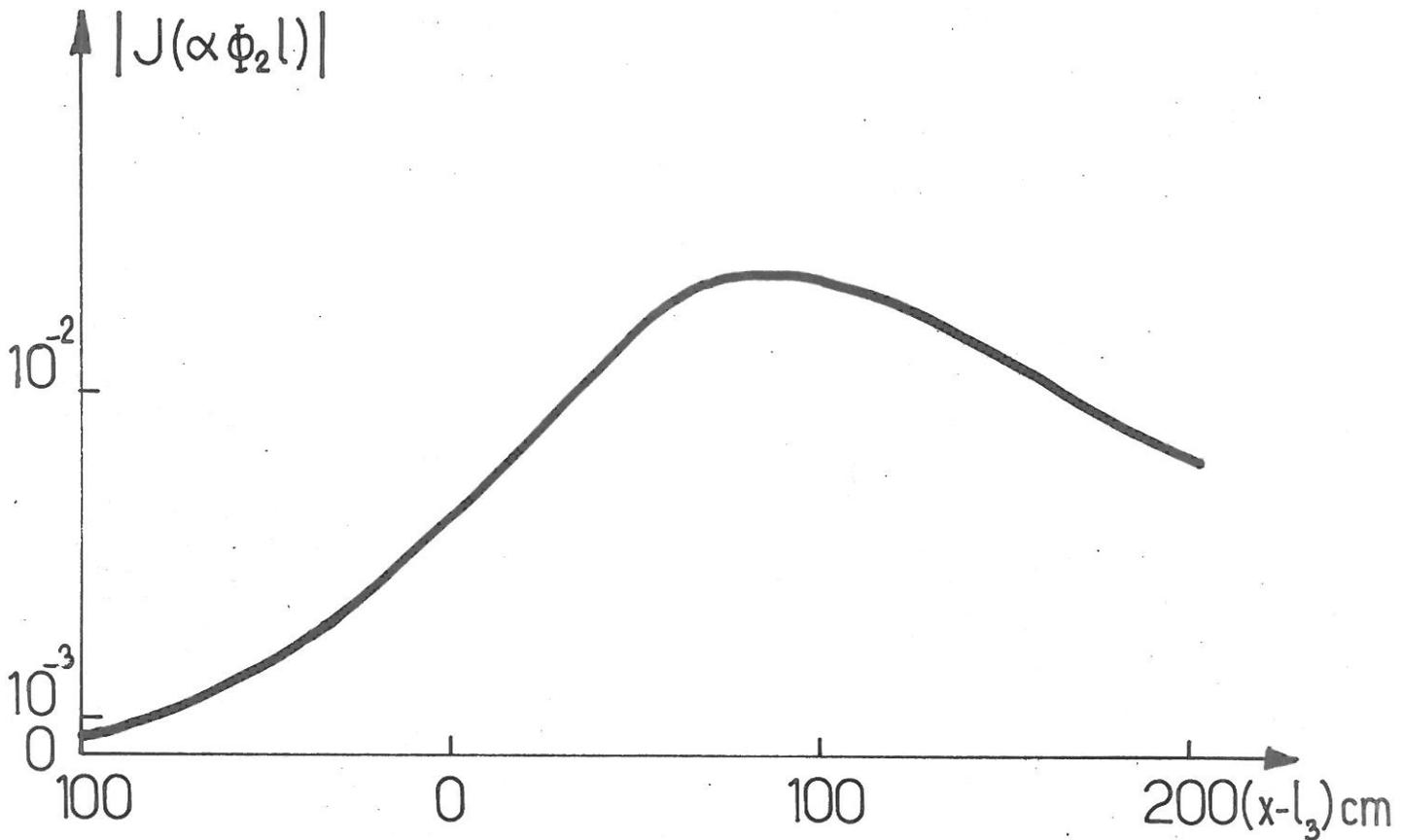
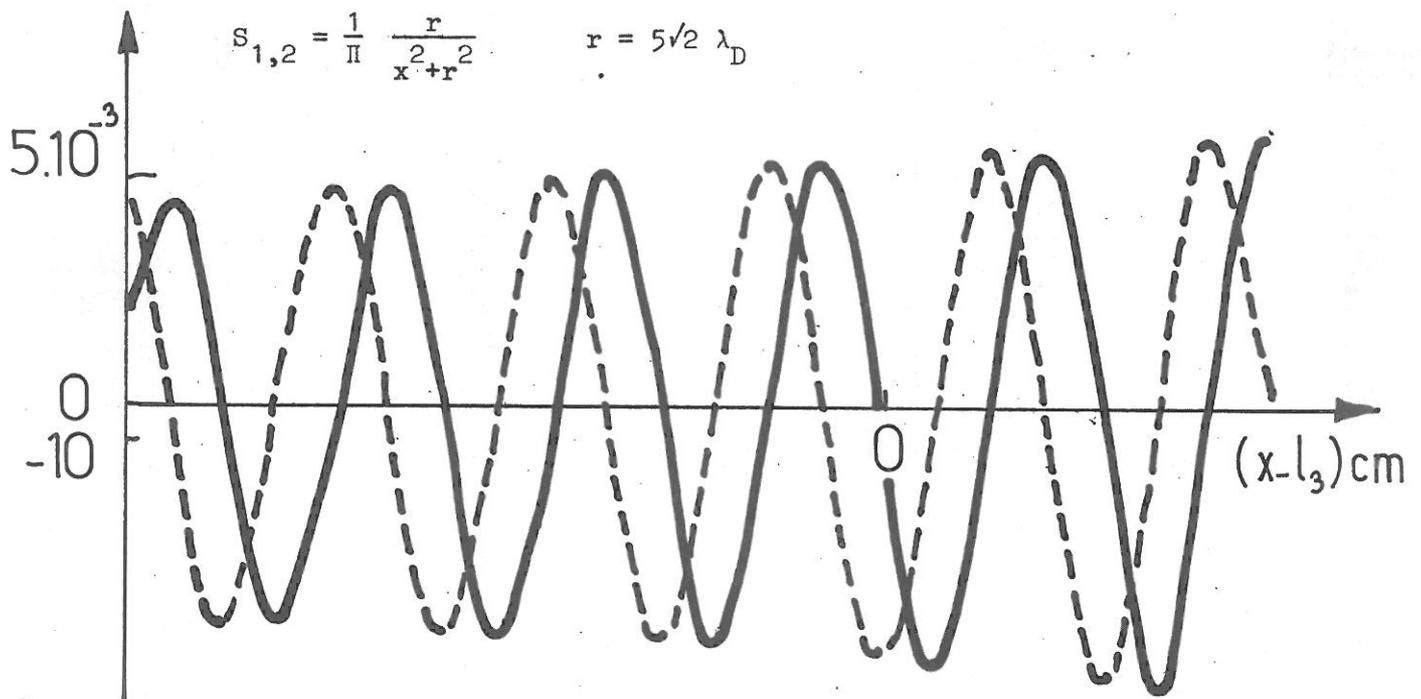


FIG. 11 - Amplitude d'un écho self consistant résonnant en fonction de la distance

$$\frac{\omega_1}{\omega_p} = \frac{\omega_2}{\omega_p} = \frac{\omega_3}{\omega_p} = 1,1 \quad a = 10^8 \text{ cm s}^{-1} \quad \omega_p = 2\pi \cdot 10^8 \text{ s}^{-1} \quad \alpha \phi_2 l = 1$$



$$s_{1,2} = \frac{1}{\pi} \frac{r}{x^2 + r^2} \quad r = 5\sqrt{2} \lambda_D$$

FIG. 12 - Nombre d'onde de l'écho définit précédemment (fig. 11) au voisinage de  $x = l_3$ .

Partie réelle et imaginaire de  $J(\alpha \phi_2 l)$  en fonction de  $(x-l_3)$ .



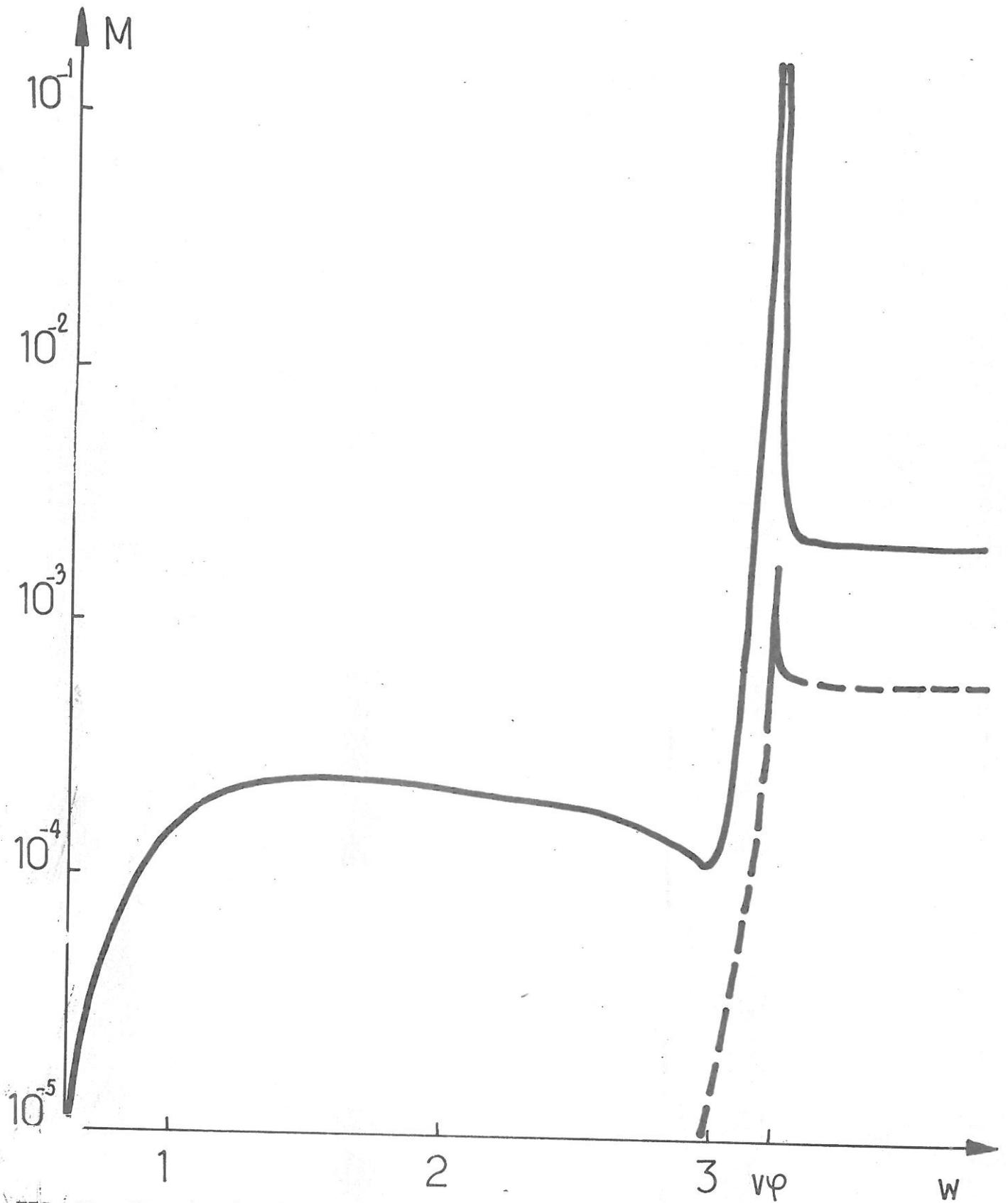


FIG. 13 - Contribution à l'écho des M particules de différentes vitesses. Module de l'intégrale III.35 ; l'intégration est effectuée entre 0 et w.

$$\frac{\omega_1}{\omega_p} = \frac{\omega_2}{\omega_p} = \frac{\omega_3}{\omega_p} = 1,1 \quad a = 10^8 \text{ cm/s} \quad \omega_p = 2\pi \cdot 10^8 \text{ s}^{-1} \quad \alpha \phi_2^2 = 1$$

$$S_{1,2}(x) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \frac{x}{r^2} e^{-x^2/r^2} \quad r = \sqrt{2} \lambda_D$$

$$-S_{1,2}(x) = \frac{1}{\pi} \frac{r}{x^2+r^2} \quad r = 5\sqrt{2} \lambda_D$$



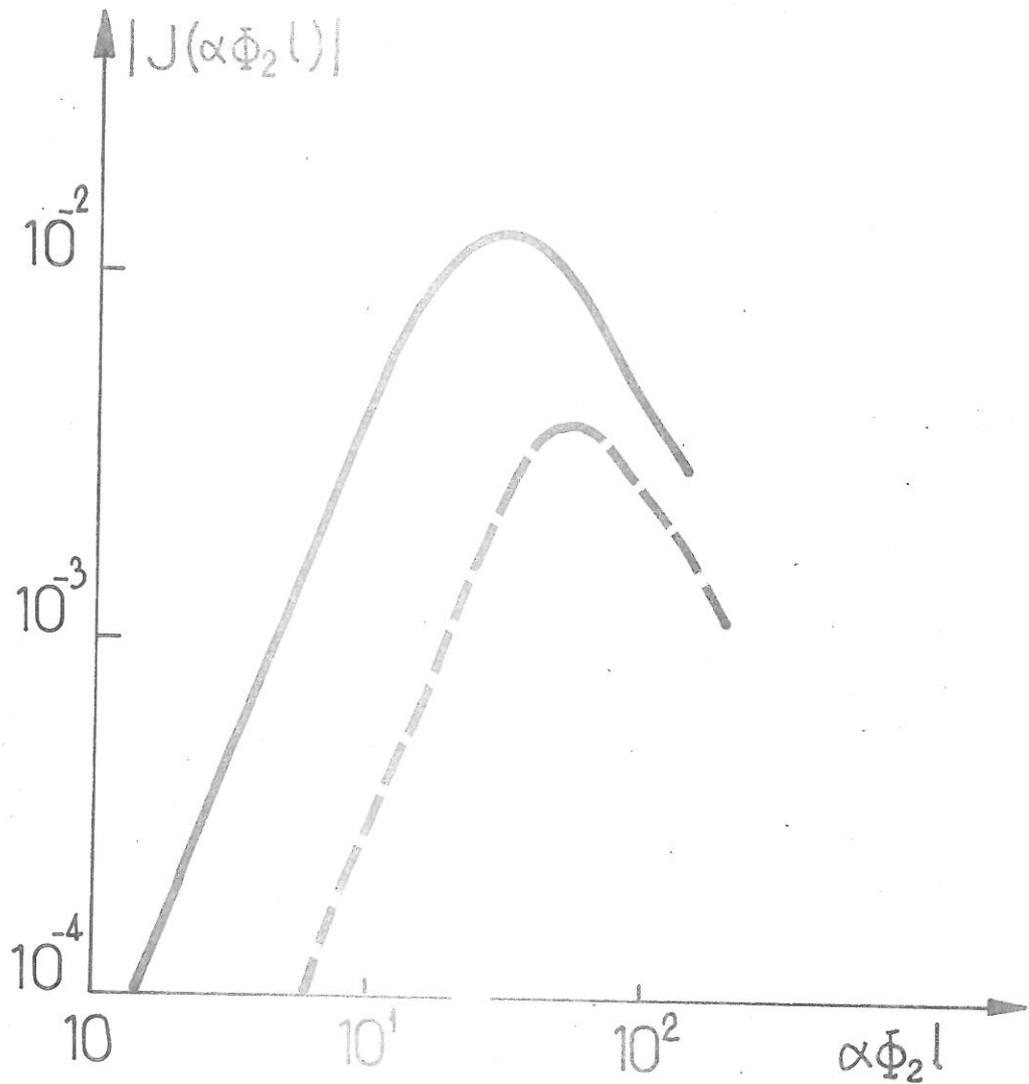


FIG. 14 - Amplitude d'un écho consistant résonnant (1,2) en  $x = \ell_3$  en fonction du produit  $\alpha \Phi_2 l$ .

$$\frac{\omega_1}{\omega_p} = \frac{\omega_2}{\omega_p} = \frac{\omega_3}{\omega_p} = 1,2 \quad a = 10^8 \text{ cm s}^{-1} \quad \omega_p = 2\pi \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{---} \quad S_{1,2}(x) = \frac{1}{1} \cdot \frac{r}{x^2 + r^2} \quad r = 4\sqrt{2} \lambda_D$$

$$\text{- -} \quad S_{1,2}(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{r}{x^2 + r^2} \quad r = 4\sqrt{2} \lambda_D$$



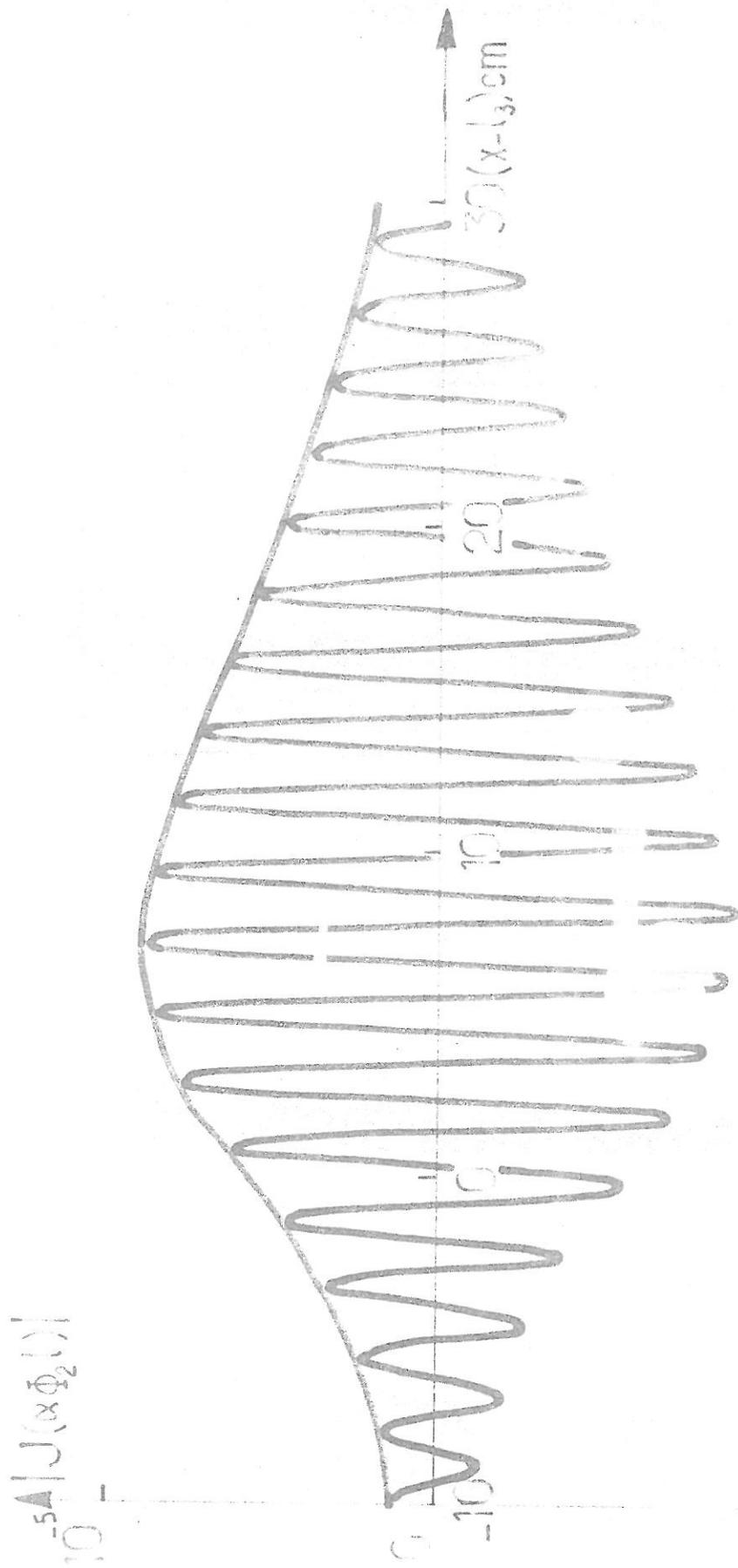


FIG. 15 - Module et nombre d'onde d'un écoulement constant self-consistant. (1,2)

$$\frac{\omega_1}{\omega_p} = \frac{\omega_2}{\omega_p} = \frac{\omega_3}{\omega_p} = 1,2 \quad a = 10^8 \text{ cm/s} \quad \omega_p = 2\pi \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$$

$$S_{1,2}(x) = \frac{1}{\pi} \frac{r}{x^2 + r^2}$$

$$r = 4\sqrt{2} \lambda_D$$



APPENDICE III.A.1

REPONSE D'UN PLASMA A UNE PERTURBATION SINUSOÏDALE  
DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION

En  $x = 0$  une perturbation sinusoïdale de la fonction de distribution

$$A.III(1) f_1(x=0, v, t) = f_1(x=0, \omega_3, v) e^{+j\omega_3 t}$$

est imposée à un plasma. On désire alors connaître, la réponse du plasma dans la limite où le point d'observation  $x$  est telle que l'onde self consistante est complètement amortie. Après linéarisation au premier ordre et transformée de Laplace sur l'espace, définie par

$$A.III(2) g(k) = \int_0^{\infty} dx e^{-ikx} g(x) \quad \text{Im } k < 0$$

les équations de Vlasov et de Poisson s'écrivent

$$A.III(3) -i(\omega_3 - kv) f_1(k, \omega_3, v) + \frac{q}{m} E_T(k, \omega_3) \frac{df_0}{dv} = v f_1(x=0, \omega_3, v)$$

La fonction de distribution perturbée et le champ électrique, solution du système précédent, sont

$$A.III(4) f_1(k, \omega_3, v) = \frac{i}{\omega_3 - kv} v f_1(x=0, \omega_3, v) - \frac{i}{\omega_3 - kv} \frac{q}{m} E_T(k, \omega_3) \frac{df_0}{dv}$$

$$A.III(5) E_T(k, \omega_3) = \frac{1}{\epsilon(k, \omega)} \frac{n_e q}{k \epsilon_0} \int_0^{\infty} \frac{dv}{\omega_3 - kv} v f_1(x=0, \omega_3, v)$$

La transformée de Laplace inverse de l'expression précédente (5) fournit le champ électrique excité par la perturbation de la fonction de distribution. Cette transformée peut s'écrire

$$E_T(k, \omega_3) = - \frac{n_e q}{\epsilon_0} \int dv f_1(x=0, \omega_3, v) \left\{ \int_{-\infty-i\sigma}^{+\infty-i\sigma} \frac{dk}{2\pi k} \frac{e^{+ikx}}{k - \frac{\omega_3}{v}} \left[ \frac{1}{\epsilon(k, \omega)} - \frac{1}{\epsilon\left(\frac{\omega_3}{v}, \omega_3\right)} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{\epsilon\left(\frac{\omega_3}{v}, \omega_3\right)} \int_{-\infty-i\sigma}^{+\infty-i\sigma} \frac{dk}{2\pi k} \frac{e^{+ikx}}{k - \frac{\omega_3}{v}} \right\}$$

Le premier terme dans le crochet représente le champ électrique self consistant excité au voisinage de l'origine. Pour des distances supérieures à celle d'amortissement de l'onde à la fréquence  $\omega_3$ , ce terme est nul par mélange de phase.

Le deuxième terme représente le champ résiduel, modifié par les effets collectifs, du à l'écoulement de la perturbation. Pour évaluer ce terme le contour d'intégration est refermé dans le demi plan supérieur. La contribution en  $k = 0$  est négligée, le champ asymptotique est donc donné par la contribution du pole en  $k = \frac{\omega_3}{v}$

$$E_T(x, \omega_3) = - j \frac{n_e q}{\epsilon_0} \frac{1}{\omega_3} \int_0^\infty dv v \frac{f_1(x=0, \omega_3, v)}{\epsilon^+\left(\frac{\omega_3}{v}, \omega_3\right)} e^{+j \frac{\omega_3}{v} x}$$

APPENDICE III.A.2

VARIATION DE L'AMPLITUDE DE L'ECHO NON SELF CONSISTANT POUR DES FAIBLES

VALEURS DU PRODUIT  $\phi_2 \ell$

La dépendance de l'amplitude de l'écho (1,n) par rapport au produit  $\phi_2 \ell$ , où  $\phi_2$  est l'amplitude de la deuxième onde,  $\ell$  la distance entre les émetteurs, est donnée par l'intégrale

$$I(\alpha \phi_2 \ell) = \int_0^{\infty} d\theta \theta \exp(-\theta^2) J_n \left( \frac{\alpha \phi_2 \ell}{\theta^3} \right)$$

Après le changement de variable

$$u = \frac{\alpha \phi_2 \ell}{\theta^3}$$

cette intégrale devient

$$I = \frac{1}{3} (\alpha \phi_2 \ell)^{2/3} \int_0^{\infty} du \frac{1}{u^{5/3}} \exp \left[ - \left( \frac{\alpha \phi_2 \ell}{u} \right)^{2/3} \right] J_n(u)$$

L'exponentielle diffère de 1 lorsque  $u < \beta(\alpha \phi_2 \ell)$  où  $\beta$  peut être aussi grand que l'on veut, l'intégrale est scindée en deux parties la première avec les bornes  $[0, \beta(\alpha \phi_2 \ell)]$  la seconde  $[\beta(\alpha \phi_2 \ell), \infty]$

$$K = \int_0^{\beta(\alpha \phi_2 \ell)} \frac{du}{u^{5/3}} \exp \left[ - \left( \frac{\alpha \phi_2 \ell}{u} \right)^{2/3} \right] J_n(u)$$

$$J = \int_{\beta(\alpha \phi_2 \ell)}^{\infty} \frac{du}{u^{5/3}} \exp \left[ - \left( \frac{\alpha \phi_2 \ell}{u} \right)^{2/3} \right] J_n(u)$$

Faisant alors tendre vers 0 le produit  $\alpha \phi_{2\ell}$ , le développement limite de  $J_n(u)$  est reporté dans K

$$K = \frac{1}{2^n} \int_0^{\beta(\alpha \phi_{2\ell})} du u^{(n-5/3)} \exp \left[ -\left(\frac{\alpha \phi_{2\ell}}{u}\right)^{2/3} \right]$$

et l'exponentielle est égalée à 1 dans J

$$J = \int_{\beta(\alpha \phi_{2\ell})}^{\infty} \frac{du}{u^{5/3}} J_n(u)$$

L'intégrale K tend vers 0. L'amplitude des échos (1,n), pour des valeurs de  $\alpha \phi_{2\ell}$  tendant vers zéro se déduit de

$$I = \frac{(\alpha \phi_{2\ell})^{2/3}}{3} \int_0^{\infty} du \frac{J_n(u)}{u^{5/3}}$$

soit

$$I = \frac{(\alpha \phi_{2\ell})^{2/3}}{3} \frac{\Gamma(-\frac{7}{6} + \frac{1}{2}n)}{\Gamma(+\frac{13}{6} + \frac{1}{2}n)}$$

où la fonction  $\Gamma(z)$  est définie par

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt.$$

BIBLIOGRAPHIE du CHAPITRE III

- [1] J. COSTE. Compt.Rend.Acad.Sciences 266, 226B (1968).  
J. COSTE, J. PEYRAUD. J. Plasma Physics 3, 4, 603 (1969).
- [2] D.L. WEBSTER. Journ. Appl. Phys. 10, 501 (1939).
- [3] R.W. GOULD. Phys. Letters 25A, 7, 559 (1967).  
T.M. O'NEIL, R.W. GOULD. Phys. Fluids 11, 134 (1967).  
P. BACHMANN, K. SAUER, G. WALLIS. Phys. Letters 30A, 9, 553 (1969).  
S. TAKAMURA. Phys. Letters 32A, 4, 254 (1970).  
K. SAUER, P. BACHMANN, K. BAUMGARTEL. Lett. Nuovo Cimento 1, 13, 341 (1971).
- [4] ANGOT. Complément de mathématiques. C.N.E.T. Paris (1961).
- [5] M. ABRAMOWITZ et I.A. STEGUN. Handbook of mathematical functions. National Bureau of Standards. Washington (1964).



CHAPITRE IV

AMORTISSEMENT DES ECHOS DU A L'INTRODUCTION D'UN SPECTRE DE BRUIT

Les échos d'ondes de plasmas électroniques sont dus à la perturbation de la fonction de distribution des vitesses électroniques. Cette perturbation, qui subsiste dans le milieu bien après la disparition du champ électrique de l'onde, présente une variation spatiale de la forme

$$\exp j \frac{\omega}{v} x$$

et oscille d'autant plus rapidement avec la vitesse que le point d'observation est éloigné de l'excitation. Cette perturbation est fortement amortie<sup>[1]</sup> lorsque sous l'influence d'une force aléatoire, la vitesse des particules est perturbée d'une quantité telle que

$$\Delta v > \frac{\Pi v^2}{\omega x}$$

Une variation de la vitesse  $\frac{\Pi v^2}{\omega x}$  entraîne une variation de  $\Pi$  de la phase de perturbation de la fonction de distribution à la vitesse considérée : cette perturbation est alors amortie.

Il suffit donc d'une faible variation de la vitesse des particules pour que l'écho soit amorti. Cette variation doit être d'autant plus faible que la vitesse des particules responsables de l'écho est faible et que le point d'observation est éloigné. De telles modifications aléatoires de la vitesse peuvent trouver leur origine.

1) dans les collisions coulombiennes qui, même, conduisant à de faibles angles de déviation<sup>[2]</sup>, entraînent un amortissement de l'écho<sup>[3]</sup>,

2) dans la turbulence naturelle du plasma due aux fluctuations de densité et de températures,

3) dans la turbulence, provoquée par l'injection d'un spectre de bruit, excitant des modes propres du plasma [4].

Seul ce dernier cas est envisagé. Un spectre de bruit de largeur  $\Delta\Omega$  est injecté dans le plasma entre les deux émetteurs ; il existe dans le plasma des ondes de plasma électroniques qui, en s'amortissant, interagissent avec la perturbation de la fonction de distribution responsable de l'écho.

#### IV.1 - EQUATION DE FOKKER-PLANCK

Le processus d'amortissement de la perturbation de la fonction de distribution, dû à l'action de forces aléatoires sur les électrons, est décrit par l'équation de Fokker-Planck [5]. Celle-ci rend compte d'un processus de diffusion dans l'espace des vitesses provoquée par une multitude de chocs ; chaque choc n'entraînant qu'un faible changement de la vitesse. Cette équation conserve le nombre de particules, et permet donc d'exprimer l'évolution de la fonction de distribution. Elle s'écrit :

$$\text{IV.1} \quad \frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{q}{m} E \frac{\partial f}{\partial v} = - \frac{\partial}{\partial v} [D_1 f] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial v^2} [D_2, f]$$

$D_1$  coefficient de friction est la variation moyenne de la vitesse d'une particule de vitesse  $v$  par unité de temps

$$\text{IV.2} \quad D_1 = \left\langle \frac{\Delta v}{\Delta t} \right\rangle$$

$D_2$  coefficient de diffusion dans l'espace des vitesses est la variation moyenne du carré de la vitesse par unité de temps

$$\text{IV.3} \quad D_2 = \left\langle \frac{\Delta v^2}{\Delta t} \right\rangle$$

L'équation de Fokker Planck permet donc de connaître l'évolution de la solution asymptotique de la fonction de distribution perturbée sous l'influence d'un des processus décrits précédemment et connus par l'intermédiaire des coefficients  $D_1$  et  $D_2$ .

Se donnant en  $x = 0$  une perturbation de la fonction de distribution

$$\text{IV.4 } f(x=0, v) e^{-j\omega t}$$

l'évolution de cette perturbation se déduit de l'équation (IV.1) écrite pour la fréquence  $\omega$

$$\begin{aligned} \text{IV.5 } -j\omega f(x, v, \omega) + v \frac{\partial f_1}{\partial x}(x, v, \omega) = & - \frac{\partial}{\partial v} \{ D_1(x, v) f_1(x, v, \omega) \} \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial v^2} \{ D_2(x, v) f_1(x, v, \omega) \} \end{aligned}$$

Le terme de champ électrique a disparu, puisque l'onde est supposée totalement amortie. Cette équation admet une solution de la forme

$$\text{IV.6 } f_1(x, v, \omega) = A(x, v, \omega) e^{+j\frac{\omega}{v}x}$$

Pour obtenir une forme approchée de  $A(x, v)$ , on remarque que l'opérateur de Fokker Planck fournit trois types de terme [3]

- les dérivées des coefficients de diffusion
- les dérivées de  $A(x, v, \omega)$
- les dérivées par rapport à la vitesse du terme  $e^{+j\frac{\omega}{v}x}$ .

