

Série A, ORSAY
N° d'ordre :
110

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

pour obtenir le grade de
DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

par

Daniel QUÉMADA

1^{re} THÈSE

La propagation des ondes dans les plasmas chauds homogènes :
Théorie adiabatique complète et théorie magnéto - dynamique exacte

2^e THÈSE : *Propositions données par la Faculté*

Soutenues le 5 Juin 1965 devant la Commission d'examen :

MM. J. DELLOUE	}	<i>Président</i>
J. F. DENISSE		<i>Examineurs</i>
J. L. DELCROIX		

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen

M. ZAMANSKY.

Professeurs

MM. BRELOT	T analyse supérieure	DEVILLERS	T anatomie & histologie comparée
PRENANT	T anatomie et histologie comparée	EHRESMANN	T topologie algébrique
GRASSE	T évolution des êtres organisés	FRANCON	T physique SPCN
PREVOST	T chimie organique	GLANGEAUD	T géographie phys. & géologie dynamique
WYART	T minéralogie & cristallog.	DODEMENT	T mathématiques MGP
TEISSIER	T zoologie	PISOT	T techniques mathématiques de la physique
MANGENOT	T biologie végétale (Orsay)	QUELET	T chimie organique
AUGER	T physique quantique & relativité	CAGNIARD	T géophysique appliquée
MONNIER	T physiologie générale	LENNUIER	T physique MGP
PIVETEAU	T paléontologie	RIZET	T génétique (Orsay)
ROCARD	T physique (ENS)	ROUTHIER	T géologie appliquée
CARTAN	T mathématiques (ENS)	Mme TONNELAT	T physique théorique
LAFFITTE	T chimie générale	MM. DIXMIER	T mathématiques MPC
N ...	T géométrie supérieure	SOUCHAY	T chimie générale
COULOMB	T physique du globe	AIGRAIN	T électrotechnique générale
Melle COUSIN	T biologie animale SPCN	BRUSSET	T chimie systématique
MM. CHRETIEN	T chimie minérale	LEVY M.	T physique théorique des hautes énergies (Orsay)
BOCQUET	T zoologie	Mme CHAIX	T chimie biologique
KASTLER	T physique ENS	Mme HUREL PY	T biologie végétale PCB
EPHRUSSI	T génétique	MM. PANNETIER	T chimie générale
RIVIERE	T géologie SPCN & sédimento. (Orsay)	BRUN	T mécanique des fluides I
GAUTHERET	T biologie végétale PCB	LEDERER	T chimie biologique (Orsay)
LUCAS R.	T recherches physiques	Mme DUBREIL	T mathématiques (agrégat.)
THOMAS A.	T biologie cellulaire	Mme LELONG	T mathématiques II (ENS)
ARNULF	T optique appliquée	MM. BELLAIR	T géologie
MORAND	T physique enseignement	COTTE	T physique électricité
SOLEILLET	T physique PCB	DUBOIS J.E.	T chimie organique
FORTIER	T mécanique expérimentale des fluides	LAMOTTE	T zoologie (ENS)
DRACH	T zoologie	MICHEL A.	T chimie minérale (Orsay)
QUENEY	T météorologie & dynamique atmosphérique	OLMER	T énergétique générale
GALLIEN	T embryologie	ROUAULT	T électricité (Orsay)
EICHHORN	T botanique	GAUTHIER	T mécanique appliquée
DE CUGNAC	T biologie végétale SPCN	BARCHEWITZ	T chimie physique
Melle CAUCHOIS	T chimie physique	BROSSEL	T physique atomique
MM. THELLIER	T physique du globe	BUSER	T physiologie comparée
L'HERITIER	T biologie générale (Orsay)	CAMUS	T physiologie végétale
GRIVET	T radioélectricité (Orsay)	CASTAING	T physique II thermodynamique (Orsay)
PONCIN	T mécanique générale	CURIEN	T minéralogie & cristallog.
DUBREIL	T arithm. & théorie des nombres	MOYSE	T physiologie végétale (Orsay)
CHAMPETIER	T chimie macromoléculaire	Mme CHARNIAUX-	T évolution des êtres organisés
CUVILLIER	T micropaléontologie	COTTON	
JUNG	T géologie	MM. POSSOMPES	T zoologie
TRILLAT	T microscopie et diffraction électronique	PULLMANN	T chimie quantique
WIEMANN	T chimie organique et struc.	TEILLAC	T physique nucléaire & radioactivité (Orsay)
JACQUINOT	T spectroscopie & physique céleste (Orsay)	TONNELAT	T biologie-physico-chimique (Orsay)
VASSY	T physique de l'atmosphère	VILLE	T économétrie
DESTOUCHES	T théorie physique	WILLEMART	T chimie (PCB)
AMIEL	T chimie générale	DODE	T chimie (Orsay)
HOCART	T minéralogie & cristallog.	FREYMANN	T recherches physiques
MATHIEU JP.	T physique optique	GUINOCHET	T biologie végétale (SPCN) (Orsay)
COUTEAUX	T cytologie	ROCH	T géologie
MAY	T zoologie	SCHATZMANN	T astrophysique
CHOQUET	T théorie des fonctions et topologie	TERMIER	T géologie générale
FELDMANN	T biologie végétale marine	ZAMANSKY	T mathématiques générales
GUINIER	T physique des solides (Orsay)	LUCAS	T géologie
JOST	T physiologie comparée	ALLARD	T chimie physique
FORTET	T calcul des probabilités & physique mathématique	BERTHELOT	T physique des particules fondamentales (Orsay)
SCHWARTZ	T calcul dif. & intégral	BRICARD	T météorologie & physique de l'atmosphère (Orsay)
CHOUARD	T physiologie végétale	Mme ALBE FESSARD	T psychophysiologie
MALAVARD	T aviation (techn. aéron.)	MM. FRIEDEL	T physique des solides (Orsay)
NORMANT	T synthèse organique	JULIA M.	T études des moléculaires naturelles complexes
BENARD	T chimie minérale	LENDER	T biologie animale SPCN (Orsay)
BUVAT	T botanique ENS	MAGAT	T physico-chimie des radioéléments
DUGUE	T statistiques mathémat.	Melle QUINTIN	T électrochimie
SOULAIRAC	T psychophysiologie	MM. MONOD	T chimie du métabolisme
ULRICH	T physiologie végét. appl.	BENOIT	T physio. animale (Orsay)
MARECHAL	T optique théor. & appliq.	DE POSSEL	T analyse numérique
KIRRMANN	T théories chimiques	CHARLOT	T chimie analytique
CHADEFAUD	T botanique	LEMEE	T écologie végétale (Orsay)
Melle LE BRETON	T physiologie de la nutrit.	GUERIN	T chimie MPC (Orsay)
MM. LELONG	T application de l'analyse à la géométrie	CHATELET	T chimie (PCB)

	JEAN	T physique nucléaire (Orsay)		MEYER	physique propédeutique
	MATTLER	T physique (SPCN)		NICOLAS	géologie appliquée
	BERGERARD	T zoologie (Orsay)		PANIGEL	biologie générale
	BERTEIN	T électronique (Orsay)	Melle	FOURCROY	biologie végétale SPCN
	BOUSSIÈRES	T radiochimie	Mme	CHOQUET-BRUHAT	T mécanique analytique & mécanique céleste
Mme	COUTURE	T thermodyn. & méca. phys.	Melle	VEIL	T physiologie générale
MM.	ELLEMBERGER	T géologie des grandes régions du globe (Orsay)	MM.	LWOFF	T microbiologie
	FRANC	T biologie animale (PCB)		SIESTRUNCK	T mécanique physique & expérimentale
	SCHNELL	botanique tropicale		NERON	T mathématiques (MPC) (Orsay)
	STLKOWSKI	T physiologie végétale	Mme	PECKER-WIMEL	T astrophysique
	ACHER	T chimie biologique	MM.	BALKANSKY	physique MPC
	BAUDOIN	T biologie animale (PCB)		LE CORRE	T électricité
	BEAUMONT	biologie animale (SPCN)		DELGROIX	T physique théorique (Orsay)
	BLAMONT	géophysique ionosphère		GOURDIN	physique théorique des hautes énergies (Orsay)
	BOUREAU	T botanique		LEHMANN	T physique expérimentale des hautes énergies
	CURIE D.	physique (MGP)		NATAF	T physique nucléaire & radioactivité (Orsay)
	DURAND DELGA	T géologie		ECHALIER	biologie animale PCB
	FREON	T chimie organique (Orsay)		BARRAUD	physiologie cellulaire
	HELLER	T physiologie végétale		LIORET	P physiologie végétale (Orsay)
	TORTRAT	T calcul des probabilités		DARS	géologie structurale & géologie appliquée
	CAILLEUX	T géologie (SPCN)		CAMEFORT	T botanique (agrégation)
	MAGNAN	physique électricité		VICHNIEWSKY	T mécanique industrielle
	DAUDEL	T mécanique ondulatoire appliquée à la chimie théorique & à la physique nucléaire		BLAQUIERE	électronique (Orsay)
				ARNOUS	T physique théorique
	ROLLET	T chimie minérale		TATINOUE	chimie (CSU Orléans)
Melle	JOSIEN	T chimie SPCN		MALLIAVIN	T mathématiques propédeutiques (Orsay)
MM.	CHEVALLEY	T géométrie algébrique & théorie des groupes		GAUDEMAR	chimie propédeutique
	ARNOULT	T électronique (Orsay)		PEREZ Y JORBA	physique expérimentale des hautes énergies (Orsay)
	CHAPELLE	T physique I (Orsay)		DAVID	T chimie (agrégation Orsay)
	DELANGE	T mathématiques I (Orsay)		BROUSSE	T mécanique théorique
	DENY	T mathématiques gles		ROSCH	T astronomie
	GERMAIN	T mécanique théorique des fluides		GUY	T physique expérimentale
	LACOMBE	T métallurgie des métaux nucléaires (Orsay)		LAZARD	mathématiques MPC
	BROCHARD	T physique MGP (Orsay)		MOREL Pierre	physique MPC
	CABANNES	T mécanique générale		ARSAC	programmation
	LESIEUR	T mathématiques I (Orsay)		LEFEBVRE	chimie MPC
	MAZET	T mécanique générale (Orsay)		CHAPEVILLE	biochimie
	CAIRE	géographie phys. & géol. dynamique		BENOIT	physique CPEM
	COMOLET	mécanique des fluides		RIO	chimie CPEM
	CORABOEUF	T physio animale (Orsay)		JAUZEIN	géologie ENS
	DELLOUE	T physique de l'exosphère		PREVOST G.	biologie végétale CPEM
	GORENFLOT	botanique II (Orsay)		FAVARD P.	biologie animale CPEM
	HOUILLON	biologie animale PCB		VILKAS	chimie CPEM
	JULLIEN J.	chimie SPCN (Orsay)	Melle	FICINI	chimie CPEM
	MALGRANGE	T techniques math. de la phys. (Orsay)	MM.	LEQUEUX	astronomie
	OLIVIER	anthropologie		COHEN TANNODJI	physique MPC
	NOZERAN	T botanique II (Orsay)		TAVERNIER	physique CPEM
	BLANC-LAPIERRE	T physique ENS (Orsay)	Mme	ROIZEN	physique CPEM
	CHEVAUGEON	T botanique (Orsay)	MM.	DURAND M.	biologie animale SPCN
	KAHANE	T mathématiques (Orsay)		RAVIER	pétrographie
	SAMUEL	T math. ENS féminines		ROSEAU	T mécanique théorique des fluides
	KOURGANOFF	T astronomie (Orsay)		ROUBINE	électronique
	THIRY	T mécanique céleste		SILBER	T chimie PCB
	ABELES	physique SPCN		UEBERSFELD	T électronique
	AMAT	T physique PCB		YVON	T théories physiques
	AUBOIN	T géologie		HERVE	T mathématiques
Mme	BENOIST-GUEUTAL	T physique nucléaire & radioactivité (Orsay)		JANCOVICI	physique atomique (Orsay)
MM.	BOUGIS	biologie marine Villefranche s/Mer		FALK-VAIRANT	physique nucléaire (Orsay)
	BRUNN	T géologie historique (Orsay)		FETIZON	chimie propédeutique (Orsay)
	CHABBAL	T physique MGP (Orsay)		CERF	mathématiques (Orsay)
	DEHEUVELS	T mathématiques propédeutiques		PASCAUD	physiologie
	D'ESPAGNAT	T physique théorique (Orsay)	Mme	PETIT	biologie animale CPEM
	FURON	T géologie SPCN	MM.	BROUSSE	géologie (Orsay)
Mme	GANS	T génétique		CAGNAC	physique agrégation (Orsay)
MM.	GENEVES	biologie végétale PCB		LEBERRE	zoologie (Orsay)
	GUILBERT	physique CSU Orléans		SCHAEFFER	microbiologie (Orsay)
	HUPE	T pétrographie		de GENNES	physique des solides (Orsay)
	HOLLANDE	T biologie générale		RIOU	physique nucléaire expé. (Orsay)
	LIONS	T analyse numérique		CLAUSER	chimie biologique (Orsay)
	MAITTE	T chimie PCB		CHEVALIER	physiologie animale (Orsay)

Secrétaire général

R. POUILLAIN.

TABLE DES MATIERES

	Page
Hypothèses fondamentales - Généralités	1
PREMIERE PARTIE	
LA THEORIE DES ONDES ADIABATIQUES	
Introduction	7
Chapitre I : Les résultats de la théorie des plasmas froids et de la théorie à pression scalaire	11
Chapitre II : La théorie adiabatique complète	17
DEUXIEME PARTIE	
DISCUSSION ET DOMAINE DE VALIDITE DE LA THEORIE ADIABATIQUE COMPLETE : APPROXIMATION DES PLASMAS TIEDES	
Introduction	43
Chapitre III : Discussion de la validité de l'hypothèse $\nabla \cdot \mathbf{Q} = 0$ en l'absence de champ magnétique	45
Chapitre IV : Domaine de validité de la théorie adiabatique complète (propagations longitudinale et transversale)	55
TROISIEME PARTIE	
UNE THEORIE MAGNETODYNAMIQUE EXACTE	
Introduction	73
Chapitre V : Existence de conditions de fermeture exactes. Relation thermodynamique	75
Chapitre VI : Utilisation de la relation thermodynamique $(\beta, \sigma, T) = 0$ comme condi- tion de fermeture exacte, en l'absence de champ magnétique	83
Chapitre VII : Utilisation de la relation thermodynamique $(\beta, \sigma, T) = 0$ comme condi- tion de fermeture exacte, en présence d'un champ magnétique. Cas de la propagation longitudinale	89
Conclusion	93
Références bibliographiques	95

HYPOTHESES FONDAMENTALES

VUE D'ENSEMBLE DE L'ETUDE

1. - L'étude de la propagation des ondes dans les plasmas a fait l'objet de nombreux travaux tant théoriques qu'expérimentaux. Mais dans la plupart des cas, les conditions expérimentales - inhomogénéités, équilibre non maxwellien, instabilités, ... - nous éloignent notablement d'un modèle théorique assez simple pour permettre une description systématique des différents types d'ondes susceptibles de se propager dans un tel milieu.

Il semble donc justifié, et principalement pour des raisons de simplicité, d'étudier théoriquement ce problème dans le cas où les hypothèses suivantes sont satisfaites : le plasma, complètement ionisé (ions simplement chargés et électrons), est illimité, possède un état d'équilibre homogène, neutre et maxwellien à la température T ; de plus, il est suffisamment raréfié pour qu'on puisse y négliger les collisions proches entre particules et ne tenir compte que des interactions particules-champ électromagnétique ; cette dernière hypothèse n'est d'ailleurs plus nécessaire pour les plasmas chauds, où, même pour des densités assez élevées, les collisions proches sont peu fréquentes, mais où l'existence et l'importance des modes collectifs exigent de conserver les interactions particules-champ. Néanmoins, la température est supposée assez peu élevée pour que les effets relativistes soient négligeables.

Le problème de la propagation des ondes est complètement défini, dès qu'on connaît le tenseur diélectrique $\underline{\epsilon}$ du milieu - ou, ce qui revient au même, le tenseur de conductivité $\underline{\sigma}$ - ; il suffit alors de porter l'une de ces quantités dans les équations de Maxwell. Ainsi, ce problème se ramène en définitive à la détermination de $\underline{\sigma}$.

Avec les hypothèses précédentes, il existe deux méthodes différentes pour calculer le tenseur de conductivité :

a) - la méthode microscopique, basée sur l'équation de VLASOV, qui précise l'évolution de la fonction de distribution $f(r, w, t)$ des vitesses de chaque type de particules :

$$(1.1) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \underline{w} \cdot \frac{\partial f}{\partial \underline{r}} + \frac{q}{m} (\underline{E} + \underline{w} \times \underline{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \underline{w}} = 0$$

et qui conduit à des résultats que l'on qualifiera exacts.

b) - la méthode macroscopique, qui utilise les équations d'évolution

$$(1.2) \left\{ \begin{array}{l} \text{(a)} \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \underline{v} \cdot n \underline{v} = 0 \\ \text{(b)} \quad mn \left(\frac{\partial}{\partial t} + \underline{v} \cdot \underline{v} \right) \underline{v} + \underline{v} \cdot \underline{\Psi} = qn (\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}) \\ \text{(c)} \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + \underline{v} \cdot \underline{v} \right) \underline{\Psi} + (\underline{v} \cdot \underline{v}) \underline{\Psi} + (\underline{v} \underline{v} \cdot \underline{\Psi} + \text{transposé}) + \underline{v} \cdot \underline{\underline{Q}} = \frac{q}{m} [(\underline{E} \times \underline{\Psi}) + \text{transposé}] \end{array} \right.$$

pour les grandeurs moyennes :

$$(1.3) \left\{ \begin{array}{l} \text{densité} \quad n = \int f d^3 w \\ \text{vitesse moyenne} \quad \underline{v} = n^{-1} \int f \underline{w} d^3 w \\ \text{pression cinétique} \quad \underline{\Psi} = m \int f (\underline{w} - \underline{v}) (\underline{w} - \underline{v}) d^3 w \\ \text{flux de chaleur} \quad \underline{\underline{Q}} = m \int f (\underline{w} - \underline{v}) (\underline{w} - \underline{v}) (\underline{w} - \underline{v}) d^3 w \\ \dots \end{array} \right.$$

Les équations (1.2) - que nous appellerons dans la suite équations des moments - sont obtenues en intégrant, après l'avoir multipliée par 1 , \underline{w} , $(\underline{w} - \underline{v})(\underline{w} - \underline{v})$, ..., l'équation de VLASOV. L'équation du moment d'ordre ℓ contenant le moment d'ordre $(\ell+1)$, le système (1.2) est infini : il est donc nécessaire de le fermer par une condition particulière, reliant un moment donné à un ou plusieurs moments d'ordre inférieur. Mais cette condition de fermeture, en général choisie a priori, est plus ou moins justifiée pour le modèle considéré : le traitement macroscopique donnera donc, le plus souvent, des résultats approchés.

La plus simple de ces conditions de fermeture est évidemment celle qui consiste à négliger l'agitation thermique des particules : $\underline{\Psi} = 0$. On obtient ainsi la description des plasmas froids, bien applicable dans le domaine des hautes fréquences.

La condition suivante est celle de la théorie à pression scalaire p (définie par $\underline{\Psi} = p \underline{1}$), dans laquelle on suppose en plus qu'il existe une équation d'état $\underline{\Psi} = \underline{\Psi}(n)$; la théorie adiabatique à pression scalaire est obtenue avec la loi adiabatique

$$(1.4) \quad p n^{-\gamma} = C^{te}$$

où γ est un coefficient de compressibilité qui devra être précisé. Pour les ondes rapides, dont la vitesse de phase v_{ϕ} est très supérieure à la vitesse d'agitation thermique a des particules $v_{\phi} \gg a$ ($a^2 = 2KT/m$) il est raisonnable de s'attendre à une description correcte des phénomènes, les échanges de chaleur n'ayant pas le temps de s'établir pendant le passage de l'onde. Pour $\gamma = 3$, on sait qu'on trouve en effet un excellent accord avec le résultat microscopique, dans le cas des oscillations longitudinales électroniques (oscillations de plasma), pour les grandes longueurs d'onde. En fait, nous montrerons que ce résultat macroscopique constitue l'ordre 1 du développement de la solution microscopique par rapport au paramètre $\tau \simeq \left(\frac{a}{v_{\phi}}\right)^2 \ll 1$, et l'accord n'est donc pas surprenant.

Pourtant, on peut voir facilement que l'équation (1.2c) contient des termes qui, dans (1.2b), figureront aussi à l'ordre 1 en τ : cette remarque suffit pour rejeter la condition de pression scalaire, hypothèse qui, d'ailleurs, n'est certainement pas correcte en l'absence de collision et en présence d'un champ magnétique.

Ces critiques conduisent évidemment à l'étape suivante : on suppose négligeable le moment d'ordre 3 :

$$(1.5) \quad \underline{\underline{Q}} = 0$$

On construit ainsi une théorie dite "adiabatique complète" - en raison même de la "signification" physique de (1.5) - qui conserve le caractère tensoriel de la pression. Cette théorie fait l'objet de la première partie du présent travail.

Pour les ondes rapides $\tau \ll 1$, la condition adiabatique est satisfaite et nous pouvons nous attendre à décrire correctement ces ondes. En particulier, pour les ondes longitudinales, on trouve alors entre n et la composante longitudinale de $\underline{\Psi}$, une relation du type (1.4), avec un coefficient $\gamma = 3$, sans qu'il ait été nécessaire de le choisir préalablement comme c'était le cas dans la théorie à pression scalaire.

2. - Cependant, dès que la vitesse de phase de l'onde devient de l'ordre de grandeur de la vitesse d'agitation thermique ($\tau \simeq 1$), les résultats de la théorie adiabatique ne pourront être qu'approchés, dans la mesure où la condition adiabatique (1.5) l'est elle-même. Nous devons discuter alors sa validité en comparant les résultats auxquels elle conduit à ceux donnés par la théorie cinétique, dans des cas où ces derniers sont connus : cette comparaison sera faite, dans la deuxième partie de ce travail. Elle conduira à limiter le domaine de validité de la théorie adiabatique. Or, pour une onde donnée, ce domaine limite la température : on obtient ainsi l'approximation des plasmas tièdes, où les effets thermiques apparaissent toujours comme des corrections faibles à la théorie des plasmas froids ; pour les basses fréquences et en présence d'un champ magnétique, nous montrerons que le domaine de validité de cette approximation est d'autant plus grand que le champ magnétique est plus fort, ou que le plasma est moins dense. En dehors de ce domaine, la théorie adiabatique n'est plus correcte et on devra en rejeter toutes les solutions : en particulier, l'onde "pseudosonore", déjà trouvée dans la théorie à pression scalaire.

3. - Pour des vitesses de phase comparables aux vitesses thermiques, la théorie microscopique donne des amortissements LANDAU très importants, qui mettent en cause l'existence des ondes ; or de tels effets sont directement liés aux particules "résonnantes" - de vitesses voisines de v_{ϕ} - et il semble a priori évident qu'ils ne puissent pas être obtenus à l'aide d'un modèle macroscopique d'où l'on a préalablement éliminé ces particules, en effectuant des moyennes sur les vitesses.

Néanmoins, nous montrerons que la disparition de ces effets Landau est, en fait, directement liée à un mauvais choix des conditions de fermeture, et qu'il en existe - que nous appellerons "exactes" - qui permettent de décrire correctement ces amortissements. L'existence de telles conditions et leur utilisation font l'objet de la troisième partie de ce travail. A partir d'une forme très générale de la perturbation de la fonction de distribution des vitesses des particules d'une espèce, nous trouverons, pour les plasmas en équilibre maxwellien, une relation de type thermodynamique entre la densité de courant électrique \underline{J} et le vecteur flux de chaleur \underline{q} associés au passage de l'onde. Sous réserve d'une certaine hypothèse sur le tenseur flux de chaleur \underline{Q} il sera alors possible, dans le cas de la propagation longitudinale, d'exprimer les termes qui dépendent de ce tenseur en fonction du vecteur \underline{q} . Ainsi le système des équations des moments est fermé, et nous obtiendrons alors une équation différentielle pour le tenseur de conductivité $\underline{\sigma}(\omega, \underline{k})$, fonction de la variable $\frac{1}{kT}$. L'intégration de cette équation différentielle, conduira, compte tenu des relations de KRAMERS-KRONIG, à la solution exacte, contenant l'amortissement LANDAU.

PREMIERE PARTIE

LA THEORIE DES ONDES "ADIABATIQUES"



INTRODUCTION

4. - Cette première partie est consacrée à la théorie des ondes dites complètement adiabatiques (pour les distinguer des ondes adiabatiques de la théorie à pression scalaire) pouvant se propager dans un plasma binaire, plongé dans un champ magnétique statique B_0 et satisfaisant aux hypothèses de départ. On ne considèrera ici que des perturbations faibles, autour de l'équilibre : toutes les équations pourront alors être linéarisées.

On néglige les collisions proches de sorte que l'on a affaire à deux fluides, l'un formé d'électrons et l'autre d'ions, qui s'interpénètrent, interagissant seulement par les champs électromagnétiques. Il semble donc naturel d'utiliser un modèle hydrodynamique, dont l'évolution est décrite par les équations des moments : nous parlerons de magnétodynamique sans collision.

De nombreux travaux ont été consacrés aux modèles fluides, dans le cadre de différentes lois d'état (adiabatique, Navier-Stokes, etc ...). Nous allons en donner un bref aperçu. Remarquons, tout d'abord, qu'à l'inverse des théories microscopiques - où la perturbation $f_1 = f - f_0$ de la fonction de distribution f , à partir de l'équilibre f_0 , est finalement toujours exprimée sous forme d'une intégrale faisant intervenir tout le passé de la particule [Cf. la méthode de résolution appelée méthode des caractéristiques (Voir par exemple DRUMMOND, GERWIN et SPRINGER ⁽¹⁾)], les théories hydrodynamiques sont des théories locales (dans l'espace et le temps), les équations hydrodynamiques reliant les valeurs des moments en un point et à un instant, à leurs valeurs en un point et à un instant voisins.

En hydrodynamique des gaz, ou en magnétohydrodynamique des plasmas, ces théories locales sont satisfaisantes : le libre parcours moyen des particules est très faible, et les effets des collisions proches sont alors prédominants ; le problème des plasmas dominés par les collisions, et en particulier, le calcul des coefficients de transport a été largement étudié déjà (Cf. par exemple CHANDRASEKHAR ⁽²⁾, BURGERS ⁽³⁾, HERDAN et HILEY ⁽⁴⁾, YANG ⁽⁵⁾, BERNSTEIN et TREHAN ⁽⁶⁾).

Au contraire, dans une magnétodynamique sans collision, les libres parcours moyens sont très grands, et une théorie locale ne pourra être correcte que si pendant une période ω^{-1} de la perturbation, l'état local du plasma (à l'échelle de la longueur d'onde λ de la perturbation) ne s'est pas modifié d'une manière notable : cela signifie que seuls pourront être décrits correctement les phénomènes de période ω^{-1} et de longueur d'onde λ telles que la distance moyenne parcourue par une particule pendant une période soit très petite devant la longueur d'onde. Si a est la vitesse moyenne (thermique) des particules, il faudra donc que

$$a \ll \lambda \omega \sim v_{\varphi}$$

On doit donc s'attendre pour la propagation des ondes à des résultats valables dans le domaine des ondes rapides ($v_{\varphi} \gg a$) et incorrects dans le domaine des ondes lentes ($v_{\varphi} \sim a$).

Les considérations qui précèdent justifient mieux, semble-t-il, l'accord déjà annoncé, pour les ondes rapides ($\tau \ll 1$), entre les théories microscopique et macroscopique, cette dernière reposant sur une condition adiabatique. En effet, en présence de collisions, on peut dire que les phénomènes rapides sont adiabatiques, la notion de transformation adiabatique ayant alors un sens. Mais ce n'est plus le cas en l'absence de collision : les flux de chaleur sont toujours nuls en moyenne (dans le temps), et la notion même d'adiabaticisme perd toute signification physique : en fait, négliger les termes \underline{Q} dans les équations macroscopiques revient alors à se limiter au premier ordre par rapport au paramètre τ , c'est-à-dire à se placer dans le cas où une description locale est correcte : c'est l'approximation des plasmas tièdes, dénomination préférable, nous semble-t-il, à celle d'approximation adiabatique.

Néanmoins, le calcul sans collision conduira, en fonction du champ électrique de la perturbation, à des relations linéaires pour la densité de courant \underline{J} et pour le vecteur flux de chaleur \underline{q} :

$$(4.1) \quad \underline{J} = \underline{\sigma} \cdot \underline{E} \quad \text{et} \quad \underline{q} = - \underline{\beta} \cdot \underline{E}$$

relations de même type que celles obtenues dans la théorie avec collisions ; le milieu sera alors caractérisé, relativement aux écarts à l'équilibre, par des coefficients analogues aux coefficients de transport de l'hydrodynamique ou de la magnétohydrodynamique. On pourra encore appeler les coefficients dans (4.1), conductivité et coefficient thermoélectrique, mais il ne faudra pas oublier que ces coefficients n'ont plus la signification physique habituelle. De la même manière, à partir de l'équation (1.2c) linéarisée⁽⁶⁶⁾, avec $B_0 = 0$ et en posant

$$(4.2) \quad \underline{\Psi}_1 = p \underline{1} + \underline{P} \quad p = n_1 K T$$

pour les perturbations $\underline{\Psi}_1$ de pression et n_1 de densité, on aura la relation

$$(4.3) \quad \underline{\nabla} \cdot \underline{P} = - i \frac{n_0 K T}{\omega} \left[\nabla^2 \underline{v} + \underline{\nabla} (\underline{\nabla} \cdot \underline{v}) \right]$$

dont la forme rappelle l'équation de NAVIER-STOKES

$$(4.4) \quad \underline{\nabla} \cdot \underline{P} = - \eta \left[\nabla^2 \underline{v} + \frac{1}{3} \underline{\nabla} (\underline{\nabla} \cdot \underline{v}) \right] \quad (\eta = \text{coefficient de viscosité})$$

Dans (4.3), il apparaît un "coefficient de viscosité" - qui est entièrement déterminé par la condition $\underline{Q} = 0$ - mais qui n'a pas la signification habituelle puisqu'il n'y a pas de collision. Cependant, pour des raisons de vocabulaire, il sera commode d'employer encore, en l'absence de collision, les termes tenseurs conductivité et thermoélectrique pour $\underline{\sigma}$ et $\underline{\beta}$, condition adiabatique pour $\underline{Q} = 0 \dots$, mais sans jamais perdre de vue l'absence de signification physique d'une telle terminologie.

Ces remarques montrent combien il était artificiel de transposer à la magnétodynamique sans collision, la loi adiabatique (1.4) de l'hydrodynamique des gaz, et qu'il ne sera pas surprenant de rencontrer des cas où cette loi n'est plus valable. Néanmoins, en l'absence de champ magnétique extérieur, cette loi est bien vérifiée pour les ondes longitudinales rapides à condition de prendre $\gamma = 3$, (ce qui, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer, revient à écrire $\underline{Q} = 0$). On obtient ainsi la loi dite adiabatique simple.

En présence d'un champ magnétique, l'hypothèse de pression scalaire n'étant plus valable, on peut séparer dans Ψ une pression p_{\parallel} dans la direction parallèle à \underline{B}_0 et une pression p_{\perp} dans la direction perpendiculaire,

$$(4.5) \quad \underline{\Psi} = \begin{pmatrix} p_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & p_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & p_{\parallel} \end{pmatrix}$$

et écrire une condition adiabatique du type (1.4) pour chacune p_{\parallel} et p_{\perp} , ce qui introduit deux coefficients γ_{\parallel} et γ_{\perp} : la loi adiabatique est donc alors

$$(4.6) \quad p_{\perp}^2 p_{\parallel} \sim n^{2\gamma_{\perp} + \gamma_{\parallel}}$$

c'est la loi adiabatique double, satisfaisante pour un gaz d'ions en présence d'un champ magnétique fort

(Cf. CHEW, GOLDBERGER et LOW ⁽⁷⁾, LUST ⁽⁸⁾) ; pour une compression dans la direction de \underline{B}_0 , on prend $\gamma_{\perp} = 1$, $\gamma_{\parallel} = 3$, tandis que pour une compression cylindrique perpendiculaire à \underline{B}_0 , $\gamma_{\perp} = 2$ et $\gamma_{\parallel} = 1$ (BUNEMAN ⁽⁹⁾, DELCROIX ⁽¹⁰⁾). La loi adiabatique s'écrit donc

$$(4.7) \quad \text{Det}(\Psi) = p_{\perp}^2 p_{\parallel} \sim n^5$$

conduisant, pour la pression scalaire à $p^3 \sim n^5$, c'est-à-dire au coefficient $\gamma = \frac{5}{3}$, comme dans le cas des gaz ordinaires. Avec l'hypothèse $\underline{Q} = 0$, le tenseur $\underline{\Psi}$ n'est plus diagonal, mais la loi entre $\underline{\Psi}$ et n s'écrit encore (BUNEMAN ⁽⁹⁾)

$$(4.8) \quad \text{Det}(\underline{\Psi}) \sim n^5$$

: le déterminant du tenseur de pression est proportionnel à la 5ème puissance de la densité.

Signalons, enfin, que d'autres lois de type hydrodynamique peuvent aussi être utilisées, à la place de la loi adiabatique, par exemple l'équation (4.4) de NAVIER-STOKES, en se donnant un coefficient de viscosité η , pour les termes non diagonaux de $\underline{\Psi}$. Avec cette loi, et en posant $\underline{q} = -\beta \underline{E} - \lambda \nabla T$, WHITMER ⁽¹¹⁾, a étudié la propagation des ondes dans un plasma, où existe une fréquence de collision ν . Il a montré en particulier, pour $\nu = \lambda = \eta = 0$, l'effet du coefficient thermoélectrique β sur l'amortissement de l'onde longitudinale. Mais, pour $\nu = 0$, cette description locale, comme toute théorie hydrodynamique, tombe en défaut pour les phénomènes lents ($\tau \simeq 1$), et seule la loi adiabatique complète est, nous l'avons déjà fait remarquer, compatible avec l'ordre 1 en τ .

C'est donc cette loi adiabatique complète qui sera développée dans cette première partie, en posant $\underline{Q} = 0$, condition équivalente à (4.8). Nous nous placerons dans les cas particuliers de la propagation longitudinale ($\underline{k} \times \underline{B}_0 = 0$) et de la propagation transversale ($\underline{k} \cdot \underline{B}_0 = 0$).



CHAPITRE I

RAPPEL DES RESULTATS DE LA THEORIE DES PLASMAS FROIDS ET DE LA THEORIE A PRESSION SCALAIRE

Pour bien préciser ce que la théorie adiabatique complète apporte de nouveau dans la description des ondes, nous allons rappeler brièvement dans ce premier chapitre, les résultats généraux obtenus à l'aide des deux premières conditions de fermeture du système des équations macroscopiques.

Pour la théorie à pression scalaire, nous montrerons en particulier que les contributions de l'agitation thermique des particules γ sont décrites de façon incomplète, ce qui explique l'accord apparent entre cette théorie et celle des plasmas froids (DENISSE et DELCROIX ⁽¹⁷⁾ p. 109).

5. - LA THEORIE DES PLASMAS FROIDS.

Elle est bien connue, depuis longtemps, à la suite des recherches sur la propagation des ondes radio-électriques dans l'ionosphère (APPLETON ⁽¹²⁾, HARTREE ⁽¹³⁾, BUDDEN ⁽¹⁴⁾, AUER et al ⁽¹⁵⁾, RATCLIFFE ⁽¹⁶⁾). La courbe de dispersion donnant le carré de l'indice de refraction N :

$$y = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} = N^2, \text{ en fonction du paramètre } (*) \quad X = \frac{\omega_o^2}{\omega^2},$$

à l'allure représentée figure 1, montrant l'existence de deux modes dans chacun des intervalles de fréquence déterminés par les résonances. Ces résonances dépendent essentiellement des valeurs du paramètre

$$(5.1) \quad A = \frac{\omega_o^2}{\omega_b \Omega_b}$$

et ont pour valeurs (Cf. DENISSE et DELCROIX ⁽¹⁷⁾),

- en propagation longitudinale

$$(5.2) \quad \omega_o ; \omega_b ; \Omega_b$$

(*) avec $\omega_o^2 = \omega_p^2 + \Omega_p^2 = \sum_s \frac{n_{os} q_s^2}{\epsilon_o m_s}$

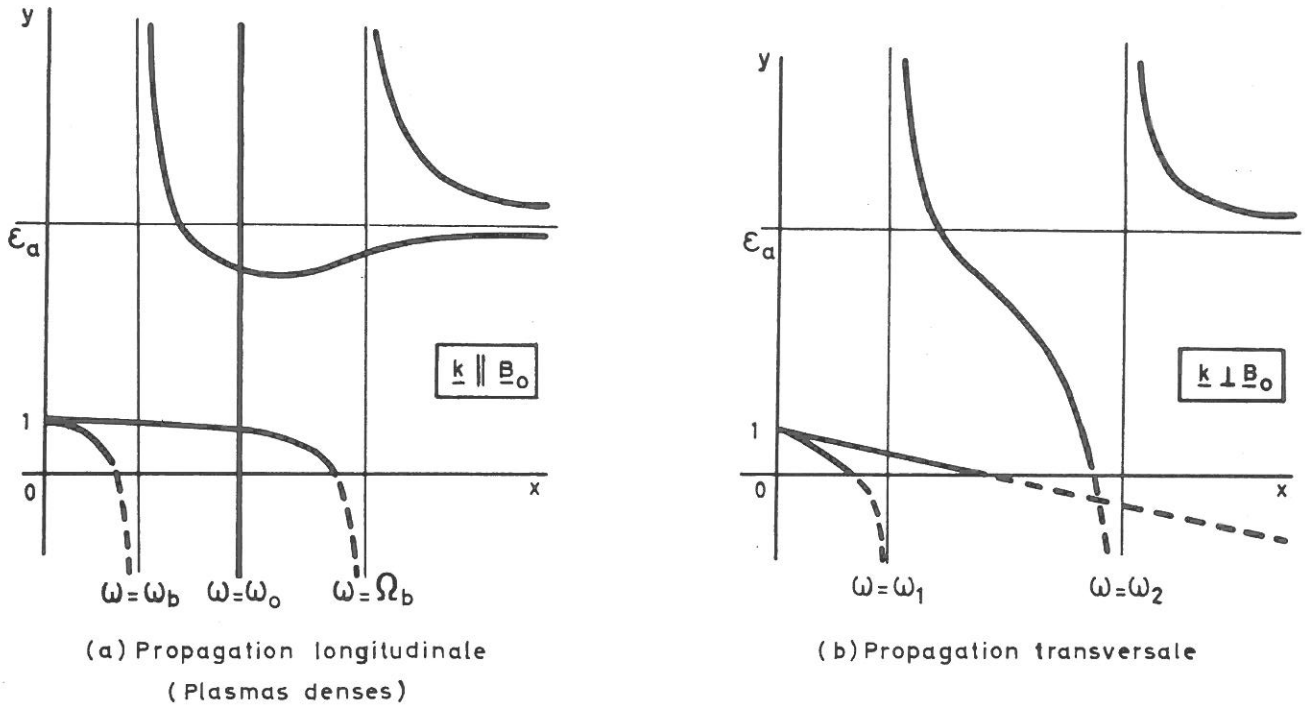


Fig. 1. Courbes de Dispersion des Plasmas Froids

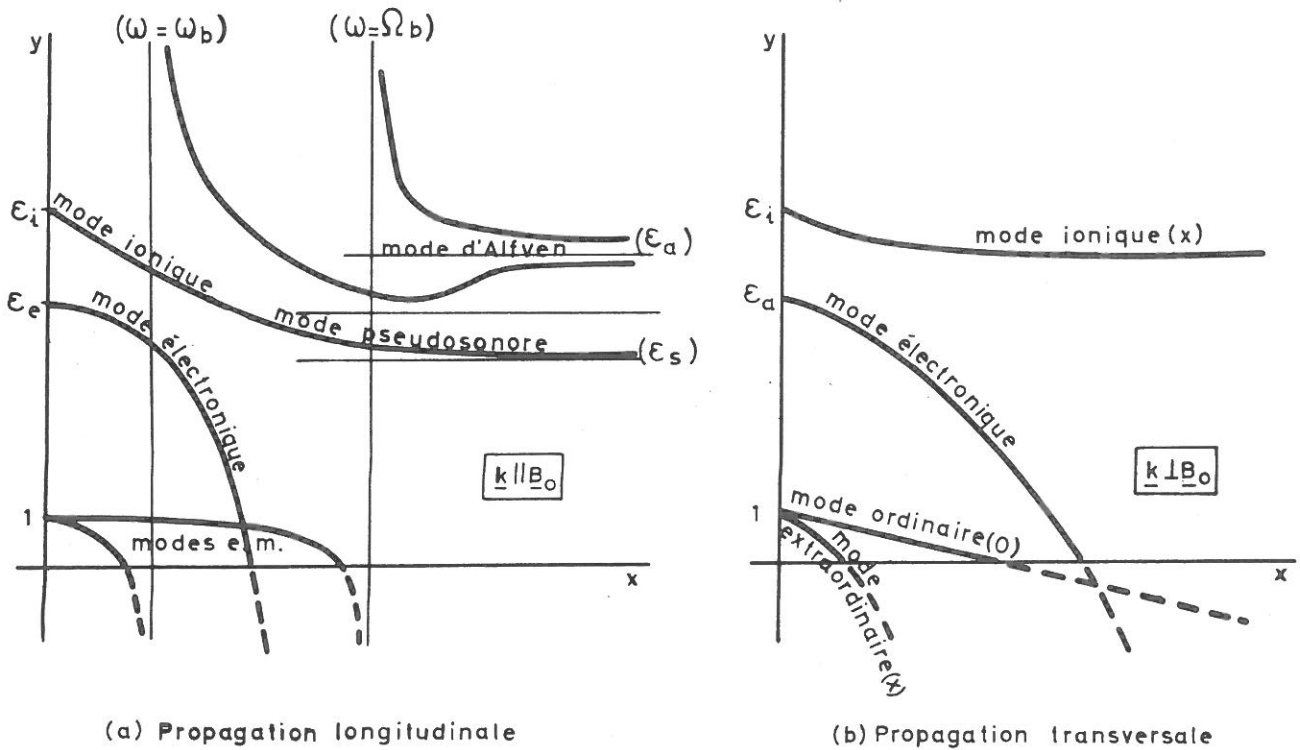


Fig. 2. Courbes de Dispersion des Plasmas à Pression Scalaire
(d'après J.F. Denisse et J.L. Delcroix)

- en propagation transversale

$$(5.3) \quad \omega_1 = (\omega_o^2 + \omega_b^2)^{1/2} ; \quad \omega_2 = \left[\frac{A+1}{A+m} \omega_b \Omega_b \right]^{1/2} ; \quad 0 \quad (*)$$

En particulier, pour $A \ll 1$ (cas des plasmas très raréfiés ou des champs magnétiques B_o très forts), ces résonances sont

$$\omega_1 = \omega_b ; \quad \omega_2 = \Omega_b ; \quad \omega_3 = \begin{cases} \omega_o & \text{(propag. long.)} \\ 0 & \text{(propag. transv.)} \end{cases}$$

tandis que pour $A \gg m$ (plasmas très denses ou champs magnétiques très faibles), elles valent

$$\begin{array}{l} \text{(propag. long.)} \\ \text{(propag. transv.)} \end{array} \quad \omega_1 = \begin{cases} \omega_o \\ \omega_o \end{cases} \quad \omega_2 = \begin{cases} \omega_b \\ (\omega_b \Omega_b)^{1/2} \end{cases} \quad \omega_3 = \begin{cases} \Omega_b \\ 0 \end{cases}$$

a) - En propagation longitudinale, il existe une onde longitudinale stationnaire $\omega = \omega_o$ et deux ondes transversales polarisées circulairement

$$(5.4) \quad y_+ = 1 - \frac{\omega_o^2}{(\omega - \omega_b)(\omega + \Omega_b)} \quad y_- = 1 - \frac{\omega_o^2}{(\omega + \omega_b)(\omega - \Omega_b)}$$

qu'on appelle (***) respectivement onde droite (qui tourne dans le sens de giration des électrons dans B_o ; résonance à $\omega = \omega_b$) et onde gauche (qui tourne dans le sens de giration des ions; résonance à $\omega = \Omega_b$). En particulier, l'onde droite, pour $\Omega_b < \omega < \omega_b$ correspond au mode "siffleur", bien connu avec (16).

$$y \approx \frac{\omega_o}{\omega_b} \sqrt{X}$$

Pour les basses fréquences, ces deux ondes se propagent avec la même vitesse constante, et se superposent pour constituer l'onde d'ALFVEN (19), polarisée rectilignement :

$$y = 1 + A = \epsilon_a$$

b) - En propagation transversale, il existe deux polarisations distinctes :
- un mode polarisé suivant le champ magnétique : c'est l'onde ordinaire

$$(5.5) \quad y_o = 1 - X$$

(*) expressions approchées pour $m = (m_i/m_e) \gg 1$

(**) Ce sont les ondes extraordinaire et ordinaire des physiciens de l'ionosphère. Nous choisissons les dénominations droite et gauche (Cf. ALLIS et al (18)) pour les distinguer des deux modes en propagation transversale.

- un mode y_E polarisé elliptiquement dans un plan perpendiculaire au champ magnétique, c'est l'onde extraordinaire :

$$(5.6) \quad y_E = 1 - \frac{[1 - (1+A^{-1})X]X}{\left(1 - \frac{X}{X_1}\right)\left(1 - \frac{X}{X_2}\right)}$$

où $X_1 = A/A+m$ $X_2 = A(A+m)/A+1$ (expressions approchées pour $m \gg 1$)

qui s'écrit encore, en fonction des fréquences

$$(5.7) \quad y_E = 1 - \frac{\omega_o^2 (\omega^2 - \omega_o^2 - \omega_b \Omega_b)}{(\omega^2 - \omega_o^2 - \omega_b^2) \left(\omega^2 - \frac{\omega_o^2 + \omega_b \Omega_b}{\omega_o^2 + \omega_b^2} \omega_b \Omega_b\right)}$$

montrant les résonances ω_1 et ω_2 données en (5.3).

Comme pour la propagation longitudinale, il existe une branche non dispersive $y = \epsilon_a = 1+A$, dans la région des basses fréquences.

Quand $B_o = 0$, on obtient, d'une part, l'onde électromagnétique transversale

$$y = 1 - X = 1 - \frac{\omega_o^2}{\omega^2}$$

à laquelle se réduisent les deux ondes transversales circulaires ($k // B_o$) et l'onde ordinaire ($k \perp B_o$), et, d'autre part, l'oscillation de plasma longitudinale

$$X = 1 \quad \text{c'est-à-dire} \quad \omega = \omega_o$$

En propagation oblique par rapport au champ magnétique, la théorie est bien développée⁽¹⁶⁾; mais seuls les cas ($k // B_o$) et ($k \perp B_o$) étant considérés dans la suite, nous laisserons de côté, ici, ce cas général.

6. - LA THEORIE ADIABATIQUE A PRESSION SCALAIRE.

L'hypothèse de la pression scalaire avec collisions a été très souvent utilisée en magnétohydrodynamique, pour résoudre un certain nombre de problèmes particuliers (stabilité de l'équilibre, chauffage ...). D'autres travaux (par exemple STRINGER⁽²⁰⁾, WATANABE⁽²¹⁾, et plus particulièrement ALLIS, BERS et BUSCHSBAUM⁽¹⁸⁾ et DENISSE et DELCROIX⁽¹⁷⁾) présentent un caractère de généralité suffisant pour une discussion d'ensemble, bien qu'ils contiennent, à l'inverse des précédents, une hypothèse simplificatrice - l'absence de collision - peu compatible avec la condition de fermeture choisie. Des résultats généraux avec collisions existent néanmoins (TANNENBAUM⁽²²⁾, SESSLER⁽²³⁾ ...).

Avec une pression d'équilibre $p_o = n_o KT$, la condition adiabatique (1.4), $p = C^{te} \cdot n^\gamma$, après linéarisation ($n = n_o + n_1$, $p = p_o + p_1$, où $p_o = C n_o^\gamma$ et par conséquent $C n_o^{\gamma-1} = KT$) entraîne

$$(6.1) \quad \underline{\nabla} \cdot \underline{\Psi} = \underline{\nabla} p_1 = C \gamma n_o^{\gamma-1} \underline{\nabla} n_1 = \gamma KT \underline{\nabla} n_1$$

Cette condition (6.1), écrite séparément pour le gaz d'électrons et pour le gaz d'ions, avec le choix $\gamma_e = \gamma_i = 3$, ferme le système des équations des moments, et conduit à 4 modes de propagation distincts, figurés sur la courbe de dispersion (Fig. 2) donnant le carré de l'indice $y = N^2$ en fonction de la variable X .

On peut classer ces différents modes en trois groupes :

1/. les ondes rapides pour lesquelles la vitesse de phase v_ω est telle que

$$v_\omega = \frac{\omega}{k} > c$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide ; ce sont les ondes électromagnétiques transversales et l'oscillation électronique longitudinale.

2/. les ondes lentes pour lesquelles

$$a_s \ll v_\omega < c, \quad \text{où} \quad a_s = \frac{2KT_s}{m_s} \quad (s = e, i)$$

sont les vitesses d'agitation thermique des particules ; de telles ondes sont les ondes magnétohydrodynamiques, pour des champs B_0 assez forts ou des densités n_0 assez faibles.

3/. les ondes d'agitation thermique ou ondes très lentes pour lesquelles $v_\omega \sim a_s$ et qui n'existent pas, à l'inverse de celles des deux premiers groupes, dans la limite des plasmas froids ; elles comprennent l'oscillation ionique, la partie très haute fréquence de l'oscillation électronique, ainsi que les ondes magnétohydrodynamiques dans la limite des champs B_0 faibles ou des densités n_0 fortes.

Sur la figure 2 on voit qu'il existe deux domaines distincts de fréquences :

- le domaine des hautes fréquences où les 3 types d'onde existent,
- le domaine des basses fréquences où seules apparaissent des ondes lentes et des ondes d'agitation thermique, non dispersives.

Lorsque le champ magnétique B_0 est nul, ces quatre modes se réduisent à trois (Fig. 3) : les deux modes rapides, onde droite et onde gauche, s'identifient à l'onde électromagnétique transversale classique, et les deux modes longitudinaux, modes électronique et ionique subsistent, le mode ionique devenant, dans le domaine des basses fréquences, l'onde non dispersive qu'il est convenu d'appeler onde pseudo-sonore, ou encore onde acoustique ionique ; sa vitesse de phase V_S est donnée par

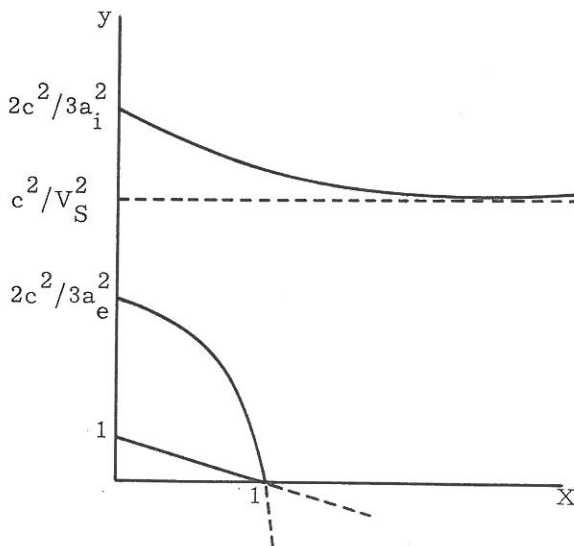


Figure 3

Courbe de dispersion des plasmas à pression scalaire ($B_0 = 0$).

les deux modes rapides, onde droite et onde gauche, s'identifient à l'onde électromagnétique transversale classique, et les deux modes longitudinaux, modes électronique et ionique subsistent, le mode ionique devenant, dans le domaine des basses fréquences, l'onde non dispersive qu'il est convenu d'appeler onde pseudo-sonore, ou encore onde acoustique ionique ; sa vitesse de phase V_S est donnée par

$$(6.2) \quad V_S^2 = \frac{1}{2} \frac{\gamma_i a_i^2 \omega_p^2 + \gamma_e a_e^2 \Omega^2}{\omega_p^2 + \Omega^2}$$

qui est donc toujours intermédiaire entre les vitesses a_e et a_i .

Nous reviendrons par la suite sur la condition d'existence de cette onde pseudo-sonore. Mais insistons de nouveau ici sur le caractère non cohérent de l'approximation qu'implique le choix de la condition de fermeture pression scalaire. En effet, le calcul du tenseur de conductivité (QUEMADA ⁽²⁴⁾), avec une telle condition, montre que

les effets de température n'apparaissent que sur la composante σ_{zz} , ce qui est en contradiction avec les résultats du calcul microscopique où ces effets apparaissent sur toutes les composantes (Cf. par exemple MOWER⁽²⁵⁾). La disparition des effets de température sur les composantes autres que σ_{zz} correspond à ce que, dans (6.1), seule la compression longitudinale (relativement à k) joue un rôle : c'est donc l'hypothèse de pression scalaire qui est à l'origine de cette contradiction. D'ailleurs, et nous le montrerons plus en détail au chapitre V, on se rend rapidement compte que, dans l'équation d'évolution de \underline{v} , les termes, introduits à travers $\underline{\Psi}$, (avec (6.1)), sont du même ordre de grandeur que les termes en $(\underline{v} \cdot \underline{\Psi})$ qui figurent dans l'équation d'évolution de $\underline{\Psi}$, et qui ont été négligés dans la présente approximation. Aussi, peut-on affirmer la non-cohérence de l'hypothèse de pression scalaire. Cela entraîne la nécessité d'utiliser une condition de fermeture moins restrictive, qui retienne tous les termes du premier ordre en τ ce qui laisse alors à la pression son caractère tensoriel général. On peut se demander, néanmoins, si, dans le domaine des ondes d'agitation thermique où $v_{\phi} \simeq a$, et où on ne peut plus parler d'ordre en τ les ondes d'agitation thermique trouvées ici ont quelque réalité physique : la comparaison avec les résultats du calcul microscopique qui sera faite au chapitre III montrera que la condition de fermeture "pression scalaire" est encore incorrecte, conformément d'ailleurs aux restrictions énoncées précédemment sur la validité d'une théorie locale.