Ces dernières dérivées sont proportionnelles à  $x$  et  $x^2$ . Se plaçant dans la limite où

$$\frac{\omega}{v} \gg 1$$

seul le terme proportionnel à  $x^2$  est conservé.  $A(x, v, \omega)$  vérifie alors

$$IV.7 \quad v \frac{\partial A(x, v, \omega)}{\partial x} = - \frac{1}{2} D_2(x, v) \frac{\omega^2}{v} x^2 A(x, v, \omega)$$

dont la solution, compte tenu de la condition initiale (IV.4), est

$$f_1(x, v, \omega) = f_1(x=0, v, \omega) e^{+j \frac{\omega}{v} x} \cdot \Gamma(x, v, \omega)$$

où  $\Gamma(x, v, \omega)$  facteur d'atténuation de la perturbation s'écrit

$$IV.8 \quad \Gamma(x, v, \omega) = e^{- \frac{1}{2} \int_0^x D_2(x, v) \frac{\omega^2 x^2}{v^5} dx}$$

Lorsque la diffusion est homogène dans l'espace, le coefficient de diffusion est indépendant de  $x$

$$\Gamma(v, \omega) = e^{- \frac{1}{2} D_2(v) \frac{x^3 \omega^2}{3v^5}}$$

Ce type d'amortissement en

$$e^{- \frac{x^3}{\lambda^3}}$$

a été mis en évidence dans le cas d'une turbulence naturelle du plasma [6].

#### IV.2 - COEFFICIENT DE DIFFUSION ET AMORTISSEMENT DE LA PERTURBATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION

En  $x = \ell_1$  un spectre de bruit, de largeur  $\Delta\Omega$ , est injecté dans le plasma. Ce spectre excite dans le plasma des ondes longitudinales qui sont amorties par effet Landau. Ces ondes sont données par

$$IV.9 \quad E(x, t) = \sum_{\omega} E(\omega) \exp\{-i\omega t + i\phi + ik_r(\omega)(x - \ell_1) - k_i(\omega)(t - \ell_1)\}$$

Le nombre d'onde  $k_r + ik_i$  vérifie l'équation de dispersion et  $\phi$  représente la phase aléatoire de l'onde.

On désire alors obtenir l'évolution d'une perturbation de la fonction de distribution imposée au plasma en  $x \ll \lambda_1$  et oscillant dans le temps à la fréquence  $\omega$ . Cette évolution obéit à l'équation de Vlasov.

$$IV.10 \quad -j\omega f_{\omega} + v \frac{\partial f_{\omega}}{\partial x} + \frac{q}{m} \sum_{\omega'} E_{\omega-\omega'} \frac{\partial f_{\omega'}}{\partial v} = 0$$

dont la solution est

$$IV.11 \quad f_{\omega}(x, v) = - \frac{q}{m} \frac{1}{v} \int_{-\infty}^x dx' E_{\omega-\omega'}(x') \frac{\partial f_{\omega'}}{\partial v}(x') \exp + \frac{i\omega}{v}(x-x')$$

On obtient alors l'équation d'évolution de la fonction de distribution par itération en reportant (IV.11) dans (IV.10)

$$IV.12 \quad -j\omega f_{\omega} + v \frac{\partial f_{\omega}}{\partial x} - \frac{q^2}{m^2} \sum_{\omega'} E_{\omega-\omega'}(x) \sum_{\omega''} \frac{\partial}{\partial v} \times \\ \left\{ \frac{1}{v} \int_{-\infty}^x dx' E_{\omega'-\omega''}(x') \frac{\partial f_{\omega''}}{\partial v}(x') \exp \frac{i\omega'}{v}(x-x') \right\}$$

Après somme sur les phases aléatoires et après avoir posé

$$\omega - \omega' = \Omega \\ \omega' - \omega'' = -\Omega$$

il vient

$$-j\omega f_{\omega} + \frac{v \partial f_{\omega}}{\partial x} - \frac{q^2}{m^2} \frac{\partial}{\partial v} \sum_{\Omega} \frac{1}{v} E_{\Omega}(x) \exp i \left( \frac{\omega-\Omega}{v} \right) x \\ \int_{-\infty}^x dx' E_{-\Omega}(x') \frac{\partial f_{\omega}}{\partial v}(x') \exp -i \left( \frac{\omega-\Omega}{v} \right) x'$$

Cette intégrale s'annule par mélange de phase dès que

$$x - x' > \delta \quad \delta = \frac{\pi v}{\Delta \Omega}$$

où  $\delta$  est la longueur caractéristique du mélange de phase. Désignant par  $g$  la longueur caractéristique sur laquelle le module de

$f_\omega$  varie, si l'inégalité

$$\delta < g$$

est vérifiée, il est possible de faire sortir de l'intégrale les parties lentement variables de  $f_\omega$  et de  $E_{-\Omega}$  en les évaluant en  $x$ .

$$-j\omega f_\omega + v \frac{\partial f_\omega}{\partial x} - \frac{q^2}{m} \frac{\partial}{\partial v} \sum_{\Omega} \frac{1}{v} E_{(-\Omega)} E_{(+\Omega)} e^{-2k_i(x-\ell_1)} \frac{\partial f_\omega}{\partial v}(x) \\ \exp -i\left\{\frac{\Omega}{v} - k_r\right\}x \int_{-\infty}^x dx' \exp +i\left\{\frac{\Omega}{v} - k_r\right\}x' = 0$$

Faisant alors tendre  $x$  vers l'infini dans l'intégrale et après avoir transformé la somme sur les fréquences en intégrale, il vient

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - 2\pi \frac{q^2}{m} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \frac{1}{v} \frac{|E(\omega=k(\omega)v)|^2}{\Delta\Omega} e^{-2k_i(x-\ell_1)} \frac{\partial f}{\partial v}(x,v) \right\} = 0$$

Avec l'approximation déjà utilisée consistant à ne garder que la dérivée par rapport à la vitesse du facteur oscillant  $e^{j\frac{\omega}{v}x}$ , le coefficient de diffusion est

$$IV.13 \quad D_2(x,v) = \pi \frac{q^2}{m} \frac{1}{v} \frac{|E(\omega=k(\omega)v)|^2}{\Delta\Omega} \exp -2k_i(\omega=k(\omega)v)(x-\ell_1)$$

La diffusion d'une particule de vitesse  $v$  ne se produit que s'il existe dans le spectre de bruit une onde dont la vitesse de phase est identique à celle de la particule considérée [4]. La diffusion est inhomogène puisque, du fait de l'amortissement du bruit dans le milieu, le champ électrique varie d'un point à l'autre.

Si le spectre de bruit est injecté en  $x = \ell_p$  la fonction de distribution en  $x \gg \ell_1$  se déduit de la fonction de distribution en  $x \ll \ell_1$  en multipliant celle-ci par le facteur d'amortissement (IV.3) [3]

$$IV.14 \quad F(x,v) = F(v) = c - \pi \frac{q^2}{m} \frac{|E(\omega=k(\omega)v)|^2}{\Delta\Omega} \frac{k_r^5(\omega=k(\omega)v)\ell_1^2}{\omega^3 2k_i(\omega=k(\omega)v)}$$

#### IV.3 - AMORTISSEMENT DE L'ECHO DU A LA PRESENCE D'UN SPECTRE DE BRUIT

Un spectre de bruit de largeur  $\Delta\Omega$  et de densité spectrale d'énergie  $|E(\omega)|^2$  est injecté dans le plasma, entre les deux émetteurs, en  $x = \ell_1$ . Le bruit est centré au voisinage de la fréquence de la première onde. Il s'amortit fortement dans le milieu de telle sorte qu'en  $x = \ell$ , au voisinage du second émetteur, ce bruit n'existe plus. Ce bruit n'interagit qu'avec la perturbation de la fonction de distribution due à la première onde. Il en résulte un amortissement de l'écho<sup>[3,7]</sup>.

##### IV.3.1 - MODIFICATIONS APORTEES A LA THEORIE LINEARISEE DES ECHOS

La théorie linéarisée des échos s'appuie sur la résolution de l'équation de Vlasov, couplée à celle de Poisson, sur l'ensemble de la trajectoire des électrons comprise entre le premier émetteur et l'écho. Cependant, en l'absence de champs self consistent et en présence de diffusion dans l'espace des vitesses, l'équation de Vlasov doit être remplacée par l'équation de Fokker Planck.

Lorsque la diffusion est provoquée par l'injection entre les deux émetteurs d'un spectre de bruit fortement amorti, l'équation de Vlasov fournit la perturbation due à la première onde. Cette perturbation est prise comme condition initiale de l'équation de Fokker-Planck qui traduit la présence du bruit. On en déduit alors la fonction de distribution perturbée au niveau du second émetteur. L'équation de Vlasov est alors résolue en présence du champ dû à la seconde onde et l'amplitude de l'écho s'en déduit.

L'amplitude de l'écho fait intervenir une intégrale sur les vitesses. Dans celle-ci figure la solution asymptotique due à la première onde (II.18). Pour obtenir l'amplitude d'un écho (m.n) en présence de bruit, il suffit donc de multiplier l'intégrand par le facteur d'amortissement élevé à la puissance m.

Il vient alors pour l'amplitude d'un écho (1.1)

$$\begin{aligned}
 \text{IV.15} \quad E(\omega_3, x) &= \frac{g}{m} \frac{\Phi_1 \Phi_2}{4} \omega_p^2 \omega_1 (x-\ell) \int_0^\infty dv \frac{1}{v^3} \frac{df_0}{dv} \times \\
 &\frac{S_1^* \left(\frac{\omega_1}{v}\right) S_2 \left(\frac{\omega_2}{v}\right)}{e^{+k \left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right) \varepsilon + \left(\frac{\omega_2}{v}, \omega_2\right) \varepsilon + \left(\frac{\omega_3}{v}, \omega_3\right)} e^{+j \frac{\omega_3}{v} (x-\ell_3)} e^{-\Pi \frac{g^2}{m^2} \frac{|E(\omega=k(\omega)v)|^2}{\Delta\Omega} \frac{k_r^5(\omega=k(\omega)v) \ell_1^2}{\omega^3 2k_i(\omega=k(\omega)v)}}
 \end{aligned}$$

et pour l'amplitude d'un écho (1.2)

$$\begin{aligned}
 \text{IV.16} \quad E(\omega_3, x) &= \frac{g^2}{m^2} \frac{\Phi_1 \Phi_2^2}{8} \omega_p^2 \omega_1 (x-\ell) \ell \int_0^\infty dv \frac{1}{v^6} \times \\
 &\frac{S_1^* \left(\frac{\omega_1}{v}\right) S_2^2 \left(\frac{\omega_2}{v}\right)}{e^{+k \left(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1\right) \varepsilon + \left(\frac{\omega_2}{v}, \omega_2\right) \varepsilon + \left(\frac{\omega_3}{v}, \omega_3\right) \varepsilon} e^{+j \frac{\omega_3}{v} (x-\ell_3)} e^{-\Pi \frac{g^2}{m^2} \frac{|E(\omega=k(\omega)v)|^2}{\Delta\Omega} \frac{k_r^5(\omega=k(\omega)v) \ell_1^2}{\omega^3 2k_i(\omega=k(\omega)v)}}
 \end{aligned}$$

#### IV.3.2 - MODIFICATIONS APORTEES A LA THEORIE NON LINEAIRE

L'incrément de vitesse  $\Delta v_{1n}$ , responsable des échos est linéaire par rapport à la première excitation ; il lui est associé la fonction de distribution perturbée

$$f_{in}(x, v, t) = \Delta v_{1n}(x, v, t) \frac{df_0}{dv}$$

L'effet du spectre de bruit est de réduire l'amplitude de cette perturbation de la fonction de distribution d'un facteur  $\Gamma(v)$ .  
L'amplitude d'un écho (1,n) est alors :

$$\begin{aligned}
 \text{IV.17} \quad E(\omega_3, x) &= (-1)^n j^{n-1} \frac{\omega_1^2}{\omega_3} \frac{\phi_1}{2} \int_0^\infty dv \frac{df_0}{dv} \frac{|S_1(\frac{\omega_1}{v})|}{|\epsilon(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1)|} \times \\
 &\quad J_n \left( \frac{q}{m} \frac{\omega_1 \ell}{v^3} \frac{\phi_2 |S_2(\frac{\omega_2}{v})|}{|\epsilon(\frac{\omega_2}{v}, \omega_2)|} \right) \frac{1}{|\epsilon_3(\frac{\omega_3}{v}, \omega_3)|} \\
 &\quad + j \left[ -\frac{\omega_3}{v} (x - \ell_3) - \{ n\phi_2(\frac{\omega_2}{v}, \omega_2) - \phi_1(\frac{\omega_1}{v}, \omega_1) + \phi_3 \frac{\omega_3}{v}, \omega_3 \} + \{ ns_2(\frac{\omega_2}{v}) - s_1(\frac{\omega_1}{v}) \} \right] \\
 &\quad e^{-\frac{\pi q}{m^2} \frac{|E(\omega=k(\omega)v)|^2}{\Delta\Omega} \frac{k_r^5(\omega=k(\omega)v) \ell_1^2}{\omega^3 2k_i(\omega=k(\omega)v)}}
 \end{aligned}$$

Pour un écho (1,2) résonnant ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$ ), et un spectre de bruit centré sur la fréquence de l'écho, l'amplitude en  $x = \ell_3$  en présence de bruit  $E_B(\omega_3, \ell_3)$  est reliée à l'amplitude en l'absence de bruit  $E(\omega_3, \ell_3)$  par

$$\text{IV.18} \quad E_B(\omega_3, \ell_3) = E(\omega_3, \ell_3) e^{-\frac{\pi q}{m^2} \frac{|E(\omega_3)|^2}{\Delta\Omega} \frac{k_r^3(\omega_3) \ell_1^2}{\omega_3^3 k_r(\omega_3)}}$$

REFERENCE CHAPITRE IV

- [1] V.I.KARPMAN, JETP, 24, 3, 603 (1967)  
A.LENARD, I.B.BERNSTEIN, Phys.Rev., 112, 5, 1456 (1958)
- [2] W.B.THOMPSON, Introduction to plasmaphysics, Pergamon Press,  
Inc, New-York, 1962, p.169
- [3] T.M.O'NEIL, Phys.Fluids, 11, 11, 2420 (1968)
- [4] T.DUPREE, Phys.Fluids, 9, 1773 (1966)
- [5] C.H.SU, C.OBERMAN, Phys.Rev.Letters, 20, 9, 427 (1968)  
F.L.HINTON, C.OBERMAN, Phys.Fluids, 11, 9, 1982 (1968)  
Y.FURUTANI, J.COSTE, J.Plasma Physics, 4, 4, 843 (1970)
- [6] T.H.JENSEN, J.H.MALMBERG, T.M.O'NEIL, Phys.Fluids, 12, 1728  
(1969)
- [7] Y.H.ICHIKAWA, T.SUZUKI, Progr.Theoret.Phys., 41, 2, 313 (1969)  
G.L.JOHNSTON, Phys.Fluids, 13, 1, 136 (1970)  
Y.H.ICHIKAWA, T.SUZUKI, Phys.Fluids, 13, 4, 1115 (1970)  
Y.H.ICHIKAWA, H.SANUKI, Phys.Fluids, 13, 6, 1573 (1970)  
K.NISHIKAWA, R.W.GOULD, Phys.Fluids, 1, 883 (1970)

CHAPITRE V

VERIFICATION EXPERIMENTALE DE LA THEORIE LINEARISEE

L'existence des échos d'ondes longitudinales aussi bien pour les ondes de plasma électroniques<sup>[1]</sup> que pour les ondes acoustiques ioniques<sup>[2]</sup>, a été confirmée par de nombreuses expériences. Ces expériences sont en général effectuées sur des colonnes de plasma confinées par un fort champ magnétique axial ; la densité du plasma varie selon les expériences de  $10^7$  à quelques  $10^8$  électrons par  $\text{cm}^3$ , la température électronique de 1 à 10 eV. Des échos dus à des ondes de surface ont aussi été observés dans la colonne positive d'une décharge à basse pression<sup>[3]</sup>.

Pour les faibles valeurs du produit  $\phi_2 \lambda$ , (amplitude de la deuxième onde par la distance entre les émetteurs) les observations expérimentales coïncident avec la théorie linéarisée comme le montrent les expériences réalisées par Gould, O'Neil et Malmberg<sup>[1]</sup>. La figure (V.1) montre un interférogramme des ondes mères et d'un écho (2,1)<sup>[1]</sup>. Une antenne en  $x = 0$  est reliée à un émetteur de fréquence  $f_1 = 120 \text{ MHz}$ , une autre antenne en  $x = 40 \text{ cm}$  à un émetteur de fréquence  $f_2 = 130 \text{ MHz}$ . Un écho de fréquence  $f_3 = 140 \text{ MHz}$  apparaît au voisinage de  $x = 80 \text{ cm}$ . Le nombre d'onde de l'écho est sensiblement identique à celui d'une onde de fréquence 140 MHz se propageant dans le plasma.

La position du maximum de l'écho varie conformément aux prévisions théoriques. La position de ce maximum, pour un écho (2,1) a été étudiée<sup>[1]</sup> en fonction de la distance entre les émetteurs (Fig. V.2). Le léger désaccord constaté entre la position théorique de l'écho et sa position réelle provient de ce que, selon les auteurs, la position réelle de chaque antenne ne peut être localisée à mieux qu'une longueur d'amortissement de l'onde excitée.

La variation de l'amplitude de l'écho avec l'amplitude des ondes mères a aussi été étudiée par ces auteurs (Fig. V.3). Pour un écho de (1,2) ils ont confirmé la variation en  $\phi_1 \phi_2^2$  pour de faibles valeurs du potentiel appliqué. Leurs résultats montrent cependant un désaccord lorsque l'amplitude des signaux croît.

La variation de l'amplitude de l'écho avec la distance entre les émetteurs montre un désaccord encore plus net avec la théorie linéarisée (Fig. V.4). Celle-ci prévoit que l'amplitude de l'écho est une fonction croissante de la distance entre émetteurs.

$$E_{m,n} \sim \phi_1^m \phi_2^n l^n$$

Cependant l'amplitude de l'écho atteint un maximum et décroît lorsque la distance entre émetteurs augmente.

La théorie linéarisée des échos d'ondes de plasma électronique rend bien compte de l'existence et de la variation des paramètres de l'écho lorsque l'amplitude des ondes ou la distance entre émetteurs reste telle que la condition de linéarisation s'applique.

D'autres expériences, dont l'analyse repose sur la théorie linéarisée, ont été publiées. L'une d'elles [4], effectuée sur un plasma possédant une vitesse de dérive comparable à la vitesse thermique des électrons, met en évidence un écho non self-consistent. Le comportement d'un tel écho ne dépend pas des effets collectifs et est déterminé par l'écoulement libre de la perturbation imposée par les deux émetteurs. Ainsi le nombre d'onde de l'écho ne correspond plus à celui de l'onde plasma de même fréquence (Fig.V.5). Il correspond sensiblement alors au nombre d'onde  $\frac{\omega}{v}$  des particules apportant la plus forte contribution à l'écho, c'est-à-dire aux particules telles que

$$\frac{d^2 f_0}{dv^2} = 0.$$

Dans ce cas, les effets de temps de transit, associés à l'étendue finie du champ électrique imposé de l'extérieur, n'interviennent plus pour annuler la contribution des particules de vitesse

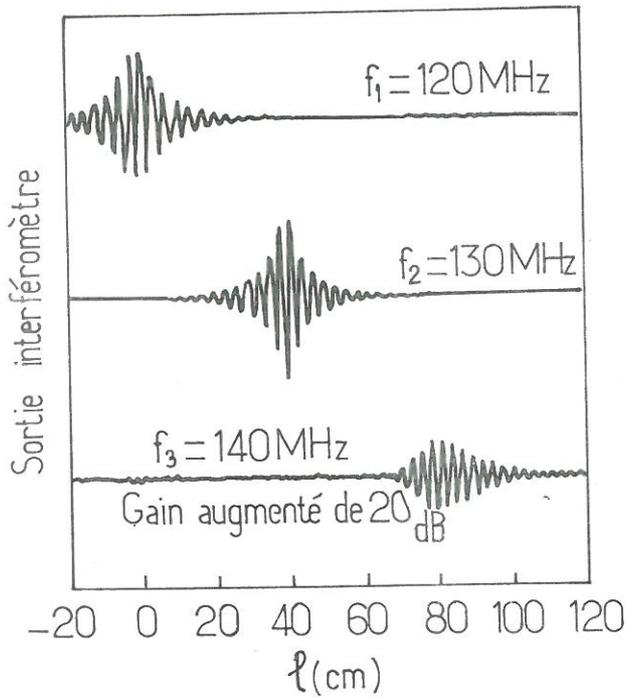


FIG. 1 - Echo ( $m = 1, n = 2$ )  
 Courbes supérieures  
 amplitude des ondes  
 Courbe inférieure  
 amplitude de l'écho

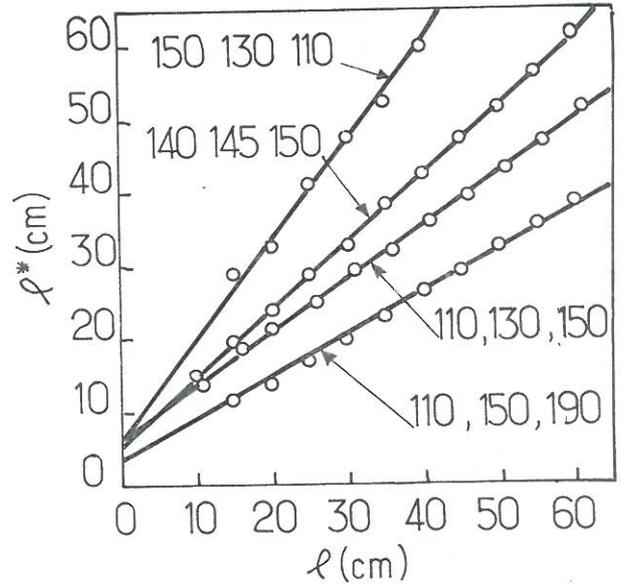


FIG. 2 - Position du maximum de l'écho en fonction de la distance entre émetteurs. Les fréquences ( $f_1, f_2, f_3$ ) sont en MHz.

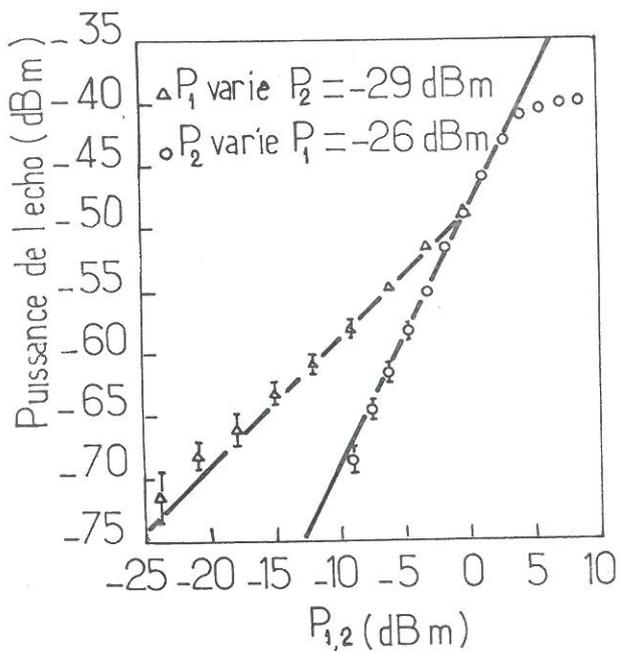


FIG. 3 - Puissance de l'écho en fonction de la puissance des ondes mères  
 [D'après la référence 1]

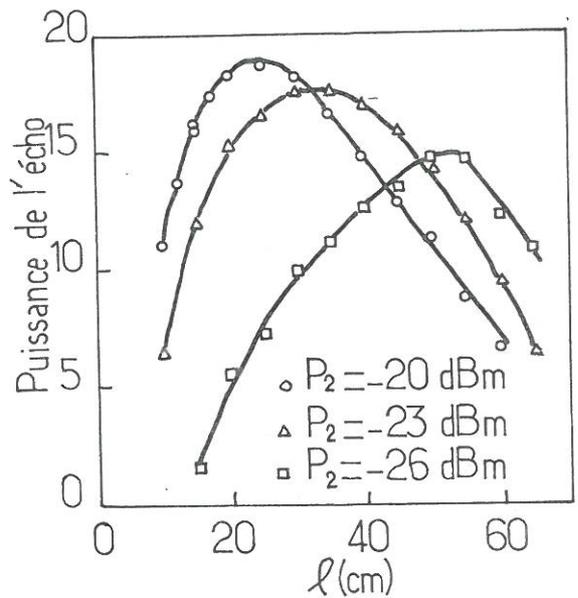


FIG. 4 - Puissance de l'écho en fonction de la distance entre émetteurs  
 $P_1 = -32$  dBm



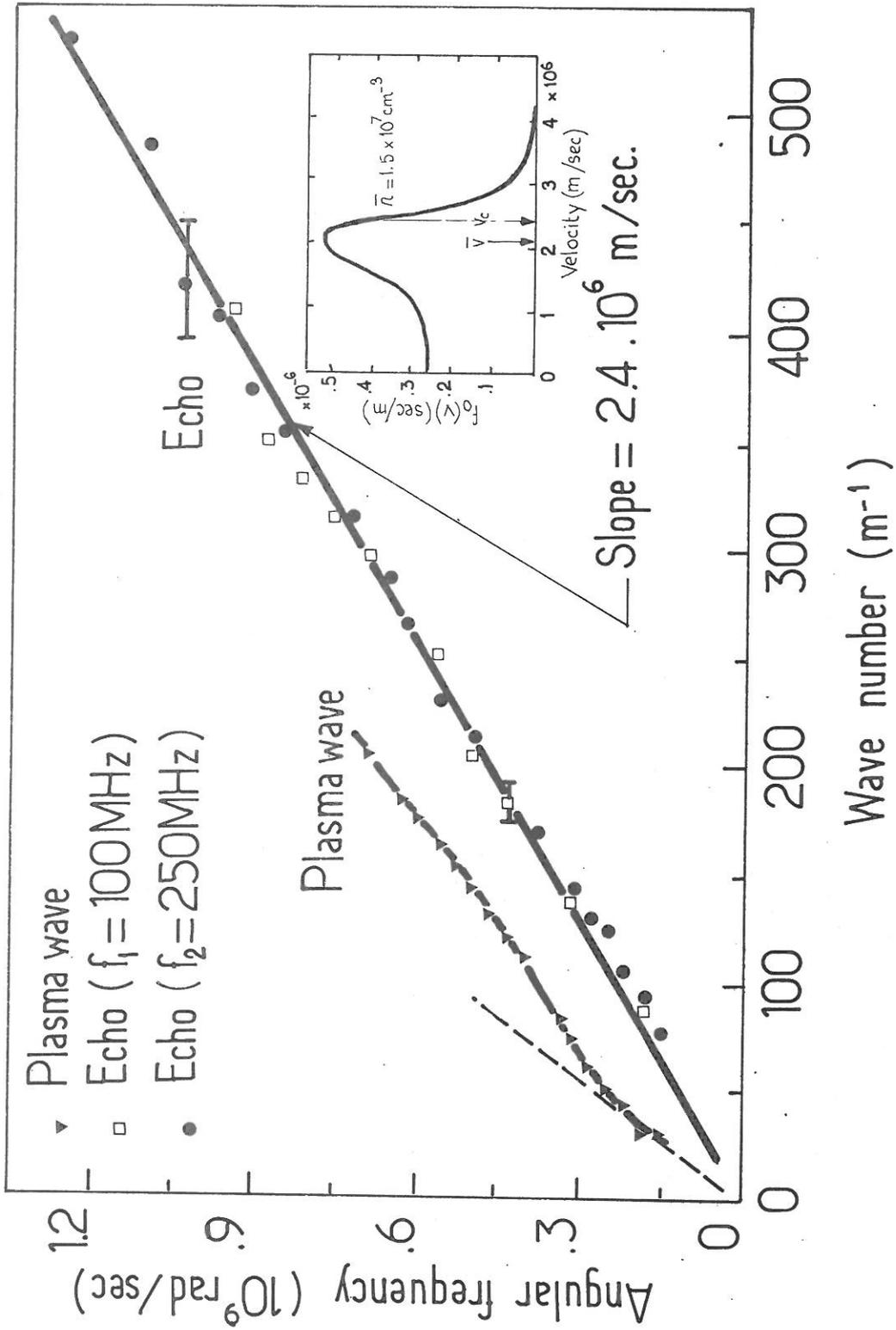


FIG. 5 - Nombre d'onde d'une onde de plasma et d'un écho (1,1) pour un plasma de fonction de distribution  $f_0(v)$ , animé d'une vitesse de dérive. [D'après la référence 4].



thermique puisque celles-ci sont animées d'un mouvement de dérive.

La contribution à l'écho des particules de vitesse thermique est d'autant plus marquée que la vitesse de dérive est grande, que la pente de la fonction de distribution l'est aussi et que la valeur du produit  $\phi_2 \ell$  est petite.

Pour exciter des échos "non self-consistent" dans un plasma maxwellien, il faudrait que le champ imposé de l'extérieur ait une extension inférieure à la longueur de Debye et que le potentiel appliqué soit de l'ordre de

$$\phi_2 \sim \frac{ma^3}{q\omega} \frac{1}{\ell}$$

D'autres auteurs [5,6] ont publié des résultats concernant des échos self-consistents. La colonne de plasma a une densité de l'ordre de  $10^8$  électrons par  $\text{cm}^3$  et une température élevée, de l'ordre de 25 eV. L'écho dans sa montée est du aux particules dont la vitesse est celle de l'onde 1, et dans sa descente aux particules de vitesse identique à la vitesse de phase de l'onde de même fréquence que l'écho. Le fait d'avoir une vitesse thermique élevée, diminue la contribution des particules thermiques.

La théorie linéarisée semble donc bien vérifiée, pour des faibles amplitudes des ondes et des distances entre émetteurs faibles. Il est cependant malaisé de confronter les limites théoriques d'application de cette théorie avec les limites obtenues expérimentalement. Le coefficient de couplage des dispositifs utilisés pour exciter les ondes n'est pas connu. D'autre part, il faut noter qu'aucune expérience n'a pu mettre en évidence à la fois des échos self-consistents et des échos non self-consistents.

REFERENCES CHAPITRE V

- [1] J.H.MALMBERG, C.B.WHARTON, R.W.GOULD, T.M.O'NEIL, Phys.Fluids, 11, 6, 1147 (1968)  
J.H.MALMBERG, C.B.WHARTON, R.W.GOULD, T.M.O'NEIL, Phys.Rev. Letters, 20, 3, 95 (1968)
- [2] H.IKEZI, N.TAKAHASHI, Phys.Rev.Letters, 20, 4, 140 (1968)  
D.R.BAKER, N.R.AHERN, A.Y.WONG, Phys.Rev.Letters, 20, 7, 318 (1968)  
A.Y.YONG, D.R.BAKER, Phys.Rev., 188, 1, 326 (1969)  
H.IKEZI, N.TAKAHASHI, K.NISHIKAWA, Phys.Fluids, 12, 4, 853 (1969)  
H.IKEZI, R.J.TAYLOR, Phys.Fluids, 13, 9, 2348 (1970)  
G.HINZPETER, Phenomena on Ionized Gases, 480 Bucharest (1969)
- [3] P.HEYMANN, K.SAUER, Phys.Letters, 35A, 1, 51 (1971)
- [4] B.H.RIPIN, R.E.PECHACEK, Phys.Rev.Letters, 24, 24, 1330 (1970)
- [5] R.GOGORTH, P.NIELSEN, K.W.GENTLE, A.P.S., Annual Meeting, Bull.Americ.Phys.Soc., 107, 108, p.1043 (Nov.1970)
- [6] R.GOFORTH, K.W.GENTLE, Phys.Fluids, 14, 12, 2778 (1971)

## CHAPITRE VI

### DISPOSITIF EXPERIMENTAL. GRANDEURS CARACTERISTIQUES DU PLASMA. DISCUSSION DES HYPOTHESES DES MODELES THEORIQUES.

L'étude expérimentale des échos d'ondes de plasma électroniques est effectuée sur la colonne de plasma du dispositif EOS. La description détaillée de ce dispositif figure dans la référence [1]. Les principales caractéristiques du dispositif "Etude d'Ondes Stationnaires" sont rappelées. Puis les différentes techniques utilisées pour mesurer les grandeurs caractéristiques, ainsi que celles-ci, sont présentées. Enfin, la validité des hypothèses des deux modèles théoriques est discutée, compte tenu des paramètres du plasma.

#### VI.1 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL EOS

Une enceinte à vide, constituée d'une chambre en acier inoxydable, (section 14 cm x 14 cm ; longueur 1,50 m) est pompée à chacune de ses extrémités (vitesse de pompage,  $2 \times 500 \text{ ls}^{-1}$ ) (Fig. VI.1,2). Le vide résiduel obtenu dans l'enceinte est inférieur à  $10^{-8}$  mm de Hg/. A une extrémité de l'enceinte est disposée la source de plasma, à l'autre, l'analyseur d'énergie et les mécanismes de déplacement longitudinal des sondes. De nombreux hublots, placés le long de l'enceinte, permettent le montage d'autres sondes. Ces sondes, disposées perpendiculairement à l'axe de l'enceinte, permettent une exploration radiale du plasma. Ces diverses sondes peuvent aussi être utilisées comme antenne d'émission ou de réception.

Un ensemble de 35 bobines permet de produire un champ magnétique longitudinal variant continuellement jusqu'à 7500 gauss. Le défaut d'homogénéité du champ magnétique, le long de l'axe du dispositif est inférieur à  $\pm 0,5 \%$  sur une longueur de 64 cm.