CHAPITRE II

LA THEORIE ADIABATIQUE COMPLETE

(Conditions de fermeture $\nabla \cdot \underline{Q}_e = \nabla \cdot \underline{Q}_i = 0$)

7. - GENERALITES - METHODES DE CALCUL

Pour un plasma homogène, plongé dans un champ B_0 statique, il est possible de définir une relation de la forme

$$(7.1) \quad \underline{J}(\underline{k}, \omega) = \underline{\sigma}(\underline{k}, \omega) \cdot \underline{E}(\underline{k}, \omega)$$

entre les composantes de FOURIER du courant $\underline{J}(r, t)$ en un point du plasma et du champ électrique $\underline{E}(r, t)$ au même point. Ce champ électrique est le champ total, somme du champ "self-consistent" et du champ perturbateur, supposé être celui d'une onde électromagnétique monochromatique se propageant dans le milieu.

D'autre part, on déduit des équations de MAXWELL la relation

$$(7.2) \quad \nabla \times \nabla \times \underline{E} + \frac{\partial}{\partial t} (\mu_0 \underline{J} + c^{-2} \frac{\partial}{\partial t} \underline{E}) = 0$$

Pour la composante de FOURIER en $e^{i(\underline{k} \cdot \underline{r} - \omega t)}$, cette équation devient, en éliminant \underline{J} avec (7.1)

$$(7.3) \quad \left(\frac{\omega^2}{c^2} + \underline{k} \times \underline{k} \times + i\omega \mu_0 \underline{\sigma} \right) \underline{E}(\underline{k}, \omega) = 0 \quad \text{soit} \quad \underline{R} \cdot \underline{E} = 0$$

Étant homogène, elle n'admettra des solutions autres que la solution banale que si le déterminant $\|\underline{R}\|$ des coefficients des composantes E s'annule.

L'équation $\|\underline{R}(\underline{k}, \omega)\| = 0$ est l'équation de dispersion des ondes planes dans le milieu.

Le problème se ramène donc au calcul du tenseur de conductivité $\underline{\sigma}(\underline{k}, \omega)$ du milieu considéré. Cette détermination peut se faire, nous l'avons vu, soit par un calcul microscopique, soit par un calcul utilisant (pour chaque type s de particules) le système des équations des moments fermé par une certaine condition. Dans le second cas, cependant, une autre méthode consiste à ne pas expliciter le tenseur de conductivité et à considérer le système formé par l'équation (7.2) - où $\underline{J} = \sum_s n_{0s} q_s \underline{v}_s$ - et les s ensembles de N premières équations des moments, s hypothèses étant faites sur les N ^{ièmes} moments. Les inconnues, considérées comme des variables indépendantes, sont alors au nombre de 3 pour E , 3 pour chaque \underline{v}_s , 6 pour chaque $\underline{\Psi}_s$, 10 pour chaque \underline{Q}_s , ... Le système étant linéaire et homogène par rapport à l'ensemble de ces variables, il n'admettra une solution, autre que la solution banale, que si le déterminant $\mathcal{D}(\underline{k}, \omega)$ des coefficients est nul. L'équation de dispersion est alors

$$(7.4) \quad \mathcal{D}(\underline{k}, \omega) = 0$$

Ces deux méthodes, équivalentes, ne conduisent pas aux mêmes difficultés de calcul. La première conduit à un déterminant $\|R\|$ d'ordre 3, dont le calcul est aisé ; c'est le calcul de \underline{g} , qui demande l'inversion d'un tenseur d'ordre 3, qui est souvent pénible. Dans la seconde méthode, toute la difficulté est reportée sur le calcul du déterminant $\mathcal{D}(\underline{k}, \omega)$, dont l'ordre est d'autant plus élevé qu'est grand le nombre des équations des moments conservées ; mais certaines propriétés peuvent être déduites directement de la forme du déterminant, sans le développer.

Remarquons dès à présent, que le fait de considérer des équations de moments d'ordre de plus en plus élevé, conduira à une équation de dispersion $\mathcal{D}(\underline{k}, \omega) = 0$ de degré de plus en plus grand : on fera ainsi apparaître de "nouveaux modes" (par exemple de nouvelles racines $k(\omega)$ pour un ω donné). Dans la région des k faibles (ondes rapides), la présence de ces nouveaux modes se traduira par des modifications faibles des modes existant dans les approximations d'ordre inférieur (obtenues avec un nombre plus faible d'équations de moments) : cela revient en effet à effectuer un développement en puissances de k au voisinage de $k=0$. Dans la région des k grands, au contraire, il apparaîtra de nouvelles racines, inexistantes dans les approximations d'ordre inférieur. C'est l'existence physique de ces nouveaux modes qui devra être discutée.

C'est la seconde méthode, déjà utilisée par DENISSE et DELCROIX ⁽¹⁷⁾, qui sera appliquée ici, avec les conditions de fermeture $\nabla \cdot \underline{Q}_e = \nabla \cdot \underline{Q}_i = 0$, relations qui ont évidemment le sens de conditions adiabatiques complètes. Elle conduira donc, pour un plasma binaire, constitué d'électrons et d'ions, à une équation de dispersion sous forme d'un déterminant d'ordre $3 + 2(3 + 6) = 21$.

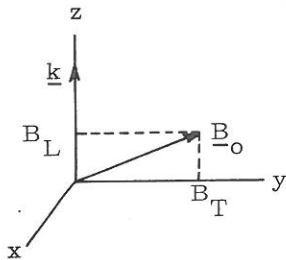
8. - L'EQUATION DE DISPERSION DES ONDES PLANES COMPLETEMENT ADIABATIQUES.

Pour une onde plane se propageant suivant Oz, caractérisée par son champ électrique $\underline{E} = \underline{E} e^{i(kz - \omega t)}$, les moments \mathcal{G}_s sont de la forme :

$$(8.1) \quad \mathcal{G}_s = G_{os} + G_s e^{i(kz - \omega t)}$$

où les valeurs à l'équilibre sont

$$(8.2) \quad n_{os} = n_o ; \quad v_{os} = 0 ; \quad \Psi_{os} = n_o K T_s \frac{1}{s} \quad (s = e \text{ ou } i)$$



Le plasma est plongé dans un champ magnétique extérieur constant $\underline{B}_0(0, B_T, B_L)$. Pour chaque type s de particules et en l'absence de collision, les équations linéarisées pour les grandeurs perturbées $\xi_s = q_s n_s$, $\underline{J}_s = n_{os} q_s \underline{v}_s$ et $\Phi_s = (q_s/m_s) \Psi_s$, s'écrivent (66)

$$(8.3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \xi_s - \underline{\chi} \cdot \underline{J}_s = 0 \\ (1 - i b_s x) \underline{J}_s - \underline{\chi} \cdot \underline{\Phi}_s = i \omega \epsilon_0 p_s^2 \underline{E} \\ \left[1 - (i b_s x + \text{transposé}) \right] \underline{\Phi}_s - \frac{1}{2} a_s^2 \left[(\underline{\chi} \cdot \underline{J}_s) \underline{1} + \underline{\chi} \underline{J}_s + \underline{J}_s \underline{\chi} \right] = 0 \end{array} \right.$$

où $\underline{\chi} = \underline{k}/\omega$; $\underline{b}_s = \omega_{bs}/\omega$; $\omega_{bs} = \frac{|q_s|}{m_s} B_0$; $p_s^2 = \omega_{ps}^2/\omega^2$; $\omega_{ps}^2 = \frac{n_{os} q_s^2}{\epsilon_0 m_s}$ et $a_s^2 = \frac{2KT_s}{m_s}$ (s = e ou i)

Pour les électrons, le système (8.3) donne, pour les composantes de \underline{J} et $\underline{\Phi}$, avec $\underline{b}(0, t, \ell)$ et $\underline{\chi}(0, 0, \chi)$ (en omettant l'indice e), les neuf équations :

$$(8.4) \quad \left\{ \begin{array}{l} J_x + i\ell J_y - it J_z - \chi \Phi_{xz} - i\omega \epsilon_0 p^2 E_x = 0 \\ -i\ell J_x + J_y - \chi \Phi_{yz} - i\omega \epsilon_0 p^2 E_y = 0 \\ it J_x + J_z - \chi \Phi_{zz} - i\omega \epsilon_0 p^2 E_z = 0 \end{array} \right.$$

$$(8.5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Phi_{xz} + i\ell \Phi_{yz} - it(\Phi_{zz} - \Phi_{xx}) - \frac{1}{2} a^2 \chi J_x = 0 \\ \Phi_{yz} - i\ell \Phi_{xz} + it \Phi_{xy} - \frac{1}{2} a^2 \chi J_y = 0 \\ \Phi_{zz} + 2it \Phi_{xz} - \frac{3}{2} a^2 \chi J_z = 0 \\ \Phi_{xx} + 2i\ell \Phi_{xy} - 2it \Phi_{xz} - \frac{1}{2} a^2 \chi J_z = 0 \\ \Phi_{xy} - it \Phi_{yz} - i\ell (\Phi_{xx} - \Phi_{yy}) = 0 \\ \Phi_{yy} - 2i\ell \Phi_{xy} - \frac{1}{2} a^2 \chi J_z = 0 \end{array} \right.$$

Pour les ions, on a le même système en changeant le signe de b ($b_e = \frac{\omega_b}{\omega} = -\frac{q_e B_0}{m_e}$ et

$b_i = \frac{\Omega_i}{\omega} = \frac{q_i B_0}{m_i}$, de composantes 0, T, L) c'est-à-dire en remplaçant t par -T et ℓ par -L tandis que $p^2 = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ est remplacé par $P^2 = \frac{\Omega_p^2}{\omega^2}$ et $a_e^2 = \frac{2KT_e}{m_e}$ par $a_i^2 = \frac{2KT_i}{m_i}$. Nous noterons ces équations (8.6) et (8.7).

Enfin, avec ces notations, et compte tenu de

$$\underline{\chi} \times \underline{\chi} \times \underline{E} = (\underline{\chi} \cdot \underline{E}) \underline{\chi} - \chi^2 \underline{E} = (\underline{\chi} \underline{\chi} - \chi^2 \underline{1}) \cdot \underline{E}$$

l'équation (7.2) s'écrit, avec $\underline{J} = \sum_s \underline{J}_s$

$$(8.8) \quad \left[1 + c^2 (\underline{\chi} \underline{\chi} - \chi^2 \underline{1}) \right] i\omega \epsilon_0 \underline{E} - (\underline{J}_e + \underline{J}_i) = 0$$

et a pour composantes

$$(8.9) \quad \left\{ \begin{array}{l} (1 - c^2 \chi^2) i\omega \epsilon_0 E_x - (J_{ex} + J_{ix}) = 0 \\ (1 - c^2 \chi^2) i\omega \epsilon_0 E_y - (J_{ey} + J_{iy}) = 0 \\ i\omega \epsilon_0 E_z - (J_{ez} + J_{iz}) = 0 \end{array} \right.$$

Les 21 équations (8.4, 5, 6, 7 et 9) sont homogènes par rapport aux 21 composantes de \underline{E} , \underline{J}_s , Φ_s (s = e, i).

Si $\mathcal{D}(\underline{k}, \omega)$ est le déterminant des coefficients de ce système, l'équation de dispersion cherchée est :

$$\mathcal{D}(\underline{k}, \omega) = 0$$

Le tableau I explicite ce déterminant, pour les variables constituées par $-i\omega \epsilon_0 E_x, \omega \epsilon_0 E_y, \omega \epsilon_0 E_z; J_{sx}, iJ_{sy}, iJ_{sz}; -\chi^{\phi}_{sxx}, -i\chi^{\phi}_{syz}, -i\chi^{\phi}_{szz}, -i\chi^{\phi}_{sxx}, \chi^{\phi}_{sxy}, -i\chi^{\phi}_{syy}$ ($s = e$ ou i), en posant $2c^2/a_s^2 = \epsilon_s$ et $y = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} = c^2 \chi^2 = N^2$, carré de l'indice N du milieu. L'ordre des variables et des équations a été choisi afin de faciliter la discussion physique des propriétés des ondes.

Nous allons tout d'abord étudier le problème en l'absence de champ magnétique B_0 . Puis nous passerons au cas où $B_0 \neq 0$, en nous limitant aux deux cas particuliers de la propagation longitudinale et de la propagation transversale.

9. - EQUATION DE DISPERSION POUR $B_0 = 0$

Le déterminant se décompose alors en un produit

$$(9.1) \quad \mathcal{D} = \Delta_T^2 \Delta_L$$

où $\Delta_T = 0$, correspondant à $E_z = 0$, représente l'équation de dispersion des ondes transversales polarisées rectilignement suivant Ox ou Oy , et $\Delta_L = 0$, correspondant à $E_x = E_y = 0$, l'équation de dispersion des ondes longitudinales.

(9 A) - Ondes longitudinales ($B_0 = 0$). Le déterminant Δ_L s'écrit

$$\Delta_L = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & . & . \\ p^2 & 1 & . & 1 & . \\ P^2 & . & 1 & . & 1 \\ . & 3y/\epsilon_e & . & 1 & . \\ . & . & 3y/\epsilon_i & . & 1 \end{vmatrix} = 0$$

On obtient facilement le développement

$$(9.2) \quad \left(1 - \frac{3y}{\epsilon_e}\right) \left(1 - \frac{3y}{\epsilon_i}\right) - p^2 \left(1 - \frac{3y}{\epsilon_i}\right) - P^2 \left(1 - \frac{3y}{\epsilon_e}\right) = 0$$

En posant $X = p^2 + P^2 = \omega_0^2 / \omega^2$, et en définissant (Cf. (17)), une vitesse V_S par

$$(9.3) \quad V_S^2 = \frac{c^2}{\epsilon_S} = \frac{3}{2} \frac{p^2 a_i^2 + P^2 a_e^2}{p^2 + P^2} = 3 \left(\frac{KT_e + KT_i}{m_e + m_i} \right)$$

l'équation (9.2) s'écrit

$$(9.4) \quad X = \frac{\left(1 - \frac{3y}{\epsilon_e}\right) \left(1 - \frac{3y}{\epsilon_i}\right)}{1 - \frac{y}{\epsilon_S}}$$

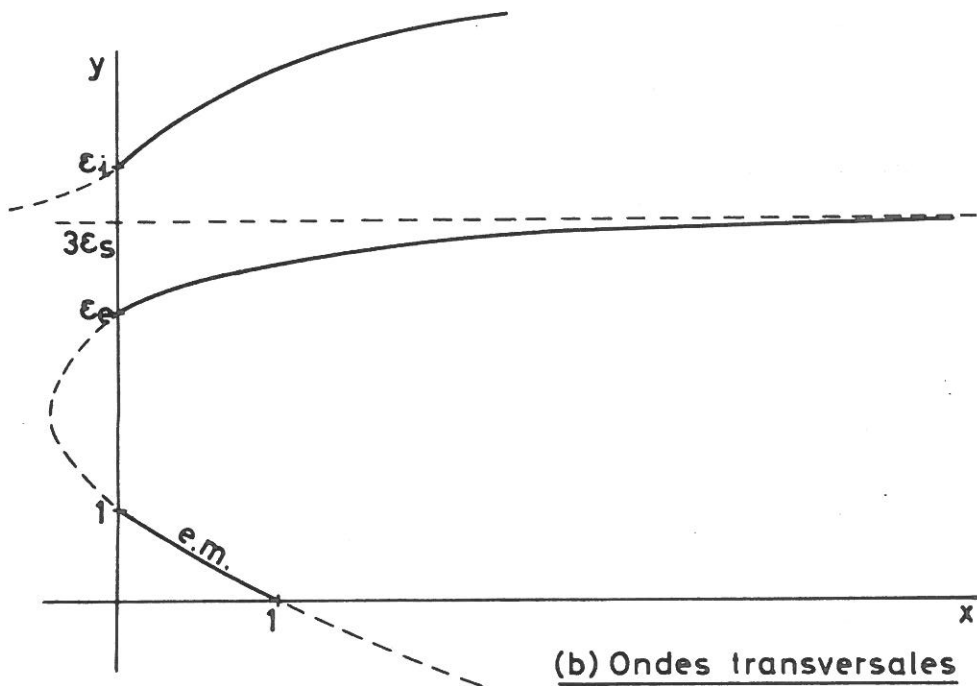
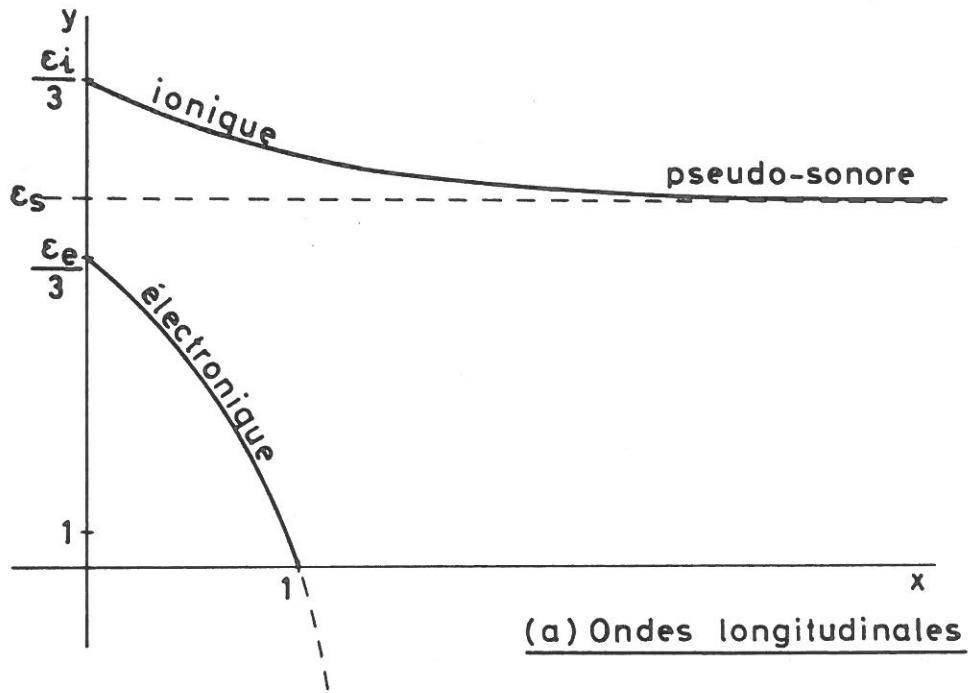


Fig.4. Courbes de dispersion des ondes pour $B_0=0$.
(Hypothèse $\nabla \cdot Q=0$)

On retrouve le même résultat que celui donné par la théorie à pression scalaire ⁽¹⁷⁾ avec des coefficients de compressibilité γ_e et γ_i égaux à 3.

La courbe de dispersion (fig.4a) qui représente (9.4) dans le système de coordonnées (X, y) est une hyperbole : elle comporte, pour $X > 0$, deux branches :

a/ - une branche onde électronique qui au voisinage de $\omega = \omega_p$, c'est-à-dire pour les faibles valeurs de y , ($y \ll \epsilon_s$) s'écrit

$$X \approx 1 - 3 \left(\frac{1}{\epsilon_e} + \frac{1}{\epsilon_i} - \frac{1}{3\epsilon_s} \right) y$$

soit, d'après (9.3)

$$\frac{\omega_o^2}{\omega^2} = 1 - 3 \frac{k^2}{\omega^2} \frac{KT_e}{m_e} \left(1 + \frac{T_i}{m^2 T_e} \right) \quad \text{où} \quad m = \frac{m_i}{m_e} \gg 1$$

conduisant, dans le cas où $T_i \lesssim T_e$, à la formule bien connue de BOHM et GROSS ⁽²⁶⁾

$$(9.5) \quad \omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3KT_e}{m_e} k^2$$

Aux hautes fréquences, cette branche devient une onde d'agitation thermique électronique, dont l'existence sera discutée au chapitre III.

b/ - une branche, onde d'agitation thermique ionique, qu'on sépare habituellement en deux parties :

- pour les fréquences relativement élevées, une onde dispersive (d'autant plus que ϵ_i est différent de ϵ_e) qui est celle des oscillations de plasma ioniques : dans ce domaine, l'équation de dispersion est du type (9.5)

$$(9.6) \quad \omega^2 = \Omega_p^2 + \frac{3KT_i}{m_i} k^2$$

Cependant, dans la théorie adiabatique complète (comme dans la théorie à pression scalaire), rien ne permet d'éliminer la région des très hautes fréquences ($X \gtrsim 1$) : il est pourtant certain qu'une telle onde ne peut alors exister, les ions ne répondant plus à des excitations de fréquence nettement supérieure à Ω_p . Nous reviendrons sur ce point au chapitre III.

- aux basses fréquences, une onde non dispersive, qu'on appelle alors onde pseudosonore en raison de ce caractère non dispersif et aussi parce que les électrons et les ions oscillent ensemble dans l'onde ⁽¹⁷⁾. Son équation de dispersion est $y = \epsilon_s$ soit

$$(9.7) \quad v_\phi^2 = v_s^2 \neq \frac{3KT_e}{m_i} \left(1 + \frac{T_i}{T_e} \right)$$

Pour cette seconde branche, ainsi que pour la partie très haute fréquence de la première, la vitesse de phase de l'onde est de l'ordre des vitesses d'agitation thermique et on doit s'attendre à des amortissements de type LANDAU, très élevés en général, mettant sévèrement en cause l'existence de ces ondes ; cette dernière sera discutée au chapitre III, en revenant aux équations microscopiques.

(9 B) - Ondes transversales polarisées rectilignement ($B_o = 0$) . On a

$$\Delta_T = \begin{vmatrix} 1-y & 1 & 1 & \cdot & \cdot \\ p^2 & 1 & \cdot & 1 & \cdot \\ P^2 & \cdot & 1 & \cdot & 1 \\ \cdot & y/\epsilon_e & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & y/\epsilon_i & \cdot & 1 \end{vmatrix} = 0$$

d'où

$$(1-y) \left(1 - \frac{y}{\epsilon_e}\right) \left(1 - \frac{y}{\epsilon_i}\right) - p^2 \left(1 - \frac{y}{\epsilon_i}\right) - P^2 \left(1 - \frac{y}{\epsilon_e}\right) = 0$$

soit, avec (9.3)

$$(9.8) \quad X = \frac{(1-y) \left(1 - \frac{y}{\epsilon_i}\right) \left(1 - \frac{y}{\epsilon_e}\right)}{1 - \frac{y}{3\epsilon_S}}$$

La courbe de dispersion a l'allure représentée sur la figure 4b, où apparaissent trois branches correspondant à :

a/ - un mode rapide où l'indice N est compris entre 0 et 1 ($y \ll \epsilon_e, \epsilon_i, \epsilon_S$) pour $0 < X < 1$: c'est l'onde électromagnétique transversale classique $y = 1 - X$ (avec la fréquence critique classique $\omega = \omega_o$) obtenue dans la théorie des plasmas froids ; les effets de température apportant des corrections faibles, on a

$$X \sim (1-y) \left[1 - \left(\frac{1}{\epsilon_e} + \frac{1}{\epsilon_i} - \frac{1}{3\epsilon_S} \right) y \right]$$

qui s'écrit encore, puisqu'à l'ordre zéro ($T_e = T_i = 0$), $\omega^2 = \omega_o^2 + k^2 c^2$

$$\omega^4 - (\omega_o^2 + k^2 c^2) \omega^2 - k^2 \omega_o^2 \theta_o = 0, \quad \text{où } \theta_o = \frac{a_e^2}{2} \left(1 + \frac{T_i}{mT_e} \right)$$

dont la seule solution positive est

$$(9.9) \quad \omega^2 = \omega_o^2 + k^2 c^2 + \frac{k^2 \omega_o^2 \theta_o}{\omega_o^2 + k^2 c^2}$$

qui est l'équation de dispersion de l'onde électromagnétique transversale. Pour $T_i = 0$, cette expression a été donnée par BERNSTEIN et TREHAN (6).

b/ - deux modes d'agitation thermique dont les conditions d'existence attirent les mêmes remarques que celles qui ont été faites dans le cas des ondes longitudinales.

10. - EQUATION DE DISPERSION EN PROPAGATION LONGITUDINALE PAR RAPPORT AU CHAMP MAGNETIQUE ($B_T = 0$)

En propagation longitudinale, $t = T = 0$ et le déterminant $\mathcal{D}(\underline{k}, \omega)$ se décompose en un produit de deux déterminants \mathcal{D}_T et \mathcal{D}_L

$$(10.1) \quad \mathcal{D}(\underline{k}, \omega) = \mathcal{D}_T \mathcal{D}_L$$

dont les expressions sont respectivement :

$$(10.2) \quad \mathcal{D}_T \equiv \begin{vmatrix} 1-y & 1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p^2 & 1 & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & -l & \cdot & \cdot & \cdot \\ P^2 & \cdot & 1 & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & L & \cdot & \cdot \\ \cdot & y/\epsilon_e & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -l & \cdot \\ \cdot & \cdot & y/\epsilon_i & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & L \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1-y & 1 & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & -l & \cdot & \cdot & \cdot & p^2 & 1 & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & L & \cdot & \cdot & P^2 & \cdot & 1 & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & -l & \cdot & \cdot & y/\epsilon_e & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & L & \cdot & \cdot & y/\epsilon_i & \cdot & 1 \end{vmatrix}$$

$$(10.3) \quad \mathcal{D}_L \equiv \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p^2 & 1 & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P^2 & \cdot & 1 & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & y/3\epsilon_e & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & y/3\epsilon_i & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & y/\epsilon_e & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & -2l & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & y/\epsilon_i & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot & 2L & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -l & \cdot & 1 & \cdot & l \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & L & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & y/\epsilon_e & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 2l & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & y/\epsilon_i & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -2L & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{vmatrix}$$

La relation $\mathcal{D}_T = 0$ représente l'équation de dispersion des ondes transversales et montre que le champ magnétique couple les deux modes transversaux, polarisés rectilignement suivant Ox et Oy , qu'on trouve en l'absence de champ magnétique : on obtiendra donc des ondes polarisées dans un plan perpendiculaire à B_0 . L'équation $\mathcal{D}_L = 0$ correspond aux ondes longitudinales, et ne diffère de l'équation $\Delta_L = 0$ obtenue en l'absence de champ magnétique, ainsi que nous allons le montrer, que par l'adjonction de termes ne dépendant que de l et L qui correspondent donc à des fréquences critiques.

(10 A) - Ondes longitudinales et fréquences critiques

On obtient, après quelques transformations élémentaires

$$(10.4) \quad \mathcal{D}_L = (1 - 4l^2) (1 - 4L^2) \Delta_L = 0$$

faisant apparaître, en plus de la solution $\Delta_L = 0$ du cas $B_0 = 0$, les deux harmoniques 2 des fréquences de résonance gyromagnétique électronique et ionique

$$(10.5) \quad \omega = 2\omega_b, \quad \omega = 2\Omega_b$$

Nous reviendrons dans la suite sur ces résonances.

(10 B) - Ondes transversales

On peut transformer le déterminant \mathcal{D}_T en le mettant sous la forme d'un produit de deux déterminants comme dans le cas où $B_0 = 0$, de façon à faire apparaître deux modes indépendants (DELCROIX, DENISSE et QUEMADA⁽²⁷⁾). Mais il est plus simple, dans ce cas particulier ($B_T = 0$), d'utiliser des coordonnées tournantes, $G_{\pm} = G_x \pm iG_y$ et G_z , pour toutes les variables. Les équations (8.4) s'écrivent alors

$$(10.6) \quad \begin{cases} (1 \pm l) J_{\pm} - \chi \Phi_{z\pm} = i\omega \epsilon_0 p^2 E_{\pm} \\ J_z - \chi \Phi_{zz} = i\omega \epsilon_0 p^2 E_z \end{cases}$$

et les équations (8.9)

$$(10.7) \quad \begin{cases} (1-y) i\omega \epsilon_0 E_{\pm} - (J_{e\pm} + J_{i\pm}) = 0 \\ i\omega \epsilon_0 E_z - (J_{ez} + J_{iz}) = 0 \end{cases}$$

Alors le déterminant \mathcal{D}_T s'écrit sous la forme très simple

$$(10.8) \quad \mathcal{D}_T = \Delta_+ \Delta_-$$

avec

$$(10.9) \quad \Delta_{\pm} = \begin{vmatrix} 1-y & 1 & 1 & \cdot & \cdot \\ p^2 & 1 \mp l & \cdot & 1 & \cdot \\ p^2 & \cdot & 1 \pm L & \cdot & 1 \\ \cdot & y/\epsilon_e & \cdot & 1 \mp l & \cdot \\ \cdot & \cdot & y/\epsilon_i & \cdot & 1 \pm L \end{vmatrix}$$

L'équation $\Delta_+ = 0$ est l'équation de dispersion des ondes transversales dont la polarisation est telle que $E_+ = 0$, c'est-à-dire $E_x + iE_y = 0$: elles sont polarisées circulairement dans le sens positif, qui est aussi celui de la rotation des électrons dans le champ magnétique B_0 ; cette équation contient une fréquence particulière $\omega = \omega_L$, correspondant à la résonance gyromagnétique des électrons. On appelle ce mode, mode extraordinaire, ou encore onde droite.

L'équation $\Delta_- = 0$ correspond aux ondes polarisées circulairement en sens inverse, c'est-à-dire dans le sens de rotation des ions, et contient la fréquence de résonance gyromagnétique des ions $\omega = \Omega_L$. C'est le mode ordinaire, ou onde gauche.

(10 B.1) Ondes transversales droites.

En développant, l'équation $\Delta_+ = 0$ s'écrit :

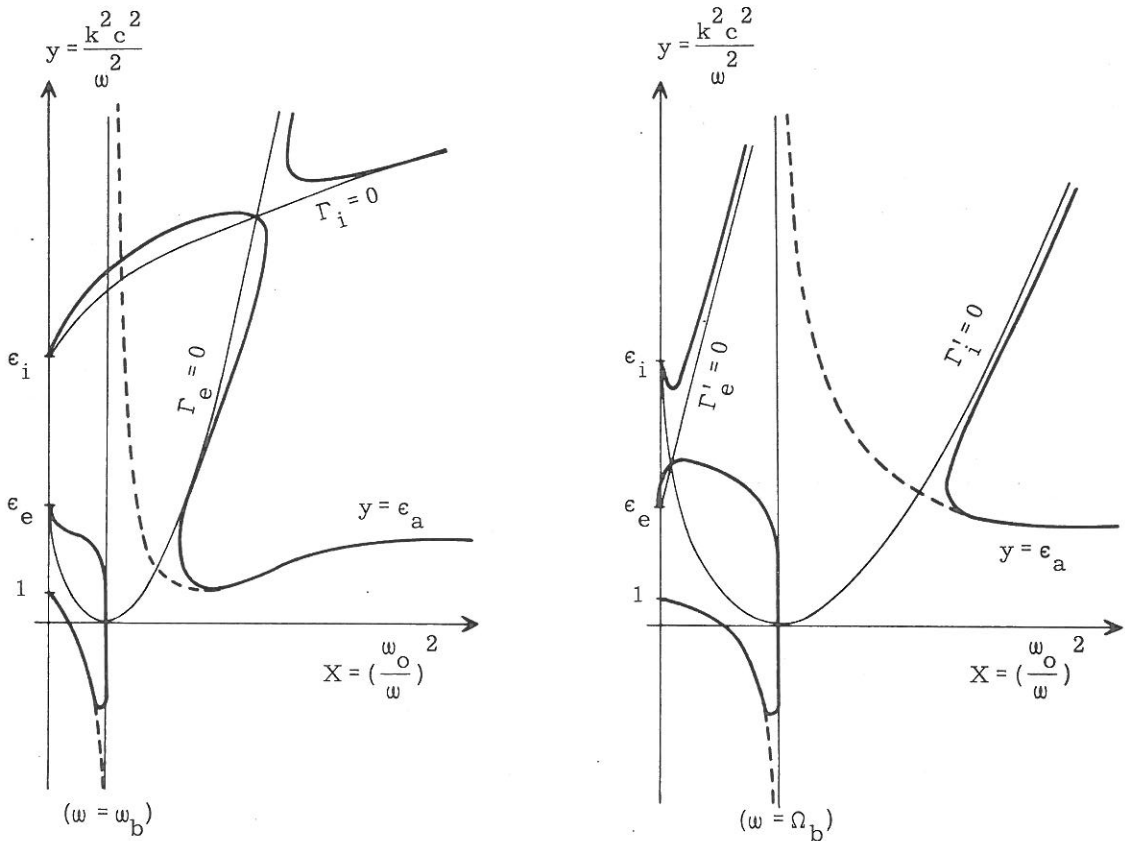
$$(10.10) \quad (1-y)\Gamma_e\Gamma_i - p^2(1-l)\Gamma_i - P^2(1+L)\Gamma_e = 0$$

où

$$(10.11) \quad \Gamma_e \equiv (1-l)^2 - y/\epsilon_e \quad ; \quad \Gamma_i \equiv (1+L)^2 - y/\epsilon_i$$

Dans la limite $T_e = T_i = 0$ ($\epsilon_e, \epsilon_i \rightarrow \infty$), on retrouve l'équation de dispersion (5.4) des plasmas froids (branche y_+).

La courbe de dispersion est représentée schématiquement sur la figure (5a) ; sur cette figure, sont également représentées les branches de paraboles $\Gamma_e = 0$ et $\Gamma_i = 0$ qui permettent de régioner le plan.



(a) Ondes droites

(b) Ondes gauches

———— théorie adiabatique
 - - - - - limite des plasmas froids

Fig. 5 - Allure de la courbe de dispersion des ondes transversales ($\underline{k} \times \underline{B}_0 = 0$)

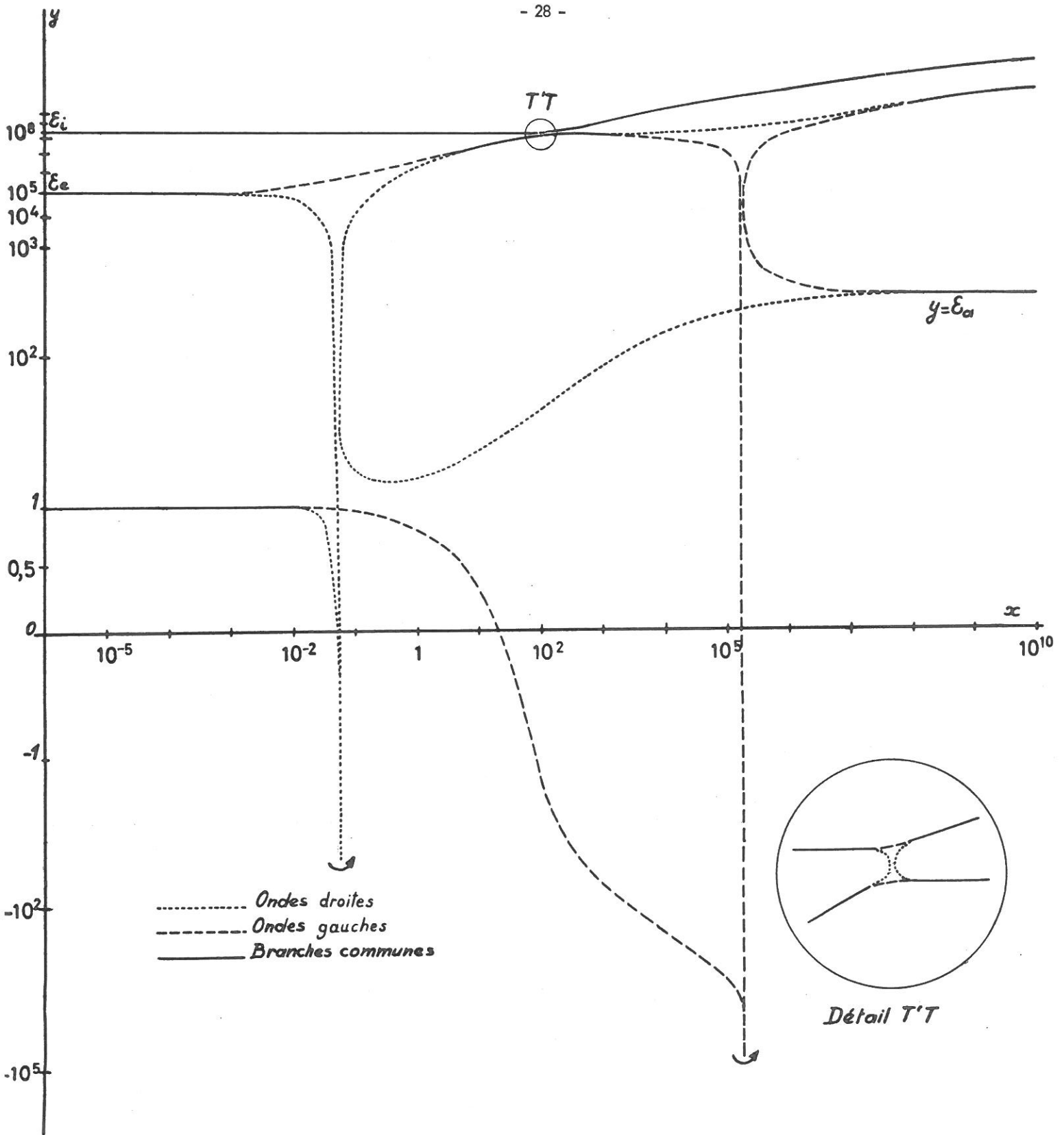


FIG.6. Courbes de Dispersion des ondes transversales en propagation longitudinale
(Hypothèse $\nabla \cdot \mathbf{Q} = 0$) $\epsilon_e = 10^5$ $\epsilon_i = 2 \cdot 10^8$ $A = 10^2$

(10 B.2) Ondes transversales gauches

Le changement de l en $-l$ et L en $-L$ conduit immédiatement au développement de $\Delta_- = 0$

$$(10.12) \quad (1-y)\Gamma'_e \Gamma'_i - p^2 (1+l) \Gamma'_i - P^2 (1-L)\Gamma'_e = 0$$

avec

$$(10.13) \quad \Gamma'_e = (1+l)^2 - y/\epsilon_e \quad ; \quad \Gamma'_i = (1-L)^2 - y/\epsilon_i$$

qui redonne (5.4) dans la limite des plasmas froids (branche y_-).

L'allure de la courbe de dispersion correspondante est représentée sur la figure 5b.

(10 C) - Propriétés des courbes de dispersion des ondes transversales, en propagation longitudinale.

Les allures des courbes de dispersion, représentées sur la figure 5, permettent d'énoncer un certain nombre de propriétés des ondes transversales.

1/. Dans le domaine des ondes rapides, on obtient les deux ondes à polarisations circulaires droite et gauche de la théorie des plasmas froids, ces deux modes étant légèrement modifiés par les effets de température (qui sont alors des corrections du premier ordre en τ).

2/. Au voisinage des résonances cyclotroniques $\omega = \omega_L$ et $\omega = \Omega_L$, les résonances vraies ($N = \infty$) des plasmas froids sont remplacées par des "pseudo-résonances", intervalles étroits de fréquence où l'indice varie très vite, mais sans tendre vers l'infini.

3/. Il apparaît les deux résonances vraies pour les harmoniques $\omega = 2\omega_b$, $\omega = 2\Omega_b$ (non tracées sur la fig. 5).

4/. Il existe des modes d'agitation thermique (dans les régions où $y \sim \epsilon_e$ et $y \sim \epsilon_i$). L'existence physique de ces modes est, comme dans le cas des ondes longitudinales, directement subordonnée à l'amortissement de LAN-DAU, exclu de la présente théorie. La discussion en sera faite au chapitre IV.

5/. Comme dans la théorie des plasmas froids, on trouve l'asymptote double $y = \epsilon_a$ qui correspond à l'onde d'ALFVEN. La valeur

$$(10.14) \quad \epsilon_a = \frac{c^2}{v_A^2} = 1+A = 1 + \frac{n_o (m_e + m_i)}{\epsilon_o B_o^2}$$

montre que cette onde, rapide pour les champs magnétiques forts (où les plasmas très dilués), a une vitesse de phase qui peut être de l'ordre des vitesses d'agitation thermique dès que le champ magnétique est suffisamment faible (ou la densité assez élevée). Son existence physique sera discutée au chapitre IV.

La figure 6 donne la courbe de dispersion exacte pour $A = 10^2$ et $\epsilon_i = m\epsilon_e = 2.10^8$. (DEL-CROIX, DENISSE et QUEMADA (27)).

(10 D) - Résonances gyromagnétiques.

A côté des pseudorésonances $\omega = \omega_b$ et $\omega = \Omega_b$, on trouve les deux résonances "vraies",

harmoniques 2, $\omega = 2\omega_b$ et $\omega = 2\Omega_b$ (Eq. 10.4). Il est probable que ces deux harmoniques "vrais" deviendraient eux-mêmes des pseudorésonances dans une théorie développée à l'ordre deux en $\tau \simeq (\frac{ka}{\omega})^2$ (Cf. Chap. IV et V), où apparaîtraient les harmoniques "vrais" d'ordre 3, etc ...

Mais cette distinction entre résonances vraies et pseudorésonances n'est pas importante et cela pour deux raisons. La première est que le raccordement à un mode très lent n'a pas d'existence physique, puisque, comme nous le verrons, il en est de même de ce dernier. La seconde, bien plus fondamentale, est qu'il existe au voisinage des fréquences gyromagnétiques et de leurs harmoniques, un phénomène d'amortissement, de même nature que l'amortissement LANDAU, appelé amortissement cyclotron. Cet effet étant exclu de la présente théorie hydrodynamique, le voisinage des résonances n'est certainement pas correctement décrit. Nous reviendrons sur cette question au Chapitre IV.

11. - EQUATION DE DISPERSION EN PROPAGATION TRANSVERSALE PAR RAPPORT AU CHAMP MAGNETIQUE ($B_L = 0$)

En propagation transversale, $\ell = L = 0$, et le déterminant $\mathcal{D}(\underline{k}, \omega)$ se simplifie : on obtient ainsi un déterminant de rang 15, qui se réduit (QUEMADA ⁽⁶⁶⁾) au produit de deux déterminants

$$(11.1) \quad \mathcal{D}^T(\underline{k}, \omega) = \Delta_O \Delta_E$$

avec

$$(11.2) \quad \Delta_O \equiv \begin{vmatrix} 1-y & 1 & 1 & \cdot & \cdot \\ p^2 & 1 & \cdot & 1 & \cdot \\ P^2 & \cdot & 1 & \cdot & 1 \\ \cdot & y/\epsilon_e & \cdot & 1-t^2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & y/\epsilon_i & \cdot & 1-T^2 \end{vmatrix}$$

et

$$(11.3) \quad \Delta_E \equiv \begin{vmatrix} 1-y & 1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p^2 & 1 & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & t & \cdot & \cdot & \cdot \\ P^2 & \cdot & 1 & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & -T & \cdot & \cdot \\ \cdot & y/\epsilon_e & \cdot & 1-2t^2 & \cdot & \cdot & t \frac{y}{\epsilon_e} & \cdot & t & \cdot \\ \cdot & \cdot & y/\epsilon_i & \cdot & 1-2T^2 & \cdot & \cdot & -T \frac{y}{\epsilon_i} & \cdot & -T \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 1 & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & t & \cdot & \cdot & \cdot & p^2 & 1 & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & -T & \cdot & \cdot & P^2 & \cdot & 1 & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 2t & \cdot & \cdot & \frac{3y}{\epsilon_e} & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -2T & \cdot & \cdot & \frac{3y}{\epsilon_i} & \cdot & 1 \end{vmatrix}$$

L'équation de dispersion $\Delta_O = 0$ est celle des ondes où le champ électrique se réduit à sa seule composante le long de Oy : c'est une onde transversale dont le champ électrique est polarisé le long du champ magnétique. C'est l' "onde ordinaire", correspondant à celle de la théorie des plasmas froids. Les ondes, dont l'équation de dispersion est donnée par $\Delta_E = 0$, sont polarisées dans le plan xOz ($E_y = 0$) donc transversalement au champ magnétique : on les appelle "ondes extraordinaires".

(A)-. Ondes ordinaires

Le développement de (11.2) est immédiat : on obtient

$$(11.4) \quad \Delta_O = (1-t^2) (1-T^2) D_O$$

qui fait apparaître les deux résonances gyromagnétiques $\omega = \omega_b$ et $\omega = \Omega_b$ et l'onde ordinaire proprement dite

$$(11.5) \quad D_O \equiv (1-y) \Theta_e \Theta_i - p^2 (1-t^2) \Theta_i - P^2 (1-T^2) \Theta_e = 0$$

avec

$$(11.6) \quad \Theta_e = 1-t^2 - \frac{y}{\epsilon_e} ; \quad \Theta_i = 1-T^2 - \frac{y}{\epsilon_i}$$

Dans la limite des plasmas froids ($\epsilon_e, \epsilon_i \rightarrow \infty$) on retrouve l'onde ordinaire y_O , donnée en (5.5).

(B)-. Ondes extraordinaires

L'équation $\Delta_E = 0$ est l'équation de dispersion de ces ondes. Le calcul du déterminant (11.3) est long et fastidieux (QUEMADA⁽⁶⁶⁾). Le résultat est :

$$(11.7) \quad \Delta_E = (1-4t^2)^2 (1-4T^2)^2 D_E = 0$$

donnant, à côté des deux fréquences caractéristiques, harmoniques 2 des fréquences gyromagnétiques : $\omega = 2\omega_b$ et $\omega = 2\Omega_b$, l'équation

$$(11.8) \quad D_E \equiv (y-1) L - p^2 M - P^2 N = 0$$

avec

$$(11.9) \quad \left\{ \begin{array}{l} L = \alpha_e \alpha_i + p^2 \beta_e \alpha_i + P^2 \beta_i \alpha_e \\ M = \gamma_e \alpha_i + P^2 \delta_e \\ N = \gamma_i \alpha_e + p^2 \delta_i \end{array} \right.$$

où

$$(11.10) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_e = 3y^2/\epsilon_e^2 - 4(1-t^2)y/\epsilon_e + (1-t^2)(1-4t^2) \\ \beta_e = y/\epsilon_e - (1-4t^2) \\ \gamma_e = (3-8t^2)y/\epsilon_e - (1-4t^2)(1-p^2) \\ \delta_e = [\gamma_e - p^2(1-4t^2)] \beta_i + tT(3y/\epsilon_e - \beta_e)(3y/\epsilon_i - \beta_i) \end{array} \right.$$

et des expressions analogues pour $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$.

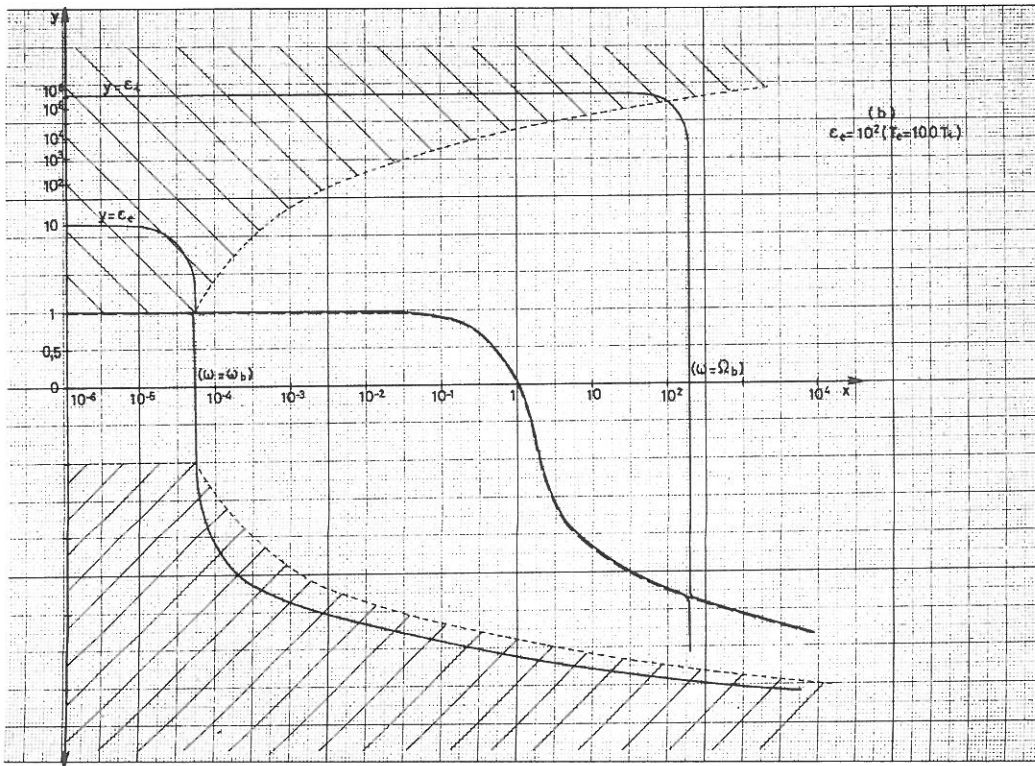
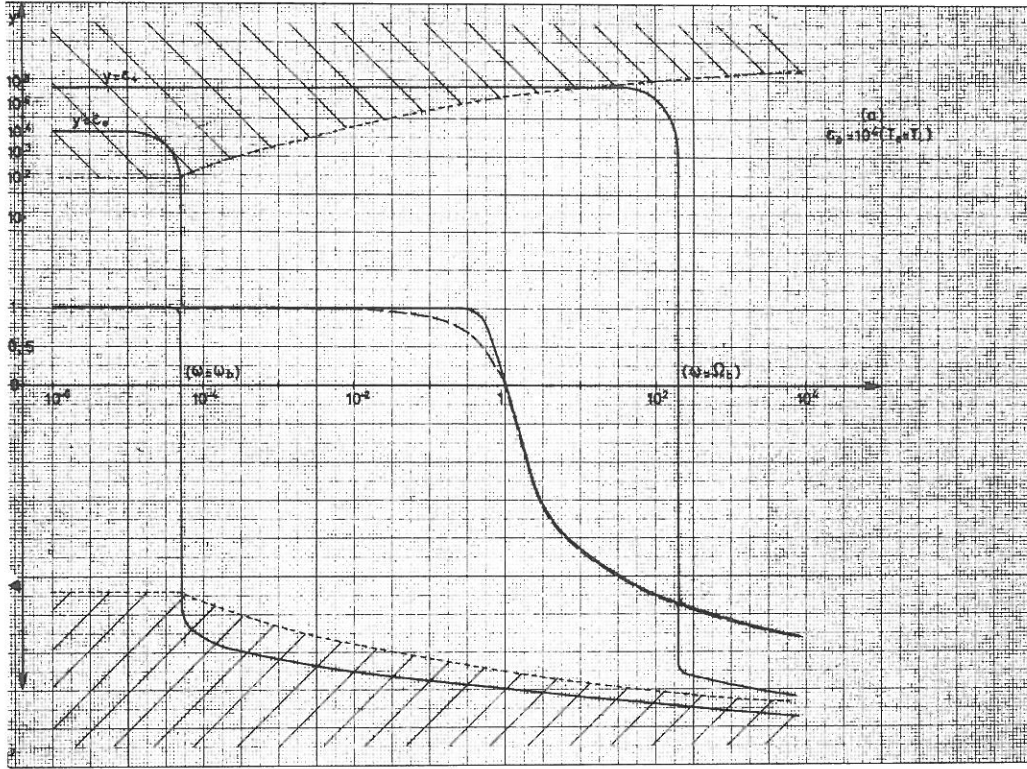


Fig.7 A. Ondes ordinaires ($k \cdot B_0 = 0$) $A = 10^{-1}$ $\epsilon_i = 2 \cdot 10^7$

----- Approximation des Plasmas froids

----- Limite de validité de l'approximation des Plasmas tièdes

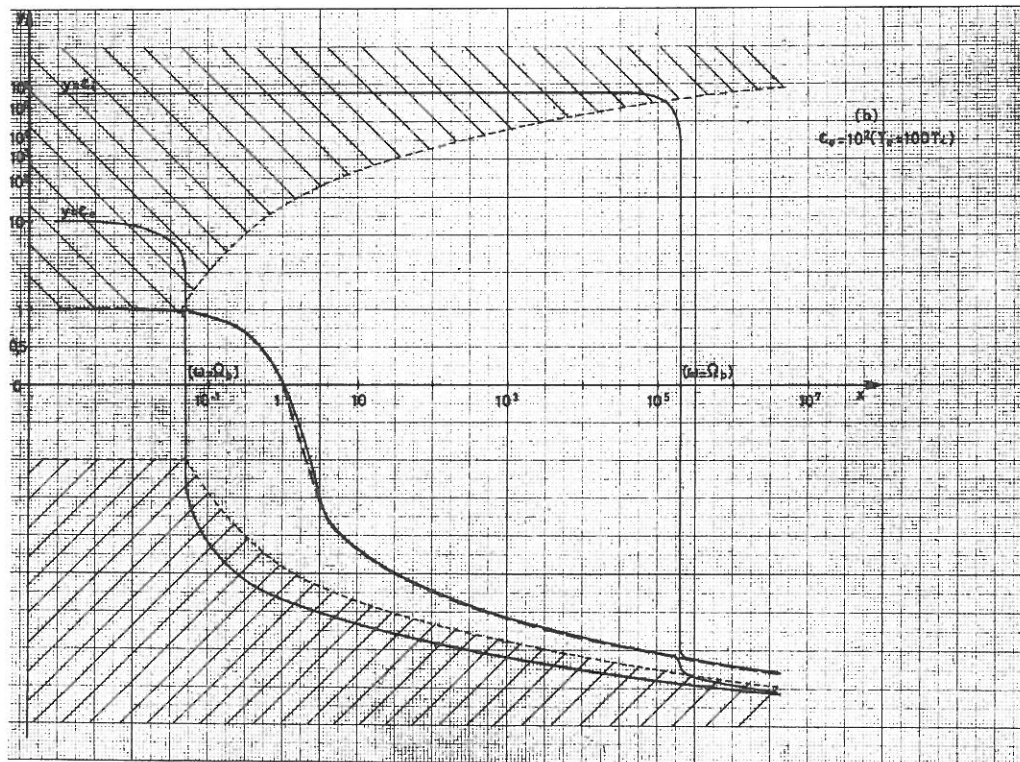
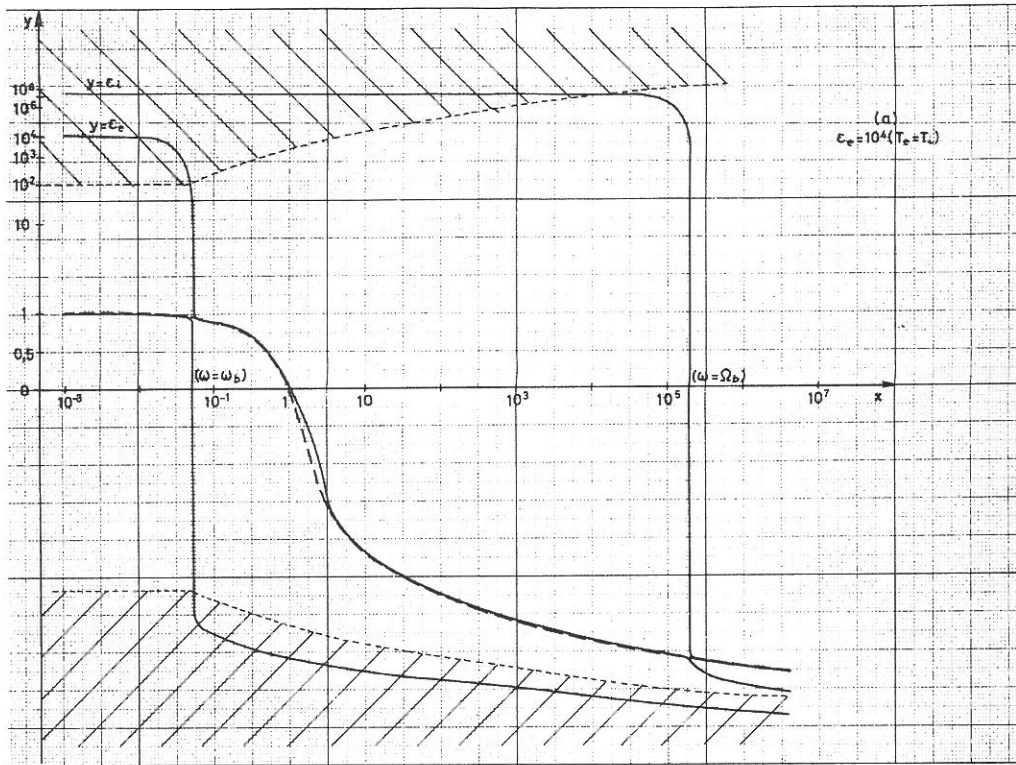


Fig.7B. Ondes ordinaires ($k \cdot B_0 = 0$) $A = 10^2$ $\epsilon_i = 2 \cdot 10^7$

----- Approximation des Plasmas froids

----- Limite de validité de l'approximation des Plasmas tièdes.