Une décharge à cathode chaude, alimentée généralement en Argon, crée un plasma (Fig. VI.3). Celui-ci diffuse par un orifice de 2 mm de diamètre le long des lignes de force du champ magnétique. La décharge fonctionne en régime continu et à faible pression (pression de l'ordre de  $10^{-3}$  mm de Hg). Le vide dans l'enceinte lorsque la décharge fonctionne est de l'ordre de  $10^{-7}$  à  $10^{-6}$  mm de Hg.

## VI.2 - GRANDEURS CARACTERISTIQUES DU PLASMA

Les grandeurs caractéristiques du plasma sont la densité, la température, leurs variations spatiales et leurs fluctuations temporelles, la fonction de distribution des vitesses électroniques. La mesure de ces grandeurs implique l'utilisation d'un certain nombre de diagnostics, mis au point précédemment et qui seront succinctement exposés.

### VI.2.1 - DENSITE ELECTRONIQUE

#### A. Densité moyenne. Densité le long de la colonne.

##### Profil radial de densité.

La densité moyenne de la colonne de plasma est obtenue en mesurant le glissement de fréquence d'une cavité résonnante sur le mode  $TM_{020}$ , insensible à l'action du champ magnétique [2]. De la valeur pondérée  $\langle n(r) \rangle$  mesurée par la cavité, il est possible de remonter à la densité sur l'axe  $n(0)$  connaissant le profil de densité.

$$n(0) = \langle n(r) \rangle \frac{\int_0^a J_0^2(\epsilon_{02} \frac{r}{b}) r dr}{\int_0^a f(r) J_0^2(\epsilon_{02} \frac{r}{b}) r dr}$$

où  $\epsilon_{02}$  est le deuxième zéro de la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0,  $b$  et  $a$  respectivement le rayon de la cavité et du plasma,  $f(r)$  le profil de densité normalisé. La cavité est située derrière l'orifice par lequel le plasma diffuse, et ne peut être

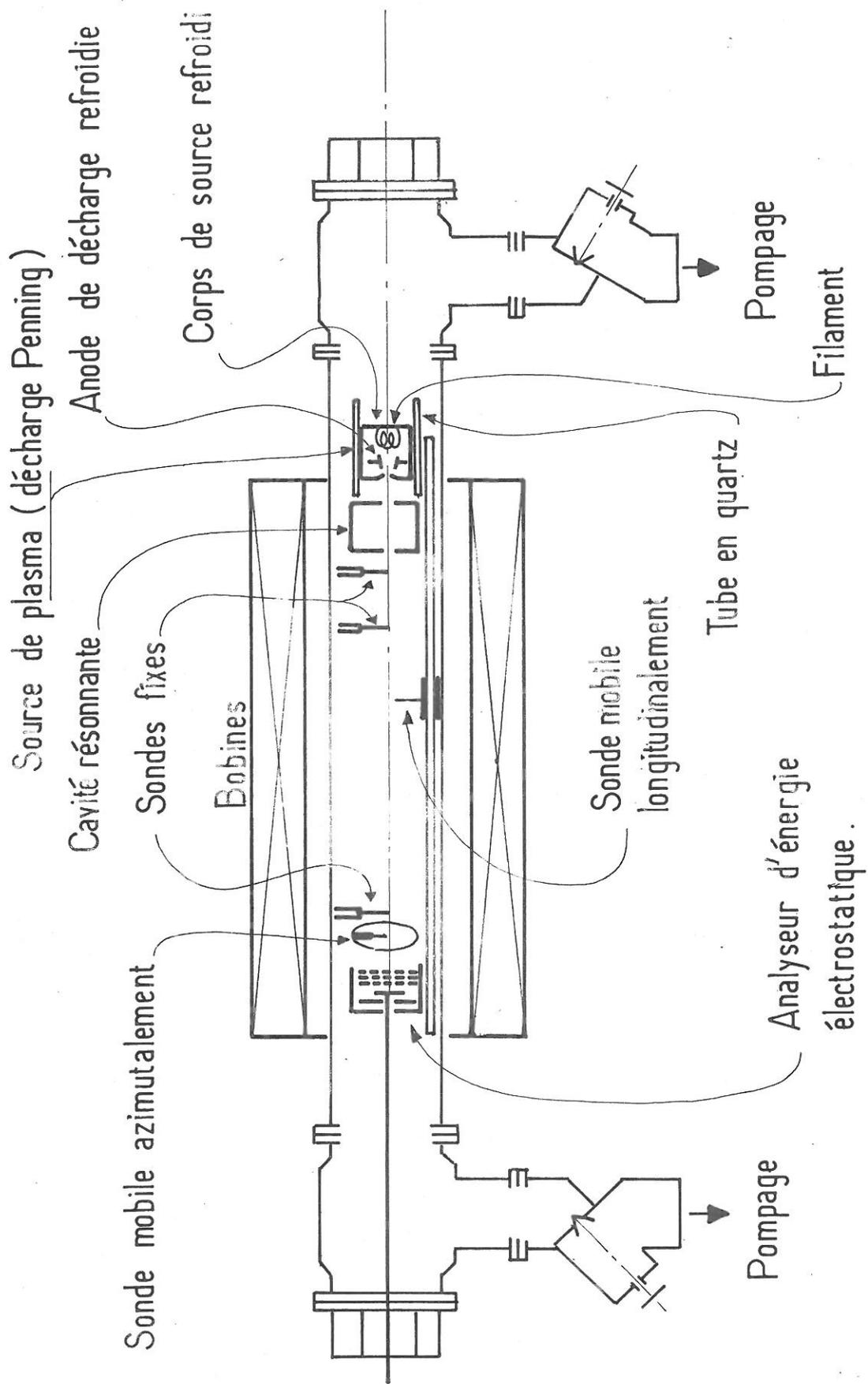


FIG. 1 - Schéma de principe de l'expérience E.O.S.



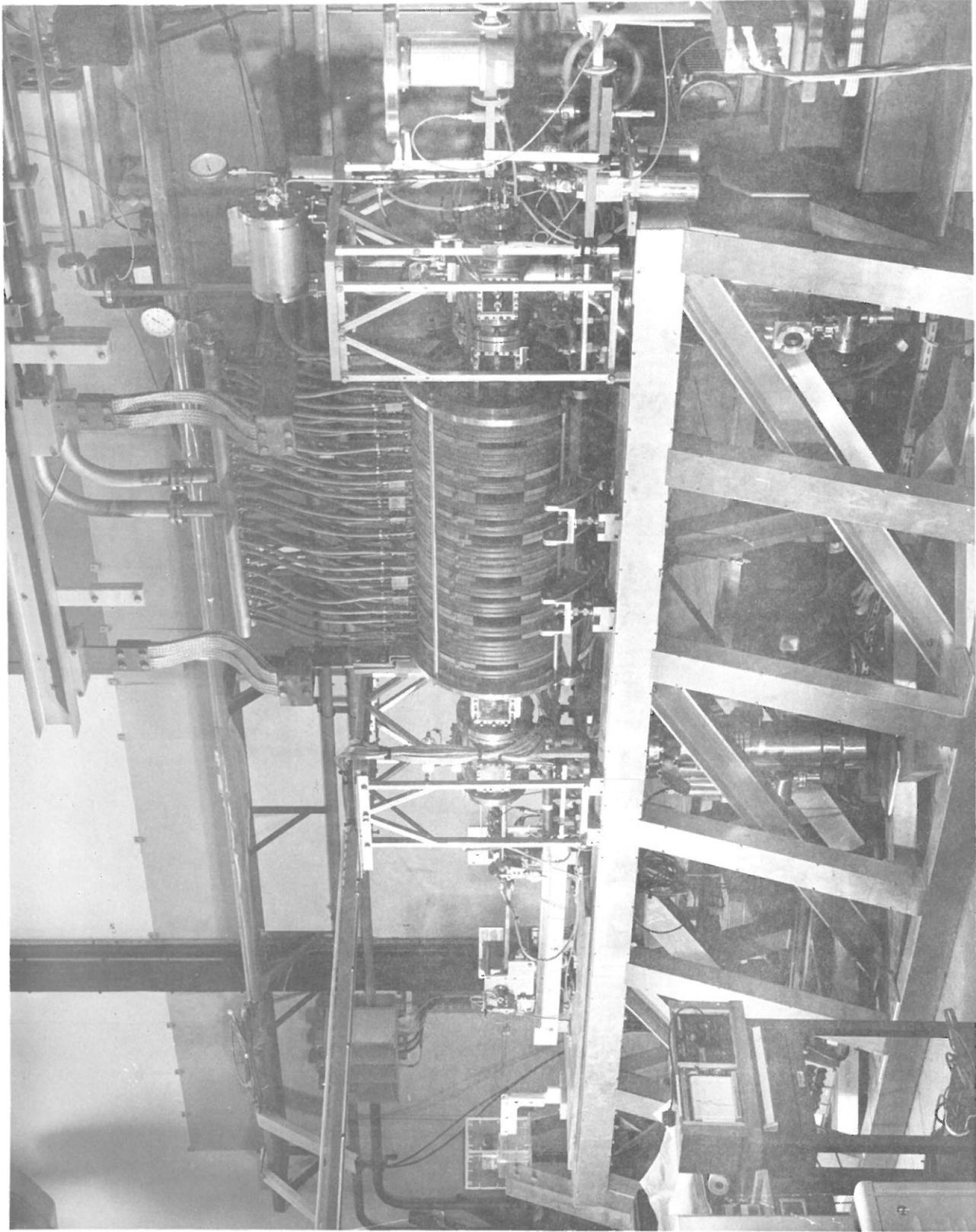


Fig. VI-2    DISPOSITIF EXPERIMENTAL "E.O.S."  
Vue d'ensemble



# Fig. VI.3 - SOURCE DE PLASMA DÉCHARGE PENNING A CATHODE CHAUDE

CORPS DE LA SOURCE ETANCHE

AU VIDE ; L.int = 2,9cm ;  $\phi$ int. : 5,8cm

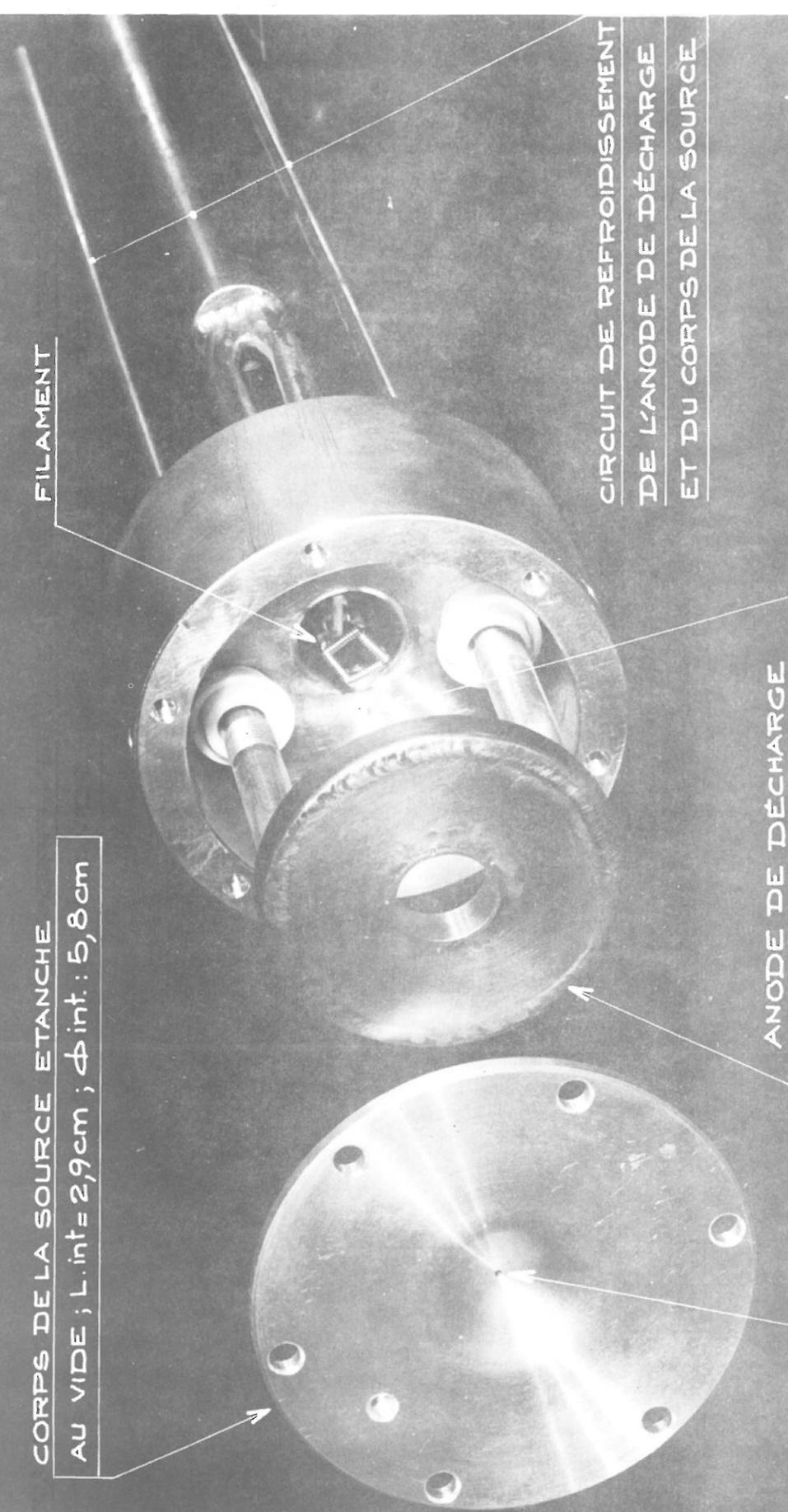
FILAMENT

CIRCUIT DE REFROIDISSEMENT  
DE L'ANODE DE DÉCHARGE  
ET DU CORPS DE LA SOURCE

ANODE DE DÉCHARGE

ORIFICE D'ARRIVEE DE GAZ  $\phi$  1mm

ORIFICE  $\phi$  1,6mm PERMETTANT LA DIFFUSION DU PLASMA





déplacée : elle fournit donc la valeur moyenne de la densité à la sortie de cet orifice. Cette densité varie entre  $10^8$  et  $10^9$   $\text{cm}^{-3}$  électrons.

La mesure du courant collecté par un analyseur, compte tenu de la connaissance de la fonction de distribution, permet de déterminer la densité moyenne du plasma le long de l'axe de la colonne. A la fonction de distribution des vitesses électroniques

$$f_0(v) = \frac{\langle n(r) \rangle e}{a\sqrt{\pi}} e^{-\frac{v^2}{a^2}}$$

correspond un courant de saturation I

$$I = S \frac{e \langle n(r) \rangle a}{\sqrt{\pi}}$$

S désignant la surface limitant la collection des électrons. La densité moyenne s'en déduit. Ce résultat est comparé à la mesure de la densité obtenue avec une sonde de Langmuir.

Le déplacement d'une sonde de Langmuir le long de l'axe de la colonne montre qu'il existe un gradient longitudinal de densité. Ce gradient varie avec les conditions expérimentales. Lorsque la tension appliquée sur la première électrode de l'analyseur est voisine du potentiel plasma, ce gradient est de (Fig.VI.4)

$$\frac{1}{\langle n \rangle} \frac{d\langle n \rangle}{dz} = 4.10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

Des mesures effectuées à l'aide d'une sonde de Langmuir permettent d'obtenir le profil radial de la densité électronique (Fig.VI.5).

### B. Fluctuations temporelles de la densité

Les fluctuations temporelles de la densité, observées à l'aide d'une sonde reliée à un analyseur de spectre, sont essentiellement des oscillations de fréquence inférieure à 5 Mhz. Des oscillations aléatoires du courant de saturation ionique d'une cible placée dans le plasma, on déduit que le taux de fluctuation de la densité électronique est voisin de 20 %.

Ces fluctuations sont responsables de la perte de corrélation entre les signaux collectés par deux sondes séparées par une distance  $z$  lorsqu'une onde monochromatique se propage dans le plasma. Cette perte de corrélation permet d'évoluer quantitativement le taux de fluctuation du plasma. A la fluctuation moyenne de densité,  $\langle \Delta n_e \rangle$ , au voisinage de la densité moyenne  $n_0$  est associée une fluctuation du nombre d'onde  $\langle \Delta k \rangle$  autour de  $k_0$  telle que  $k_0$  et  $n_0$  vérifient

$$\varepsilon(k_0, \omega, n_0) = 0$$

et que  $\langle \Delta k \rangle \langle \Delta n_e \rangle$  vérifient

$$\left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial n_e} \right)_{k_0} \langle \Delta n_e \rangle + \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial k} \right)_{n_0} \langle \Delta k \rangle = 0$$

Lorsque l'onde se propageant dans le milieu est très faiblement amortie, le produit de corrélation entre le signal  $\phi_1$  d'une sonde fixe et celui  $\phi_2$  d'une sonde située à la distance  $z$  de la précédente est

$$\langle P \rangle = \langle \phi_1 \phi_2 \cos(kz + \Delta kz) \rangle$$

$\langle P \rangle$  tend vers zéro lorsque la distance  $z$  devient supérieure à la longueur de corrélation  $C$  définie par

$$\langle \Delta k \rangle = \frac{2\pi}{C}$$

$\langle \Delta n_e \rangle$  se déduit alors de la longueur de corrélation et de la constante diélectrique du milieu

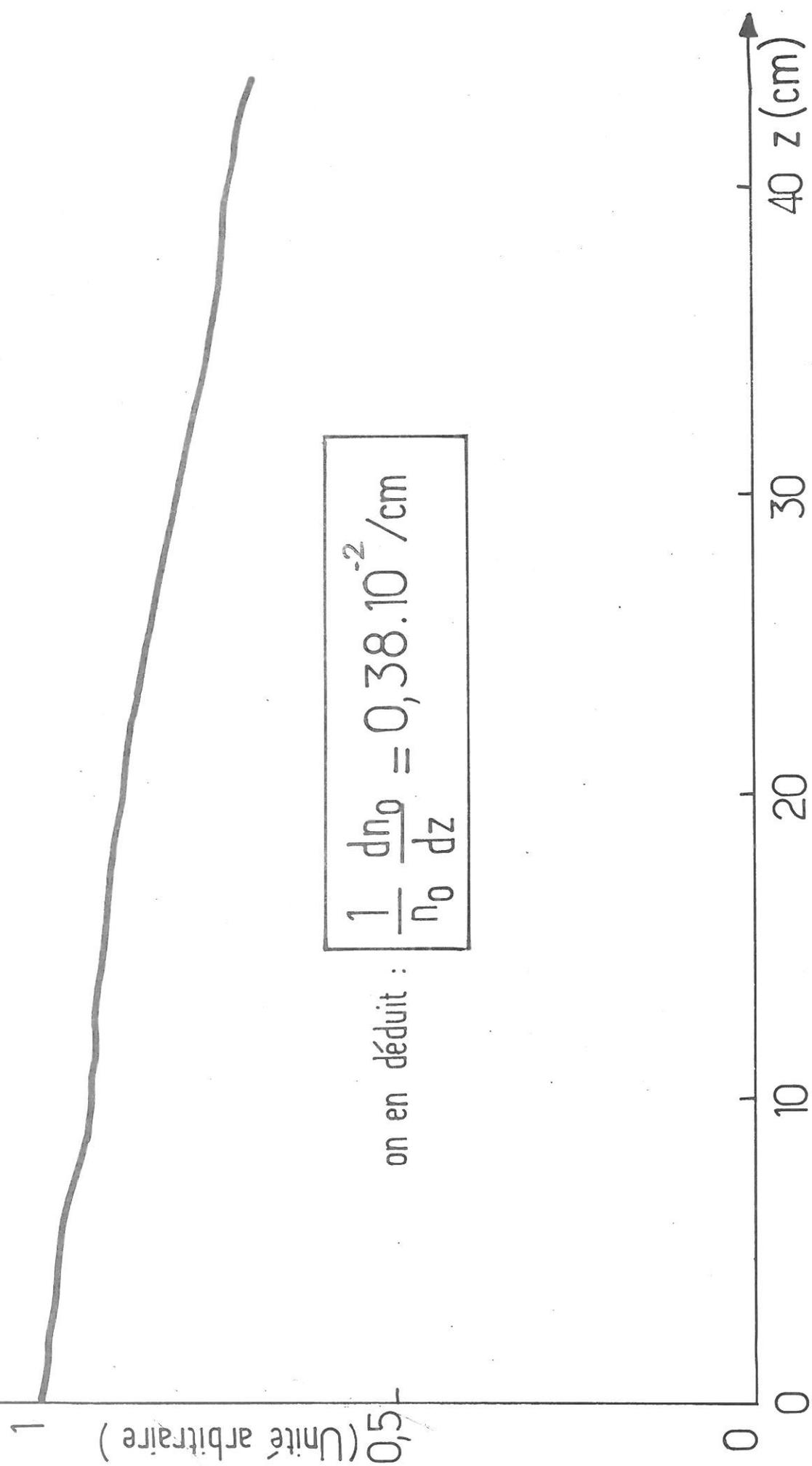
$$\langle \Delta n_e \rangle = \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial k} \right)_{k_0} \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial n_e} \right)_{k_0}^{-1} \frac{2\pi}{C}$$

La fluctuation relative de densité  $\frac{\langle \Delta n_e \rangle}{n_0}$  est alors

$$20 \% > \frac{\langle \Delta n_e \rangle}{n_0} > 10 \%$$

et dépend des conditions expérimentales.

$n_0$  Conditions expérimentales  $\langle n_0 \rangle \simeq 1,8 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$ ,  $T_e = 1,9 \text{ eV}$ ,  $B_0 \simeq 1500 \text{ gauss}$ .



$$\frac{1}{n_0} \frac{dn_0}{dz} = 0,38 \cdot 10^{-2} / \text{cm}$$

on en déduit :

FIG. 4 - Gradient longitudinal de densité.



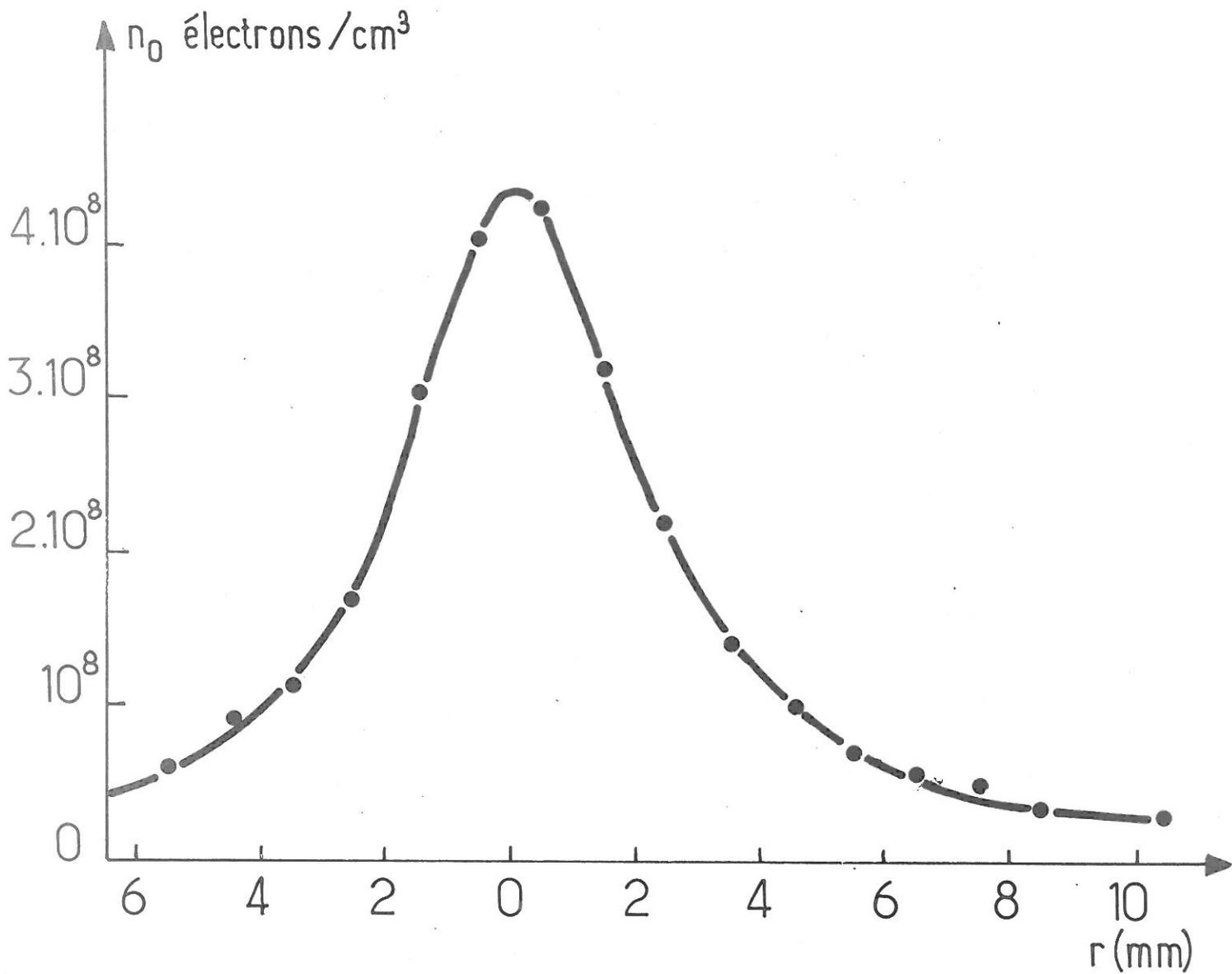


FIG. 5 - Profil de densité obtenu avec une sonde cylindrique  
 Plasma d'Argon  $B_0 = 2250$  gauss



### VI.2.2 - TEMPERATURE ELECTRONIQUE DU PLASMA

La température électronique du plasma est mesurée à l'aide de sondes cylindriques. Pour un plasma d'Argon, elle est de l'ordre de 2 eV. Il existe un faible gradient longitudinal de température telle que

$$\frac{1}{T_e} \frac{dT_e}{dx} = 3.10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

La température est constante radialement.

Les fluctuations de la température électronique sont de l'ordre de 10 %.

### VI.2.3 - FONCTION DE DISTRIBUTION

#### A. Dispositif expérimental

La fonction de distribution des vitesses électroniques se déduit de la dépendance du courant collecté  $I(V_c)$  par un analyseur électrostatique avec la tension d'analyse ( $V_c$ ) ou de la vitesse de coupure correspondante  $v_c$ .

$$I(V_c) = Sq \int_{v_c}^{\infty} dv v f_o(v)$$
$$v_c = \sqrt{\frac{2qV_c}{m}}$$

La dérivation de cette expression par rapport à la tension d'analyse fournit

$$F_o(V_c) = \frac{1}{Sq} \frac{dI}{dV_c}$$

L'analyseur<sup>[1]</sup> comporte un système de grilles et d'électrodes écrans (Fig.VI.6) telles que le plan dans lequel se trouve l'orifice de chaque grille reste équipotentiel. Une première électrode dite d'entrée, est polarisée à un potentiel voisin de celui du plasma et sert de diaphragme. La deuxième électrode, dite d'arrêt, est polarisée très positivement et réfléchit les ions. L'électrode suivante, d'analyse, est portée à un potentiel négatif,

variable, et laisse passer les électrons qui ont une énergie suffisante pour vaincre cette barrière de potentiel. Ces électrons sont recueillis par un collecteur, muni d'un anneau de garde.

La fonction de distribution s'obtient en effectuant une dérivation du courant par rapport à la tension d'analyse. Afin d'augmenter le rapport signal sur bruit, une technique de dérivation cohérente est utilisée (Fig.VI.6). La tension d'analyse est modulée et le courant détecté par l'analyseur est envoyé sur un détecteur synchrone auquel on injecte en référence le signal de modulation. Le signal du détecteur synchrone est alors envoyé sur la voie Y d'un enregistreur asservi en X à la tension d'analyse.

La connaissance du potentiel de plasma permet de déterminer la valeur absolue de la tension d'analyse. Ce potentiel de plasma est déterminé à l'aide d'une sonde émissive [4].

#### B. Fonction de distribution

La fonction de distribution, déduite de la mesure du courant collecté par l'analyseur, présente toujours une forme voisine d'une maxwellienne limitée aux vitesses positives (Fig.VI.7). Pour un plasma d'argent, cette mesure donne une température électronique qui est voisine de 2 eV.

Il existe cependant une incertitude sur l'origine ( $V = 0$ ) de cette distribution. Cette incertitude est liée à la résolution de l'analyseur et à la détermination du potentiel de plasma. La résolution de l'analyseur vers les faibles énergies est limitée à quelques dixièmes de volts, du fait de la charge d'espace entre les électrodes.

#### VI.2.4. RESUME DES CARACTERISTIQUES DU PLASMA

Dans les expériences sur les échos, le champ magnétique est de l'ordre de 1.500 Gauss, la pression de gaz (Argon) dans l'enceinte de l'ordre de  $10^{-6}$  mm de Hg. La densité moyenne du plasma comprise entre  $10^8$  et  $10^9$  el/cm<sup>-3</sup> et la température voisine de 2 eV. La colonne de plasma a un diamètre de 5 mm, et une longueur de 64 cm. On en déduit alors les caractéristiques du plasma qui sont reportées (Fig.VI.8).

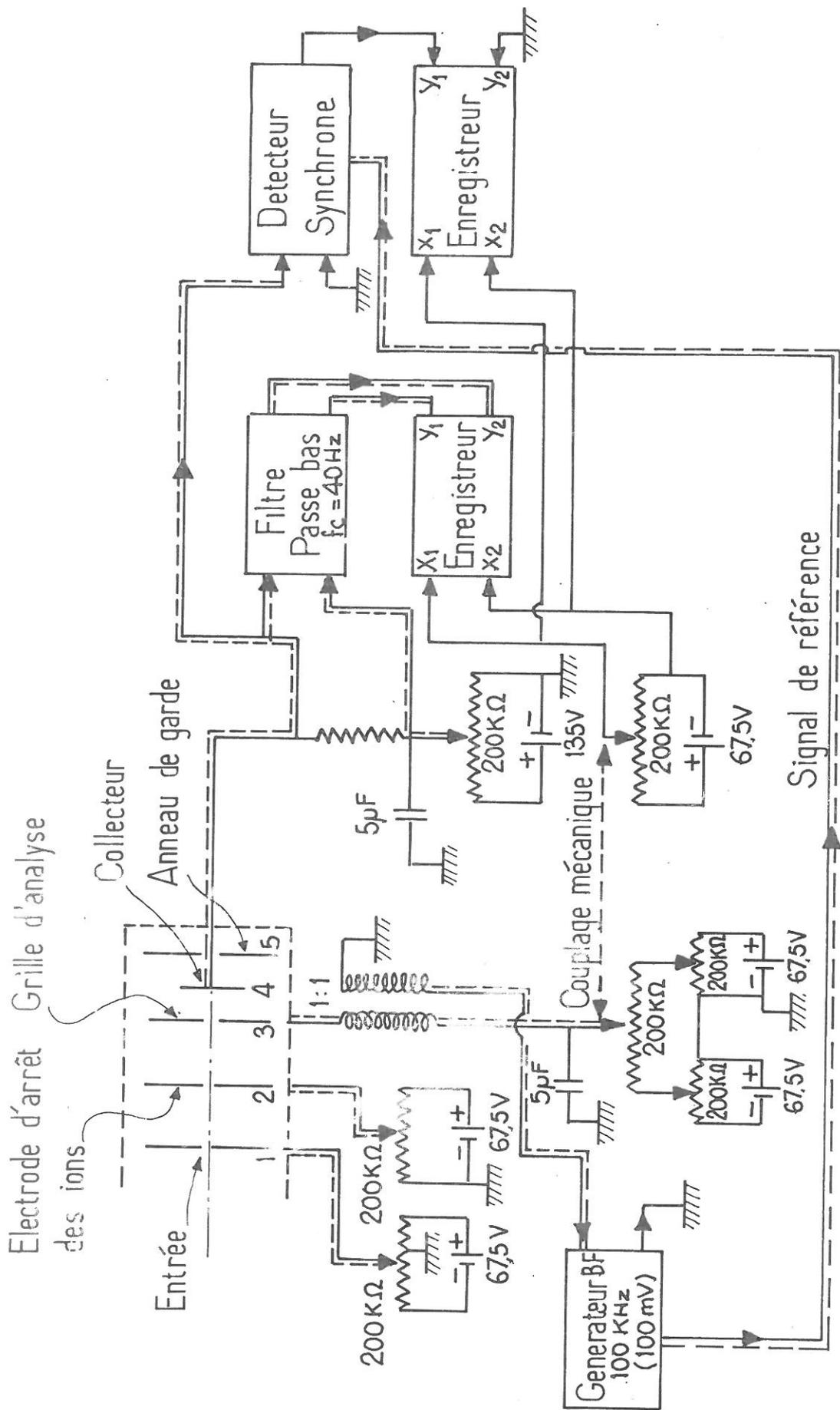


FIG. 6 - Dispositif d'enregistrement et de dérivation du courant collecté par l'analyseur.