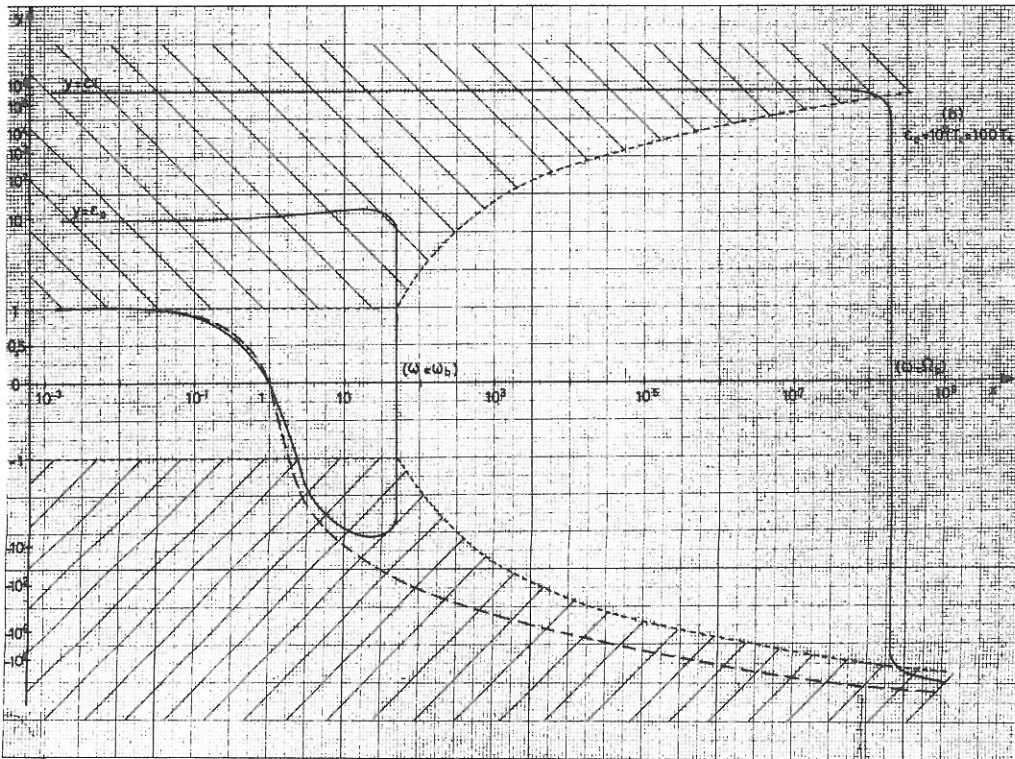
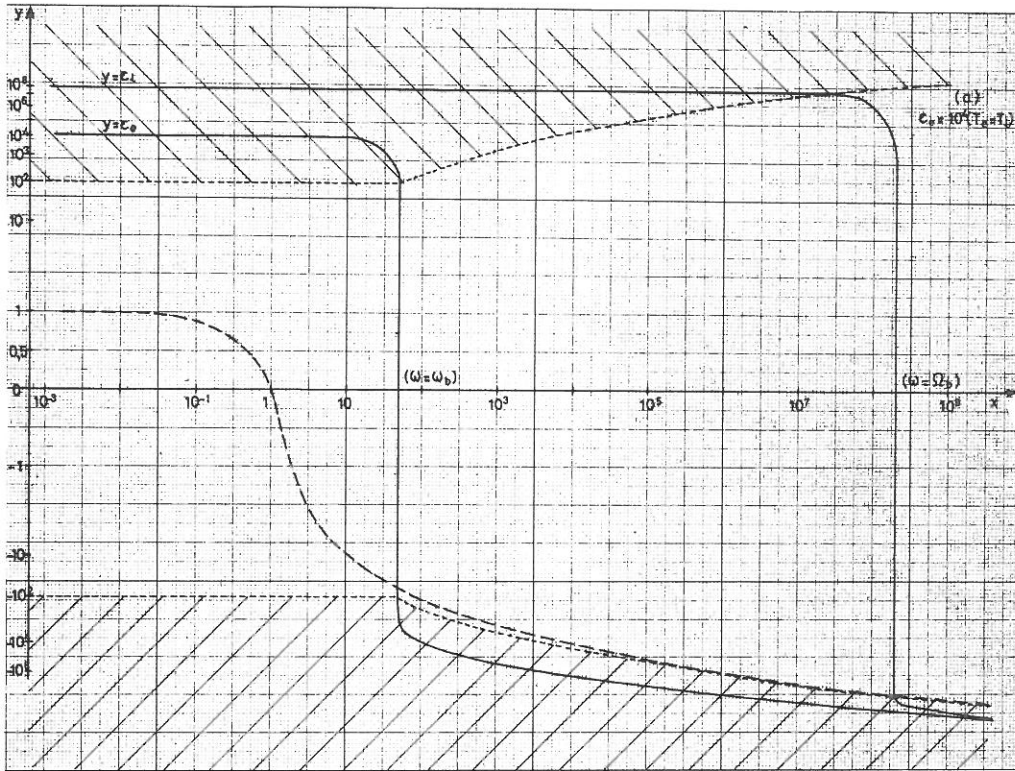


Fig. 7C. Ondes ordinaires ($k \cdot B_0 = 0$) $A = 10^5$ $\epsilon_i = 2 \cdot 10^7$

----- Approximation des Plasmas froids

----- Limite de validité de l'approximation des Plasmas tièdes.

Dans la limite des plasmas froids, ces expressions donnent l'équation

$$y_E = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_o^2 (\omega^2 - \omega_o^2 - \omega_b \Omega_b)}{(\omega^2 - \omega_b^2) (\omega^2 - \Omega_b^2) - \omega_o^2 (1 - \omega_b \Omega_b)}$$

qui pour $m \gg 1$ s'écrit de façon approchée suivant (5.7).

(C)-. Courbes de dispersion des ondes ordinaires

Nous allons préciser les propriétés des courbes de dispersion des ondes ordinaires Eq. (11.5-6) déterminées numériquement^(*), pour les valeurs suivantes des paramètres $m = 2000$:

(Fig. 7 A)	$A = 10^{-1}$	$\epsilon_i = 2,10^7$	$\epsilon_e = 10^4$	$(T_e = T_i), 10^2$	$(T_e = 100 T_i)$
(Fig. 7 B)	$A = 10^2$	"	"	"	"
(Fig. 7 C)	$A = 10^5$	"	"	"	"

Dans tous les cas, sauf pour $A = 10^5, \epsilon_e = 10^2$, ces courbes ont la même allure et sont composées, à toute fréquence, de trois modes :

- une branche onde rapide qui reste toujours très voisine de la courbe plasmas froids $y = 1 - X$;
- deux branches ondes d'agitation thermique $y = \epsilon_e, y = \epsilon_i$ qui se raccordent à deux régions de très forte dispersion correspondant respectivement aux deux pseudorésonances $\omega = \omega_b, \omega = \Omega_b$.

Dans le cas où $A = 10^5, \epsilon_e = 100$, la fréquence $\omega = \omega_b$ est une fréquence critique au-dessous de laquelle il n'existe plus qu'un seul mode (mode ionique) : le mode électronique se raccorde, pour $\omega = \omega_b$ au mode rapide $y \approx 1 - X$, mais cette différence avec les cinq cas précédents ne joue que sur des indices purement imaginaires, et n'a donc aucune signification physique.

La discussion du chapitre IV nous conduira à éliminer les ondes très lentes trouvées - fortement amorties - : il ne restera donc que la région voisine de la courbe obtenue pour les plasmas froids à laquelle viennent s'ajouter les deux pseudo-résonances gyromagnétiques, lesquelles sont aussi sujettes à caution (Cf. Chap. III).

Sur les figures 7, les coordonnées "contractées", utilisées dans⁽¹⁷⁾, et dans⁽²⁷⁾, sont

$$\begin{aligned} x' &= \log X \\ y' &= y \quad \text{pour} \quad -1 \leq y \leq 1 \\ y' &= \epsilon \left[1 + \text{Log} (1 + \text{Log} |y|) \right] \quad \text{pour} \quad \epsilon y = |y| \geq 1 \end{aligned}$$

(D)-. Courbes de dispersion des ondes extraordinaires

La grande valeur de $m = m_i/m_e$ entraîne un certain nombre de difficultés numériques^(**) : aussi nous sommes-nous limités à trois cas seulement, avec des valeurs élevées pour la température :

(Fig. 8a)	$A = 10^{-1}$	$\epsilon_i = 2,10^5$	$\epsilon_e = 100$	$(T_e = T_i = 5,5.10^7 \text{ }^\circ\text{K})$
(Fig. 8b)	$A = 10^{-1}$	$\epsilon_i = 2,10^7$	$\epsilon_e = 100$	$(T_i = 0,01 T_e = 5,5.10^5 \text{ }^\circ\text{K})$
(Fig. 8c)	$A = 10^{+2}$	$\epsilon_i = 2,10^5$	$\epsilon_e = 100$	

(*) sur un calculateur CAB 500

(**) qui ont exigé le passage sur calculateurs UNIVAC 1107 et ANALAC.

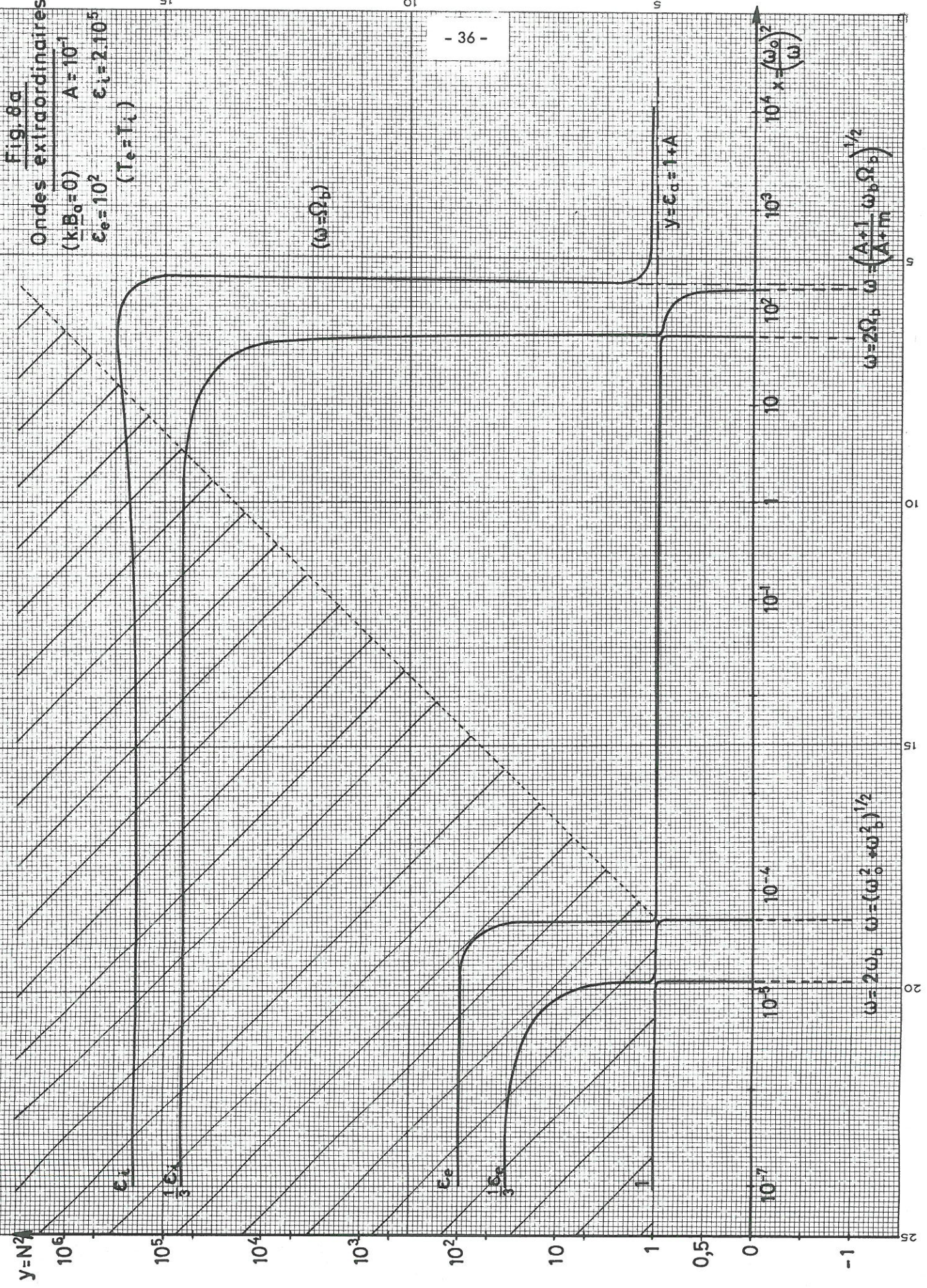


Fig. 8a
 Ondes extraordinaires
 ($k \cdot B_0 = 0$) $A = 10^{-1}$
 $\epsilon_e = 10^2$ $\epsilon_i = 2 \cdot 10^5$
 ($T_e = T_i$)

$(\omega = \Omega_b)$

$y = \epsilon_i = 1 + A$

$\omega = 2\Omega_b$ $\omega = (\omega_0^2 + \omega_b^2)^{1/2}$

$\omega = 2\Omega_b$ $\omega = (\omega_0^2 + \omega_b^2)^{1/2}$

15

10

5

5

10

15

20

25

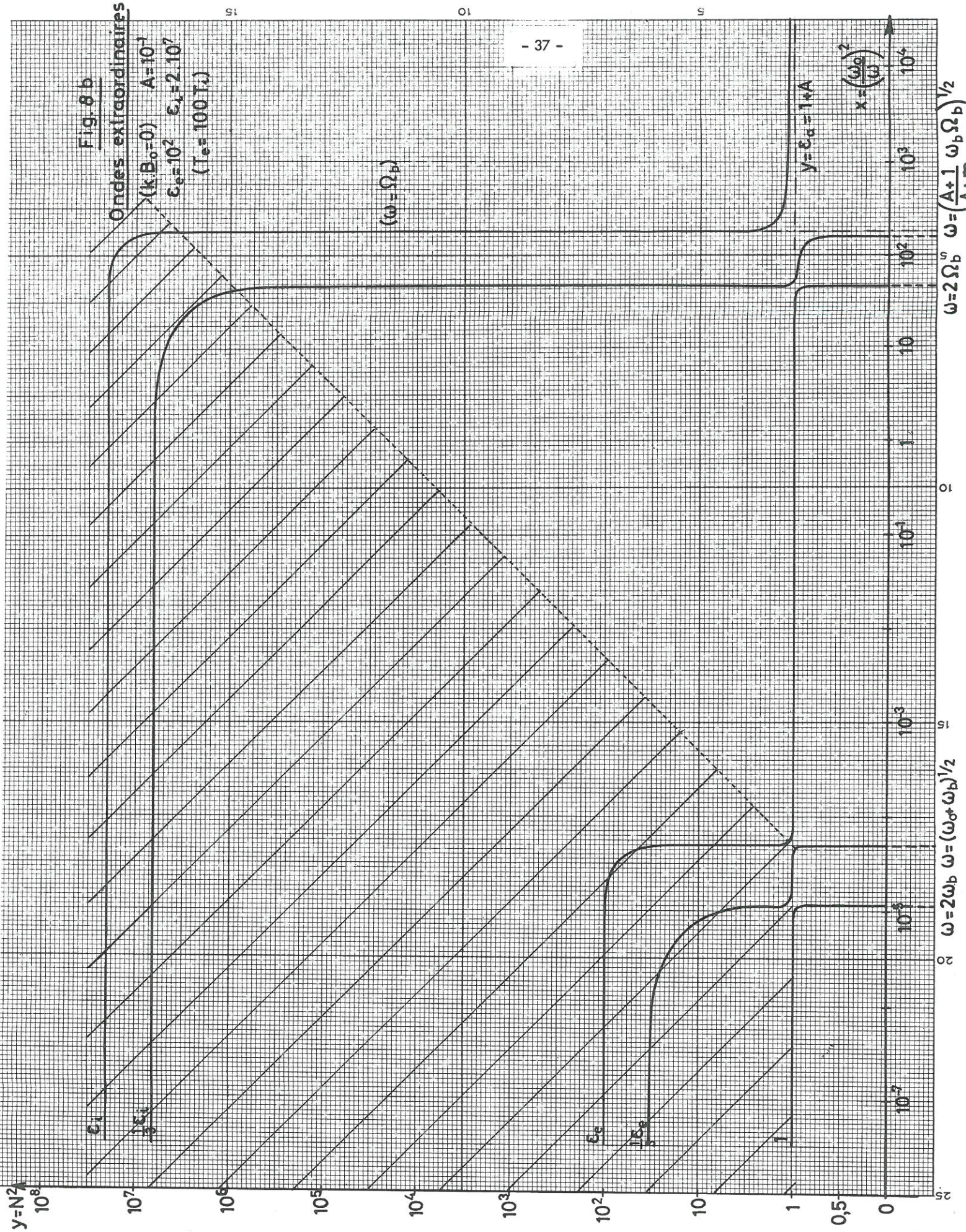


Fig. 8 b

Ondes extraordinaires

$(k \cdot B_0 = 0)$ $A = 10^{-1}$
 $\epsilon_e = 10^2$ $\epsilon_i = 2 \cdot 10^7$
 $(T_e = 100 T_e)$

$(\omega = \Omega_p)$

$y = \epsilon_d = 1 + A$

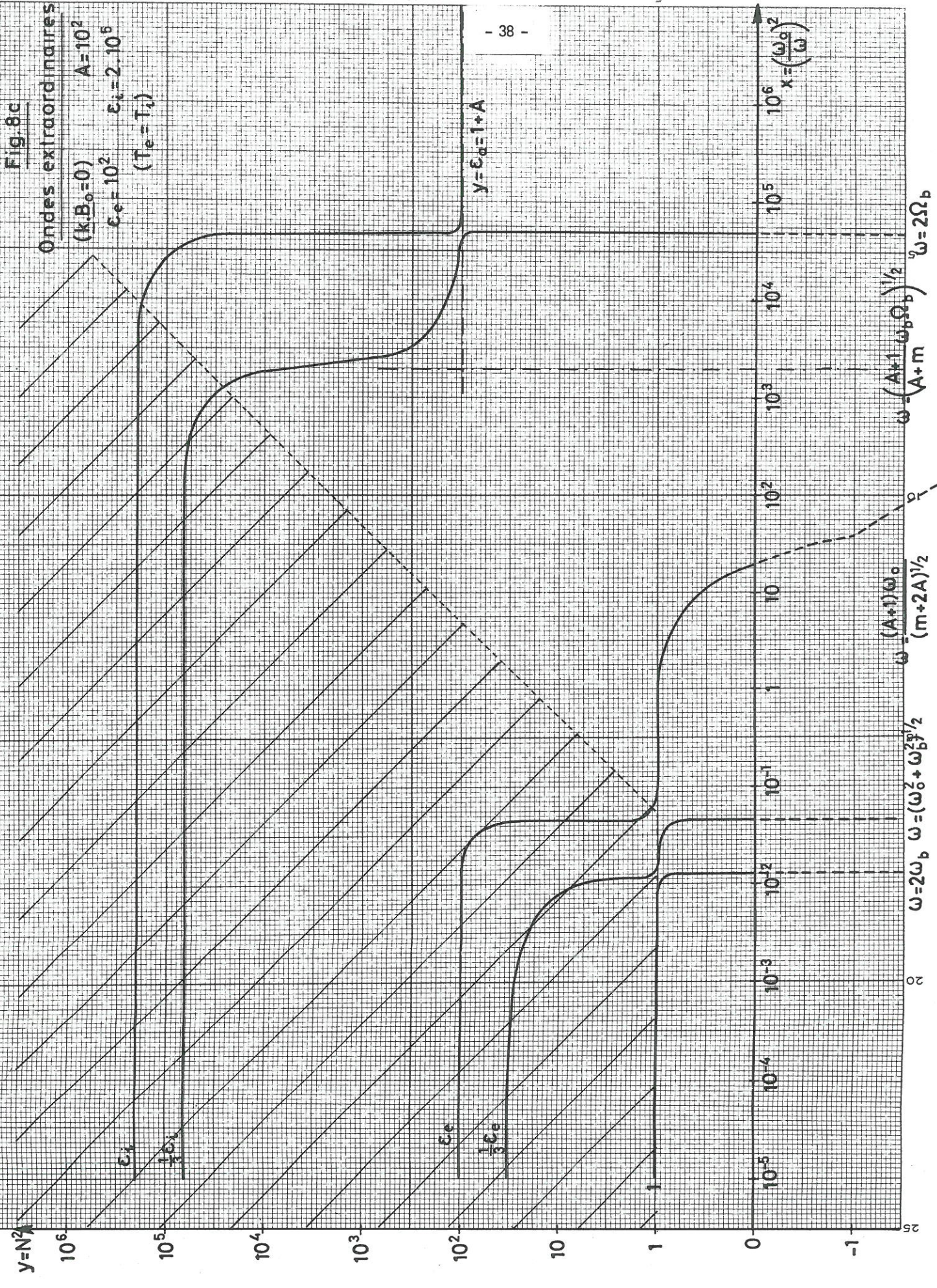
$x = \left(\frac{\omega_b}{\omega}\right)^2$

$\omega = 2\Omega_p \quad \omega = \left(\frac{A+1}{\lambda \cdot m} \omega_b \Omega_p\right)^{1/2}$

$\omega = 2\omega_b \quad \omega = (\omega_0 + \omega_p)^{1/2}$

Fig. 8c

Ondes extraordinaires
 $(k \cdot B_0 = 0)$ $A = 10^2$
 $\epsilon_e = 10^2$ $\epsilon_i = 2 \cdot 10^5$
 $(T_e = T_i)$



15

10

5

25

20

10

1

0

Dans le premier cas, (Fig. 8a), pour les faibles indices, $N \lesssim 1$, on retrouve évidemment les deux branches des plasmas froids (légèrement modifiées par les termes d'ordre 1 en τ), avec deux pseudo-résonances à $\omega = \omega_1 = (\omega_o^2 + \omega_b^2)^{1/2}$ et $\omega = \omega_2 = (\frac{A+1}{A+m} \omega_b \Omega_b)^{1/2}$. Pour les indices élevés, il apparaît quatre branches d'agitation thermique, deux branches électroniques $y = \frac{1}{3} \epsilon_e$ et $y = \epsilon_e$ qui se raccordent respectivement aux pseudo-résonances $\omega = 2\omega_b$ et $\omega = \omega_1$; et deux branches ioniques $y = \frac{1}{3} \epsilon_i$ et $y = \epsilon_i$, la première se raccordant à la pseudo-résonance $\omega = 2\Omega_b$, et la seconde à l'onde d'ALFVEN, non dispersive, $y = \epsilon_a = 1 + A$.

Pour les mêmes valeurs de A et de T_e mais avec $T_e = 100 T_i$ (Fig. 8b), il n'y a aucun changement notable.

Mais pour $A = 10^2$ (et $T_e = T_i$ (Fig. 8c)), la résonance $\omega = \omega_2 = (\frac{A+1}{A+m} \omega_b \Omega_b)^{1/2}$ se fait à une fréquence supérieure à $\omega = 2\Omega_b$, tandis que l'onde d'ALFVEN correspond à un indice beaucoup plus grand: il y a alors inversion des pseudo-résonances, la branche $y = \epsilon_i$ "résonnant" sur $\omega = 2\Omega_b$ et la branche $y = \frac{1}{3} \epsilon_i$, sur ω_2 . De plus, la branche $y = \epsilon_e$ présente une fréquence de coupure ω_c ($N = 0$)

$$\omega_c = \frac{(A+1) \omega_o}{(m+2A)^{1/2}}$$

très éloignée de la pseudo-résonance $\omega = \omega_2$, alors que pour les cas a et b, on avait pratiquement $\omega_c = 2\Omega_b$; remarquons enfin que si la pseudo-résonance $\omega = \omega_2$ est nette dans les deux premiers cas, elle est assez atténuée dans le troisième.

L'étude de la polarisation ⁽⁶⁶⁾ sur les différentes branches montre une polarisation quasi longitudinale pour les branches $y \sim \epsilon_i$ ou ϵ_e , polarisation qui devient quasi transversale pour les fréquences inférieures aux fréquences des pseudo-résonances: cela met en évidence le "couplage" entre l'onde électromagnétique transversale (polarisée suivant une direction de $\underline{k} \times \underline{B}_o$) et l'onde de plasma (polarisée suivant \underline{k}), cette dernière étant rejetée à l'infini dans le cas des plasmas froids. Ce couplage se traduit par une polarisation voisine soit de \underline{k} , soit de $\underline{k} \times \underline{B}_o$, pour l'onde extraordinaire, suivant le domaine de fréquence considéré.

Sur les figures 8, les coordonnées utilisées sont :

$$x' = \log X$$

$$y' = y \quad \text{pour } -1 \leq y \leq +1$$

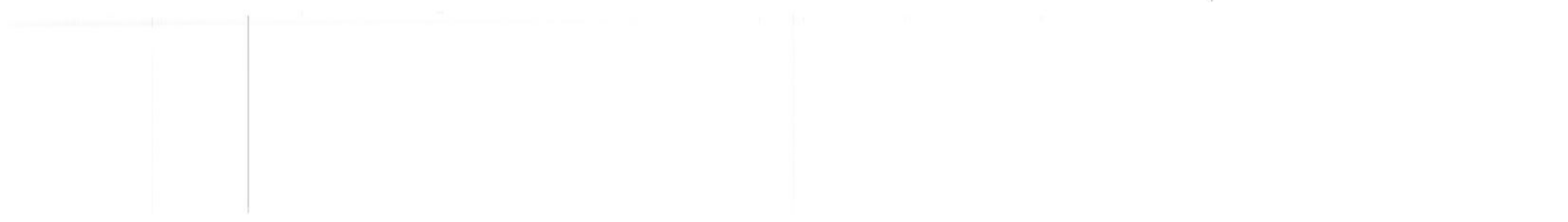
$$y' = \epsilon (1 + \log |y|) \quad \text{pour } \epsilon y = |y| \geq 1$$

La discussion du chapitre IV nous conduira encore à éliminer dans ce cas les ondes très lentes trouvées - très fortement amorties -, ainsi que les voisinages des résonances gyromagnétiques et de leurs harmoniques.



DEUXIEME PARTIE

DISCUSSION ET DOMAINE DE VALIDITE DE
LA THEORIE ADIABATIQUE COMPLETE :
APPROXIMATION DES PLASMAS TIEDES



12. - INTRODUCTION

Dans la première partie, la théorie adiabatique complète nous a donné un certain nombre de résultats nouveaux - par rapport au cas des plasmas froids - essentiellement dans la région des ondes d'agitation thermique. Nous devons maintenant les discuter en les comparant aux résultats microscopiques correspondants.

Cette comparaison montre un bon accord entre les deux groupes de solutions dans le domaine des ondes rapides pour lesquelles $v_{\varphi} \gg a$: les effets thermiques, proportionnels à

$$\tau = \frac{1}{2} \left(\frac{ka}{\omega} \right)^2$$

sont alors toujours très petits, et n'introduisent que des corrections faibles à la théorie des plasmas froids. Mais cette région peut correspondre aussi à des ondes lentes, comme par exemple des ondes magnétodynamiques (en champs magnétiques relativement faibles), pourvu que $\tau \ll 1$, c'est-à-dire tant que la température reste faible

$$a = \left(\frac{2kT}{m} \right)^{1/2} \ll v_{\varphi} < c$$

Cette limitation de la température conduit à l'approximation des plasmas tièdes, définie par $\tau \ll 1$.

Au contraire, pour les ondes telles que $\tau \simeq 1$ ($v_{\varphi} \simeq a$), on peut s'attendre à des couplages importants entre ces ondes et les particules "résonantes", de vitesses voisines de celle de l'onde. Ce couplage se traduit par un amortissement LANDAU (30)(*), très élevé pour $\tau \simeq 1$, puisque dans ce cas, les particules résonnantes sont en très grand nombre. De telles ondes n'auront donc pas d'existence. Ces amortissements n'étant pas contenus dans un modèle macroscopique, il faudra alors rejeter ces solutions et revenir au modèle de VLA-SOV.

La comparaison entre les solutions macroscopique et microscopique conduira donc à définir dans le plan

$$x = (\omega_0/\omega)^2 ; y = N^2$$

un domaine de validité des résultats présentés dans la première partie de ce travail.

(*) L'analyse des mécanismes physiques de cet amortissement a été donnée en particulier par DAWSON (28) et STIX (29).

--	--	--	--

CHAPITRE III

DISCUSSION DE LA VALIDITE DE L'HYPOTHESE $\nabla \cdot \underline{Q} = 0$ EN L'ABSENCE DE CHAMP MAGNETIQUE

13. - EQUATION DE DISPERSION POUR $B_0 = 0$: CALCUL MICROSCOPIQUE. COMPARAISON AVEC LE CALCUL HYDRODYNAMIQUE.

La méthode de perturbation avec $f(\underline{r}, \underline{w}, t) = f_0(w^2) + f_1(\underline{r}, \underline{w}, t)$, appliquée à l'équation de VLASOV (1.1) pour une espèce s de particules conduit, après linéarisation, à la solution pour la composante de Fourier en $e^{i(\underline{k} \cdot \underline{r} - \omega t)}$

$$(13.1) \quad f_1(\underline{k}, \omega) = - (iq/m) \frac{\underline{E}(\underline{k}, \omega) \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \underline{w}}}{\omega - \underline{k} \cdot \underline{w}}$$

avec, si f_0 est maxwellienne

$$(13.2) \quad f_0 = n_0 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\alpha w^2}, \quad \frac{\partial f_0}{\partial \underline{w}} = -2\alpha f_0 \underline{w} \quad (\alpha = \frac{m}{2KT} = a^{-2})$$

Le tenseur de conductivité $\underline{\sigma}$ du milieu pour l'espèce s est défini à partir de la densité de courant (7.1). Le calcul est classique :

$$(13.3) \quad \underline{J} = n_0 q \underline{v} = q \int f_1 \underline{w} d^3 w = \underline{\sigma} \cdot \underline{E}$$

d'où l'expression $\underline{\sigma}(\underline{k}, \omega)$

$$(13.4) \quad \underline{\sigma}(\underline{k}, \omega) = \frac{2iq^2}{m} \int \frac{\alpha f_0 \underline{w} \underline{w}}{\omega - \underline{k} \cdot \underline{w}} d^3 w$$

Choisissons \underline{k} le long de Oz. Par suite de la nullité des intégrales du type $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha u^2} u^{2m+1} du$, les seules composantes non nulles de (13.4) sont (*)

(*) La fonction $Z(\zeta)$ est la "fonction de dispersion du plasma" (31), définie par

$$Z(\zeta) = \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-u^2}}{u - \zeta} du$$

$$(13.5) \quad \sigma_{\perp} = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -\sigma_0 \zeta Z(\zeta)$$

$$(13.6) \quad \sigma_{\parallel} = \sigma_{zz} = \sigma_0 \zeta^2 Z'(\zeta)$$

Le tenseur de conductivité total s'obtient en sommant les expressions (13.5-6) sur les différentes espèces de particules. En portant ces expressions dans l'équation (7.3) déduite des équations de Maxwell, on obtient l'équation de dispersion

$$(13.7) \quad \parallel R \parallel = \begin{vmatrix} R_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & R_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & R_{\parallel} \end{vmatrix} = R_{\perp}^2 R_{\parallel} = 0$$

où

$$(13.8) \quad c^2 R_{\perp} = \omega^2 - k^2 c^2 + \sum_s \omega_{ps}^2 \zeta_s Z_s \quad Z_s = Z(\zeta_s) ; \zeta_s = \frac{\omega}{ka_s}$$

$$(13.9) \quad c^2 R_{\parallel} = \omega^2 - \sum_s \omega_{ps}^2 \zeta_s^2 Z'_s \quad Z'_s = \frac{dZ(\zeta_s)}{d\zeta_s}$$

montrant qu'il existe deux modes transversaux, polarisés rectilignement le long de Ox et Oy, et un mode longitudinal.

14. - ONDES LONGITUDINALES.

L'équation $R_{\parallel} = 0$ s'écrit, en multipliant (13.9) par k^2/ω^2

$$(14.1) \quad k^2 - \sum_s \alpha_s \omega_{ps}^2 Z'_s \cong 0$$

Dans la limite des ondes rapides $v_{\phi} \gg a_s$, on a $\zeta_s = \frac{\omega}{ka_s} \gg 1$. Le développement asymptotique

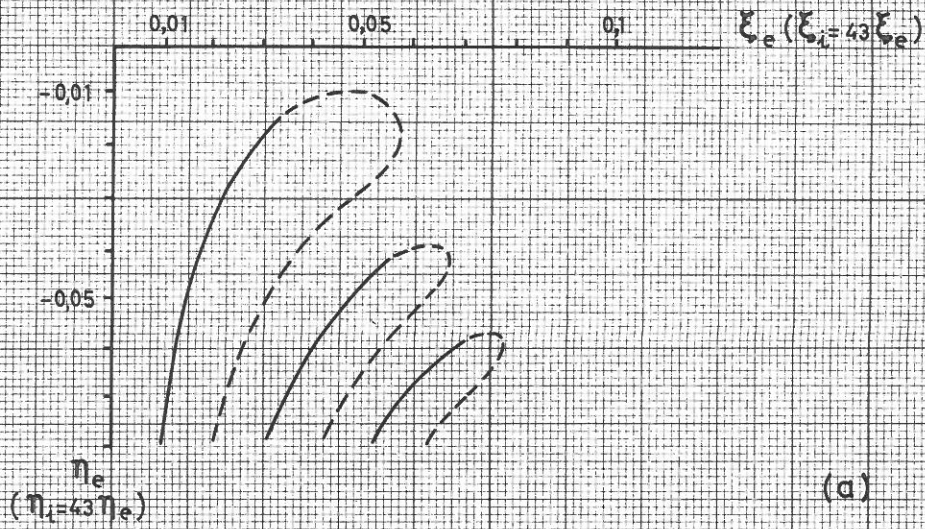
$Z'(\zeta) \sim \zeta^{-2} (1 + 3/2 \zeta^2 + \dots)$ conduit alors (en négligeant les termes en $\zeta e^{-\zeta^2} \ll 1$) à l'équation

$$\omega^2 = \omega_p^2 \left(1 + 3 \frac{k^2 a_e^2}{2\omega^2} + \dots \right) + \Omega_p^2 \left(1 + 3 \frac{k^2 a_i^2}{2\omega^2} + \dots \right)$$

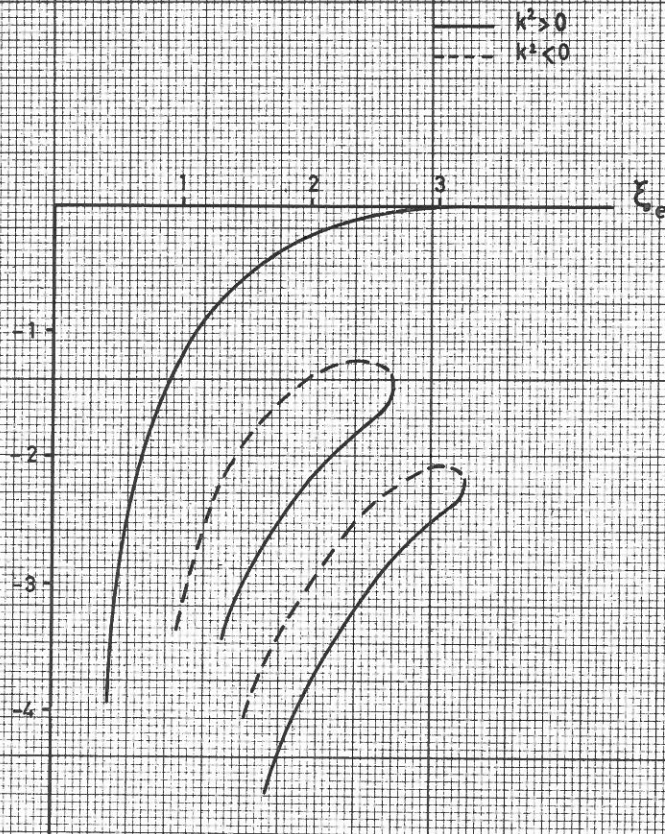
soit, puisque $\omega_p^2 \gg \Omega_p^2$, (et alors $\omega \sim \omega_p$)

$$(14.2) \quad \omega^2 = \omega_p^2 + \frac{3}{2} k^2 a_e^2 = \omega_p^2 + 3 \frac{KT_e}{m_e} k^2$$

On retrouve l'équation (9.5) déjà obtenue par la méthode hydrodynamique. Donc, à l'amortissement près (amortissement très faible dans ce cas), le modèle hydrodynamique s'applique bien à ces ondes rapides ; et il semble qu'on ne pourra jamais obtenir cet amortissement par une méthode autre que la méthode cinétique, même dans la limite $k \rightarrow 0$ (Cf. LIBOFF⁽³²⁾).



(a)



(b)

Fig 9. Ondes longitudinales ($B_0 = 0$); $T_e = T_i$; k^2 réel. (Calcul microscopique)

(D'après B.D. Fried et R.W. Gould)

(a) branches ioniques (b) branches électroniques (ions négligés)

$$\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2} = 43 \text{ (Hydrogène)}$$

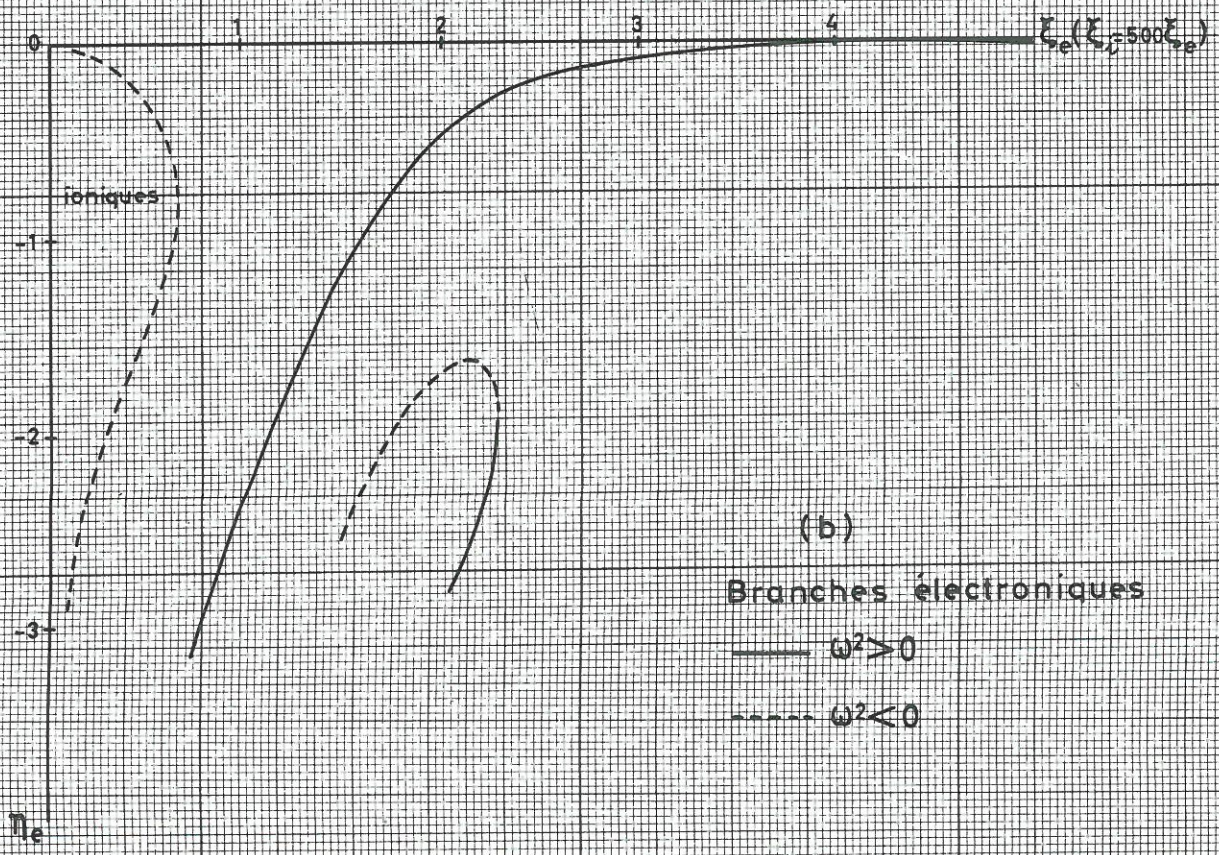
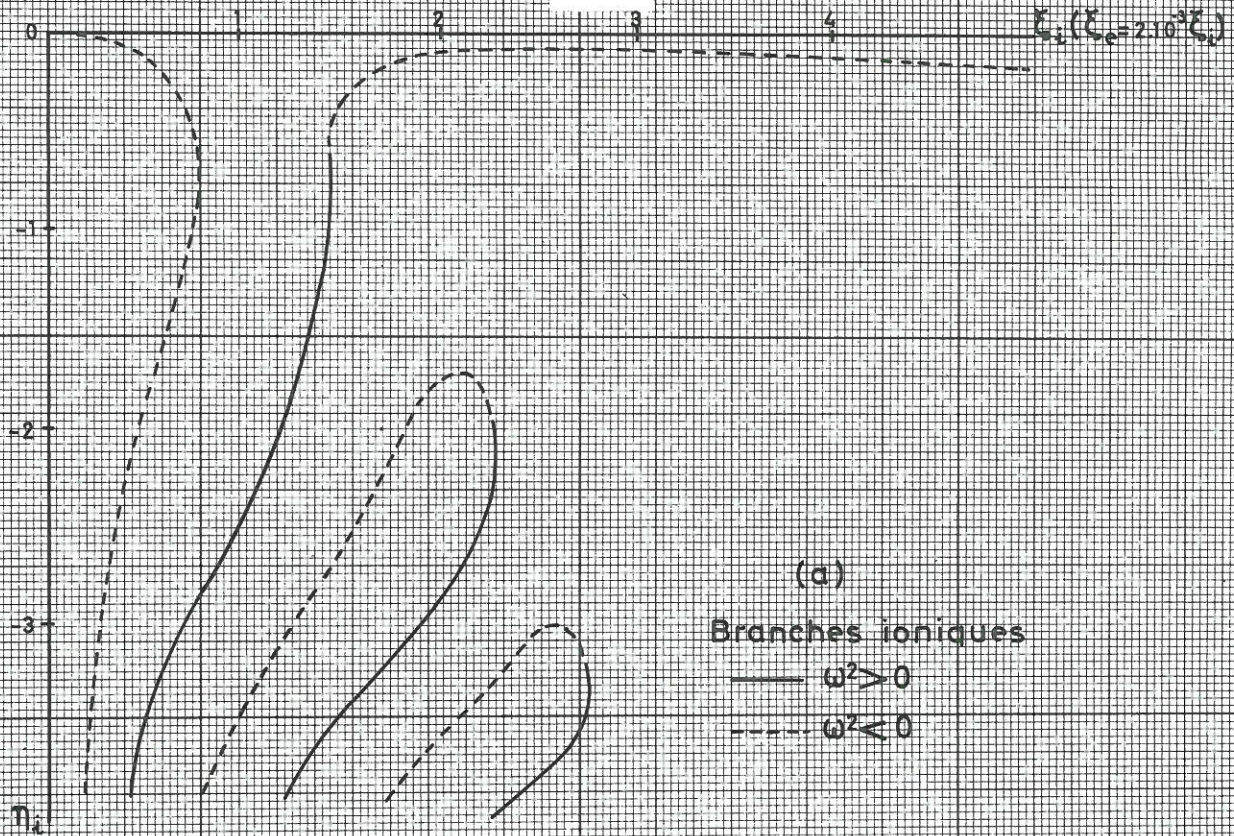


Fig.10. Ondes longitudinales ($B_0=0$); $T_e=T_i$; ω^2 réel (Calcul microscopique)

$$\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2} = 500 \text{ (Césium)}$$

Examinons maintenant le cas des ondes d'agitation thermique, pour lesquelles $v_{\varphi} \sim a_e$ ou a_i . On ne peut plus alors utiliser de développement et il faut résoudre numériquement l'équation (14.1). Cette résolution a été faite dans les cas où k^2 est réel (FRIED et GOULD (33)) et où ω^2 est réel (QUEMADA (34)). Elle montre que dans un plasma où les températures électronique et ionique sont du même ordre de grandeur, il n'existe aucune onde d'agitation thermique qui ne soit très fortement amortie. Les figures 9 et 10, correspondant respectivement aux cas k^2 réel et ω^2 réel, pour $T_e = T_i$, illustrent ces résultats. Tant que la condition $T_e \gg T_i$ n'est pas satisfaite, ces résultats resteront vrais, et la grande valeur du coefficient d'amortissement influera énormément sur celle de la constante de propagation, rendant illusoire toute méthode de calcul ne contenant pas cet amortissement.

Seule subsiste donc, dans ce cas, l'oscillation de plasma définie par (14.2). Cependant, pour un plasma très fortement anisotherme, $T_e \gg T_i$, on peut chercher une onde dont la vitesse de phase serait comprise entre les deux vitesses thermiques $a_i \ll v_{\varphi} \ll a_e$. Puisque l'amortissement de LANDAU est directement lié au nombre de particules en phase avec l'onde, une telle recherche correspond au cas où ce nombre est faible, la distribution des vitesses des particules présentant un creux entre les deux maxima correspondant aux vitesses thermiques a_e et a_i . Dans ces conditions, le calcul (66) conduit à

$$(14.3) \quad v_{\varphi}^2 = \frac{\Omega_p^2}{k^2 + k_{De}^2} \quad k_{De}^2 = \frac{n_0 q_e^2}{\epsilon_0 K T_e}$$

d'où les deux expressions limites, avec $\lambda_{De}^2 = \epsilon_0 K T_e / n_0 q_e^2$, carré de la longueur de DEBYE électronique

$$(14.4) \quad \omega^2 = \Omega_p^2 \left(1 - \frac{m_i}{K T_e} \frac{\Omega_p^2}{k^2} \right) \quad \text{pour } \lambda \ll \lambda_{De}$$

$$(14.5) \quad \omega^2 = \frac{K T_e}{m_i} k^2 \quad \text{pour } \lambda \ll \lambda_{De}$$

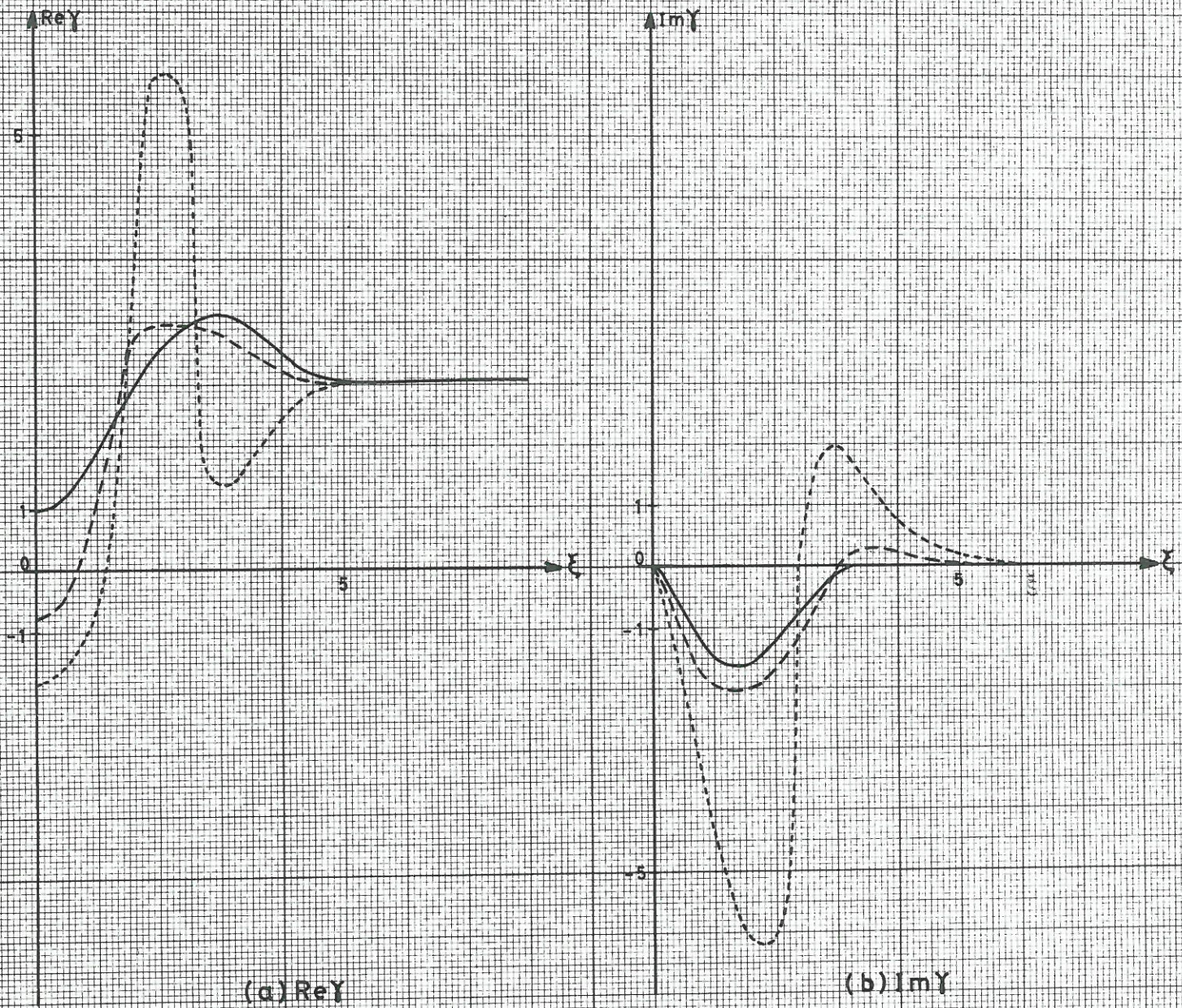
Comparons la seconde expression, qui correspond à l'onde sonore, avec celle qu'on déduit des équations macroscopiques (17) (c'est la relation (9.3) où on a pris $\gamma_e = \gamma_i = 3$)

$$V_S^2 = V_i^2 \frac{1 + (\gamma_e T_e / \gamma_i T_i)}{1 + (m_e / m_i)}$$

qui pour $T_e \gg T_i$ donne

$$(14.6) \quad v_{\varphi}^2 \neq V_i^2 \frac{\gamma_e T_e}{\gamma_i T_i} = \gamma_e \frac{K T_e}{m_i}$$

Ce résultat a la même forme que (14.5), mais diffère par la valeur attribuée à γ_e : dans la théorie adiabatique, on prend $\gamma_e = 3$ - ce qui conduit à une équation de dispersion correcte des oscillations de plasmas



— $\eta = 0$
- - - $\eta = -0.2$
- · - $\eta = -1$

Fig.11. Coefficient de compressibilité attaché a l'onde longitudinale
(Calcul microscopique)

électroniques -, mais alors cette théorie ne décrit pas correctement l'onde pseudosonore qui existe réellement. Ce désaccord est significatif et montre que dans tous les cas - même pour $T_e \gg T_i$ - la théorie adiabatique n'est pas valable pour les ondes très lentes. Remarquons, pourtant, qu'une théorie "isotherme", dans laquelle on aurait choisi $\gamma_e = 1$, aurait donné le résultat exact (14.5). Malgré l'absence de toute signification physique de la terminologie thermodynamique, quand il n'y a pas de collision, on peut, néanmoins, parler d'une perturbation "isotherme", le "flux de chaleur", $\underline{q} = -\beta \underline{E}$, étant différent de zéro à chaque instant; le choix $\gamma_e = 1$ serait alors justifié par la grande agitation thermique des électrons ($a_e \gg v_\varphi$) qui maintiendrait "isotherme" la compression instantanée du gaz d'électrons. Cependant, cette théorie "isotherme" ne décrirait plus alors les oscillations de plasma électroniques (14.2).