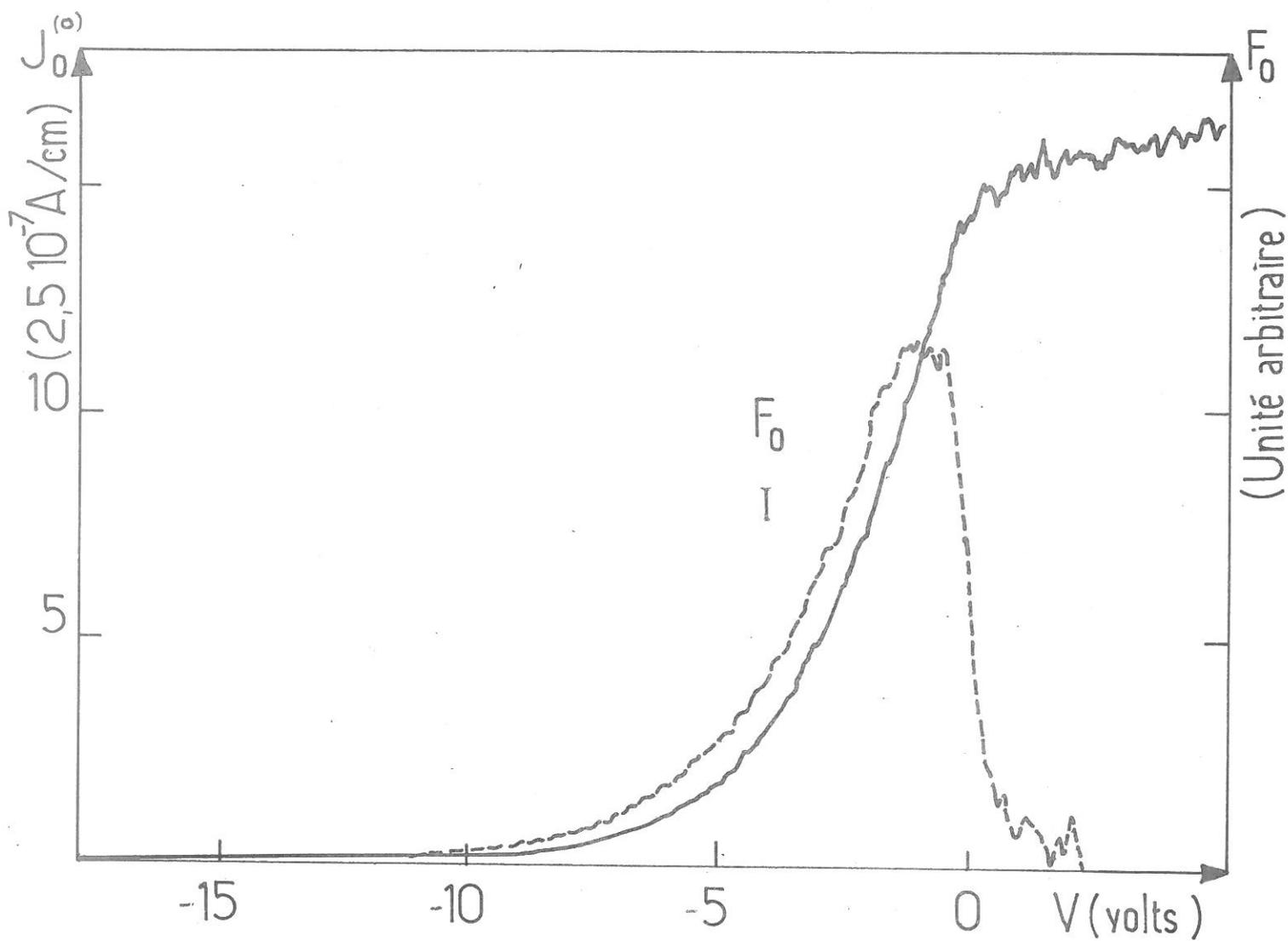


FIG. 7 - Courant  $I$  et fonction de distribution associée  $F_0$ .

Conditions expérimentales

plasma d'argon  $n_0 \approx 2 \cdot 10^8 \text{ el/cm}^3$   $B_0 \approx 1500 \text{ gauss}$

analyseur d'énergie  $V_{\text{entrée}} = +2 \text{ V}$ .  $V_{\text{arrêt}} = V_{\text{garde}} = V_{\text{coll}} = +50 \text{ V}$ .

dérivation au moyen d'un détecteur cohérent

(Fréquence de modulation : 100 kHz - Amplitude de modulation: 0,2 V)



GRANDEURS CARACTERISTIQUES DU PLASMA

GRANDEUR	VALEUR	UNITES
<b>MACHINE EOS</b>		
Longueur utile	64	cm
Diamètre du plasma	5	mm
Champ magnétique	2 500	gauss
Pression de neutre (Argon)	$\sim 10^{-6}$	mm Hg
<b>ELECTRONS</b>		
Densité moyenne	$10^8 - 5 \cdot 10^8$	$\text{cm}^{-3}$
Fréquence du plasma	90 - 220	MHz
Température électronique	$\sim 2$	eV
Longueur de Debeye	0,33 - 1,1	mm
Fréquence cyclotron	7	GHz
Rayon de Larmor	$5 \cdot 10^{-2}$	mm
Libre parcours moyen e-n	$> 10^4$	cm
Libre parcours e-i	$> 2 \cdot 10^3$	cm
<b>IONS</b>		
Fréquence plasma	0,3 - 0,8	MHz
Fréquence cyclotron	125	KHz

FIG. 8 - Caractéristiques de la colonne de plasma E.O.S.



### VI.3 - DISCUSSION DES HYPOTHESES DU MODELE THEORIQUE

La théorie des échos d'ondes de plasma électronique repose sur deux modèles qui ont en commun un certain nombre d'hypothèses

- le plasma est unidimensionnel
- le plasma est infini et homogène
- les collisions sont négligeables

#### VI.3.1. - PLASMA UNIDIMENSIONNEL

Le champ magnétique est tel que les fréquences utilisées pour les expériences d'écho, fréquence de l'ordre de celle de plasma électronique, sont inférieures à la fréquence cyclotronique électronique. Les mouvements transverses des électrons peuvent être négligés et le plasma considéré comme unidimensionnel.

#### VI.3.2. - PLASMA INFINI ET HOMOGENE

La colonne de plasma présente un faible gradient de densité longitudinal et la longueur de la colonne est de 64 cm. Pour des ondes amorties, le plasma peut être considéré comme longitudinalement infini. Il n'en est pas de même transversalement. L'existence d'un fort gradient radial de densité et des parois conductrices de l'enceinte entraîne une modification de la relation de dispersion. Des ondes peuvent se propager en-dessous de la fréquence plasma. Il apparaît, en géométrie limitée cylindrique, de nouveaux modes, caractérisés par leur nombre d'onde azimuthal ( $m$ ), et radial ( $\mu$ ).  $m$  traduit une dépendance de l'onde en  $e^{im\theta}$  où  $\theta$  est l'angle polaire dans un plan perpendiculaire à l'axe de la colonne.  $\mu$  représente le nombre de zéro de l'amplitude de l'onde le long d'un rayon. Seul le mode  $m = 0$   $\mu = 0$  est excité.

Pour des ondes fortement amorties, et de fréquences telles que

$$\frac{\omega}{\omega_p} > 1$$

les effets de géométrie se font moins sentir et la courbe de dispersion peut être approximée à celle du plasma infini [7]. La figure



(VI.9) montre la comparaison des courbes de dispersion obtenues dans différentes théories (plasma froid limité, plasma chaud infini, plasma chaud limité). En toute rigueur, lorsque la fréquence de l'écho est inférieure ou de l'ordre de la fréquence du plasma, il faudrait prendre dans l'expression de l'amplitude de l'écho, la constante diélectrique en géométrie finie<sup>[8]</sup>.

### VI.3.2 - COLLISIONS

La température électronique étant de 2 eV, la pression du gaz neutre en présence de plasma de l'ordre de  $10^{-6}$  mm de Hg et la densité de l'ordre de  $10^8 \text{ ecm}^{-3}$ , on en déduit les libres parcours moyens pour les collisions e-n,  $\lambda_{e-n}$ , et e-i,  $\lambda_{e-i}$

$$\lambda_{e-n} = 3.10^3 \text{ m} \quad \lambda_{e-i} = 3.10^2 \text{ m}$$

Ceux-ci sont largement supérieures aux dimensions du plasma. Le plasma n'est donc pas collisionnel.

### VI.3.3 - AMPLITUDE DES ONDES

La saturation de l'amplitude d'un écho se produit lorsque le taux de modulation est de l'ordre de l'unité soit

$$\omega_1 \frac{q}{m} \frac{1}{v^3} \frac{\phi_2 \ell}{\epsilon(\frac{\omega_2}{v}, \omega_2)} \sim 1$$

Négligeant l'effet de la constante diélectrique, puisque la deuxième onde est fortement amortie, et prenant les valeurs

$$\omega = 2\pi.10^8 \text{ s}^{-1} \quad v = 10^6 \text{ ms}^{-1}$$

il vient, pour le produit  $\phi_2 \ell$

$$\phi_2 \ell \sim 10^{-2} \text{ Volt m}$$

Comme, dans les expériences,  $\ell$  est de l'ordre de 10 cm, l'inégalité

$$\frac{q\phi}{kT} < 1 \quad \text{est vérifiée.}$$

Cette inégalité reste vérifiée lorsque la fréquence de la deuxième onde décroît ; la variation de la constante diélectrique vient compenser la variation en  $v^3$ .



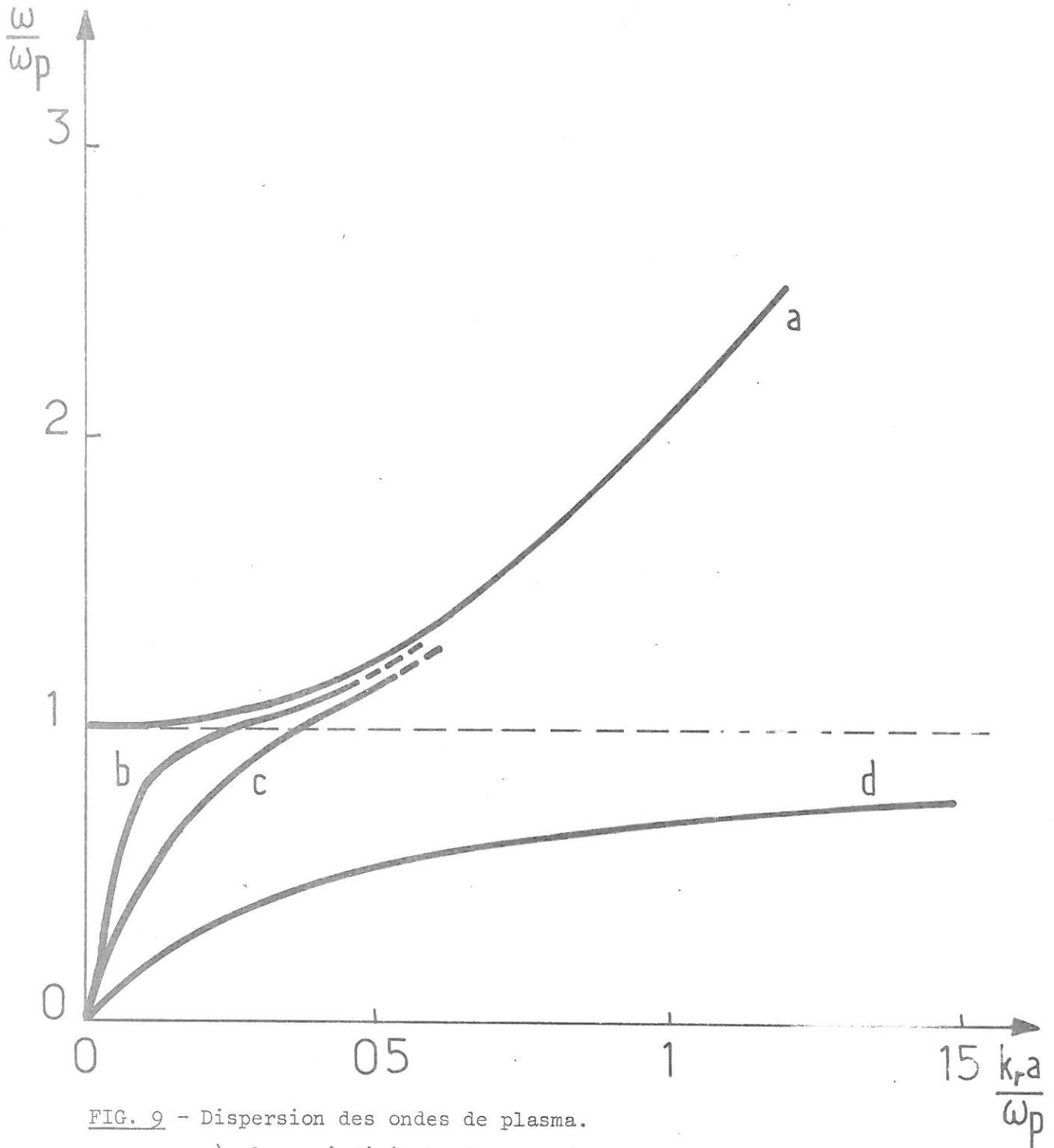


FIG. 9 - Dispersion des ondes de plasma.

a) plasma infini chaud

b) colonne de plasma chaud dans le vide  $\frac{\omega_p b}{a} = 27$ , b rayon du plasma

c) colonne de plasma chaud dans le vide  $\frac{\omega_p b}{a} = 10$

d) colonne de plasma froid

b et c d'après P.J. BARETT [6]

d d'après A. QUEMENEUR [6]



REFERENCES CHAPITRE VI

- [1] M.PERULLI, Rapport CEA-R-3639 (1968)  
J.OLIVAIN, Rapport EUR-CEA-FC-602 (1971)
- [2] H.HELD, C.B.WHARTON, Plasma diagnostic with microwave  
John Wiley (1965)  
C.ETIEVANT, M.PERULLI, Rapport EUR-CEA-FC-194 (1962)
- [3] A.QUEMENEUR, F.PERCEVAL, C.ETIEVANT, Conference on Plasma  
diagnostics, Culham (1968)
- [4] P.BLANC, P.DESCHAMPS, M.OCCHIONORELLI, DPh.PFC, Note interne  
n° 1033 (1969)  
P.DESCHAMPS, North International Conference on Phenomena in  
Ionized Gases 5-1-18 (1969)
- [5] J.H.MALMBERG, C.B.WHARTON, Phys.Rev.Letters, 13, 6 (1964)  
J.H.MALMBERG, C.B.WHARTON, Phys.Rev.Letters, 17, 4 (1966)
- [6] P.J.BARETT, H.G.JONES, R.N.FRANKLIN, Plasma Phys., 10, (1968)  
A.QUEMENEUR, Rapport EUR-CEA-FC-529 (1969)
- [7] W.E.DRUMMOND, Phys.Fluids, 7, 816 (1964)  
R.L.GUNSHOR, J.Appl.Phys., 37, 3630 (1966)
- [8] M.GUILLEMOT, Thèse  
T.H.JENSEN, Phys.of Fluids, 13, 7 (1970)



## CHAPITRE VII

### DISPERSION DES ONDES DE PLASMA SUR LA COLONNE EOS

Dans ce chapitre, des résultats expérimentaux sur la propagation des ondes de plasma électronique sur la colonne EOS sont confrontés à des résultats théoriques obtenus précédemment [1]. La mesure de la partie réelle et imaginaire du nombre d'onde permettent de tracer la courbe de dispersion des ondes. La partie imaginaire du nombre d'onde est, classiquement, reliée à la pente de la fonction de distribution, à la vitesse de phase de l'onde. La vérification d'une telle relation confirme la nature de l'amortissement de ces ondes (amortissement Landau). Les résultats ainsi obtenus permettront, dans un stade ultérieur, de comparer le nombre d'onde des échos à celui d'une onde de même fréquence que l'écho se propageant sur la colonne.

#### VII.1 - DETERMINATION DU NOMBRE D'ONDE

Seules des ondes du mode fondamental à symétrie azimutal ( $m = 0$ ,  $\mu = 0$ ) sont excitées dans la colonne. Ces ondes sont caractérisées par leur nombre d'onde longitudinal,  $k_r(\omega) + ik_i(\omega)$ , que l'on désire mesurer.

Deux sondes constituées par un fil de tungstène de 0,3 mm de diamètre, l'une fixe, l'autre pouvant se déplacer longitudinalement sont disposées perpendiculairement à l'axe du plasma (Fig.VII.1). La sonde fixe est reliée à un générateur haute fréquence ( $F \sim 100$  Mhz) modulé en amplitude à basse fréquence ( $f \sim 100$  KHz). La sonde réceptrice est reliée à un amplificateur au travers d'un filtre à 10 %. Le signal reçu est mélangé, à l'aide d'un cristal, avec le signal envoyé sur la sonde fixe. Le signal résultant est

envoyé sur un détecteur synchrone auquel est injecté, en référence, la fréquence,  $f$ , de modulation. Une telle détection fonctionne en interféromètre. Pour différentes fréquences,  $F$ , du générateur, la sonde réceptrice est déplacée le long de l'axe de la colonne. La position de cette sonde est fournie sous forme de tension à la voix  $x$  d'un enregistreur dont la voix  $y$  est reliée à la sortie de l'interféromètre. L'interférogramme (Fig.VII.2) ainsi obtenu, permet la mesure de la partie réelle du nombre d'onde. L'amplitude des ondes dans le plasma, du fait de la longueur de corrélation finie, ne peut être mesurée avec ce dispositif. Pour effectuer cette mesure, la sonde réceptrice est reliée, au travers d'un ampli, à un cristal détecteur étalonné au préalable. La partie imaginaire du nombre d'onde se déduit de cette mesure.

La puissance injectée dans le plasma est évaluée en utilisant deux sondes identiques et en déterminant le coefficient de couplage sonde-plasma. Si  $P_{1ex}$  est la puissance incidente sur la première sonde et  $P_{2ex}$  la puissance recueillie sur la deuxième sonde, le coefficient de couplage  $\chi$  se déduit de

$$\chi = \sqrt{\frac{P_{2ex}}{P_{1ex}}}$$

Bien que ce coefficient varie avec les caractéristiques du plasma et la fréquence des ondes, il reste voisin de 40 dB.

Des mesures effectuées à l'aide de sondes capacitives [2], ou la détermination de la longueur de piégeage de particules dans le puits d'une onde de grande amplitude [3], permettent de relier la puissance d'une onde dans le plasma au potentiel oscillant. Ainsi lorsqu'une puissance de 1 watt est injectée de l'extérieur, il apparaît dans le plasma une onde de puissance  $10^{-4}$  watt auquel il correspond un potentiel oscillant de 1 volt.

Pour les mesures de nombre d'onde la puissance dans le plasma est de l'ordre  $10^{-6}$  watt, et une réduction de celle-ci n'affecte pas les enregistrements de l'interféromètre : aucun effet non linéaire n'apparaît donc.

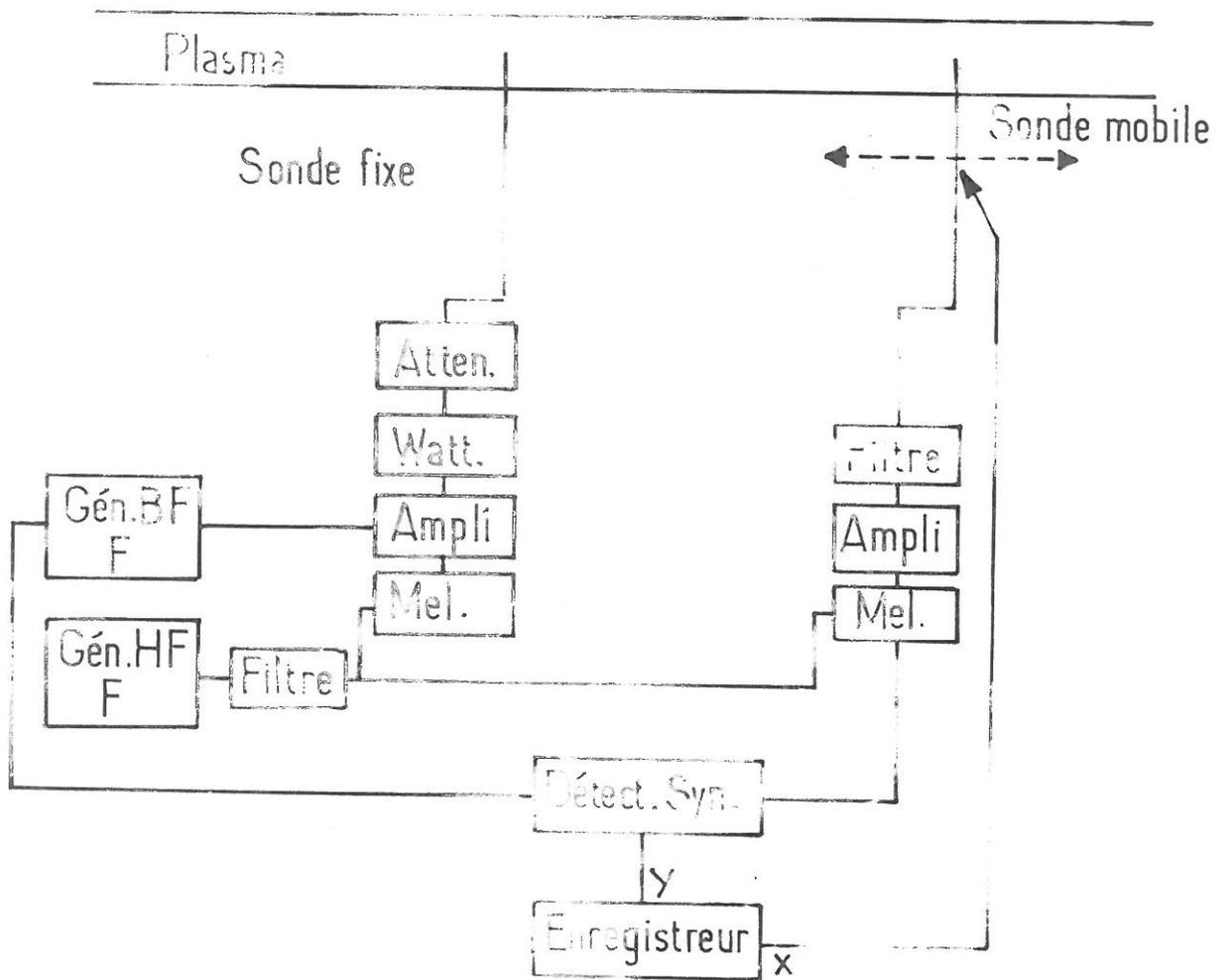


FIG. 1 - Mesure des nombres d'onde

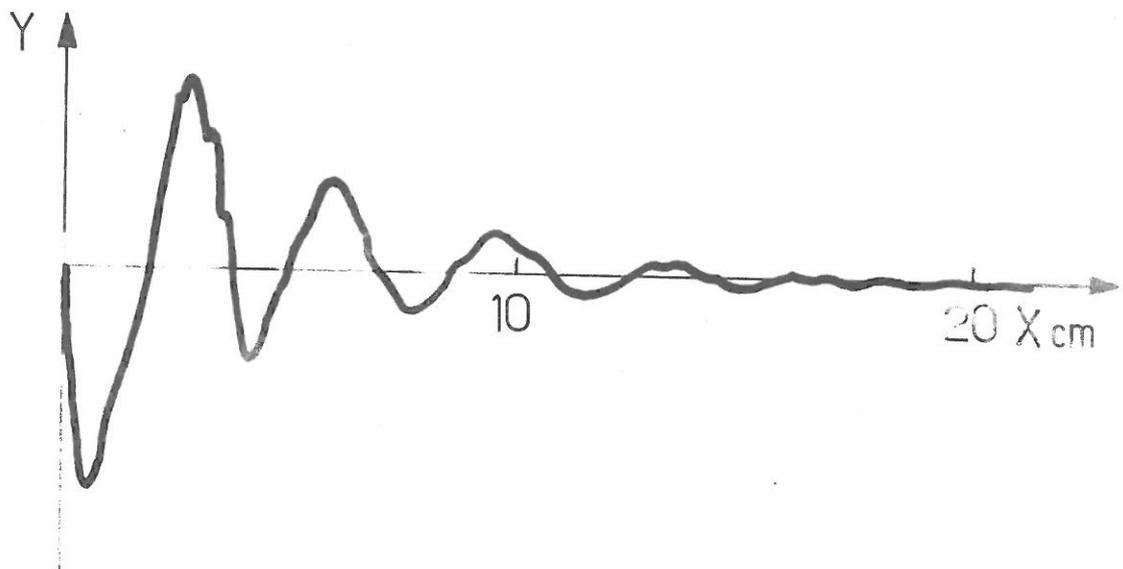


FIG. 2 - Signal de l'interféromètre ( $f = 70$  MHz). Y en fonction de la distance de la sonde mobile à la sonde de référence X.

$$n_e = 1,8 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$$

$$T_e = 1,9 \text{ eV}$$

$$B_0 = 1,4 \text{ KG}$$



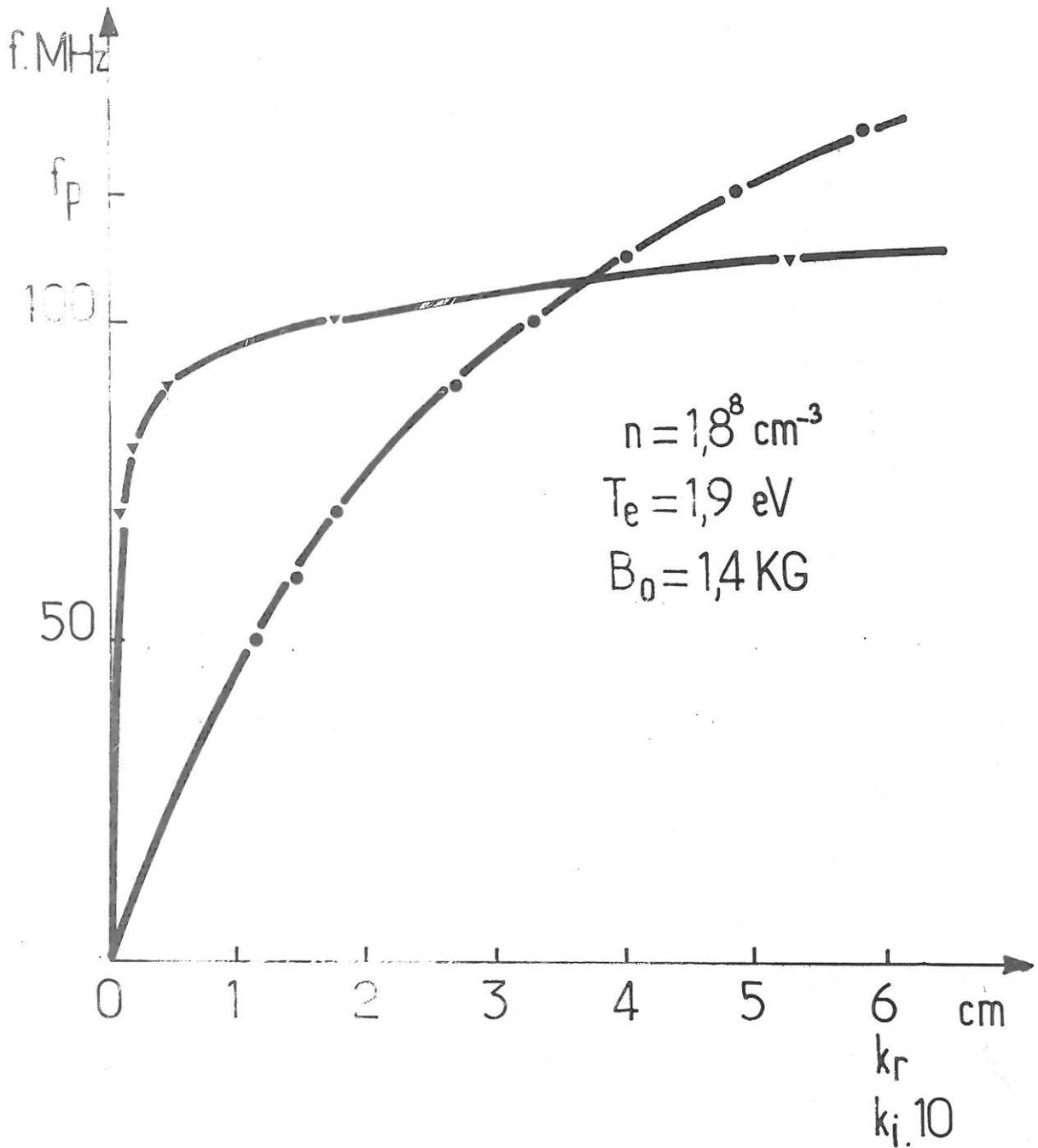


FIG. 3 - Courbe de dispersion. Partie réelle et imaginaire du nombre d'onde.  $k_r$ ,  $\bullet$  ;  $k_i$ ,  $\blacktriangledown$

$n_e = 1,8 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$        $T_e = 1,9 \text{ eV}$        $B_0 = 1,4 \text{ KG}$



VII.2 - COURBE DE DISPERSION

La courbe de dispersion (Fig.VII.3) résulte des mesures de longueur d'onde et d'atténuation effectuées à l'aide de l'interféromètre et d'un cristal détecteur indiquant l'amplitude de l'onde. La variation de la partie réelle du nombre d'onde avec la fréquence est en accord avec des calculs numériques effectués précédemment et tenant compte du profil radial de densité [4,5].