Pour l'oscillation ionique, le terme correctif, dépendant de T_e , n'est pas non plus en accord avec le résultat macroscopique (9.6) ⁽⁶⁶⁾.

En conclusion, le modèle macroscopique choisi décrit les ondes longitudinales très lentes d'une manière incorrecte : il donne des solutions quelle que soit la valeur du rapport T_e/T_i alors qu'elles n'existent que lorsque ce rapport est beaucoup plus grand que l'unité ; et même dans ce cas particulier, les contributions de l'agitation thermique ne sont pas données exactement. A titre d'illustration, la figure 12 donne, pour l'onde ionique, les deux courbes de dispersion obtenues par les méthodes macroscopique et microscopique. On a pris

$$m = \frac{m_i}{m_e} = 2000, \quad T_e = 100 T_i, \quad \epsilon_e = 100, \quad \text{d'où } \epsilon_i = 2 \cdot 10^7, \quad \text{et } \epsilon_S = \frac{m\epsilon}{3} = 7 \cdot 10^4$$

L'oscillation ionique exacte disparaît dès que ω devient supérieur à Ω_p (on trouve alors une onde évanescence) ce qui répond à la remarque du paragraphe 9 A.

15. - CALCUL EXACT DU COEFFICIENT DE COMPRESSIBILITE DES ONDES LONGITUDINALES.

On peut chercher à étendre les résultats précédents, obtenus pour $T_e \gg T_i$, au cas où T_e/T_i est quelconque, en calculant le coefficient de compressibilité exact dans ce cas général. Ce calcul a semblé intéressant parce que, d'une part, l'hypothèse $\underline{\nabla} \cdot \underline{Q} = 0$ est, dans le cas des ondes longitudinales, équivalente à $\gamma = 3$, et ainsi, la connaissance de la valeur "exacte" de γ permettra d'évaluer en quelque sorte l'écart à la loi adiabatique, et que, d'autre part, ce coefficient γ , contrairement aux différents moments, est typiquement une grandeur attachée au milieu, indépendante de la perturbation.

On trouve (QUEMADA ⁽³⁴⁾) pour les perturbations n_1 et ψ_1 , à partir de (13.1-2), avec $g = \frac{iq}{m\omega} E_{\parallel}$

$$n_1 = \int f_1 d^3w = g n_o \frac{\zeta}{a} Z'$$

$$\psi_{1\parallel} = m \int f_1 w_{\parallel} w_{\parallel} d^3w = g m n_o a \zeta (\zeta^2 Z' - 1)$$

de sorte que pour l'onde longitudinale, la condition $\underline{\nabla} p = \gamma K T \underline{\nabla} n$ conduit à un coefficient

$$(15.1) \quad \gamma = \frac{\psi_{1\parallel}}{K T n_1} = 2 \left(\zeta^2 - \frac{1}{Z'(\zeta)} \right)$$

C'est un nombre en général complexe, montrant l'existence d'un déphasage entre les perturbations de pression et de densité. C'est, bien entendu, ce déphasage qui est responsable de l'amortissement de l'onde.

Pour les ondes lentes, un calcul numérique conduit aux valeurs de $\Re e(\gamma)$ et $\Im m(\gamma)$ représentées respectivement sur les figures 11 (a et b) pour trois valeurs de $\eta = \Im m(\zeta)$: 0 ; -0,2 ; -1.

Pour les ondes rapides ($\xi = \Re e(\zeta) \gg 1$), on trouve bien : $\Re e(\gamma) \neq 3$, $\Im m(\gamma) \neq 0$, justifiant l'hypothèse adiabatique pour les oscillations électroniques. Pour les ondes très lentes, les valeurs de $\Re e(\gamma)$ et $\Im m(\gamma)$, fonctions de ξ et de η , s'écartent respectivement beaucoup des valeurs 3 et 0, montrant bien la non-validité de l'hypothèse adiabatique dans ce domaine. Lorsque $T_e \gg T_i$ (donc $\xi_e \ll 1 \ll \xi_i$) on trouve pour l'onde non amortie ($\eta=0$) $\gamma_e \neq 1$ et $\gamma_i \neq 3$: la compression électronique est "isotherme" et la compression ionique est "adiabatique". Dans ce cas, le calcul des vitesses moyennes, et de la densité de charge globale $\bar{\epsilon}$, dues à la perturbation, conduit à (QUEMADA ⁽⁶⁶⁾)

$$(15.2) \quad \frac{v_e}{v_i} \neq 1 \quad \bar{\epsilon} = n_e q_e + n_i q_i \neq 0 :$$

les oscillations intéressent le fluide dans son ensemble, électrons et ions à la fois, assurant la neutralité du milieu, ce qui est bien conforme à l'idée qu'on se fait de l'onde sonore.

Lorsque la condition $T_e \gg T_i$ n'est plus vérifiée, ces propriétés ($v_e \neq v_i$ et $\bar{\epsilon} \neq 0$) n'existent plus, et on ne peut plus parler d'onde pseudosonore.

Dans le cas des oscillations électroniques seules (cas des hautes fréquences), l'expression (15.1) de γ se met, à l'aide de l'équation de dispersion (14.1), sous la forme très simple

$$\gamma = \frac{2}{k^2 a^2} (\omega^2 - \omega_p^2)$$

Pour ω complexe : $\omega = \beta (1 - i\delta)$, on a donc, avec $v_\phi = \frac{\beta}{k}$

$$\delta = -\frac{1}{4} \frac{a^2}{v_\phi^2} \Im m(\gamma)$$

reliant directement l'amortissement LANDAU de l'onde longitudinale à $\Im m(\gamma)$: on a alors ($v_\phi \sim a$)

$$\eta = \Im m \zeta = \frac{\beta \delta}{ka} \sim \delta = -\frac{1}{4} \Im m(\gamma)$$

qui correspond toujours à des amortissements importants (Voir Fig. 11) ; on doit donc aussi éliminer la partie très haute fréquence de la branche électronique ($\gamma \sim \epsilon_e$). (Cf. paragraphe 9 A).

16. - ONDES TRANSVERSALES

L'équation (13.8) est l'équation de dispersion des ondes transversales

$$\omega^2 - k^2 c^2 + \sum_s \omega_{ps}^2 \zeta_s Z'_s = 0$$

En tenant compte de l'équation différentielle caractérisant $Z(\zeta)$, $Z' + 2(1 + \zeta Z) = 0$, cette équation s'écrit

$$(16.1) \quad \omega^2 - \omega_o^2 - k^2 c^2 - \sum_s \frac{1}{2} \omega_{ps}^2 Z'_s = 0$$

Dans la limite des ondes rapides, on obtient

$$\omega^2 - \omega_o^2 - k^2 c^2 - \frac{k^2}{\omega} \sum_s \frac{1}{2} a_s^2 \omega_{ps}^2 = 0$$

où le dernier terme, avec $m = m_i/m_e$ est

$$\sum_s \frac{1}{2} a_s^2 \omega_{ps}^2 = \frac{1}{2} a_e^2 \omega_p^2 \left(1 + \frac{T_i}{m^2 T_e} \right) \approx \frac{1}{2} a_e^2 \omega_o^2 \left(1 + \frac{T_i}{m^2 T_e} \right) = \omega_o^2 \theta_o$$

où θ_o a été défini pour obtenir (9.9).

Alors

$$(16.2) \quad \omega^4 - (\omega_o^2 + k^2 c^2) \omega^2 - k^2 \omega_o^2 \theta_o = 0$$

qui conduit à la solution (9.9) : comme il fallait s'y attendre, le modèle hydrodynamique donne un résultat correct (aux termes d'amortissement, très faibles, près) dans le domaine des ondes rapides. Pour les ondes lentes, la résolution exacte de (16.1) ne peut être faite que numériquement et elle ne conduit, même dans le cas limite où $T_e \gg T_i$, à aucune onde lente qui ne présente un amortissement très élevé (QUEMADA ⁽⁶⁶⁾) : les deux ondes d'agitation thermique trouvées à l'aide de la théorie adiabatique complète doivent donc être rejetées comme n'ayant aucune existence physique.

Cela nous amène donc à limiter tous les calculs au premier ordre en y/ϵ et, par conséquent, à ne conserver du diagramme de dispersion que la partie pour laquelle $y/\epsilon_e \ll 1$; on limitera ce diagramme par l'ordonnée $y/\epsilon_e = 10^{-2}$ par exemple. Dans la plupart des cas physiques, on a $\epsilon_i \gg \epsilon_e$ ^(*) ; ainsi, cette approximation sera valable, par exemple, pour des valeurs $y \leq 10^{+2}$ (en prenant le cas typique $\epsilon_e = 10^4$) (Fig. 13).

(*) En effet, $m_e/m_i \lesssim 5 \cdot 10^{-4}$ et le rapport T_i/T_e varie entre 10^{-2} (décharge ordinaire) et 10^2 (expérience de IOFFE ⁽³⁵⁾ par exemple) : alors $\epsilon_e/\epsilon_i = (a_i/a_e)^2 = m_e T_i/m_i T_e$ varie entre $5 \cdot 10^{-6}$ et $5 \cdot 10^{-2}$ pour un plasma d'hydrogène, et des valeurs inférieures pour les autres. La valeur typique 10^{-2} pour y/ϵ_e (qui revient à négliger les termes d'ordre 2 en τ , $\approx 10^{-4}$ correspond pour y/ϵ_i à des valeurs de l'ordre de $5 \cdot 10^{-4}$ au mieux.

CHAPITRE IV

DOMAINE DE VALIDITE DE LA THEORIE ADIABATIQUE COMPLETE EN PRESENCE
D'UN CHAMP MAGNETIQUE (PROPAGATIONS LONGITUDINALE ET TRANSVERSALE)

17. - RESULTATS DU CALCUL MICROSCOPIQUE

Lorsque $B_0 \neq 0$, le calcul microscopique du tenseur $\underline{\underline{\sigma}}$ est bien connu (Cf. par exemple SITENKO et STEPANOV (36), BERNSTEIN (37), MOWER (25)). Exprimé avec la fonction $Z(\zeta)$, on trouve (FRIED et CONTE (31) (*)), avec $\underline{B}_0 = (0, 0, B_0)$ et $\underline{k} = (k_\perp, 0, k_\parallel)$ pour l'équilibre maxwellien $f_0(a\sqrt{\pi})^{-3} \exp(-v^2/a^2)$

$$(17.1) \quad \underline{\underline{\sigma}} = \frac{i \epsilon_0 \omega^2}{\omega} \zeta_0 \underline{\underline{S}}$$

$$(17.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} S_{11} = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda} \sum_{-\infty}^{+\infty} n^2 I_n(\lambda) Z_n \\ S_{12} = -S_{21} = i e^{-\lambda} \sum_{-\infty}^{+\infty} n [I'_n(\lambda) - I_n(\lambda)] Z_n \\ S_{22} = -e^{-\lambda} \sum_{-\infty}^{+\infty} [\lambda I''_n(\lambda) + (1 - 2\lambda) I'_n(\lambda) + \lambda I_n(\lambda)] Z_n \\ S_{13} = S_{31} = +\frac{1}{\sqrt{2\lambda}} e^{-\lambda} \sum_{-\infty}^{+\infty} n I_n(\lambda) Z'_n \\ S_{32} = S_{23} = -i \sqrt{\frac{\lambda}{2}} e^{-\lambda} \sum_{-\infty}^{+\infty} [I'_n(\lambda) - I_n(\lambda)] Z'_n \\ S_{33} = e^{-\lambda} \sum_{-\infty}^{+\infty} I_n(\lambda) \zeta_n Z'_n \end{array} \right.$$

(*) Après quelques corrections.

où

$$(17.3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \zeta_n = \frac{\omega - n\omega_b}{k_{\parallel} a} \quad , \quad \lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{k_{\perp} a}{\omega_b} \right)^2 = \frac{KT}{m} \left(\frac{k_{\perp}}{\omega_b} \right)^2 \\ Z_n = Z(\zeta_n) \quad , \quad Z'_n = Z'(\zeta_n) \\ I_n(\lambda) \text{ est la fonction de BESSEL modifiée du } n^{\text{ième}} \text{ ordre et } I', I'', \text{ les dérivées} \\ \text{par rapport à } \lambda \end{array} \right.$$

A/ - Pour la propagation longitudinale ($\lambda = 0$), les expressions (17.2) ne font intervenir que les $\zeta_0 = \frac{\omega}{ka}$ et $\zeta_{\pm 1} = \zeta_0 (1 \pm b)$ où $b = \frac{\omega_b}{\omega}$:

$$(17.4) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\perp} = \sigma_{11} = \sigma_{22} = -\frac{1}{2} \sigma_o \zeta_o (Z_1 + Z_{-1}) \\ \sigma_H = \sigma_{21} = -\sigma_{12} = \frac{1}{2i} \sigma_o \zeta_o (Z_1 - Z_{-1}) \\ \sigma_{\parallel} = \sigma_{33} = \sigma_o \zeta_o^2 Z'_o \\ \sigma_{13} = \sigma_{31} = \sigma_{32} = \sigma_{23} = 0 \end{array} \right. \quad \sigma_o = \frac{i\epsilon_o \omega^2 p}{\omega}$$

d'où

$$(17.5) \quad \underline{\underline{\sigma}}_L = \begin{pmatrix} \sigma_{\perp} & -\sigma_H & 0 \\ \sigma_H & \sigma_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\parallel} \end{pmatrix}$$

Sauf au voisinage de la résonance cyclotronique $\omega = \omega_b$ on peut développer ces expressions dans la limite des ondes rapides ($\zeta_o \rightarrow \infty$). Pour σ_{\parallel} , on obtient (*), au premier ordre en $\tau_{\parallel} = 1/2 \zeta_o^2 = KT k_{\parallel}^2 / m\omega^2$

$$(17.6 a) \quad \sigma_{\parallel} \simeq \sigma_o (1 + 3\tau_{\parallel})$$

Pour σ_{\perp} et σ_H , on obtient au premier ordre par rapport à $1/2\zeta_{-1}^2$ et $1/2\zeta_{+1}^2$

$$(17.6 b) \quad \begin{aligned} \sigma_{\perp} &= \frac{\sigma_o}{1-b^2} \left[1 + \frac{1+3b^2}{(1-b^2)^2} \tau_{\parallel} \right] \\ \sigma_H &= \frac{ib\sigma_o}{1-b^2} \left[1 + \frac{3+b^2}{(1-b^2)^2} \tau_{\parallel} \right] \end{aligned}$$

(*) avec les développements asymptotiques (en négligeant les termes de $e^{-\zeta^2} \ll 1$ pour $\zeta \gg 1$)

$$\zeta^2 Z' \sim 1 + \frac{3}{2\zeta^2} + \dots \quad ; \quad Z \sim -\frac{1}{\zeta} \left(1 + \frac{1}{2\zeta^2} + \dots \right)$$

Remarquons que ce développement, qui n'est évidemment valable qu'en dehors du voisinage de $\omega = n\omega_b$ (les termes du premier ordre et les suivants devenant prépondérants pour $b \rightarrow \frac{1}{n}$), correspond au premier ordre en $1/2\zeta_{-1}^2$ (car ζ_{+1} est toujours supérieur à ζ_{-1} et c'est donc ce dernier qui impose la limite), c'est-à-dire à

$$(17.7) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{k_{\parallel} a}{\omega - \omega_b} \right)^2 = \frac{\tau_{\parallel}}{(1-b)^2} \ll 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{\parallel} = \frac{KT}{m} \left(\frac{k_{\parallel}}{\omega} \right)^2 \ll 1 \quad \text{pour } \omega > \omega_b \quad (b < 1) \\ \tau_{b_{\parallel}} = \frac{KT}{m} \left(\frac{k_{\parallel}}{\omega_b} \right)^2 \ll 1 \quad \text{pour } \omega < \omega_b \quad (b > 1) \end{array} \right. \quad (\tau_{b_{\parallel}} = \left(\frac{\omega}{\omega_b} \right)^2 \tau_{\parallel})$$

B/ - Pour la propagation transversale ($\zeta_n = \infty$, sauf aux voisinages des résonances $\omega = n\omega_b$) il intervient dans les différentes composantes de $\underline{\sigma}$

$$\zeta_o Z_n \sim -\frac{\zeta_o}{\zeta_n} = -\frac{1}{1-nb} \quad \text{et} \quad \zeta_o \zeta_n Z'_n \sim \frac{\zeta_o}{\zeta_n} = \frac{1}{1-nb}$$

en négligeant les termes en $\exp(-\zeta_n^2) \ll 1$, sauf aux voisinages des résonances cyclotroniques.

Au premier ordre (*) par rapport au paramètre $\lambda = (KT/m) (k_{\perp}/\omega_b)^2 = \tau_{b_{\perp}} \ll 1$, on a avec (17.2)

$$(17.8) \quad \underline{\sigma}_T = \begin{pmatrix} \sigma_3 & -\sigma_2 & 0 \\ \sigma_2 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_p \end{pmatrix}$$

$$(17.9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_3 = \frac{\sigma_o}{1-b^2} \left[1 + \frac{3b^2}{1-4b^2} \tau_{b_{\perp}} \right] \\ \sigma_1 = \frac{\sigma_o}{1-b^2} \left[1 + \frac{1+8b^2}{1-4b^2} b^2 \tau_{b_{\perp}} \right] \\ \sigma_2 = \frac{ib\sigma_o}{1-b^2} \left[1 + \frac{6b^2}{1-4b^2} \tau_{b_{\perp}} \right] \\ \sigma_p = \sigma_o \left[1 + \frac{b^2}{1-b^2} \tau_{b_{\perp}} \right] \end{array} \right. \quad \text{où } \tau_{b_{\perp}} = \frac{KT}{m} \left(\frac{k_{\perp}}{\omega_b} \right)^2$$

(*) avec le développement en série, pour n entier

$$I_n(\lambda) \simeq \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!(n+m)!} \left(\frac{\lambda}{2} \right)^{2m+n} ; \quad I_{-n}(\lambda) = I_n(\lambda)$$

Dans ce cas, la limite est imposée uniquement par $\lambda \ll 1$, c'est-à-dire par

$$(17.10) \quad \tau_{b_{\perp}} = \frac{KT}{m} \left(\frac{k_{\perp}}{\omega_b} \right)^2 \ll 1 \quad (\tau_{b_{\perp}} = \left(\frac{\omega}{\omega_b} \right)^2 \tau_{\perp})$$

et là encore, on doit éliminer les voisinages des résonances $\omega = n\omega_b$. Mais dans les expressions (17.9), le vrai paramètre qui intervient est $\tau_{\perp} = b^2 \tau_{b_{\perp}}$, comme dans le cas de la propagation longitudinale : dans la région où $\omega > \omega_b$, la condition $\tau_{b_{\perp}} \ll 1$ entraîne évidemment $\tau_{\perp} \ll 1$.

Donc, aussi bien en propagation longitudinale qu'en propagation transverse, les expressions (17.6) et (17.9) sont valables

$$(17.11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{pour } \omega > \omega_b, \quad \text{si } \tau \ll 1 \\ \text{pour } \omega < \omega_b, \quad \text{si } \tau_b \ll 1 \end{array} \right.$$

En revenant à la géométrie choisie dans cette étude : $\underline{k} = (0, 0, k)$, $\underline{B}_0 = (0, B_T, B_L)$, σ_L n'est pas changé (en remplaçant b par l et σ_T se transforme en σ'_T)

$$(17.12) \quad \underline{\sigma}'_T = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \sigma_2 \\ 0 & \sigma_p & 0 \\ -\sigma_2 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

où les σ_j sont donnés (en remplaçant b par l) par (17.9).

18. - CALCUL MACROSCOPIQUE DE $\underline{\sigma}$

On peut calculer $\underline{\sigma}$ (QUEMADA (38)) en utilisant la condition $\underline{\nabla} \cdot \underline{Q} = 0$ pour fermer le système des équations des moments.

Dans l'équation (1.2c), posons $\underline{\Psi}_1 = n_1 KT \underline{1} + \underline{P}$. Le terme $(\underline{\nabla} \cdot \underline{v}_1) \underline{\Psi}_0$ s'élimine, compte tenu de (1.2a), avec le terme $KT(\partial n_1 / \partial t)$ de $\partial \underline{\Psi}_1 / \partial t$. Pour les composantes de FOURIER de $\underline{J} = n_0 q \underline{v}_1$ et $\underline{\omega} = \frac{q}{m} \underline{P}$, on obtient un système de neuf équations, analogues à (8.4-5).

En introduisant (*) les vecteurs $\underline{\omega}_j$, de composantes $\omega_{xj}, \omega_{yj}, \omega_{zj}$, et le tenseur

$$(18.1) \quad \underline{\mathcal{A}} = (1 - i \underline{b} \cdot \underline{x}) = \begin{pmatrix} 1 & i l & -i t \\ -i l & 1 & 0 \\ i t & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ce système de neuf équations s'écrit sous forme condensée

$$(18.2) \quad \underline{\mathcal{A}} \cdot \underline{J} - \chi \underline{\omega}_z = \sigma_0 \underline{E} \quad (\sigma_0 = i \epsilon_0 \omega_p^2)$$

(*) Les notations et la géométrie du problème sont les mêmes que dans la première partie.

$$(18.3) \quad \begin{cases} (a) & \underline{\mathcal{A}} \cdot \underline{\varphi}_x + i\ell \underline{\varphi}_y - it\underline{\varphi}_z = \chi \frac{a^2}{2} \underline{\alpha} \cdot \underline{J} \\ (b) & -i\ell \underline{\varphi}_x + \underline{\mathcal{A}} \cdot \underline{\varphi}_y = \chi \frac{a^2}{2} \underline{\beta} \cdot \underline{J} \\ (c) & it\underline{\varphi}_x + \underline{\mathcal{A}} \cdot \underline{\varphi}_z = \chi \frac{a^2}{2} \underline{\gamma} \cdot \underline{J} \end{cases}$$

où les tenseurs $\underline{\alpha}, \underline{\beta}, \underline{\gamma}$ sont respectivement

$$(18.4) \quad \underline{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \underline{\gamma} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

En posant

$$(18.5) \quad \underline{\varphi}_j = \sigma_o \underline{S}_j \cdot \underline{E}$$

avec $\underline{J} = \underline{\sigma} \cdot \underline{E}$ et, comme au paragraphe précédent, $\tau = \frac{\chi^2 a^2}{2} = \frac{KT}{m} \frac{k^2}{\omega^2}$, et le système (12.2-3) devient

$$(18.6) \quad \underline{\sigma} = \sigma_o \underline{\mathcal{A}}^{-1} \cdot (1 + \chi \underline{S}_z)$$

$$(18.7) \quad \begin{cases} \underline{\mathcal{A}} \cdot \underline{S}_x + i\ell \underline{S}_y - it\underline{S}_z = \frac{\tau}{\chi \sigma_o} \underline{\alpha} \cdot \underline{\sigma} \\ -i\ell \underline{S}_x + \underline{\mathcal{A}} \cdot \underline{S}_y = \frac{\tau}{\chi \sigma_o} \underline{\beta} \cdot \underline{\sigma} \\ it\underline{S}_x + \underline{\mathcal{A}} \cdot \underline{S}_z = \frac{\tau}{\chi \sigma_o} \underline{\gamma} \cdot \underline{\sigma} \end{cases}$$

Même en se limitant au premier ordre en τ - ce qui permet de négliger les \underline{S}_z qui, d'après (18.6), figurent aux seconds membres de (18.7) - la résolution du système (18.6-7) est longue et fastidieuse ; seuls les cas particuliers de la propagation longitudinale ($t=0$) et transversale ($\ell=0$) conduisent à des calculs simples ; ils nous suffiront ici.

A/ - Pour $t=0$, l'équation (18.7c) détermine \underline{S}_z . Après quelques calculs, on obtient $\underline{\sigma}_L$, de la forme (17.5), avec

$$(18.8) \quad \begin{cases} \sigma_L = \sigma_o D_L^{-1} (1 - \ell^2 - \tau) \\ \sigma_H = i \sigma_o D_L^{-1} (1 - \ell^2 + \tau) \\ \sigma_{||} = \sigma_o (1 - 3\tau)^{-1} \end{cases}$$

où

$$(18.9) \quad D_L = \left[(1 - \ell)^2 - \tau \right] \left[(1 + \ell)^2 - \tau \right]$$

En développant les expressions (18.8-9) au premier ordre par rapport à τ , on obtient un résultat identique à (17.6).

b/ - Pour $\ell=0$, les équations (18.7) déterminent \underline{S}_z , qui, éliminé alors de (18.6), conduit à $\underline{\sigma}_T$ de la forme (17.12), avec

$$(18.10) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = \sigma_o D_T^{-1} \left(1 - \frac{3-8t^2}{1-4t^2} \tau \right) \\ \sigma_2 = it \sigma_o D_T^{-1} \left(1 + \frac{2}{1-4t^2} \tau \right) \\ \sigma_3 = \sigma_o D_T^{-1} \left(1 - \frac{1}{1-4t^2} \tau \right) \\ \sigma_p = \sigma_o \left(1 - \frac{1}{1-t^2} \tau \right)^{-1} \end{array} \right.$$

où

$$(18.11) \quad D_T = (1-t^2) \left[1 - \frac{4\tau}{1-4t^2} + \frac{3\tau^2}{(1-t^2)(1-4t^2)} \right]$$

Le développement de (18.10-11) au premier ordre par rapport à τ , conduit aussi aux expressions (17.9), en remplaçant $b^2 \tau_b$ par τ .

En résumé, la théorie adiabatique complète conduit à des résultats identiques aux résultats microscopiques, sous la seule hypothèse

$$(18.12) \quad \tau = \frac{KT}{m} \left(\frac{k}{\omega} \right)^2 \ll 1$$

pour toute valeur de ω . Cette condition est, ainsi que nous allons le voir dans le paragraphe suivant, plus restrictive que la condition (17.11).

19. - DOMAINE DE VALIDITE DE L'APPROXIMATION DES PLASMAS TIEDES.

La connaissance de $\underline{\sigma}$ étant suffisante pour résoudre le problème de la propagation des ondes [Cf. Eq. (7.3)], l'identité entre les deux groupes d'expressions microscopique et macroscopique, entraîne la validité des résultats du calcul hydrodynamique adiabatique dans tout le domaine (Δ_b) , défini par (17.11), où les résultats microscopiques (17.6) et (17.9) le sont aussi, domaine plus large que le domaine (Δ) défini par $\tau \ll 1$ (c'est-à-dire $y \ll \epsilon_e$). On peut donc dire que le modèle hydrodynamique, et par suite les courbes de dispersion, seront valables dans tout le domaine (Δ_b) défini par (17.11); ce domaine constituera le domaine de validité de l'approximation des plasmas tièdes, caractérisé par :

$$\begin{array}{l} \text{pour } \omega > \omega_b : \tau \ll 1 \text{ soit } y \ll \epsilon_e \\ \text{pour } \omega < \omega_b : \tau_b \ll 1 \text{ soit } y \ll \epsilon_e \left(\frac{\omega_b}{\omega_o} \right)^2 x = \epsilon_e \frac{m}{A} x \end{array}$$

Si nous nous imposons de rester au-dessous de, par exemple, 10^{-2} fois la valeur limite (ce qui correspond à négliger des termes $\tau^2 \simeq 10^{-4}$), le domaine de validité sera délimité comme l'indique la figure 14. Bien entendu, on doit en plus éliminer les voisinages des résonances cyclotroniques et de leurs harmoniques, où ces développements perdent tout sens.