VII.3 - AMORTISSEMENT DES ONDES

La partie imaginaire du nombre d'onde se déduit de la connaissance de la vitesse de groupe  $v_g$ , de la partie réelle du nombre d'onde et de la relation de dispersion en milieu infini [1,6,7]

$$VII.1 \quad k_i = \pi \frac{\omega^2 P}{v_g} \frac{\text{Réel} \left[ \frac{1}{k} \frac{df_0}{dv} \right]_{v=\frac{\omega}{k}}}{\text{Réel} \frac{\partial \varepsilon(\omega, k)}{\partial \omega}}$$

Pour une onde faiblement amortie et pour une fonction de distribution normalisée, le développement de cette expression par rapport à  $\frac{k_i}{k_r}$  fournit

$$\frac{k_i}{k_r} = \sqrt{\pi} \frac{a}{v_g} \frac{x_r^4 \exp(-x_r^2)}{\left(1 + \frac{3}{2} x_r^2 + \frac{45}{4} \frac{1+x_r^2}{x_r^4}\right)}$$

où

$$x_r = \frac{a}{k_r \lambda}$$

La partie imaginaire du nombre d'onde n'est connue que de manière implicite. La vérification expérimentale de la formule précédente s'effectue en faisant coïncider sur un même diagramme les points représentatifs de

$$t_1 = \frac{\frac{k_i}{k_r}}{\cos x_r \frac{k_i}{k_r}}$$

où  $k_i$  et  $k_r$  sont déterminées expérimentalement, et la courbe représentative de la fonction

$$t_2 = \sqrt{\pi} \frac{a}{v_g} \frac{x_r^4 \exp - x_r^2}{1 + \frac{3}{x_r^2} + \frac{45}{4x_r^4}}$$

Dans la limite des incertitudes expérimentales, les points représentatifs de  $t_1$  se placent au voisinage de la courbe  $t_2$ . La vérification de la formule théorique est satisfaisante pour des ondes dont les fréquences vérifient (fig. VII.4).

$$40 \text{ MHz} < f < 120 \text{ MHz}$$

Pour des fréquences plus basses il apparaît des ondes stationnaires. Pour des fréquences plus élevées, l'incertitude sur la mesure de la longueur d'amortissement est telle qu'aucune vérification n'est possible. La connaissance de la courbe de dispersion et de la température électronique permettent de remonter à la fonction de distribution des vitesses non perturbées ; la dérivée de la fonction de distribution, à la vitesse de phase de l'onde excitée dans le plasma, est proportionnelle à la partie imaginaire du nombre d'onde (1). La constante de proportionnalité fait intervenir la partie réelle du nombre d'onde, la vitesse de phase  $v_\phi$  et la vitesse de groupe  $v_g$ . Pour comparer la fonction de distribution résultant de mesures effectuées à l'analyseur et résultant de la courbe de dispersion, les vitesses sont exprimées par leur équivalent en tension  $V$  qui est proportionnelle à l'énergie de la particule.

$$\frac{1}{2} mv^2 = qV$$

La relation (1) devient alors :

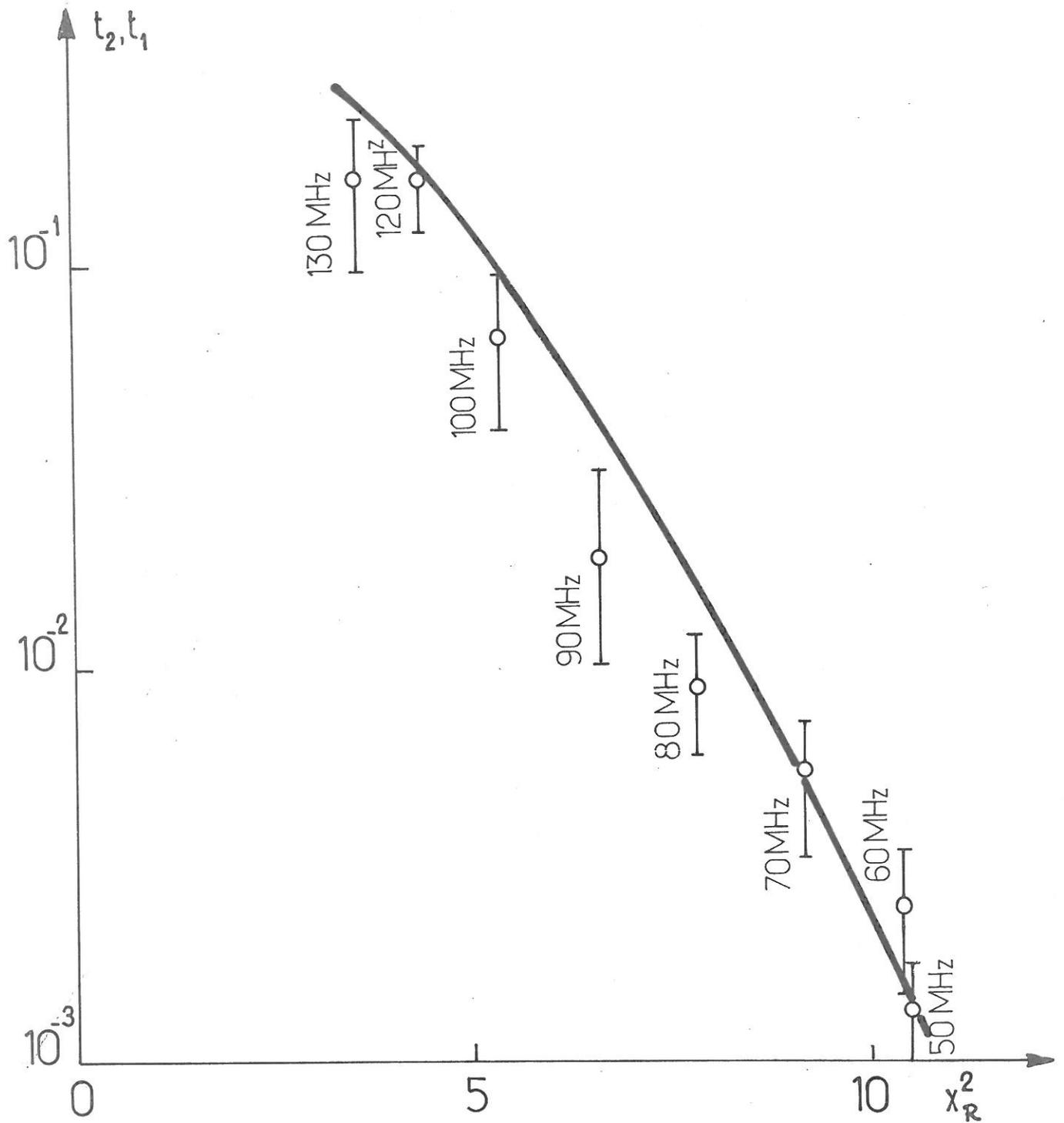


FIG. 4 - Vérification expérimentale de la formule donnant la partie imaginaire du nombre d'onde

— courbe représentative de  $t_2 = \sqrt{\pi} \frac{a}{v_g} \frac{X_R^4 \exp - X_R^2}{\left(1 + \frac{3}{X_R^2} + \frac{45}{4} \frac{1}{X_R^4}\right)}$

○ valeurs de  $t_1 = \frac{k_i}{k_r} \frac{1}{\cos^2 x_R^2 \frac{k_i}{k_r}}$  calculé à partir de la mesure

de  $k_i$  et  $k_r$   
 $n_e = 1,8 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$        $T_e = 1,9 \text{ eV}$        $B_0 = 1,4 \text{ KG}$



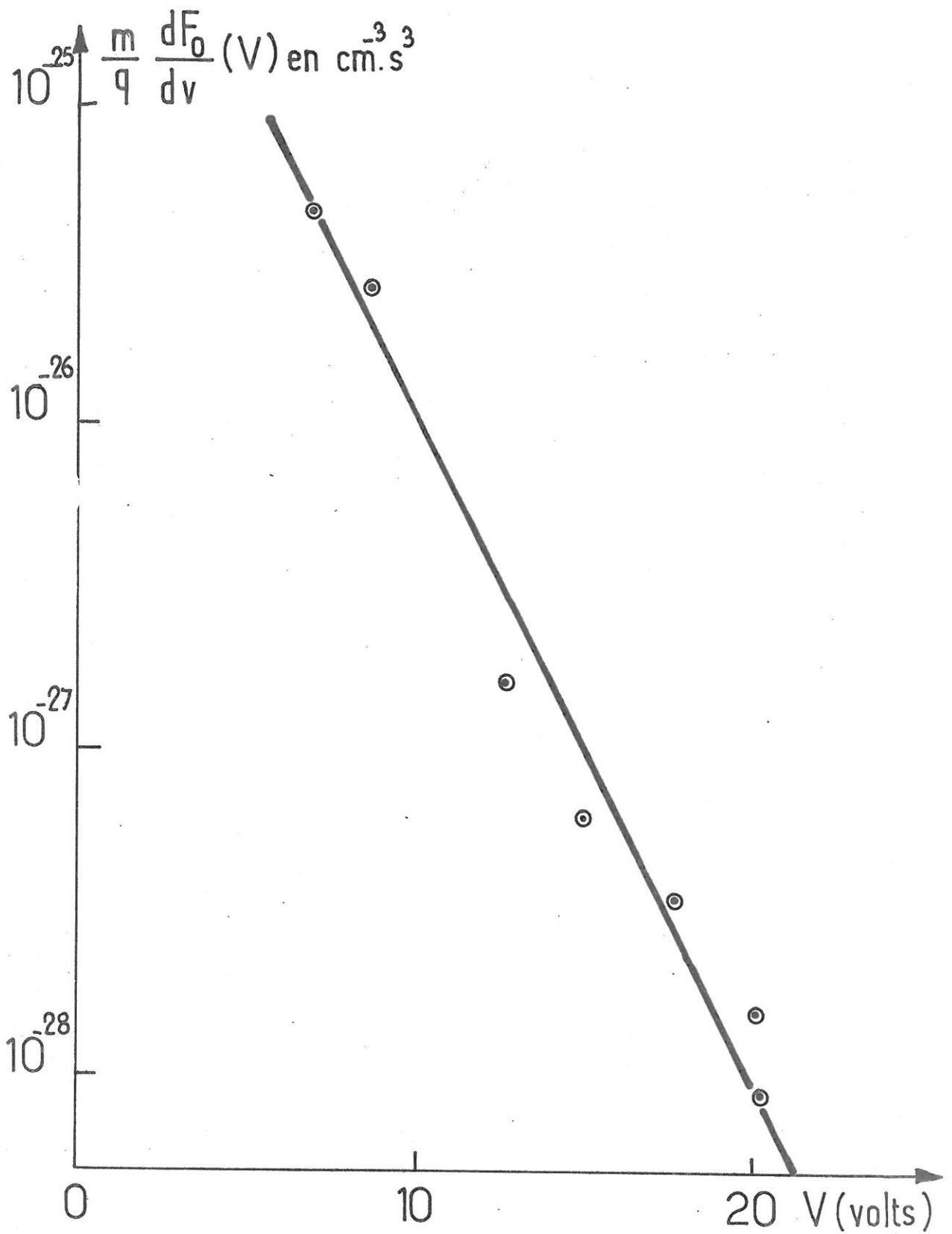


FIG. 5 - Dérivée de la fonction de distribution par rapport à l'énergie

— mesurée à l'analyseur

⊙ calculée à partir des courbes de dispersion

$n_0 = 1,8 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$        $T_e = 1,9 \text{ eV}$        $B_0 = 1,4 \text{ KG}$



$$\text{VII.2} \quad \left(\frac{df}{dV}\right)_{v=\frac{1}{2}} = \frac{1}{\pi} \frac{q}{m} \frac{k_1}{k_r} \frac{v_g}{v} \frac{1}{4} \left(1 + \frac{3}{x_r^2} + \frac{45}{4} \frac{1}{x_r^4}\right)$$

La courbe représentative de  $\frac{df}{dV}$ , déduite de mesures effectuées à l'aide de l'analyseur et les points calculés à l'aide de la relation précédente, pour chaque valeur de tension correspondant à la vitesse de phase de l'onde, sont portés sur un même graphique (Fig.VII.5). L'ordonnée à l'origine de la courbe n'est connue qu'en valeur relative ; cette ordonnée est normalisée à l'aide des points expérimentaux obtenus à partir de la relation précédente (2). La Fig.VII.5 montre que la fonction de distribution est une fonction de distribution maxwellienne et que le coefficient d'amortissement est proportionnel à la pente de la fonction de distribution à la vitesse de phase de l'onde. On vérifie ainsi que les ondes sont amorties par effet Landau.

REFERENCES CHAPITRE VII

- [1] J.H.MALMBERG, C.B.WHARTON, W.E.DRUMMOND, Plasma Physics and controlled nuclear fusion research, vol.1, p.485, Culham (1965)
- [2] A.QUEMENEUR, F.PERCEVAL, C.ETIEVANT, C.R.Acad.Sc., Paris, B268, 139 (1969)
- [3] M.GUILLEMOT, G.MATTHIEUSSENT, J.OLIVAIN, F.PERCEVAL, A.QUEMENEUR, C.R.Acad.Sc.Paris, B272, 592 (1971)
- [4] A.QUEMENEUR, Rapport EUR-CEA-FC 529 (1969)
- [5] M.GUILLEMOT, Thèse, Paris (1972)
- [6] C.ETIEVANT, M.GUILLEMOT, G.MATTHIEUSSENT, J.OLIVAIN, F.PERCEVAL, Bulletin of the A.P.S., p.1450 (Nov.1970)
- [7] Equipe EOS et M.CAREYRE, Note EUR-CEA-FC n° 1074 (Nov.1970)

CHAPITRE VIII

AMPLITUDE DES ECHOS D'ONDES DE PLASMA ELECTRONIQUE

La théorie non linéaire des échos d'ondes de plasma électronique, prévoit un comportement nouveau de l'amplitude de l'écho lorsque l'amplitude des ondes excitées  $\Phi$ , la distance entre émetteurs,  $l$ , les fréquences  $\omega$  vérifient l'inégalité

$$\frac{g}{\pi} \frac{l}{v_{\phi}^3} \frac{\omega l \Phi}{s(\frac{\omega}{v_{\phi}}, \omega)} \gg 1$$

où  $v_{\phi}$  est la vitesse de phase des ondes.

L'amplitude d'un écho (1,n) dépend alors de manière dissymétrique de l'amplitude des ondes mères ; cette amplitude passe par un maximum puis décroît lorsque le produit de l'amplitude de la deuxième onde ( $\Phi_2$ ) par la distance entre les émetteurs ( $l$ ) croît. Le comportement de l'amplitude de l'écho avec celle de la première onde reste correctement prévu par la théorie linéaire.

L'amplitude à la saturation des échos (1,n) est du même ordre de grandeur ; cette saturation a lieu pour des valeurs de produit  $\Phi_2 l$  comparables.

Dans ce chapitre, les résultats expérimentaux obtenus sur la colonne de plasma EOS seront confrontés aux prévisions théoriques. Auparavant, les techniques mises en oeuvre pour exciter et détecter ces échos d'ondes de plasma électronique seront décrites.

VIII.1 - TECHNIQUES DE MESURE (Fig.VIII.1)

Les ondes sont excitées dans la colonne de plasma et l'écho détecté à l'aide de trois sondes constituées par du fil de tungstène de 0,3 mm de diamètre et d'environ 1 cm de longueur.

Deux de ces sondes peuvent être déplacées parallèlement à l'axe de la colonne de telle sorte qu'il soit possible de faire varier la distance entre les émetteurs et que l'écho puisse être détecté.

#### VIII.1.2 - EXCITATION DES ONDES

Deux des sondes sont utilisées comme émettrices. Elles sont reliées au travers d'atténuateurs, de wattmètres et d'amplificateurs sélectifs à des générateurs de haute fréquence. Les fréquences utilisées sont de l'ordre ou supérieures à la fréquence plasma ( $f_p \sim 90$  MHz).

Dans le but d'améliorer le rapport signal sur bruit, une technique de détection synchrone est utilisée. L'onde de fréquence  $\omega$  est modulée en amplitude à une fréquence  $\Omega$  ( $\Omega \sim 100$  KHz) à l'aide d'un cristal mélangeur.

Une détection linéaire de l'amplitude des ondes est obtenue à l'aide du système figurant dans le dispositif d'excitation de la deuxième onde. A la sortie du générateur, le signal est scindé en deux. L'amplitude  $E_2$  de l'onde injectée est réglable à l'aide d'un atténuateur variable à déphasage constant ; à la sortie de cet atténuateur variable, une partie du signal est prélevée et après passage dans un atténuateur et un amplificateur, le signal

$$a E_2 \cos \omega t$$

est mélangé à l'autre signal issu du générateur

$$A_2 \cos(\omega t + \phi)$$

La phase de ce signal est réglable à l'aide d'un déphaseur variable, de telle sorte que le signal à la sortie du mélangeur soit

$$A_2 E_2$$

Ce signal est ainsi proportionnel à l'amplitude de l'onde injectée.

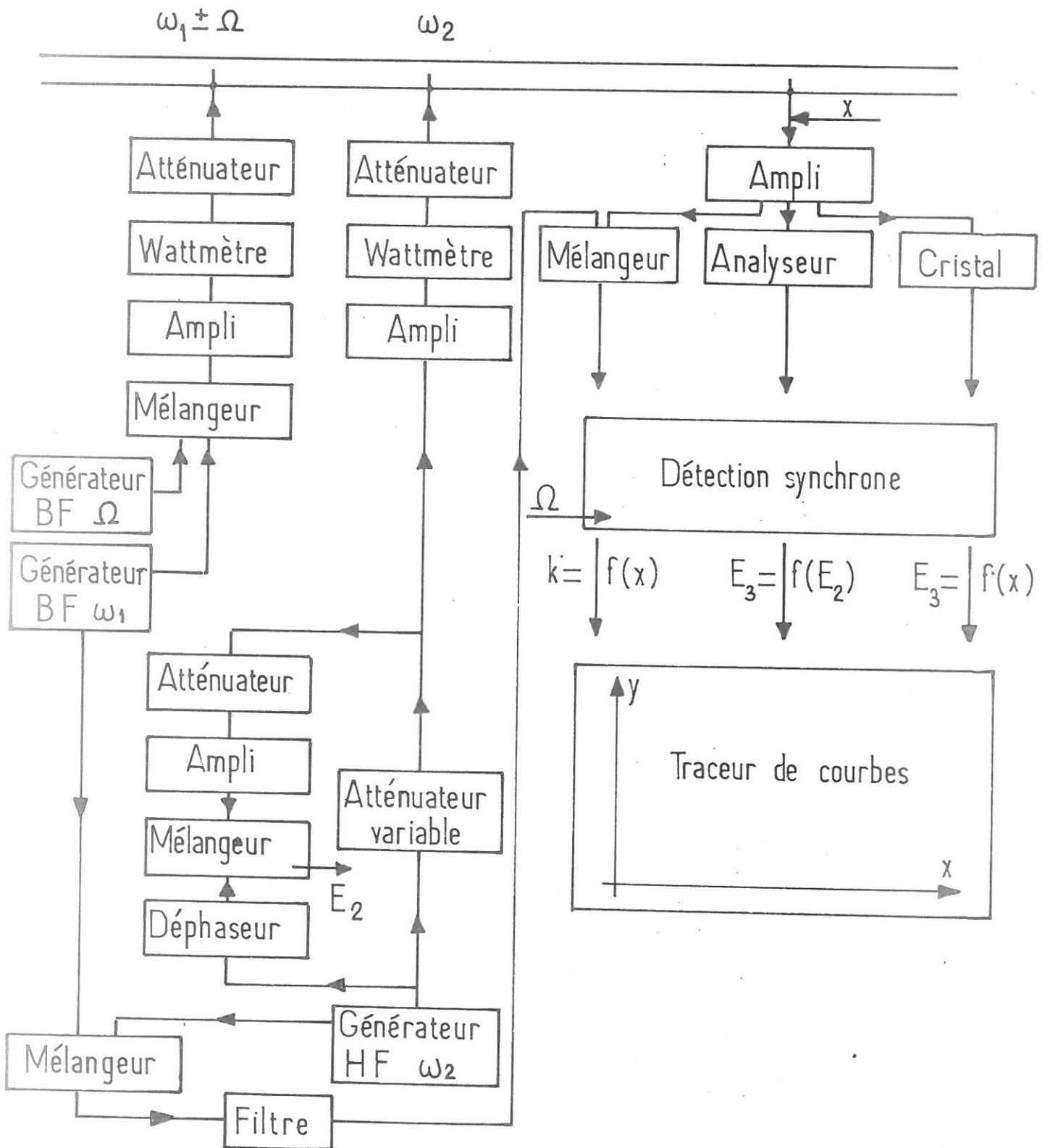


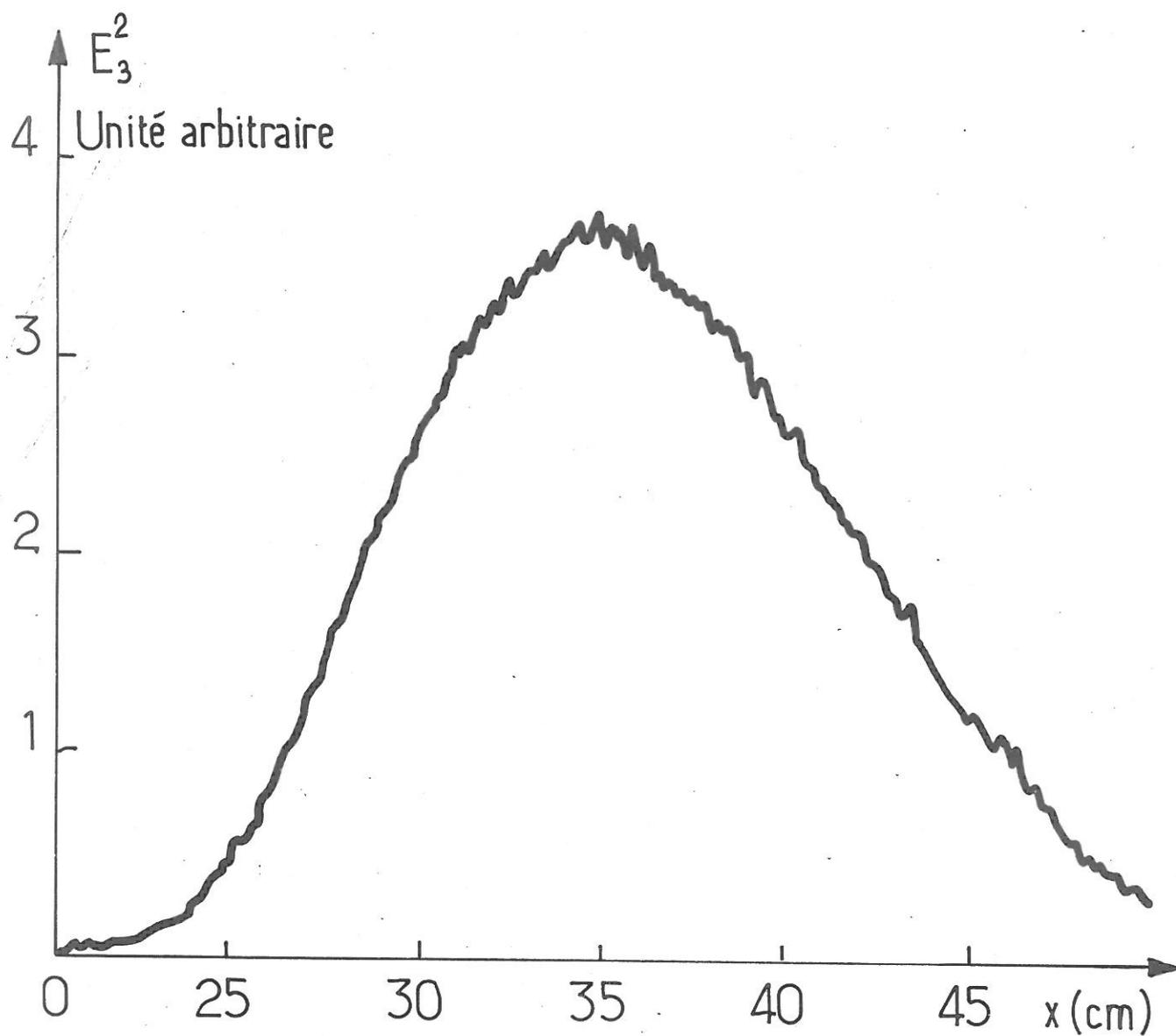
FIG. 1 - Montage utilisé pour exciter et détecter les échos.

$k = f(x)$  nombre d'onde de l'écho en fonction de la distance

$E_3 = f(E_2)$  amplitude de l'écho en fonction de celles des ondes mères

$E_3 = f(x)$  amplitude de l'écho en fonction de la distance





**FIG. 2** - Echo à deux ondes ( $m = 1, n = 1$ )

Carré de l'amplitude de l'écho en fonction de la distance

Fréquences des ondes	$f_1 = 140$ MHz	$f_2 = 175$ MHz
Fréquence de l'écho	$f_3 = 35$ MHz	
Amplitude des ondes	$\phi_1 = 85$ mV	$\phi_2 = 61,5$ mV



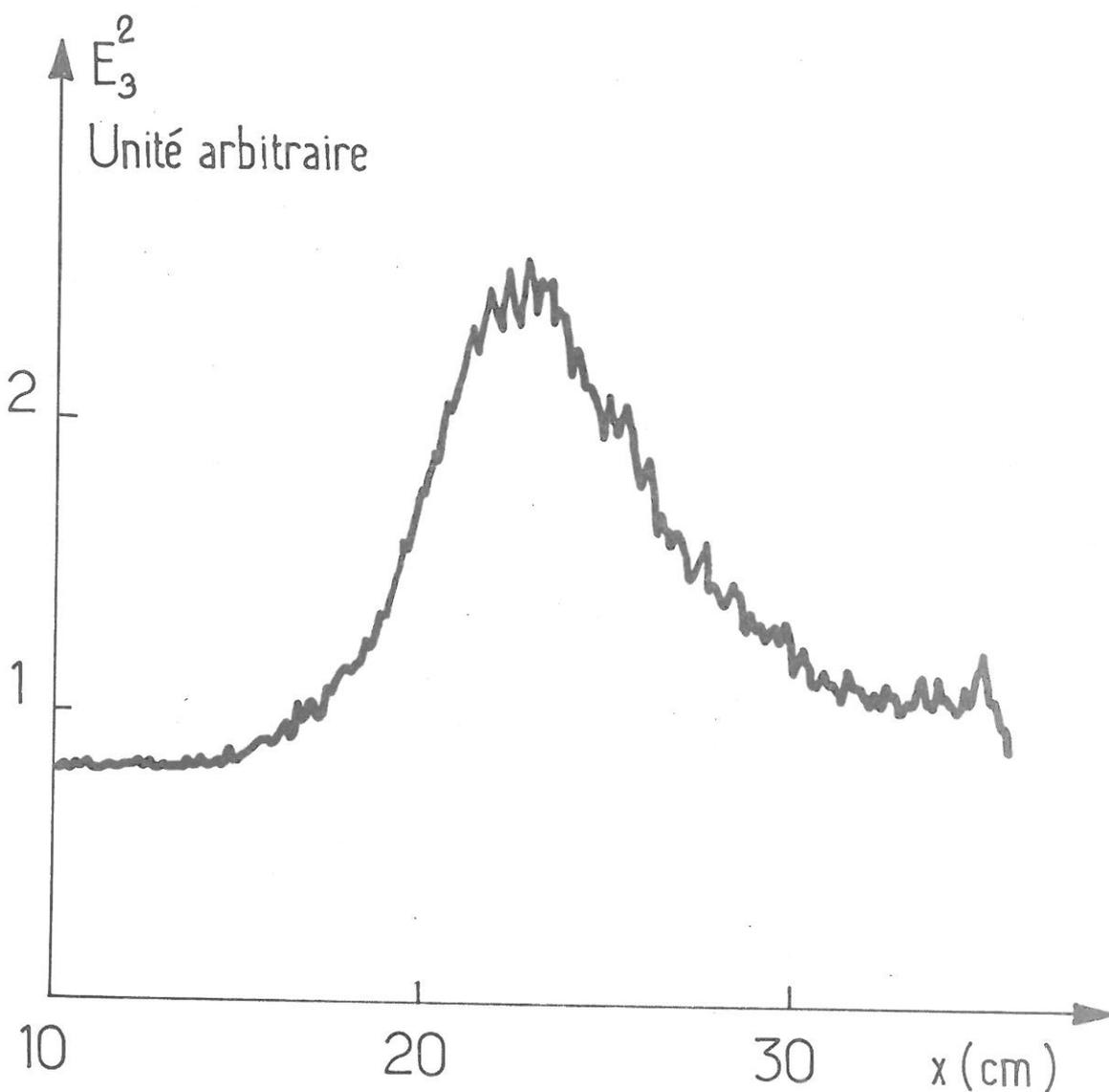


FIG. 3 - Echo à trois ondes ( $m = -1$ ,  $n = +1$ ,  $p = +1$ )

Carré de l'amplitude de l'écho en fonction de la distance

Fréquences des ondes  $f_1 = 135$  MHz       $f_2 = 110$  MHz       $f_3 = 150$  MHz  
 Fréquence de l'écho  $f_4 = 125$  MHz



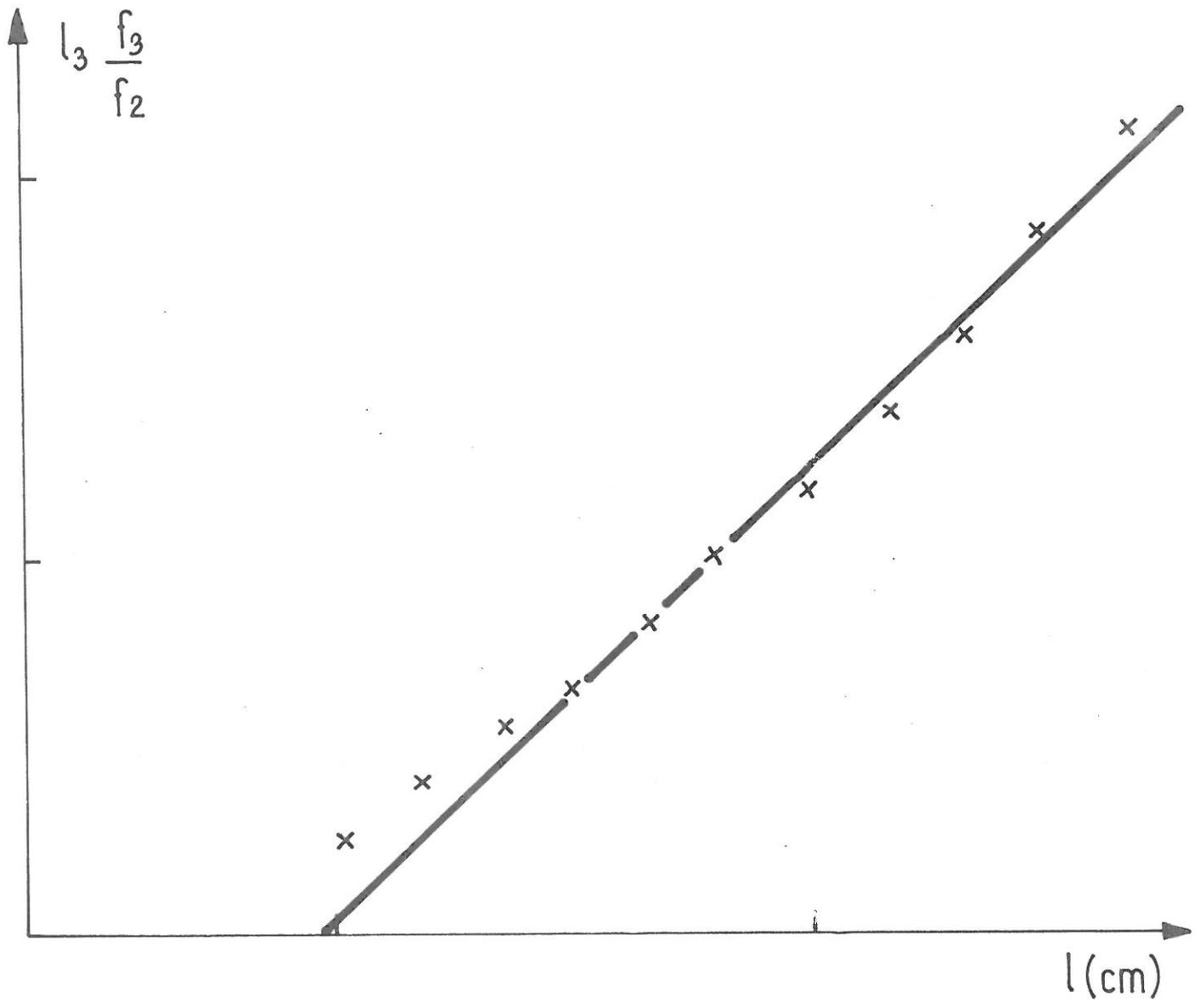


FIG. 4 - Position du maximum de l'écho ( $l_3$ ) en fonction de la distance entre émetteurs ( $l$ )

$f_1 = 130 \text{ MHz}$                        $f_2 = 170 \text{ MHz}$                        $f_3 = 40 \text{ MHz}$   
 $P_1 = 400 \text{ mw} - 25 \text{ dB}$                        $P_2 = 400 \text{ mw} - 20 \text{ dB}$



### VIII.1.3 - DETECTION DE L'ECHO

L'écho est détecté à l'aide d'une sonde qui se déplace le long de l'axe de la colonne. Le signal reçu est envoyé, après filtrage, au travers d'un amplificateur large bande faible bruit vers les chaînes de mesure permettant de déterminer les paramètres caractéristiques de l'écho, amplitude de l'écho en fonction de la position de la sonde, amplitude de l'écho en fonction de l'amplitude des ondes initiales, nombre d'ondes de l'écho en fonction de la position.

#### a) Amplitude de l'écho en fonction de la position

Cette mesure est faite à l'aide d'un cristal détecteur. A la sortie de celui-ci, le signal est envoyé sur un détecteur synchrone, utilisant comme référence le signal de modulation de l'onde 1. Une tension proportionnelle au déplacement de la sonde est envoyée à la voie x d'un traceur de courbe, le signal représentatif de l'amplitude de l'écho à la voie y. Un étalonnage de la chaîne de mesure est alors effectué.

#### b) Amplitude de l'écho en fonction de l'amplitude des ondes initiales

Après passage dans l'amplificateur, le signal représentatif de l'amplitude de l'écho est envoyé dans un analyseur de spectre. Ce signal est alors limité à une bande de 1 MHz autour de la fréquence centrale, et l'analyseur délivre un signal proportionnel à la puissance comprise dans la bande de fréquence de l'écho dont la fréquence naturelle a été élargie par le bruit présent dans le plasma. Une technique de détection synchrone est utilisée ; un signal proportionnel à l'amplitude,  $E_3$ , de l'écho est injecté à la voie y d'un traceur de courbe, un signal proportionnel à l'amplitude de l'onde mère,  $E_2$  ou  $E_1$ , est injecté en x.

#### c) Nombre d'ondes de l'écho

Le signal détecté est injecté à l'une des voies d'un cristal mélangeur. Dans l'autre voie est injecté un signal de référence à la fréquence  $\omega_3$ .

Ce dernier signal est obtenu à l'aide d'un mélangeur relié aux deux générateurs de haute fréquence. Un filtre à la sortie de ce mélangeur permet de ne garder que la composante du signal de sortie à la fréquence  $\omega_3$ . Après détection synchrone, le signal d'interférométrie est envoyé à la voie y d'un traceur de courbe, une tension proportionnelle au déplacement de la sonde est appliquée à la voie x.

## VIII.2 - RESULTATS PRELIMINAIRES

### VIII.2.1 - OBSERVATION DES ECHOS

Bien que cette étude porte principalement sur des échos (1,1) et (1,2), des échos d'ordre plus élevé ont été détectés (Fig.VIII.2). Des échos (m,n) jusqu'à des valeurs de

$$m + n = 5$$

ont été observés. Ces échos ont été identifiés tant par leur fréquence que par leur position.

Des observations concernant des échos à trois ondes ont été effectuées (Fig.VIII.3). De tels échos sont excités par des émetteurs situés en

$$x = 0, \quad x = l_{12}, \quad x = l_{23}$$

et excités par des signaux de fréquence respective  $f_1, f_2, f_3$ . Ces échos à trois ondes apparaissent à une distance  $l_4$  du premier émetteur

$$l_4 = \frac{nf_2 l_{12} + mf_3 l_{23}}{nf_1 + mf_2 + pf_3} \quad l_4 > l_{12} + l_{23}$$

et avec des fréquences

$$f_4 = mf_1 + nf_2 + pf_3$$

### VIII.2.2 - POSITION DES ECHOS

Comme l'identification d'un écho se fait à la fois par sa fréquence et sa position, la position d'un maximum de l'écho et l'influence sur celle-ci de l'amplitude des ondes initiales ont été étudiées. Le maximum de l'écho se produit au delà de la position théorique (Fig.VIII.4). La relation linéaire entre la position de l'écho et la distance entre les émetteurs a été vérifiée. L'écart entre la position réelle et la position théorique a été constaté par d'autres auteurs [1-8]. Cet écart a pu être attribué à différents effets :

- longueur finie d'application du champ électrique [1-2]
- vitesse de dérive du plasma [3]
- champ électrique statique régnant dans la gaine entourant l'antenne [7]
- intervention de la micro-turbulence due aux collisions coulombiennes [6].

Le déplacement du maximum de l'écho en fonction de l'amplitude des ondes mères est de l'ordre de quelques pour cent soit

$$\frac{\Delta z_3}{z_3} \approx 0,05$$

### VIII.3 - AMPLITUDES DES ECHOS D'ONDES DE PLASMA ELECTRONIQUES

#### VIII.3.1 - MISE EN EVIDENCE DE LA SATURATION DE L'AMPLITUDE DE L'ECHO

La distance entre les émetteurs étant constante, ainsi que l'amplitude de la première onde, pour différentes valeurs de la puissance injectée sur la deuxième onde, la variation de l'amplitude de l'écho avec la distance est tracée sur l'enregistreur à l'aide du montage décrit précédemment (8.1.3.a). La figure (VIII.5) donne un exemple d'un tel enregistrement pour un écho (1,1). Les fréquences des ondes mères sont de 130 et 170 MHz, alors que la fréquence du plasma est de l'ordre de 90 MHz. La puissance injectée

sur la première émettrice est de 4 mW et la puissance  $P_2$  variable s'exprime en dB en-dessous de 400 mW. La fréquence de l'écho est de 40 MHz.

L'absence de signal à la fréquence de l'écho et le fait que les ondes mères sont très amorties excluent la possibilité d'un couplage de mode. L'amplitude,  $E_3$ , de l'écho en son maximum commence par croître, puis sature pour une puissance injectée sur la seconde onde de l'ordre de 20 mW, et décroît. Gardant constantes les amplitudes des deux ondes initiales, pour différentes valeurs de la distance entre émetteurs, l'amplitude de l'écho est tracée sur l'enregistreur (Fig.VIII.6). Les fréquences des ondes sont de 130 MHz et 170 MHz, les puissances injectées, respectivement égales à 3 et 4 mW. L'amplitude de l'écho en son maximum commence par croître avec la distance entre les émetteurs, puis passe par un maximum pour une distance entre les émetteurs de 8 cm, et décroît. Corrélativement la position du maximum d'amplitude s'éloigne des émetteurs d'une quantité proportionnelle à leur distance.

Un tel comportement de l'amplitude d'un écho n'est pas rendu par la théorie linéarisée puisque l'amplitude de l'écho vérifie dans cette théorie une relation de la forme

$$E_3 \sim E_1 E_2 l.$$

Le comportement qualitatif de l'écho est donc bien rendu, lorsque l'amplitude des ondes ou la distance entre les émetteurs croissent, par la théorie non linéaire exposée précédemment. Les deux paramètres  $E_2$  et  $l$ , jouent un rôle symétrique pour déterminer l'amplitude de l'écho.

### VIII.3.2 - SATURATION SIMULTANEE DES DEUX ECHOS DE LA SERIE (1,n)

L'observation simultanée de deux échos d'ordre (1,n), dûs aux mêmes ondes mères, permet de montrer que la saturation de ces deux échos a lieu pour des valeurs de l'amplitude de la deuxième onde sensiblement analogues (Fig.VIII.7).

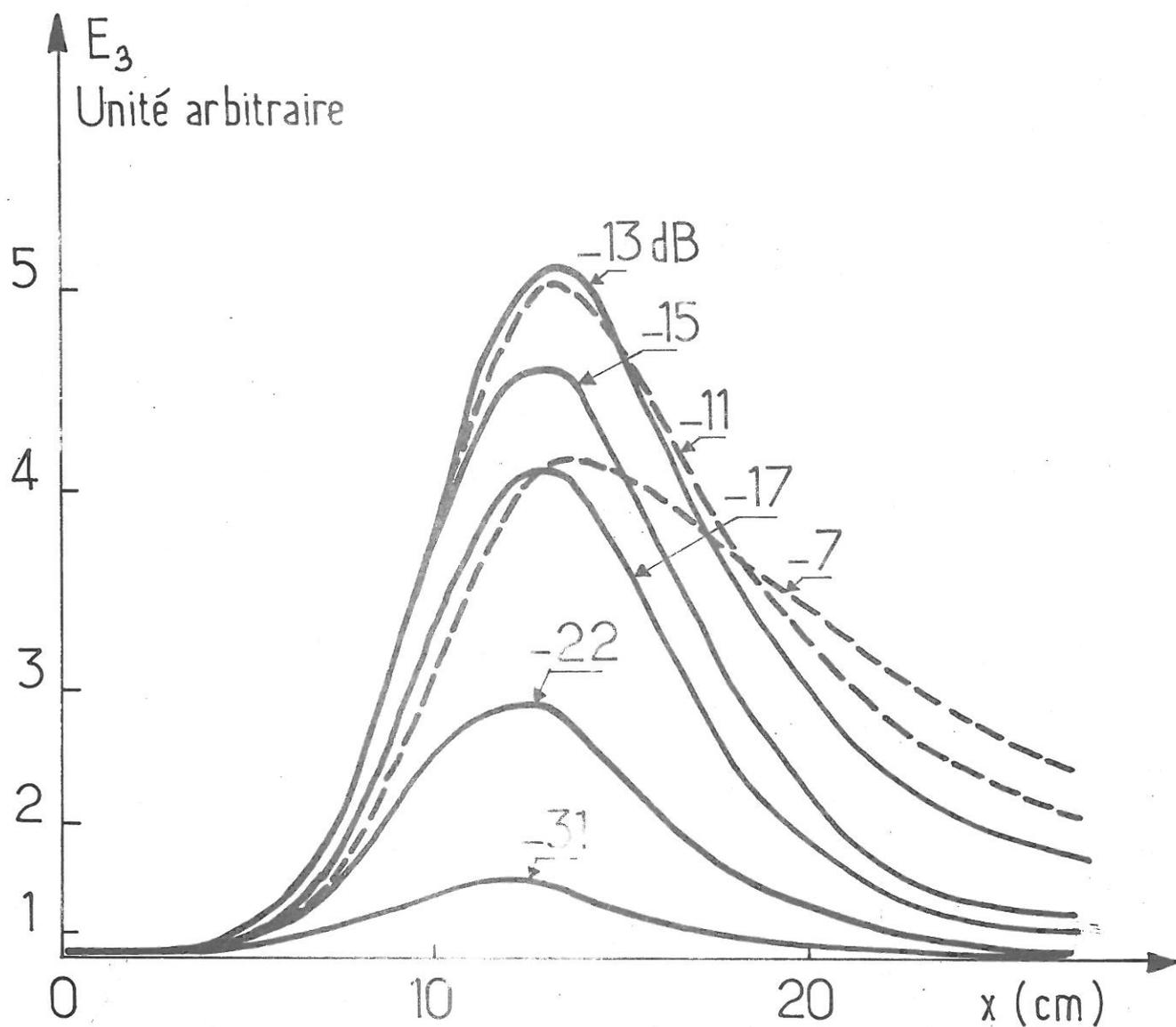


FIG. 5 - Saturation et décroissance de l'amplitude d'un écho (1,1) lorsque l'amplitude de la deuxième onde varie.

Amplitude de l'écho ( $E_3$ ) en fonction de la position ( $x$ ) pour différentes valeurs de la puissance de la deuxième onde ( $P_2$ ) (exprimé en dB en dessous de 400 mw)

$$f_1 = 130 \text{ MHz} \quad P_1 = 4 \text{ mw} \quad \ell_3 = 10 \text{ cm}$$

$$f_2 = 170 \text{ MHz} \quad P_2 = 400 \text{ mw} - x \text{ dB}$$

Conditions expérimentales

$$n_e \sim 10^8 \text{ cm}^{-3} \quad T_e \sim 2 \text{ eV} \quad B = 2,4 \text{ KG}$$



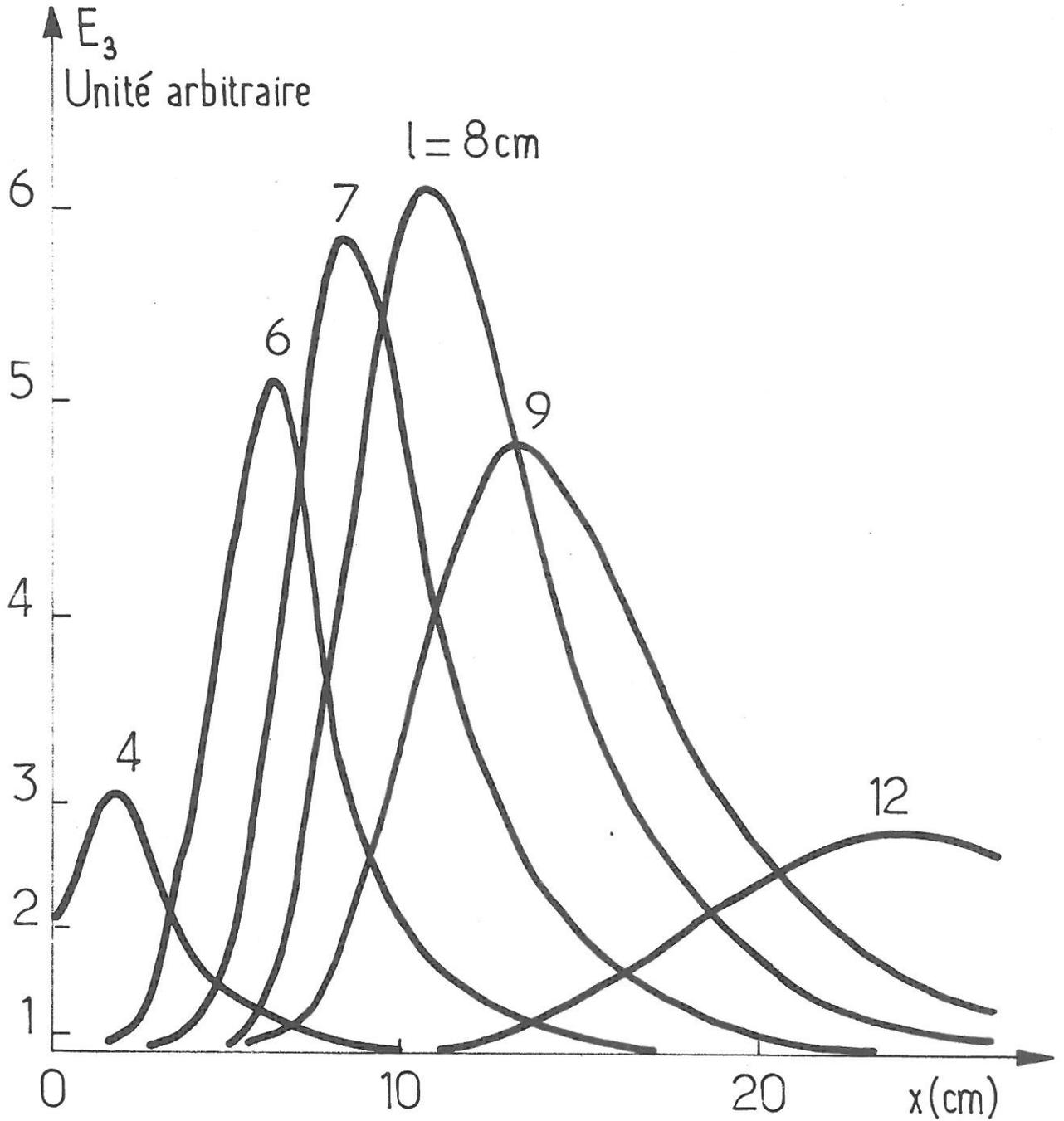


FIG. 6 - Saturation et décroissance de l'amplitude d'un écho (1,1) lorsque la distance entre les émetteurs croit  
 Amplitude de l'écho ( $E_3$ ) en fonction de la position ( $x$ ) pour différentes valeurs de la distance ( $l$ ) entre les émetteurs  
 $f_1 = 130$  MHz       $P_1 = 1$  mw  
 $f_2 = 170$  MHz       $P_2 = 4$  mw  
 Conditions expérimentales  $n_e \sim 2 \cdot 10^8$        $T_e \sim 2$  eV       $B = 1,4$  KG



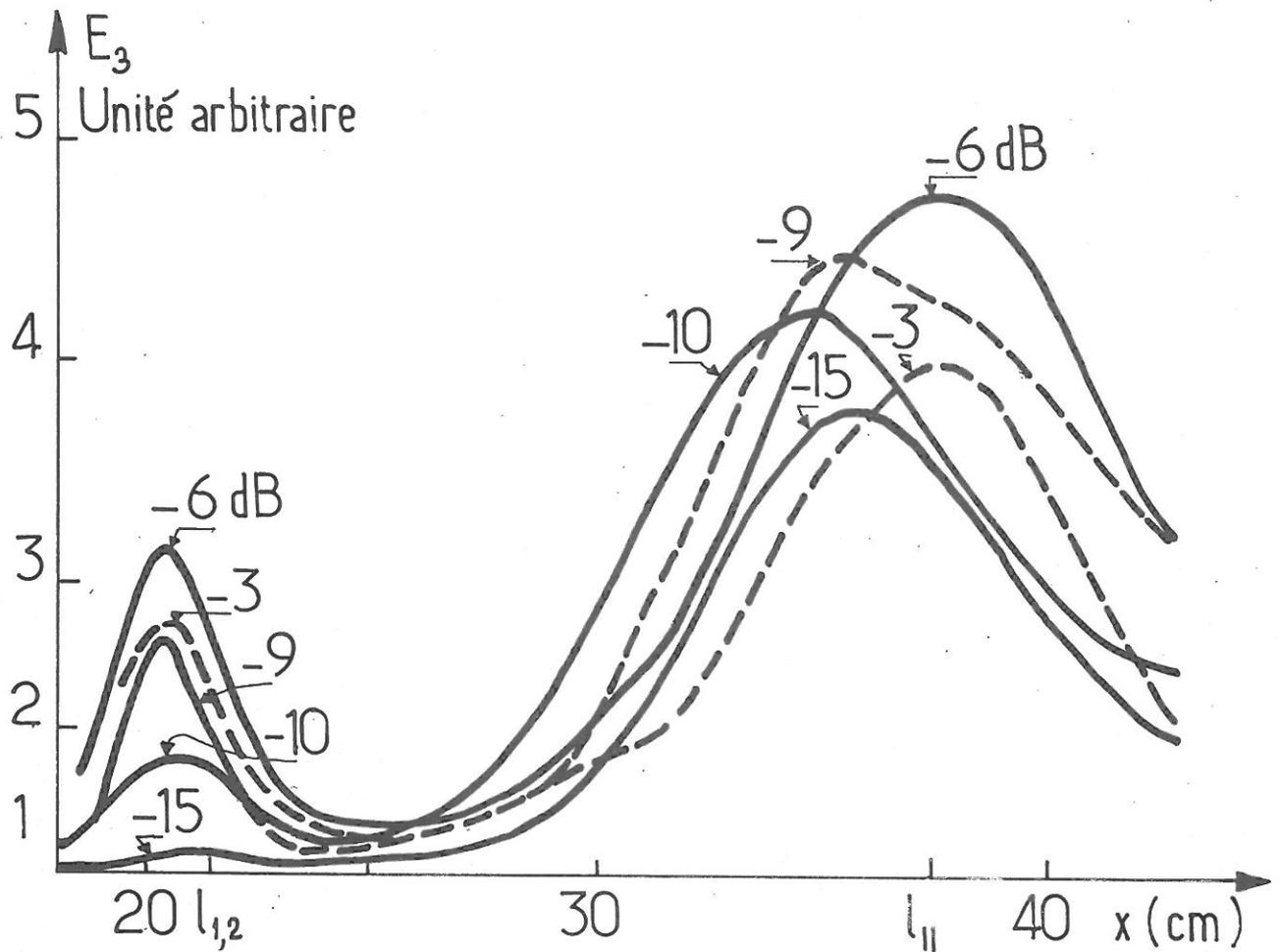


FIG. 7 - Observation simultanée de la saturation d'un écho (1,1) et d'un écho (1,2) en fonction de l'amplitude de la deuxième onde.  
 Amplitude des échos ( $E_3$ ) en fonction de la distance ( $x$ ) au premier émetteur pour différentes valeurs de la puissance ( $P_2$ ) de la deuxième onde (exprimée en dB en dessous de 400 mw)

écho	$f_3$ MHz	$l_3$ cm	$P_1$ mw	$P_2$ mw
1,1	60	37,5	4 mw	400 mw-xdB
1,2	210	21,4	4 mw	400 mw-xdB

Conditions expérimentales  $n_e = 2.10^8$   $T_e = 2$  eV  $B = 1,4$  KG.



L'excitation en  $x = 0$  d'une onde de fréquence 90 MHz et en  $x = \ell$  ( $\ell = 15$  cm) d'une deuxième onde de fréquence 90 MHz entraîne l'apparition en  $\ell_{11} = 37,5$  cm et  $\ell_{12} = 21,4$  cm d'échos d'ordre et de fréquence respective, (1,1) et 60 MHz, (1,2) et 210 MHz. Ces échos sont détectés à l'aide de deux cristaux, précédés de filtres et d'amplificateurs. Le signal à la sortie des cristaux est recombinaison, et, au travers du détecteur synchrone envoyé à la voie  $x$  d'un enregistreur asservi en  $x$  à la position de la sonde. Les échos apparaissent au voisinage de la position prévue par la théorie.

L'amplitude de ces deux échos est tracée en fonction de l'amplitude de la deuxième onde. Les amplitudes au sommet des échos commencent par croître, puis pour une puissance injectée sensiblement identique et voisine de 100 mW, ces amplitudes saturent. Un nouvel accroissement de l'amplitude de la deuxième onde entraîne alors une diminution de l'amplitude des deux échos.

### VIII.3.3 - VARIATION DE L'AMPLITUDE DE L'ECHO AVEC L'AMPLITUDE DES ONDES MÈRES

La variation de l'amplitude de l'écho en son sommet avec l'amplitude des ondes mères s'obtient à partir de l'enregistrement, pour différentes puissances des ondes mères, de la variation spatiale de l'amplitude de cet écho. La distance entre les émetteurs reste alors constante. Lorsque l'écho présente, spatialement, un maximum relativement large de telle sorte que la position de la sonde de détection n'ait pas à être modifiée lorsque la puissance injectée varie, le montage décrit précédemment (8.1.3.b) permet de tracer directement l'amplitude de l'écho en son sommet en fonction de l'amplitude des ondes mères.

#### a) Echos (1,1), (1,2), (2,1)

L'amplitude de l'écho en son maximum<sup>[9]</sup> a été portée en fonction de l'amplitude des ondes mères pour des échos (1,1), (1,2) et (2,1) (Fig.VIII.8). La variation de l'amplitude de l'écho, en fonction de l'amplitude de la première onde, est conforme aux

prévisions des deux théories. L'amplitude de l'écho est proportionnelle à l'amplitude de la première onde élevée à une puissance égale à l'ordre de l'écho par rapport à cette onde, soit

$$E_{m,n} \sim \phi_1^m$$

Ainsi pour les deux échos (1,1) et (1,2) l'amplitude de l'écho dépend linéairement de l'amplitude de la première onde, alors que pour l'écho (2,1) cette dépendance est quadratique.

La dépendance de l'amplitude des échos par rapport à la deuxième onde, pour des puissances injectées du même ordre de grandeur que précédemment, met en évidence, la croissance de cette amplitude, puis sa saturation, et sa décroissance. La saturation de l'amplitude de ces échos a lieu pour des valeurs voisines des potentiels appliqués, correspondant à des puissances injectées de l'ordre de la dizaine de milliwatt.

b) Echo (1,2) résonnant

L'amplitude d'un écho (1,2) est maximum lorsque les fréquences des ondes initiales et la fréquence de l'écho sont identiques

$$f_1 = f_2 = f_3$$

L'intégrale donnant l'amplitude de l'écho se simplifie puisque les constantes diélectriques coïncident. Les particules dont la vitesse est voisine de la vitesse de l'onde excitée,  $v_\phi$ , contribuent principalement à l'amplitude de l'écho. L'amplitude maximum d'un tel écho qui apparaît en

$$x = 2\ell$$

devient

$$E_3 \sim \phi_1 J_2 \left( \frac{q}{m} \frac{\phi_2 \ell}{v_\phi} \frac{\omega_1}{\epsilon \left( \frac{\omega}{v_\phi}, \omega \right)} \right)$$

Cette formule est d'autant mieux vérifiée que le caractère résonnant des constantes diélectriques est accentué : la fréquence des ondes

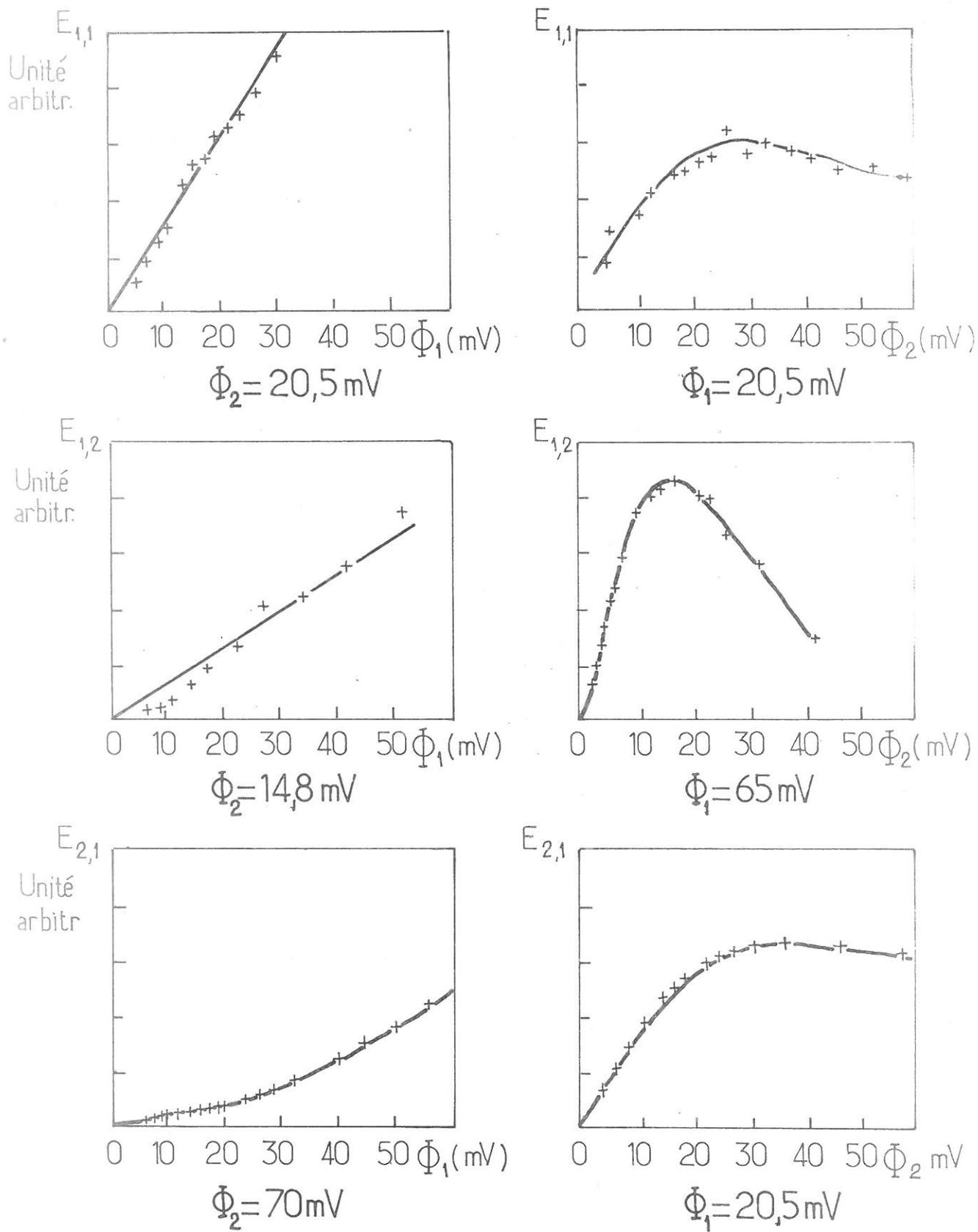


FIG. 8 - Amplitude des échos (1,1), (1,2) et (2,1) en fonction du potentiel  $\phi_1$  et  $\phi_2$  associé aux ondes initiales

Echo	$f_1$ MHz	$f_2$ MHz	$f_3$ MHz
1,1	140	180	40
1,2	200	120	40
2,1	120	290	50



mères doit être choisie de telle sorte que les ondes ne soient pas trop fortement amorties.

En vue d'éviter la réception d'un signal parasite, dû à la propagation de l'onde électromagnétique, les fréquences sont choisies légèrement différentes [10,11,12].

$$f_1 = 80 \text{ MHz} \quad f_2 = 82 \text{ MHz}$$

L'écho apparaît à la position prévue avec une fréquence  $f_3$

$$f_3 = 84 \text{ MHz}$$

L'amplitude de l'écho, en son sommet, varie linéairement avec l'amplitude de la première onde (Fig.VIII.9). Pour de faibles valeurs de la puissance injectée, la variation de l'amplitude de l'écho avec l'amplitude de la deuxième onde est quadratique. Cette amplitude sature puis décroît alors que pour des puissances injectées du même ordre de grandeur, la dépendance de l'amplitude par rapport à la première onde reste linéaire. La courbe théorique donnant la dépendance par rapport à l'amplitude de la deuxième onde, c'est-à-dire la fonction de Bessel de premier espèce  $J_2$ , est portée sur la Fig.VIII.10 de telle sorte que le premier maximum de cette fonction coïncide avec l'amplitude à saturation de l'écho. Un premier motif de désaccord provient de ce que l'amplitude de l'écho résulte d'une intégrale sur les vitesses. La formule précédente n'est qu'approchée.

#### VIII.3.4 - INFLUENCE DE LA DISTANCE ENTRE LES ÉMETTEURS

Le rôle symétrique joué par l'amplitude de la deuxième onde  $E_2$  et la distance entre les émetteurs, a été mis en évidence sur deux échos (1,2). Comme ces deux paramètres interviennent dans l'amplitude de l'écho au travers de l'argument d'une fonction de Bessel, pour un écho donné et des fréquences fixes, la saturation de l'amplitude doit se produire pour une valeur du produit  $E_2 \lambda$  constante.

Pour une distance donnée entre les émetteurs, l'amplitude de la deuxième onde  $E_{2\text{Max}}$  qui provoque la saturation de l'écho

est mesurée. Faisant varier la distance  $\ell$ , on détermine à chaque fois la valeur de l'amplitude  $E_{2\text{Max}}$ . La grandeur  $\frac{1}{E_{2\text{Max}}}$  est alors reportée en fonction de la distance entre les émetteurs (Fig.VIII.11). L'incertitude provient principalement de la mesure de l'amplitude de la deuxième onde ; en effet le maximum de l'amplitude de l'écho en fonction de la deuxième onde est assez plat (Fig.VIII.10).

La théorie non linéaire prévoit donc correctement le comportement de l'écho lorsque  $\Phi_2$  amplitude de la deuxième onde et la distance entre les émetteurs varient.

#### VIII.4 - CONCLUSION

Les prévisions de la théorie non linéaire des échos d'ondes de plasma électroniques sont vérifiées ; le comportement de l'écho pour les faibles valeurs du produit  $\Phi_2 \ell$  est correctement décrit par la théorie linéarisée. Cependant, seule une étude détaillée de l'écho permettra d'analyser la contribution des particules de différentes vitesses.

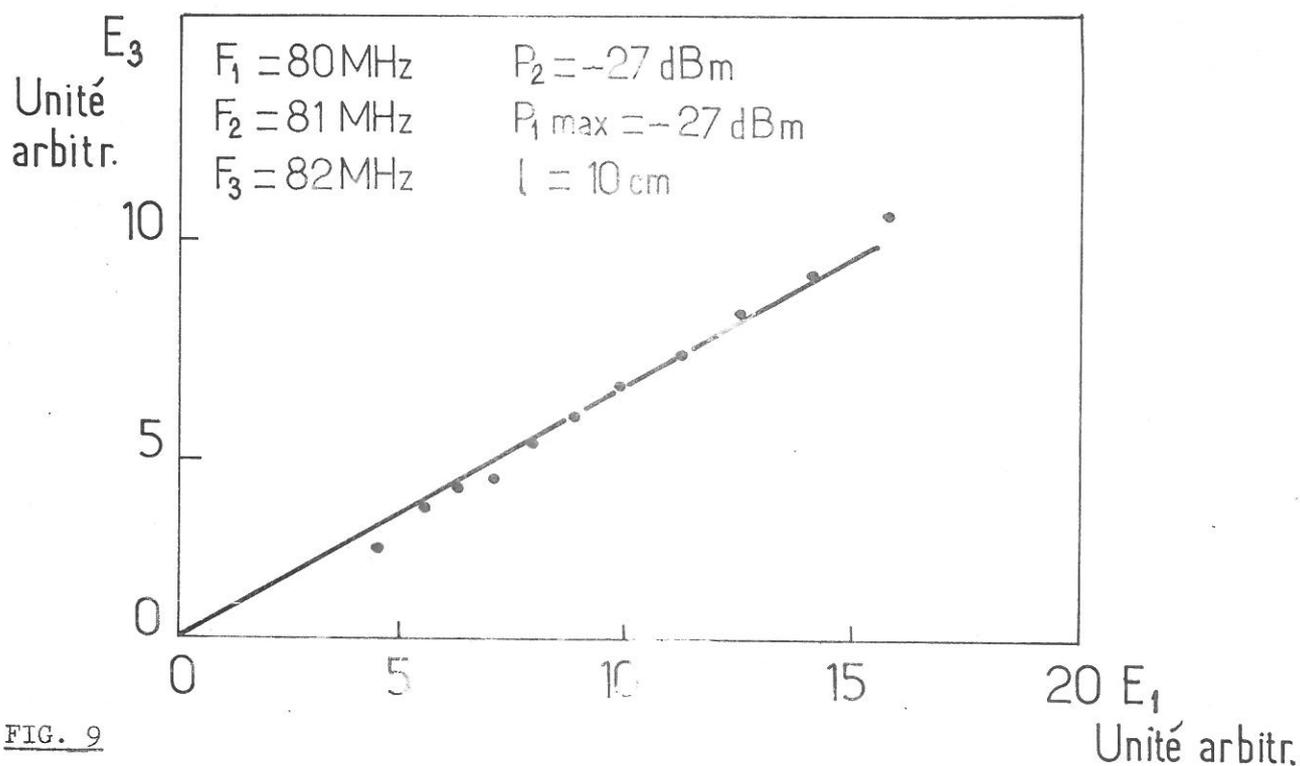


FIG. 9

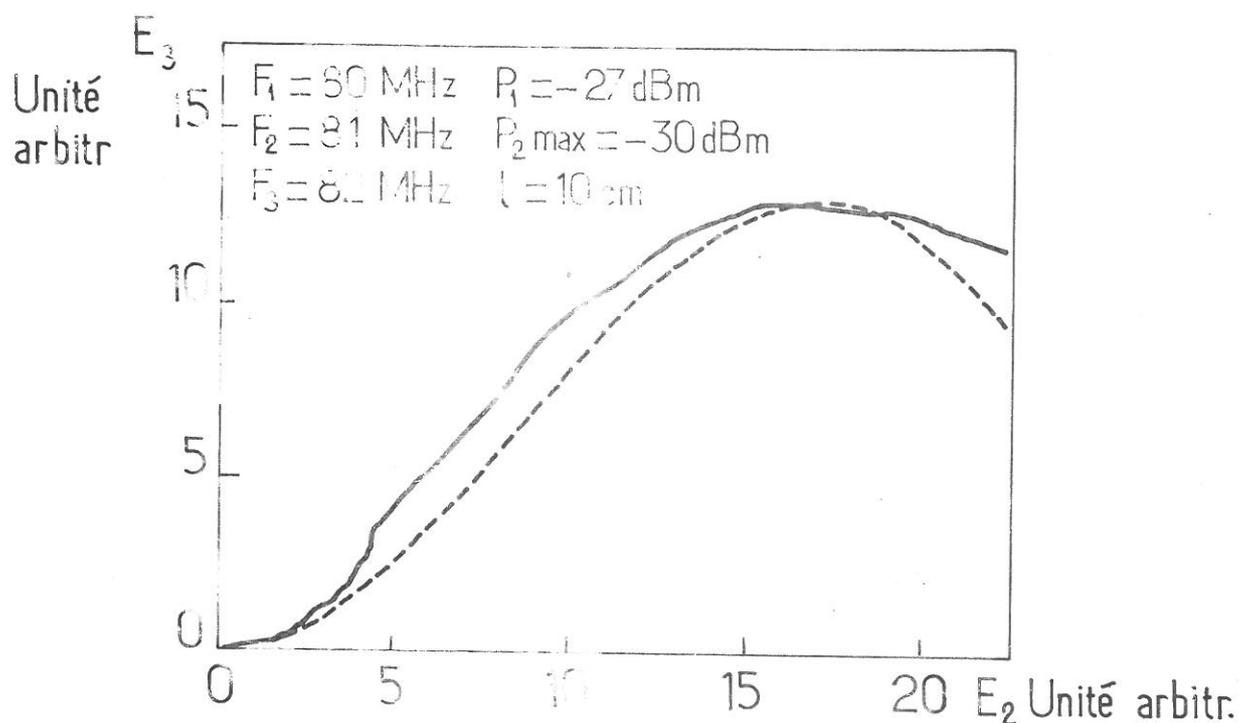


FIG. 10

Fig. 9 - Amplitude du sommet de l'écho ( $E_3$ ) en fonction de l'amplitude de la première onde ( $E_1$ )

Fig. 10 - Amplitude du sommet de l'écho ( $E_3$ ) en fonction de l'amplitude de la deuxième onde ( $E_2$ )

----- courbe théorique

$P_1, P_2$  puissance injectée sur l'onde 1 et 2 exprimée en dB en dessous du milliwatt



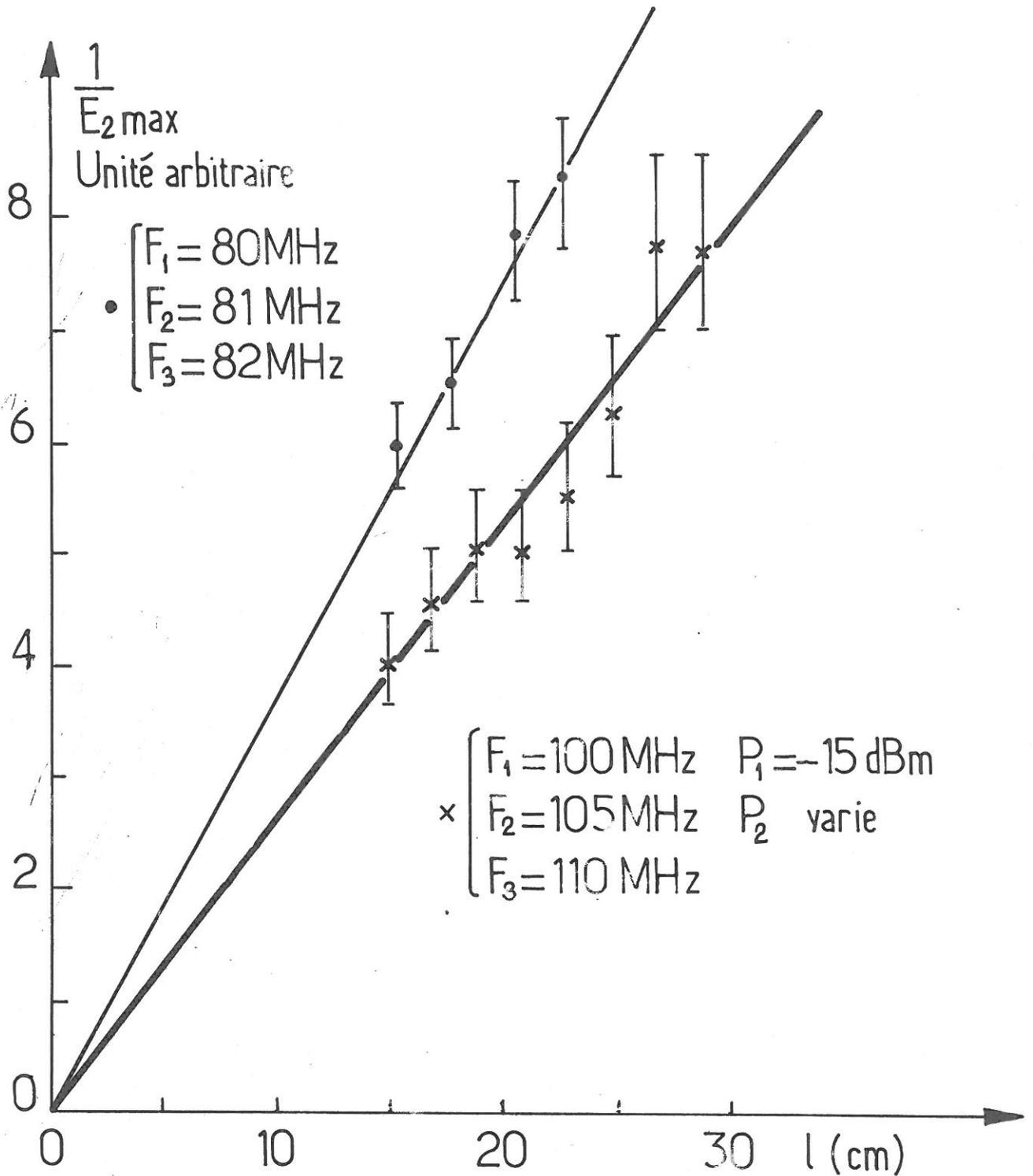


FIG. 11 - Inverse de l'amplitude  $E_{2 \max}$  de la deuxième onde provoquant la saturation de l'écho en fonction de la distance entre émetteurs.



REFERENCES CHAPITRE VIII

- [1] S.H.MALMBERG, C.B.WHARTON, R.W.GOULD, T.M.O'NEIL, Phys.Fluids, 11, 1147 (1968)
- [2] S.H.MALMBERG, C.B.WHARTON, R.W.GOULD, T.M.O'NEIL, Phys.Rev. Letters, 20, 95 (1968)
- [3] H.IKEZI, N.TAKANASHI, Phys.Rev.Letters, 20, 140 (1968)
- [4] D.R.BAKER, N.R.AHERN, A.Y.WONG, Phys.Rev.Letters, 20, 318 (1968)
- [5] H.IKEZI, N.TAKANASHI, K.NISHIKAWA, Phys.Fluids, 12, 853 (1969)
- [6] A.Y.WONG, D.R.BAKER, Phys.Rev., 188, 326 (1969)
- [7] B.H.RIFIN, R.E.PECHACEK, Phys.Rev.Letters, 24, 1330 (1970)
- [8] J.OLIVAIN, Thèse (1971), Rapport EUR-CEA FC 602 (Mai 1971)
- [9] M.GUILLEMOT, P.LEDRINCE, G.MATTHIEUSSENT, J.OLIVAIN, F.PERCEVAL, C.R.Acad.Sc.Paris 317B, 270 (1970)
- [10] M.GUILLEMOT, G.MATTHIEUSSENT, J.OLIVAIN, F.PERCEVAL, A.QUEMENEUR, 4<sup>th</sup> European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physic, C.N.E.N. Rome 1970, p.36
- [11] M.GUILLEMOT, J.OLIVAIN, F.PERCEVAL, A.QUEMENEUR, G.MATTHIEUSSENT, Phys.Fluids, 14, 2065 (1971)
- [12] M.GUILLEMOT, G.MATTHIEUSSENT, J.OLIVAIN, F.PERCEVAL, A.QUEMENEUR, Annual Meeting of the division of plasma physic of the A.P.S. Bull.of the A.P.S., p.1403 (Nov.1970)



CHAPITRE IX

STRUCTURE FINE DES ECHOS D'ONDES DE PLASMA ELECTRONIQUE

L'écho est dû à l'annulation du mélange de phase des particules dont la vitesse a été perturbée par les deux ondes initiales. Ces perturbations affectent toutes les particules, mais avec des amplitudes différentes. Les particules qui contribuent à l'écho ont des vitesses soit de l'ordre de la vitesse thermique, soit voisines de la vitesse de phase des ondes excitées et de l'écho. Un écho dû au premier type de particules résulte de l'écoulement de la perturbation imposée de l'extérieur. Dans le deuxième cas, l'écho dépend fortement du caractère collectif du milieu. La détermination du ou des nombres d'onde de l'écho permet de distinguer entre ces deux types de contribution. En effet si en un point donné, l'amplitude de l'écho est due à des particules dont la vitesse est centrée autour d'une vitesse moyenne  $\bar{v}$ , le nombre d'onde de l'écho en ce point est alors

$$k \sim \frac{\omega}{\bar{v}}$$

Des mesures de nombre d'onde permettent donc de déterminer le caractère self consistant ou non de l'écho [1,2].

IX.1 - NOMBRE D'ONDE DANS LA DESCENTE DE L'ECHO

Après avoir, au préalable, déterminé la courbe de dispersion du milieu, des mesures de nombres d'onde d'écho 1,1 sont effectuées à l'aide de l'interféromètre décrit précédemment. La fréquence de la deuxième onde étant maintenue constante, la fréquence de la première onde varie ; des interférogrammes ainsi réalisés sont présentés Fig.IX.1. En trait plein est reporté l'interférogramme de l'écho, en pointillé celui d'une onde de même fréquence que celle

de l'écho. Le nombre d'onde de l'écho lui est identique dans sa descente, et l'onde et l'écho sont amortis de la même manière. Ces mesures effectuées pour différents échos, permettent de comparer le nombre d'onde dans la descente de l'écho avec celui de l'onde de même fréquence (Fig.IX.2). L'amplitude de l'écho après son maximum est donc dû aux particules à la vitesse de phase d'un signal de fréquence identique à l'écho. La décroissance de l'écho se fait avec un nombre d'onde correspondant à la réponse propre du milieu à une excitation à la fréquence  $f_3$ .

### IX.2 - NOMBRE D'ONDE DANS LA CROISSANCE DE L'ECHO

Les parties montantes et descendantes de l'écho ne sont pas symétriques. Dans la partie montante le nombre d'onde,  $k_e$ , varie d'un point à l'autre. Il est cependant possible de définir un nombre d'onde moyen et de le comparer au nombre d'onde du même écho dont les caractéristiques seraient déterminées par les particules à la vitesse de phase de l'onde 1 (II.26) soit

$$k_M = \frac{f_3}{f_1} k_1$$

où  $k_1$  est le nombre d'onde associé à l'onde 1. Le nombre d'onde dans la croissance de l'écho peut encore être comparé à celui résultant des particules telles que  $\frac{df_0}{dv}$  soit maximum. Ces particules donnent un nombre d'onde  $k_T$

$$k_T = \frac{\omega\sqrt{2}}{a}$$

Il en résulte le tableau suivant :

$f_1$ MHz	$f_2$ MHz	$f_3$ MHz	$k_M$ $\text{cm}^{-1}$	$k_T$ $\text{cm}^{-1}$	$k_e$ $\text{cm}^{-1}$
105	220	115	3,2	12	7
140	220	80	2,6	8,5	2,3
150	220	70	2,3	7,5	2,2
160	220	60	2	6,4	3,3

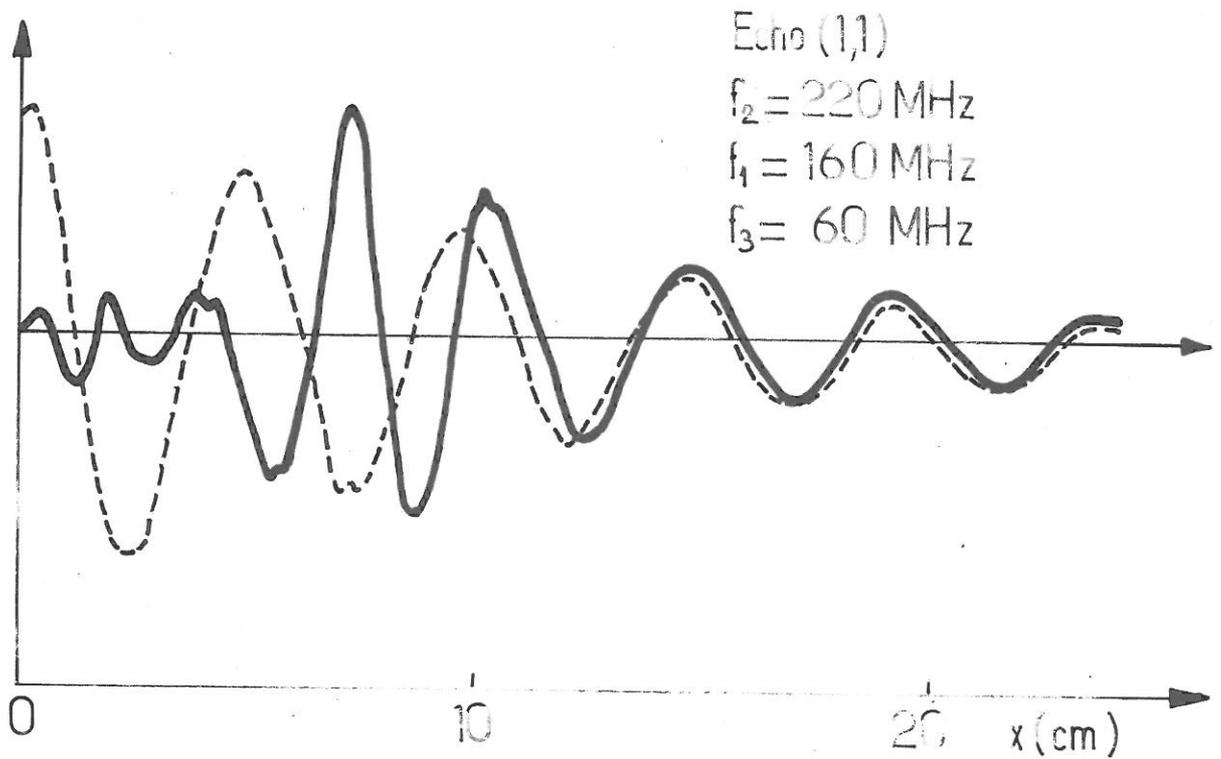
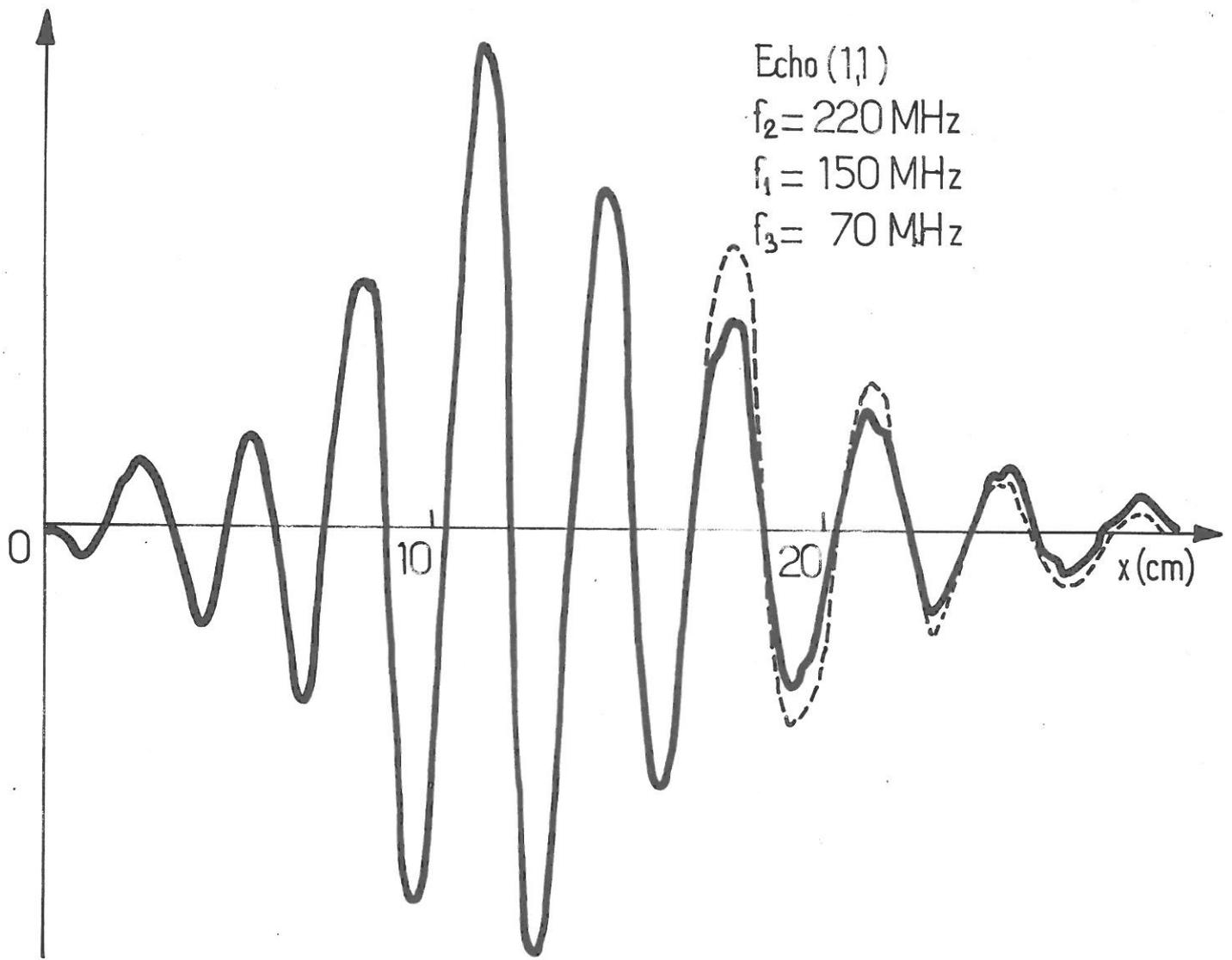


FIG. 1 - Signal de l'interféromètre — Echo - - - Onde de fréquence identique



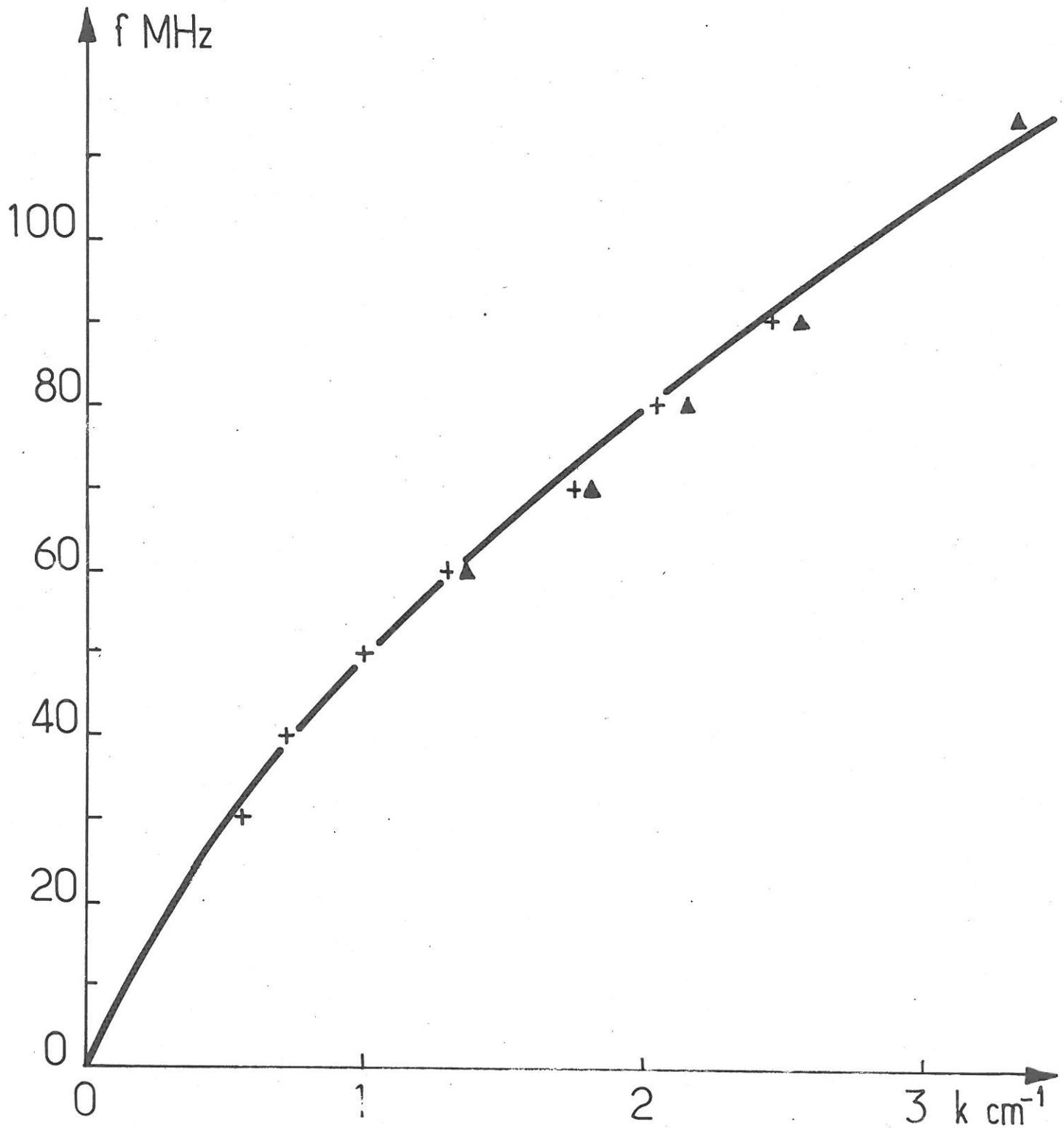


FIG. 2 - Courbe de dispersion des ondes de plasma + et nombre d'onde de l'écho dans sa décroissance  $\Delta$ .

Echo (1,1)  $f_2 = 220$  MHz

$P_2 = 5$  mw

$f_1 =$  variable

$P_1 = 5$  mw

$n_e = 1,3 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$        $T_e \sim 2$  eV.



Il semble donc que les particules contribuant à la montée de l'écho aient une vitesse supérieure à la vitesse thermique ; et qu'aux erreurs expérimentales près la borne supérieure de cette vitesse soit la vitesse de phase de l'onde 1.

### IX.3 - CONCLUSION

La variation du nombre d'onde dans la descente de l'écho est conforme à la théorie self-consistante : le plasma impose son nombre d'onde à une perturbation de fréquence déterminée. Le comportement de l'écho dans sa montée semble plus complexe. La contribution des particules de vitesse thermique reste négligeable dans tout l'écho, du fait de l'excitation par une antenne. Celle-ci impose au plasma un champ électrique qui est une fonction impaire de la distance, réduisant la contribution des particules de faible vitesse dans un plasma sans vitesse de dérive. La montée d'un tel écho n'est pas rendue par la théorie linéarisée (II) ; l'onde 1 étant toujours fortement amortie le caractère résonnant de la constante diélectrique associé, est très peu aigu et une large gamme de particules contribue à l'écho dans sa montée.

REFERENCES CHAPITRE IX

- [1] M.GUILLEMOT, J.O LIVAIN, F.PERCEVAL, A.QUEMENEUR, G.MATTHIEUSSENT,  
Supplément au Journal de Physique, 32, 10 CJB-127 (1971)
- [2] M.GUILLEMOT, J.O LIVAIN, F.PERCEVAL, A.QUEMENEUR, G.MATTHIEUSSENT,  
in Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Quescent  
Plasma Elsinare (1971) p.275

## CHAPITRE X

### AMPLITUDE D'UN ECHO EN PRESENCE D'UN SPECTRE DE BRUIT

Ce chapitre est consacré à la vérification expérimentale des prévisions théoriques exposées au chapitre VII. Des résultats expérimentaux sur l'amortissement d'un écho sous l'influence des collisions coulombiennes ont été présentés par différents auteurs [1,2]. L'amortissement de l'écho suit bien une loi en

$$\exp - \frac{\ell^3}{\ell_0^3}$$

où  $\ell_0$  est une longueur caractéristique reliée au coefficient de diffusion. Le coefficient de diffusion ainsi mesuré est de plusieurs ordres de grandeurs supérieur au coefficient calculé pour une turbulence due aux interactions électrons ions et semble dû à une turbulence propre du milieu. Cette turbulence est homogène.

La situation dans laquelle un bruit est injecté dans le plasma, semble plus commode, puisque la puissance injectée peut être variée commodément. Cependant, l'absence de connaissance quant aux coefficients de couplage des sondes ne permet qu'une vérification qualitative des résultats précédemment exposés. Cette vérification a déjà été effectuée par d'autres auteurs en 1970 [1].

#### X.1 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le spectre de bruit est injecté entre les deux antennes utilisées pour émettre les ondes (Fig.X.1). L'écho envisagé est un écho (1,2), presque résonnant, les fréquences des ondes mères sont

$$f_1 = 104 \text{ MHz} \quad f_2 = 102 \text{ MHz}$$

L'écho résonnant apparaît au double de la distance entre émetteurs

avec une fréquence

$$f_3 = 100 \text{ MHz.}$$

Les puissances respectives sont

$$P_1 = 20 \text{ mW} \quad P_2 = 8 \text{ mW}$$

Le bruit est injecté avec une fréquence centrale

$$f_B = 100 \text{ MHz}$$

et une largeur

$$\Delta f = \pm 5 \text{ MHz.}$$

La puissance de bruit varie entre 0 mW et 250 mW.

Ce bruit est créé à l'aide d'un amplificateur de puissance dont l'entrée est chargée avec une impédance de 50  $\Omega$ . Après amplification, il est délimité à l'aide de deux filtres dont on croise les bandes passantes.

Le temps de cohérence,  $\tau$ , de ce bruit est de l'ordre de

$$\tau = \frac{1}{\Delta f}$$

soit  $10^{-7}$  secondes. Un électron de vitesse  $v$  interagit principalement avec une onde dont la vitesse de phase est identique à sa propre vitesse. La vitesse des électrons étant de l'ordre de  $10^8 \text{ cm s}^{-1}$ , la longueur d'interaction de quelques centimètres, un électron verra un champ dont la phase est sensiblement constante. Cependant au niveau de l'écho, deux électrons de vitesse légèrement différentes qui arrivent en un instant déterminé en  $x = \lambda_3$ , auront des phases qui ne seront pas corrélées l'une avec l'autre : la théorie précédente (Chap. IV) s'applique donc.

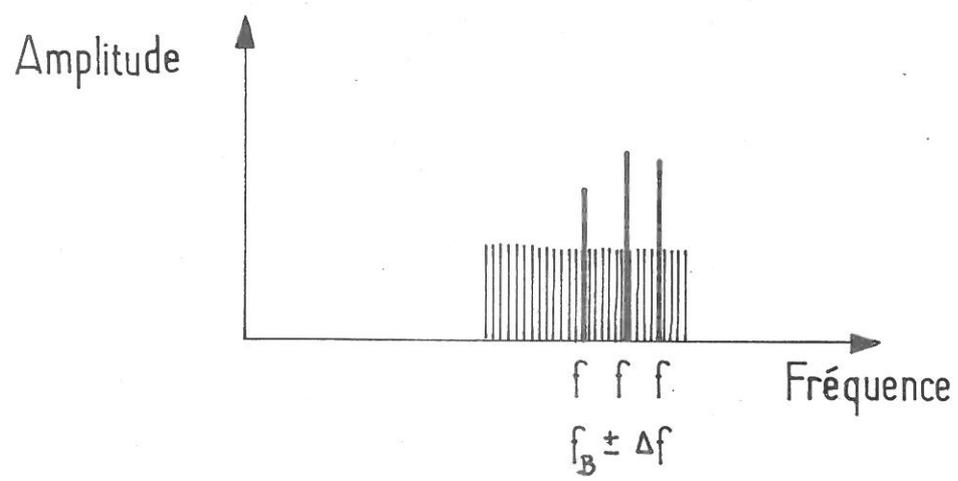
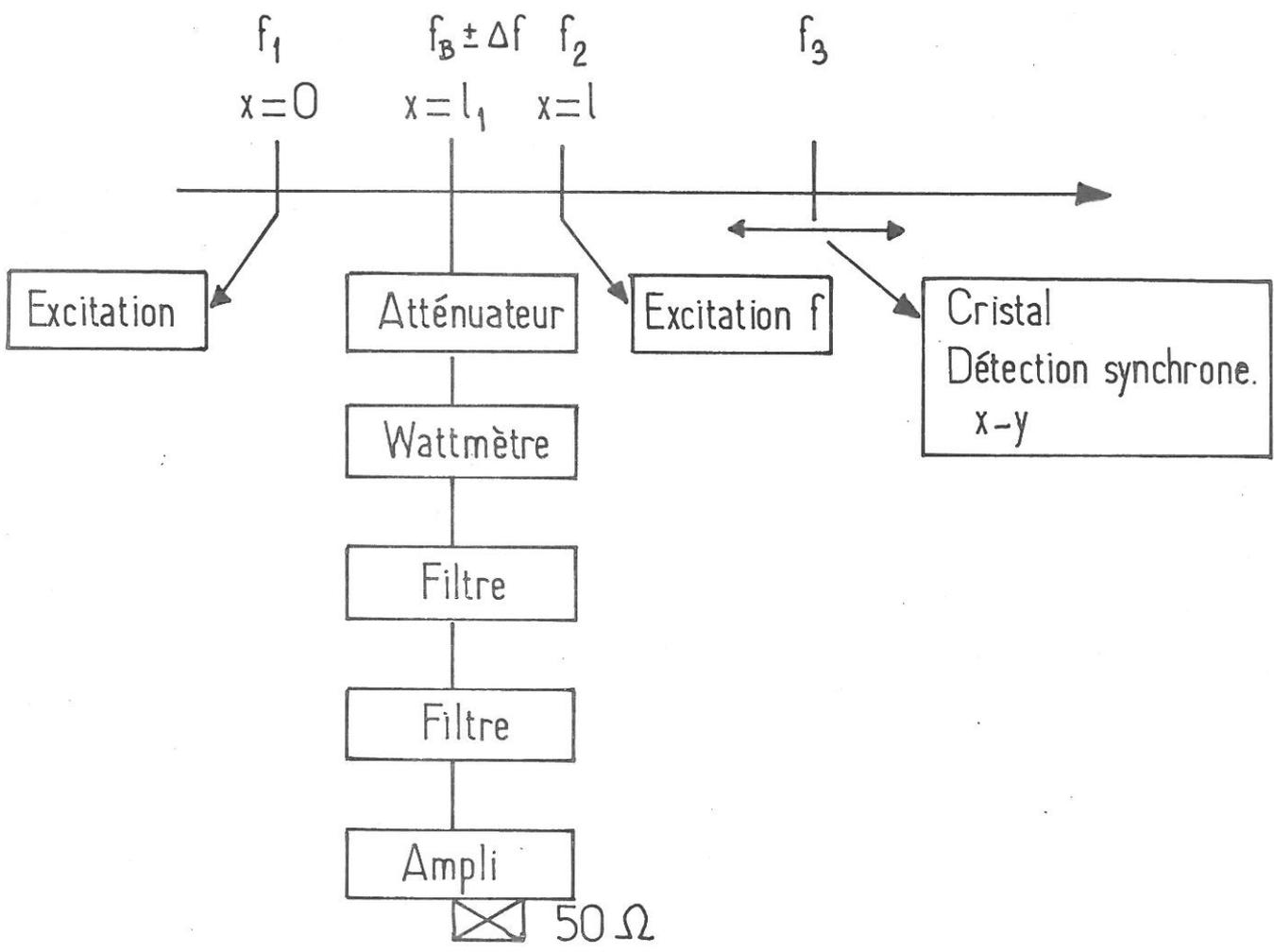


FIG. 1 - Injection du spectre de bruit.



## X.2 - RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les résultats obtenus sur la colonne sont présentés (Fig.X.2). L'amplitude de l'écho est affectée pour des puissances de l'ordre de quelques dixièmes de milliwatts. La descente de l'écho, due aux particules résonnantes, est plus sensible que sa montée à l'augmentation de la puissance injectée. Corrélativement le maximum d'amplitude se déplace vers les émetteurs. Ce déplacement, bien que non prévu par la théorie a été reporté en fonction de la racine carrée de la puissance de bruit (Fig.X.3). Il varie sensiblement linéairement avec le champ électrique.

Le log du rapport de l'amplitude de l'écho en son maximum, sans puissance de bruit injecté, à cette amplitude, lorsque du bruit est injecté, varie linéairement en fonction de la puissance de bruit injectée (Fig.X.4). Ce résultat est prévu par la théorie. La connaissance des coefficients de couplage des antennes devrait permettre de relier ces mesures quantitatives aux coefficients de diffusion.

## X.3 - CONCLUSION

Si une théorie plus élaborée permettait de rendre compte du déplacement de l'amplitude de l'écho avec la puissance injectée et si les coefficients de couplage des sondes étaient connus, il serait possible de déterminer tant par le déplacement du maximum de l'écho que par la variation d'amplitude de l'écho, des coefficients de diffusion dans l'espace des vitesses.



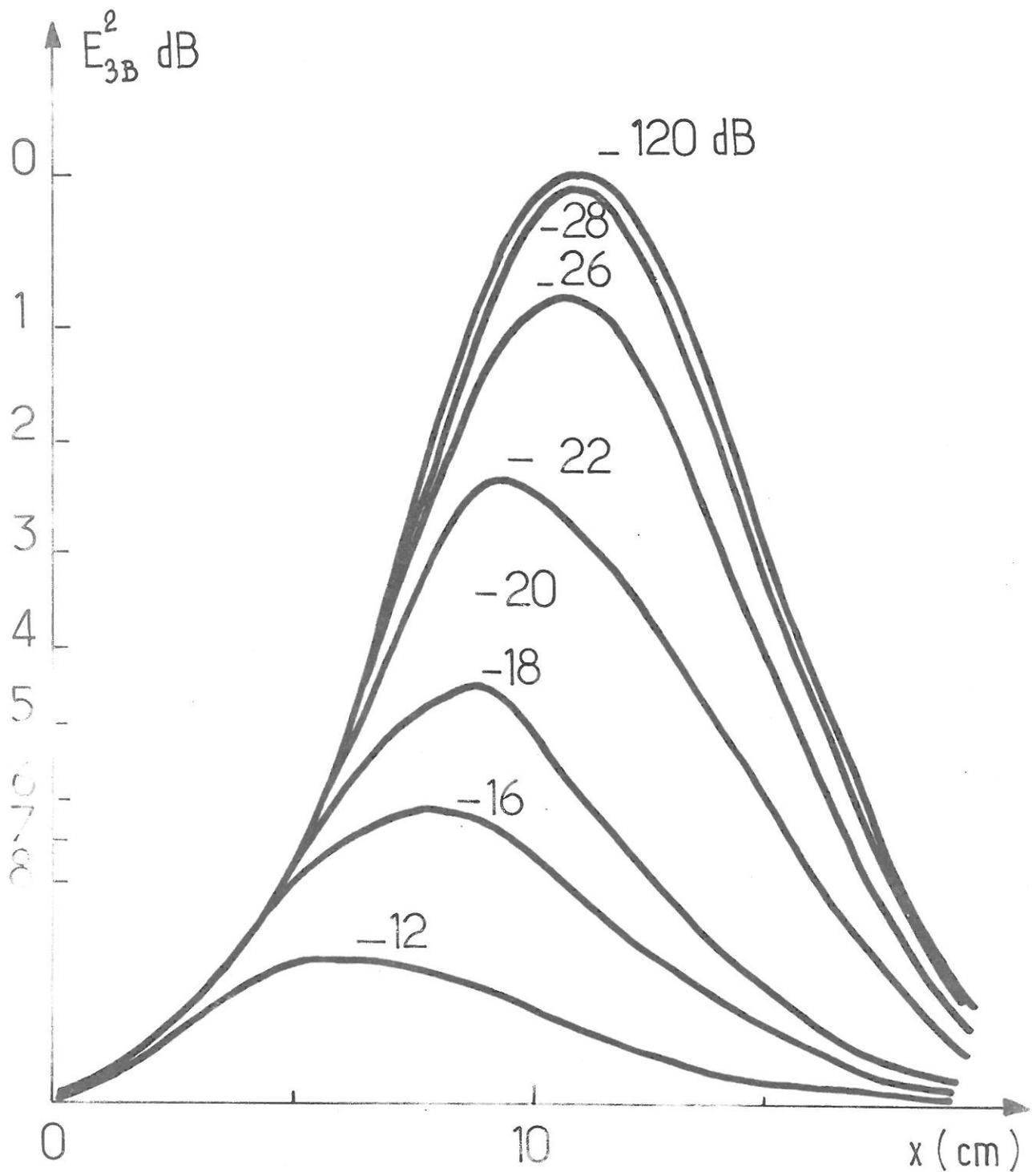


FIG. 2 - Amortissement de l'écho du à la présence d'un spectre de bruit.

Carré de l'amplitude de l'écho ( $E_{3B}^2$  en dB en dessous de la même grandeur en l'absence de bruit) en  $3B$  fonction de la position ( $x$ ) pour différentes valeurs de la puissance de bruit (exprimée en dB en dessous de 250 mw).

$$f_1 = 104 \text{ MHz}$$

$$P_1 = 20 \text{ mw}$$

$$f_2 = 102 \text{ MHz}$$

$$P_2 = 8 \text{ mw}$$

Bruit centré sur 100 MHz ; largeur  $\pm 5$  MHz

$$n_e = 1,7 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$$

$$T_e \sim 2 \text{ eV.}$$



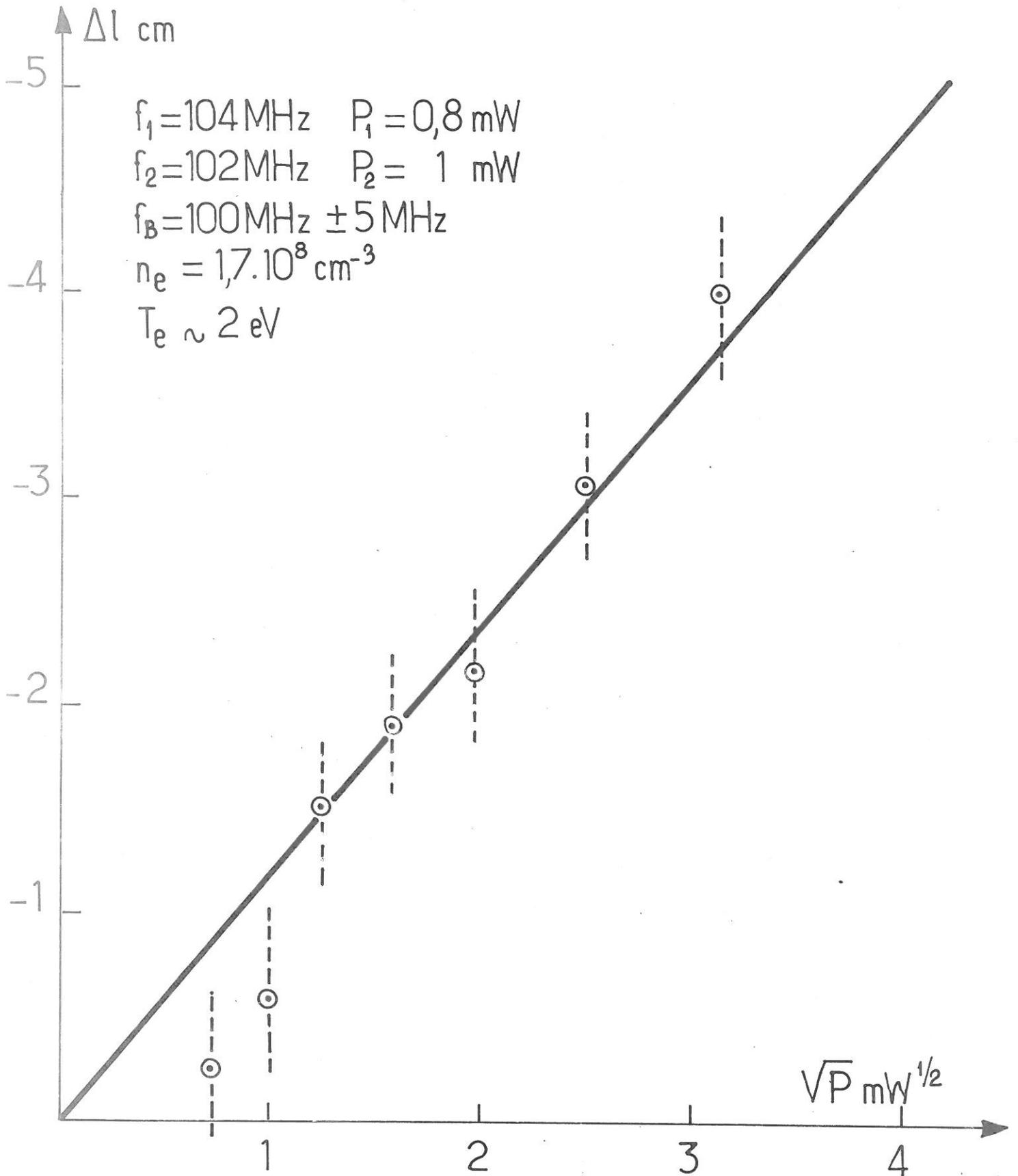


FIG. 3 - Déplacement du maximum d'un écho (1,2) du à la présence d'un spectre de bruit.



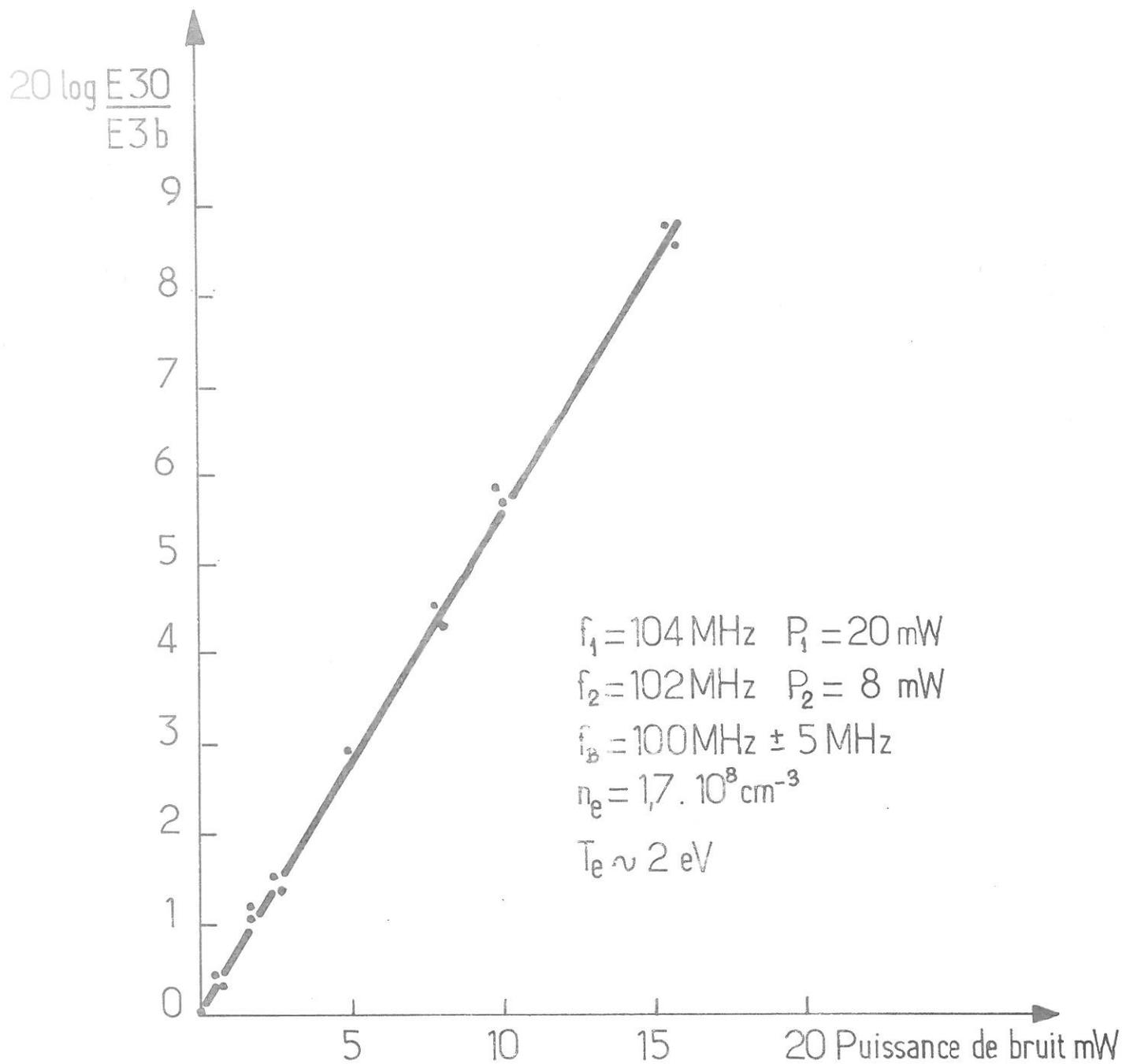


FIG. 4 - Amortissement de l'écho (1,2) dû à la présence d'un spectre de bruit.

$f_1 = 104 \text{ MHz}$     $P_1 = 20 \text{ mw}$   
 $f_2 = 102 \text{ MHz}$     $P_2 = 8 \text{ mw}$   
 $f_B = 100 \text{ MHz} \pm 5 \text{ MHz}$   
 $n_e = 1,7 \cdot 10^8 \text{ e cm}^{-3}$     $T_e = 2 \text{ eV}$



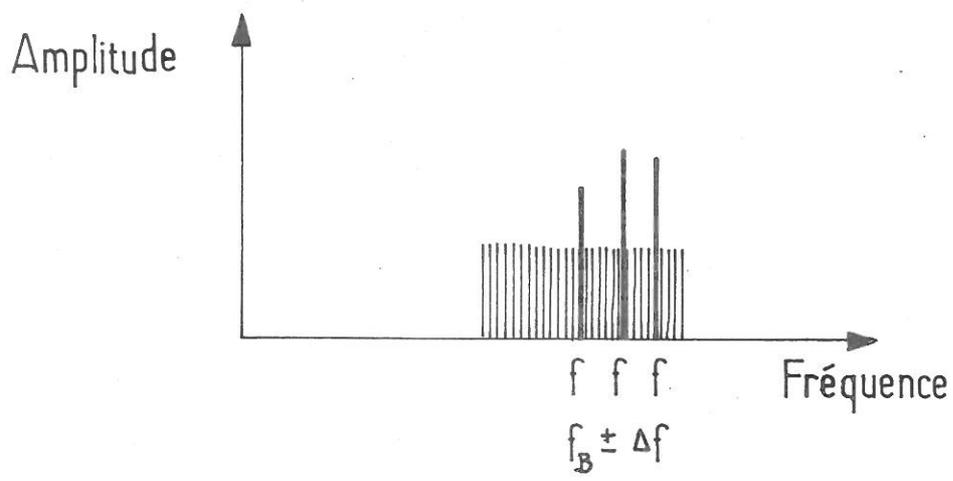
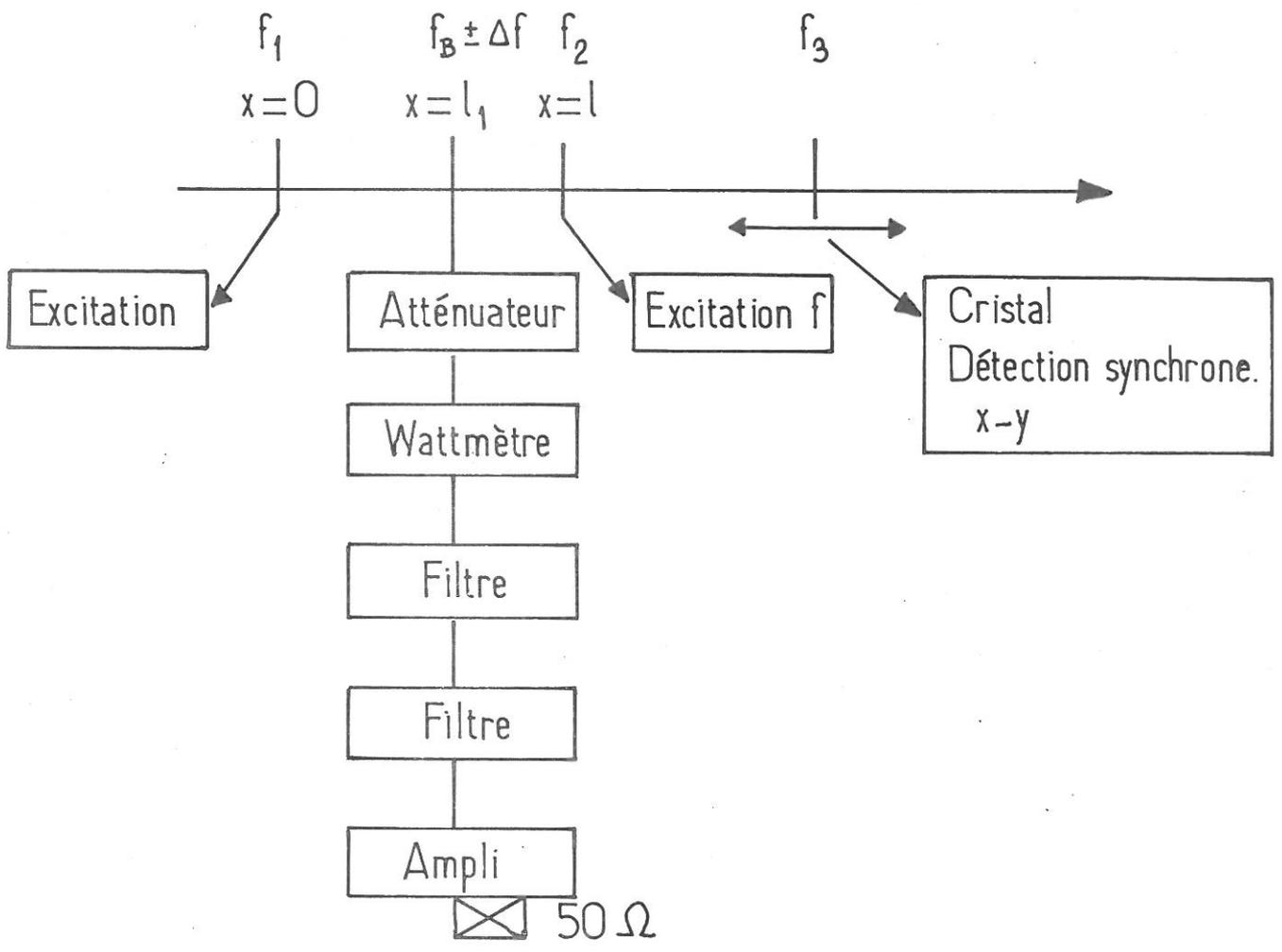


FIG. 1 - Injection du spectre de bruit.



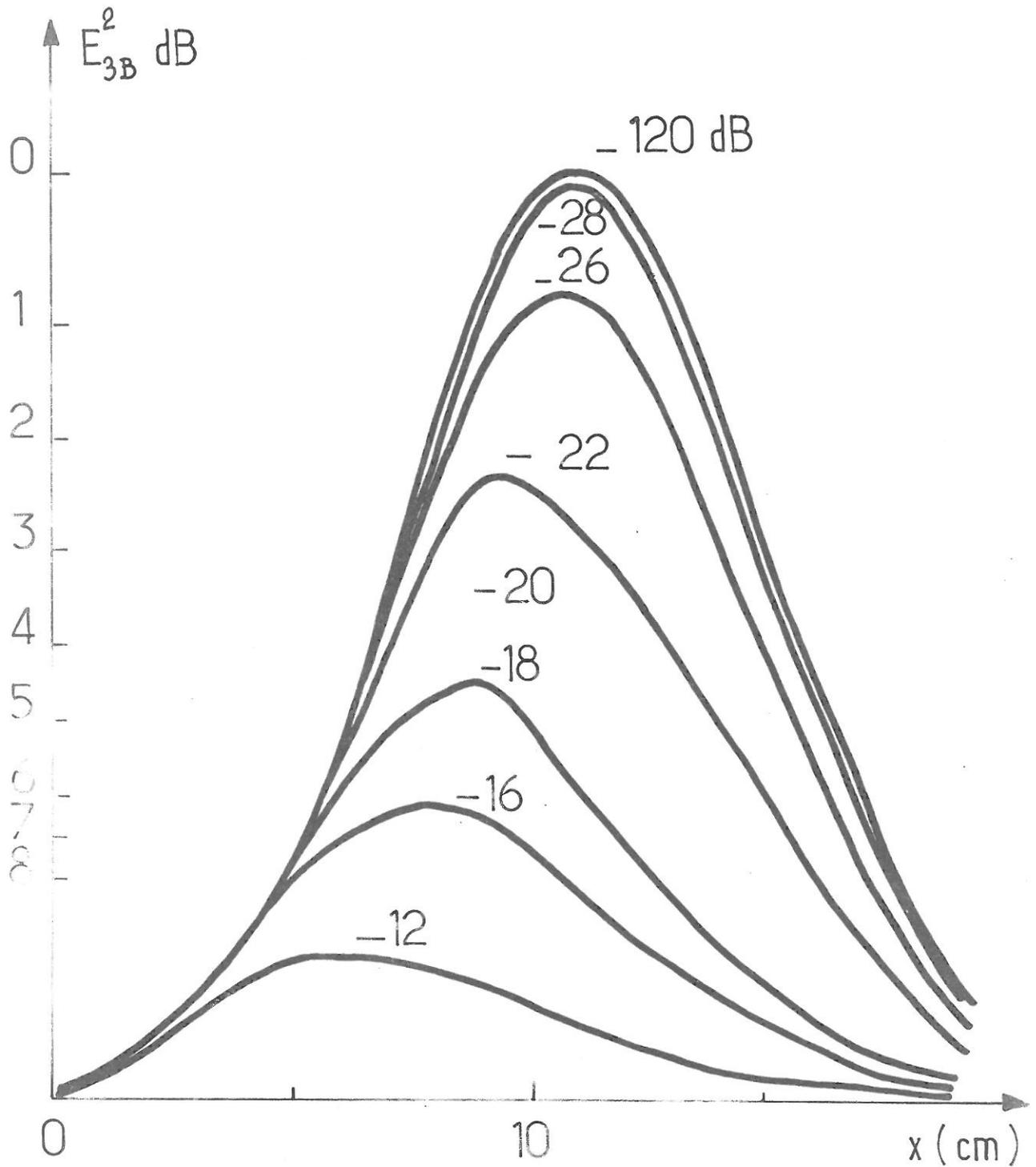


FIG. 2 - Amortissement de l'écho du à la présence d'un spectre de bruit.

Carré de l'amplitude de l'écho ( $E_{3B}^2$  en dB en dessous de la même grandeur en l'absence de bruit) en  $3B$  fonction de la position ( $x$ ) pour différentes valeurs de la puissance de bruit (exprimée en dB en dessous de 250 mw).

$$f_1 = 104 \text{ MHz}$$

$$P_1 = 20 \text{ mw}$$

$$f_2 = 102 \text{ MHz}$$

$$P_2 = 8 \text{ mw}$$

Bruit centré sur 100 MHz ; largeur  $\pm 5$  MHz

$$n_e = 1,7 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$$

$$T_e \sim 2 \text{ eV.}$$



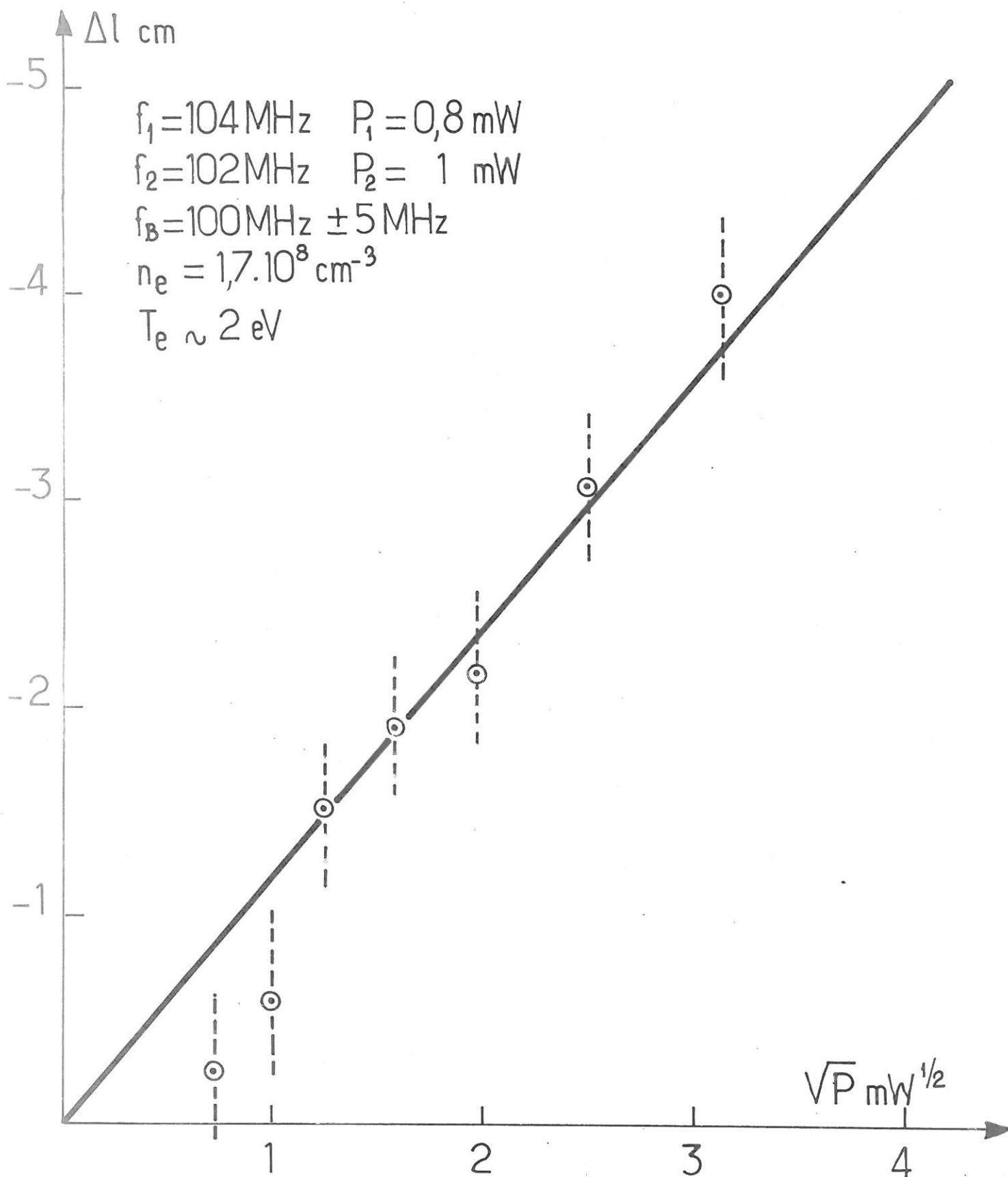


FIG. 3 - Déplacement du maximum d'un écho (1,2) du à la présence d'un spectre de bruit.



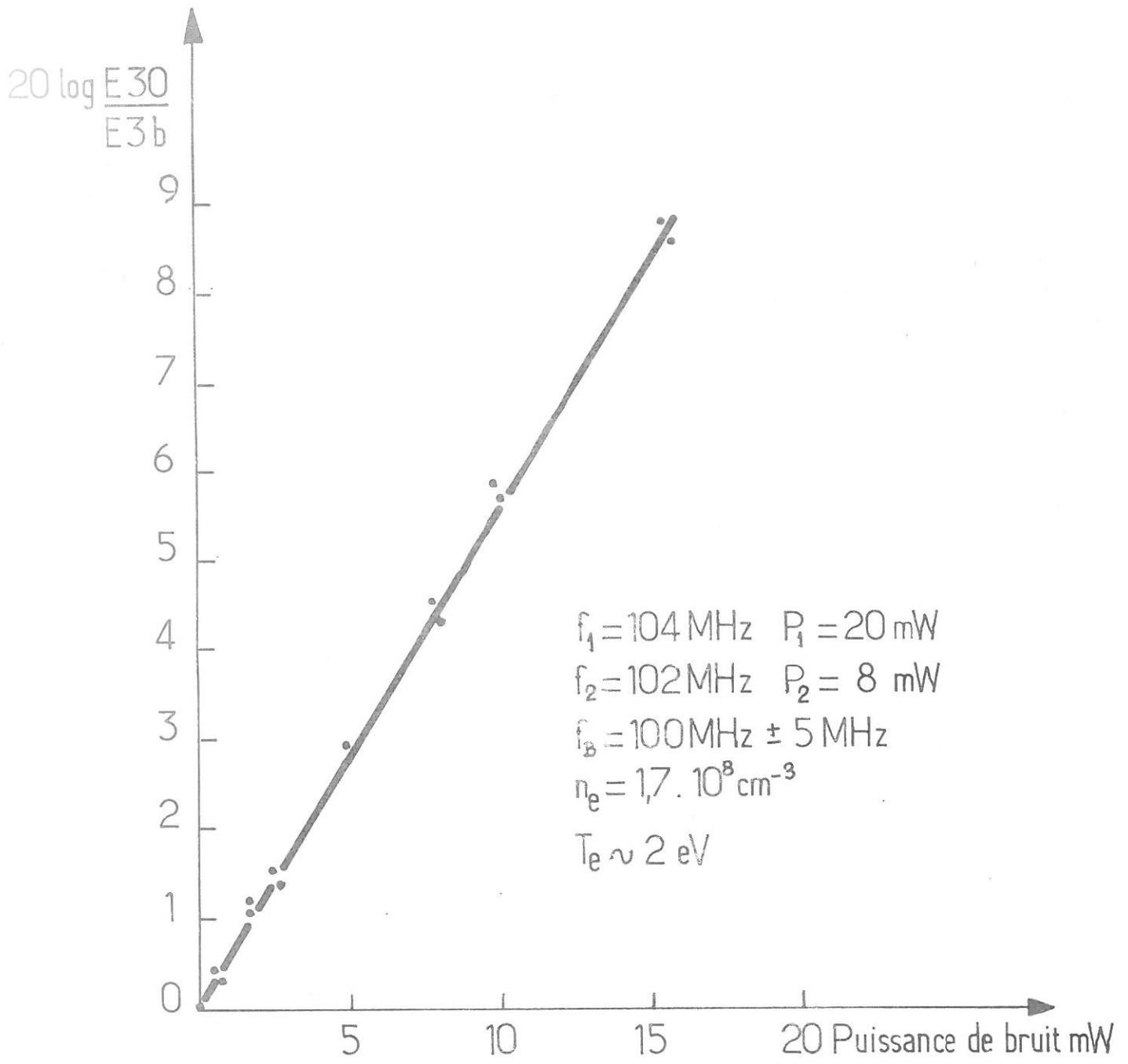


FIG. 4 - Amortissement de l'écho (1,2) dû à la présence d'un spectre de bruit.

$f_1 = 104 \text{ MHz}$     $P_1 = 20 \text{ mW}$   
 $f_2 = 102 \text{ MHz}$     $P_2 = 8 \text{ mW}$   
 $f_B = 100 \text{ MHz} \pm 5 \text{ MHz}$   
 $n_e = 1,7 \cdot 10^8 \text{ e cm}^{-3}$     $T_e = 2 \text{ eV}$



## X.2 - RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les résultats obtenus sur la colonne sont présentés (Fig.X.2). L'amplitude de l'écho est affectée pour des puissances de l'ordre de quelques dixièmes de milliwatts. La descente de l'écho, due aux particules résonnantes, est plus sensible que sa montée à l'augmentation de la puissance injectée. Corrélativement le maximum d'amplitude se déplace vers les émetteurs. Ce déplacement, bien que non prévu par la théorie a été reporté en fonction de la racine carrée de la puissance de bruit (Fig.X.3). Il varie sensiblement linéairement avec le champ électrique.

Le log du rapport de l'amplitude de l'écho en son maximum, sans puissance de bruit injecté, à cette amplitude, lorsque du bruit est injecté, varie linéairement en fonction de la puissance de bruit injectée (Fig.X.4). Ce résultat est prévu par la théorie. La connaissance des coefficients de couplage des antennes devrait permettre de relier ces mesures quantitatives aux coefficients de diffusion.

## X.3 - CONCLUSION

Si une théorie plus élaborée permettait de rendre compte du déplacement de l'amplitude de l'écho avec la puissance injectée et si les coefficients de couplage des sondes étaient connus, il serait possible de déterminer tant par le déplacement du maximum de l'écho que par la variation d'amplitude de l'écho, des coefficients de diffusion dans l'espace des vitesses.



REFERENCES du CHAPITRE X

- [1] T.H. JENSEN, J.H. MALMBERG, T.M. O'NEIL. Phys. Fluids 12, 1728 (1969).
- [2] M. GUILLEMOT, G. MATTHIEUSSENT, J. OLIVAIN, F. PERCEVAL, A. QUEMENEUR. Phys. Fluids 14, 2065 (1971).



## CONCLUSION

Une théorie non linéaire des échos spatiaux d'onde de plasma électronique prévoit correctement la variation de l'amplitude des échos (1,n) avec l'amplitude des ondes initiales et la distance entre les points d'émission de ces ondes. Un certain nombre de points n'ont, cependant, pas pu être éclairci. Ainsi la position de l'écho diffère légèrement de celle prévue par la théorie ; les nombres d'ondes dans la montée de l'écho semblent différer de ceux attendus ; les calculs sur l'influence de la diffusion des électrons dans l'espace des vitesses ne rendent pas compte du déplacement du maximum de l'écho. Un effort théorique important semble donc s'avérer nécessaire.

- Ce travail a été poursuivi en vue de tenir compte de l'influence de la propagation en géométrie finie sur l'amplitude de l'écho. L'utilisation du phénomène de saturation de l'amplitude de l'écho avec l'amplitude de la deuxième onde doit alors permettre de mesurer de manière absolue l'amplitude d'une onde de plasma se propageant sur une colonne.

- L'amplitude de l'écho étant très sensible à la diffusion des électrons dans l'espace des vitesses, les échos constituent un moyen extrêmement fin pour mesurer des coefficients de diffusion. Cette diffusion peut provenir des collisions électrons-ions, des instabilités naturelles du plasma, de la turbulence provoquée de l'extérieur. Dans ce dernier cas une expérience d'interaction faisceau plasma est envisagée. Excitant deux ondes fortement amorties sur un faisceau d'électrons, on fait apparaître un écho dans le système en interaction, faisceau et plasma.

L'amplitude de cet écho dépend de la diffusion des particules du faisceau dans le plasma. Faisant varier la fréquence des ondes, et la distance entre leurs points d'émission, à partir des variations d'amplitude de l'écho, il est possible de déduire la valeur du coefficient de diffusion en fonction de la vitesse des particules du faisceau, et de leur position.