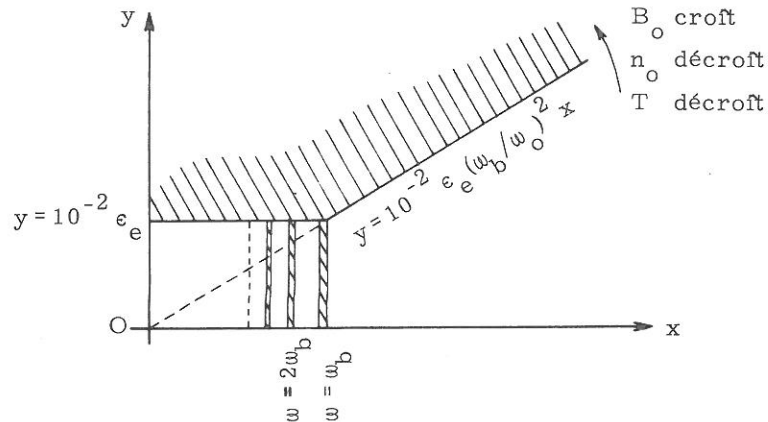


Fig. 14 - Domaine de validité de la théorie adiabatique

La pente de la droite limite est proportionnelle à $\epsilon_e \left(\frac{\omega_b}{\omega_o}\right)^2$: à B_o et n_o fixés, le domaine (Δ_b) est d'autant plus grand que la température est plus basse : on retrouve alors les résultats de la théorie des plasmas froids, valables dans tout le plan (x, y) ; plus le champ B_o est fort (ou plus la densité n_o est faible), plus le domaine de validité est grand (Fig. 14). Ce résultat est en accord avec la limite $B_o \rightarrow \infty$, où seule subsiste l'agitation thermique longitudinale, les rayons de LARMOR des particules tendant vers zéro : pour les ondes transversales, la théorie des plasmas froids est applicable ; pour les ondes longitudinales, non modifiées par la présence du champ B_o , les limitations ($y \ll \epsilon_e$) s'appliquent encore. La limite du vide ($\omega_o \rightarrow 0$) redonne bien aussi les ondes électromagnétiques classiques droite et gauche.

Sur le diagramme de dispersion (Fig. 15, propagation longitudinale), ont été tracées les courbes limites

$$(19.1) \quad y_L = \eta \epsilon_e \left(\frac{\omega_b}{\omega_o}\right)^2 x$$

avec $\eta = 10^{-2}$, 10^{-3} et 10^{-4} . Dans les diagrammes donnés dans cette étude (résultats de la théorie complètement adiabatique), seules ont été tracées les courbes limites pour $\eta = 10^{-2}$.

20. - VOISINAGE DES RESONANCES GYROMAGNETIQUES.

a) En propagation longitudinale, la théorie adiabatique fournit, au voisinage des fréquences gyromagnétiques électronique et ionique, des bandes étroites $\delta \omega$ où à ω réelle, on trouve des racines k imaginaires pures (Cf. Fig. 6). STIX⁽³⁹⁾ attribue d'ailleurs ces effets aux composantes non diagonales Ψ_{xz} et Ψ_{yz} . Précisons néanmoins que ces solutions correspondent bien à des ondes évanescentes et non pas autoamplifiées : on peut le montrer⁽⁴⁰⁾, en utilisant le critère de STURROCK⁽⁴¹⁾ : ce résultat est conforme à l'absence d'auto-amplification dans un plasma passif.

Bien qu'en vertu des considérations du paragraphe précédent, on doive éliminer du domaine de validité de la théorie adiabatique, les régions proches des résonances, il n'est pas sûr, cependant, que ces bandes

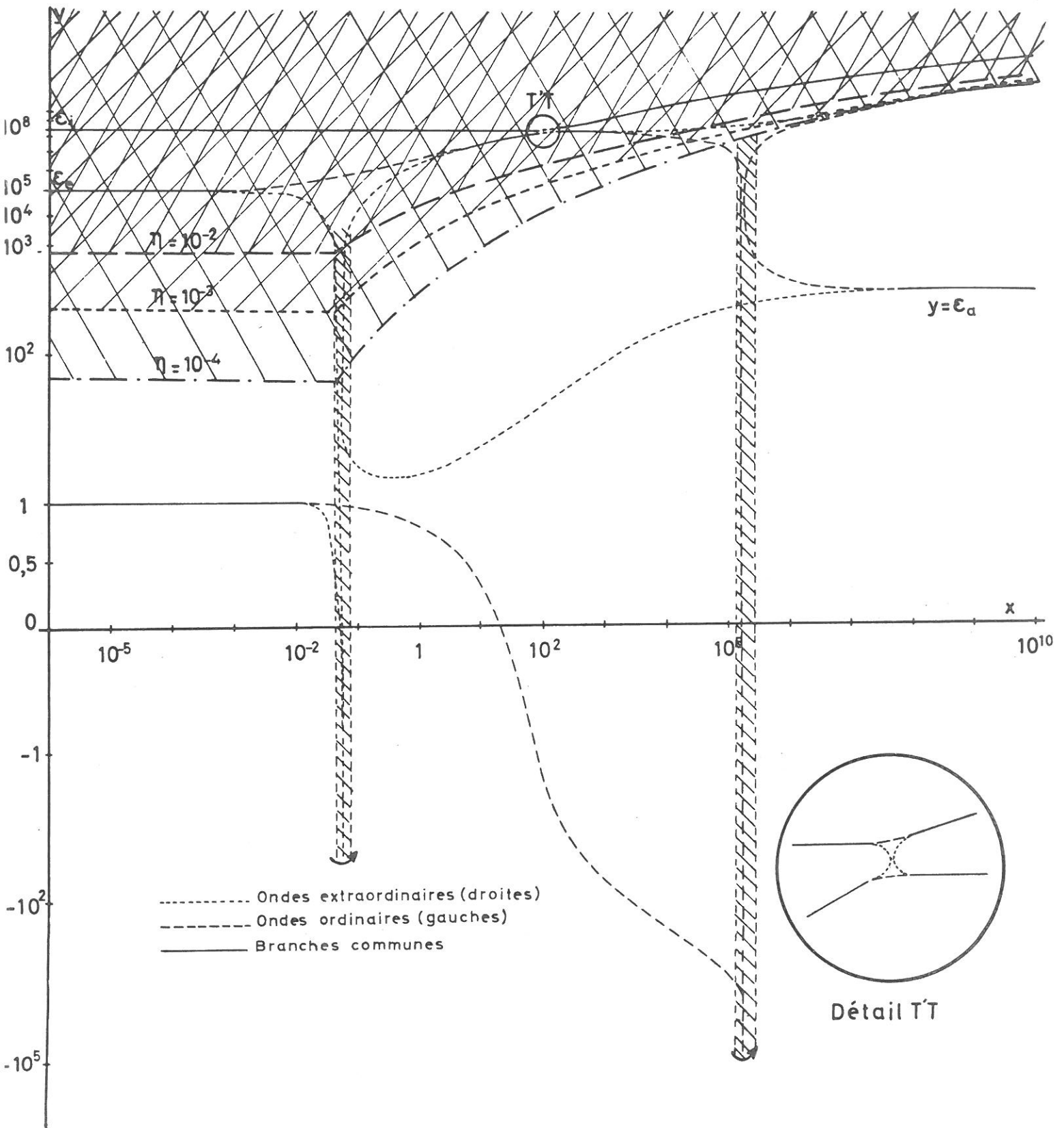


Fig.15. Domaine de validité de l'approximation plasmas tièdes:

ondes transversales ($k_x B_0 = 0$)

de fréquence $\delta \omega$ ne soient pas plus larges - et on montre ⁽⁴⁰⁾, qu'elles le sont d'autant plus que la densité est plus élevée - que les voisinages $\delta \omega_b$ des résonances pour lesquels l'approximation des plasmas tièdes n'est plus valable. Aussi, là encore, allons-nous nous reporter aux résultats microscopiques ; ils établissent que dans ces régions, il existe un amortissement - du même type que l'amortissement LANDAU - appelé amortissement cyclotron.

Dans le plasma, les particules de vitesse a (le long de $\underline{B}_0 // k$), voient la fréquence ω du champ électrique \underline{E} ($\underline{E} \cdot \underline{B}_0 = 0$) (valeur mesurée dans le référentiel lié au plasma), modifiée par effet DOPPLER : $\omega' = \omega - ka$. Les particules qui ont une fréquence gyromagnétique $\omega_b = \omega'$, absorbent de l'énergie à l'onde : ainsi SHAFRANOV ⁽⁴²⁾ a calculé pour des électrons froids, une constante diélectrique, pour $\omega < \omega_b$

$$\epsilon = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega(\omega - \omega_b)} + i\pi \frac{\omega_0^2}{\omega} \delta(\omega - \omega_b)$$

montrant une raie d'absorption à $\omega = \omega_b$, qui s'élargit dès qu'on tient compte de la température (définie par a). Dans la région $\omega > \omega_b$, il trouve un amortissement qui décroît au fur et à mesure que ω croît. De même, DAWSON et al ⁽⁴³⁾ ont mis en évidence que la présence d'ions subissant une telle résonance, entraînait un amortissement dans la propagation des ondes (k complexe).

b) En propagation purement transversale, ces effets semblent disparaître puisqu'il ne peut plus y avoir accord de phase entre le champ électrique de l'onde qui se propage et les particules, ce qui était le cas en propagation longitudinale, ainsi que l'ont montré PLATZMAN et BUSCHSBAUM ⁽⁴⁴⁾.

Les calculs microscopiques (par exemple BERNSTEIN ⁽³⁷⁾, STIX ⁽²⁹⁾) conduisent, dans le cas des plasmas tièdes en champs magnétiques forts, à un amortissement (avec $(\underline{k}, \underline{B}_0) = \cos \theta$).

$$\gamma = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega_p^2 \cos \theta}{k^2 a^2} e^{-\omega_p^2 / k^2 a^2}$$

qui tend vers 0 pour $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$. Néanmoins, KALMAN et FURUTANI ⁽⁴⁵⁾ ont montré récemment, dans une étude où intervient l'ordre des passages aux limites $\omega = n\omega_b$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$, que ces conclusions ne sont pas valables, et que des amortissements cyclotron sont toujours présents. Ils ont trouvé, aux voisinages des résonances, sur les harmoniques, deux modes à indices très élevés, fortement amortis ($\text{Im}k \simeq \text{Re}k$), polarisés respectivement suivant des directions très voisines de \underline{k} et de $\underline{k} \times \underline{B}_0$.

Quoiqu'il en soit, cet amortissement cyclotron, comme l'amortissement LANDAU des ondes longitudinales, est proportionnel au nombre de particules en résonance gyromagnétique : il sera donc une fonction exponentielle de $-\frac{1}{\tau} \simeq (\omega_b / ka)^2$ (pour un équilibre maxwellien) et disparaîtra donc d'un développement au premier ordre en τ .

On peut conclure que la théorie adiabatique ne décrira pas correctement les phénomènes pour les fréquences $\omega \simeq n\omega_b$, dans la région des grands indices. Il est donc nécessaire de rejeter les résultats dans ces régions ; en particulier les bandes de fréquences, où les ondes sont évanescentes, qui apparaissent sur la figure 6, doivent être éliminées.

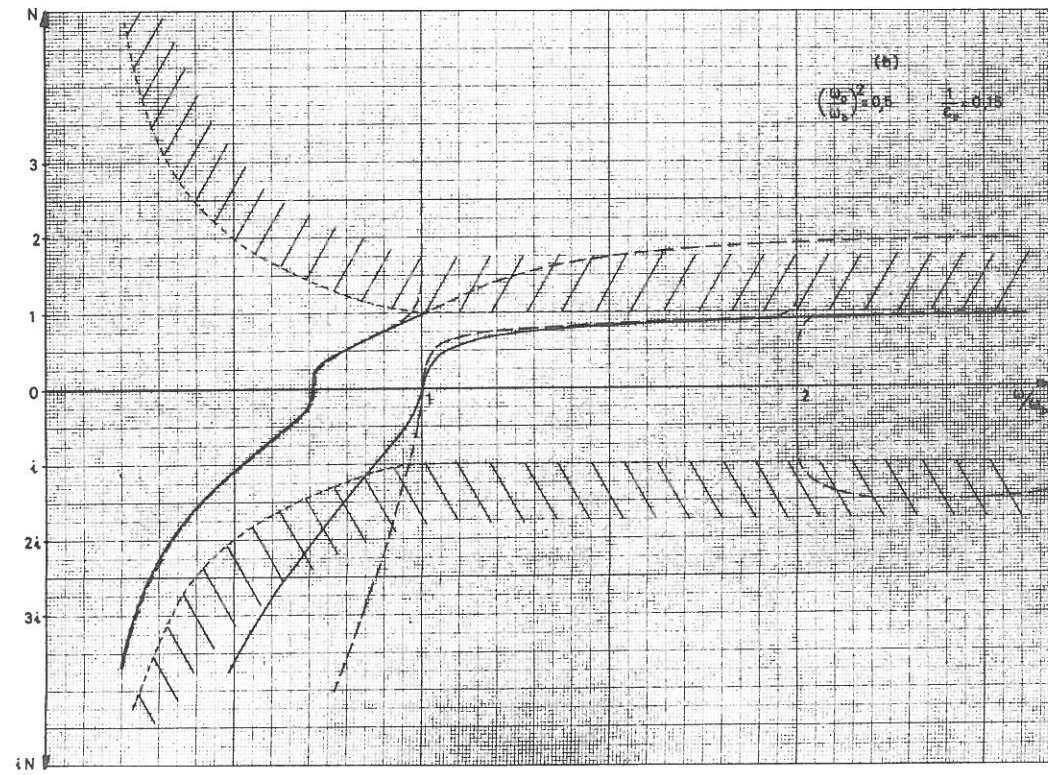
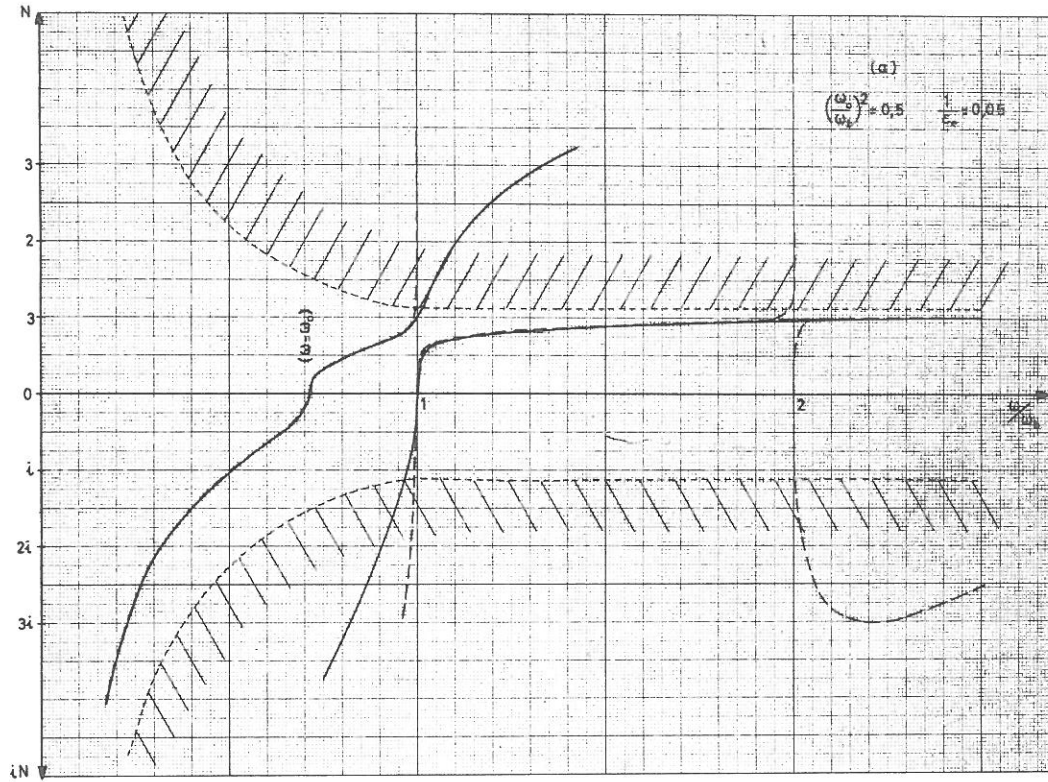


Fig. 16 A. Ondes ordinaires ($k \cdot B_0 = 0$; ions immobiles)

———— théorie adiabatique

----- théorie cinétique (Dnestrovskii et Kostomarov [46])

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega_b}\right)^2 = 0,5$$

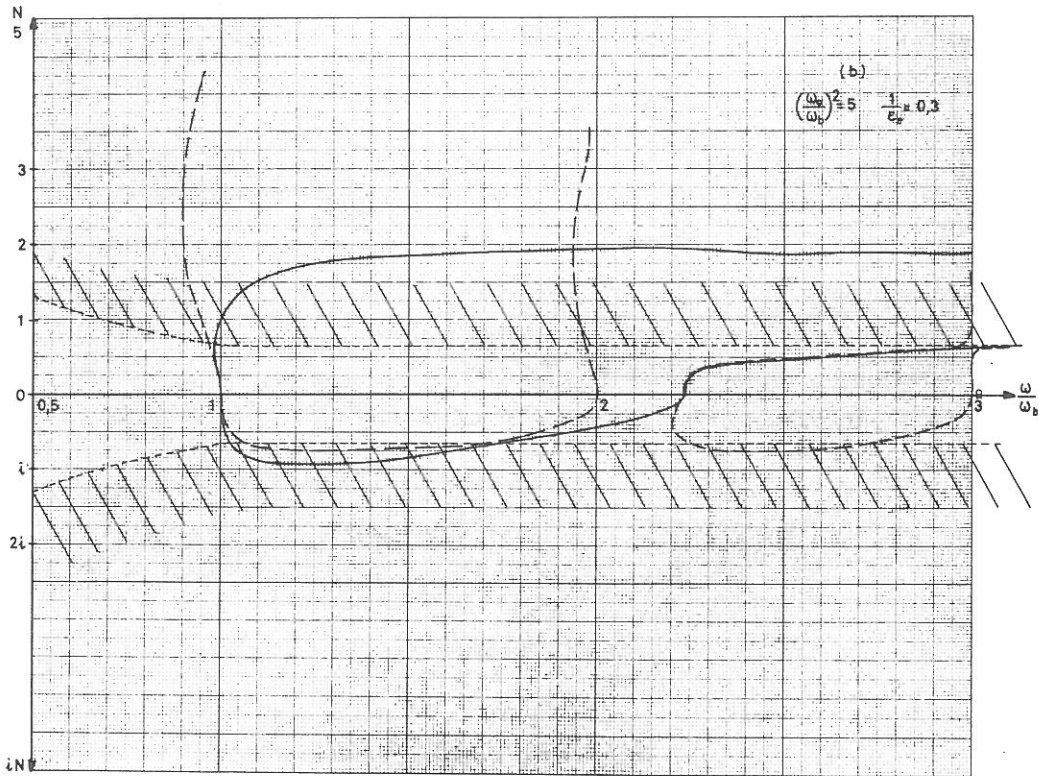
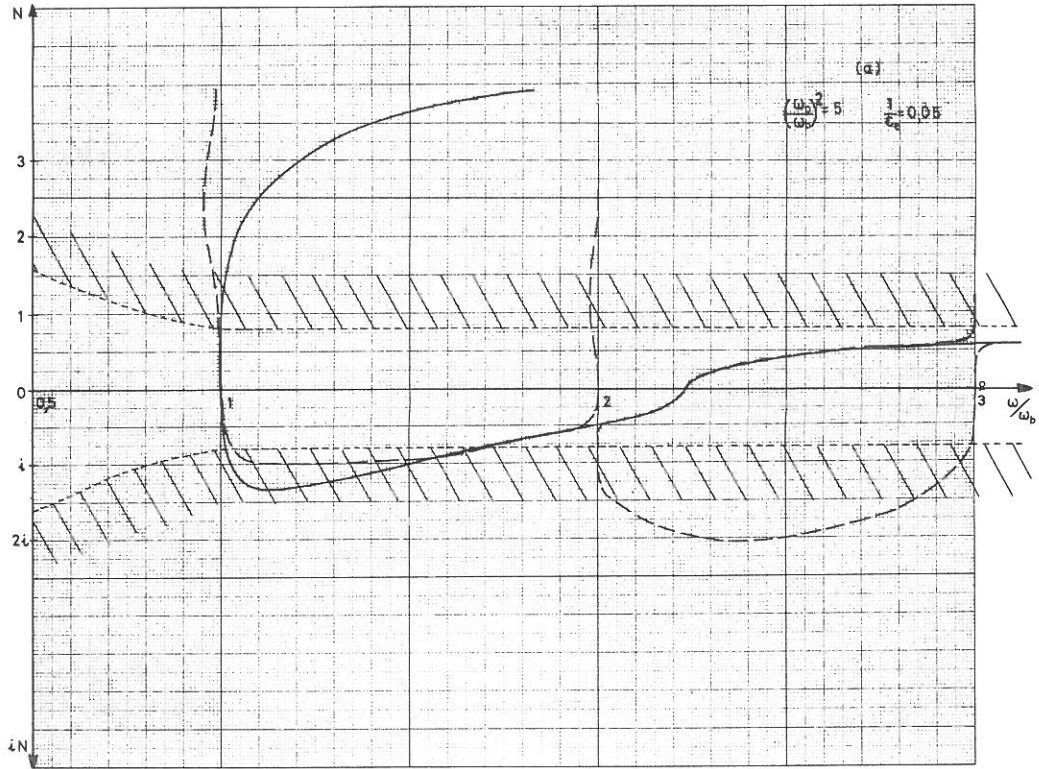


Fig. 16 B. Ondes ordinaires ($k_{\perp} B_0 = 0$; ions immobiles)

———— théorie adiabatique

----- théorie cinétique (Dnestrovskii et Kostomarov [46])

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega_b}\right)^2 = 5$$

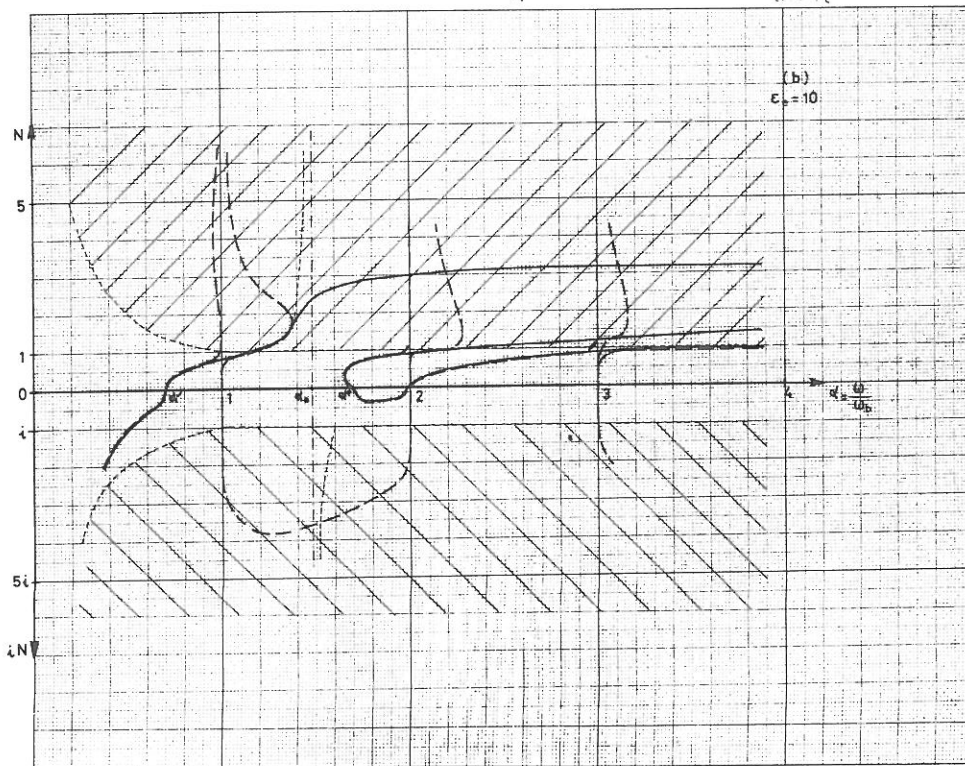
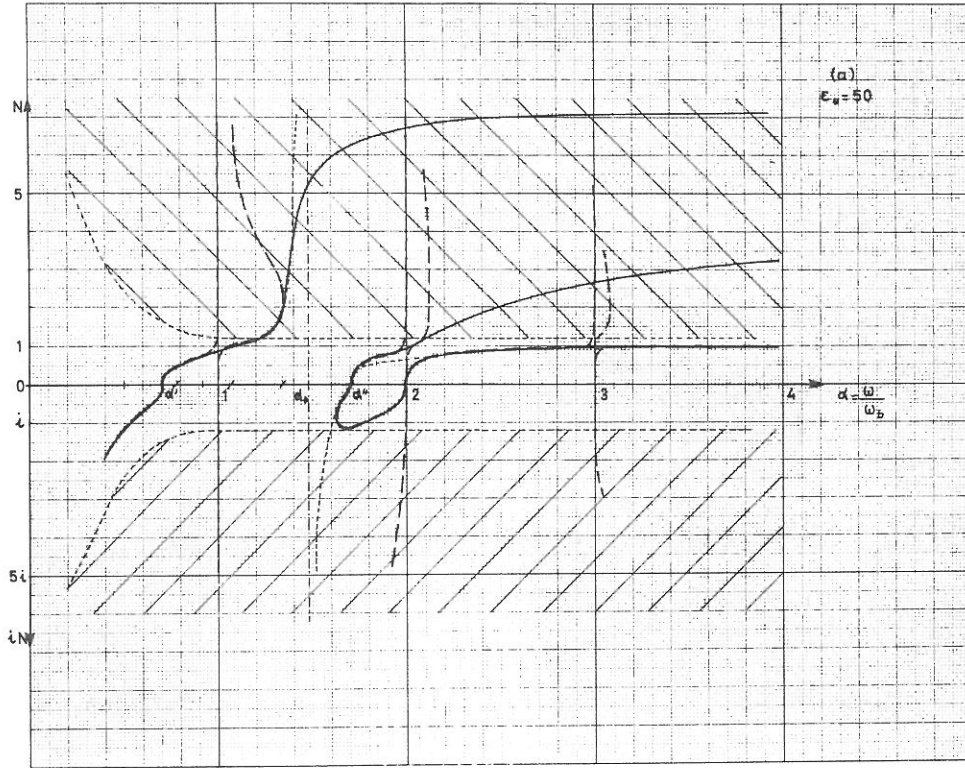


Fig. 17 A. Ondes extraordinaires ($k \cdot B_0 = 0$; ions immobiles)

———— théorie adiabatique

----- théorie cinétique (Dnestrovskii et Kostomarov [47])

$$\beta^2 = \frac{(\omega_0)^2}{(\omega_b)^2} = 1.2$$

$$\gamma = \frac{KT}{mc^2} = \frac{1}{\epsilon_e}$$

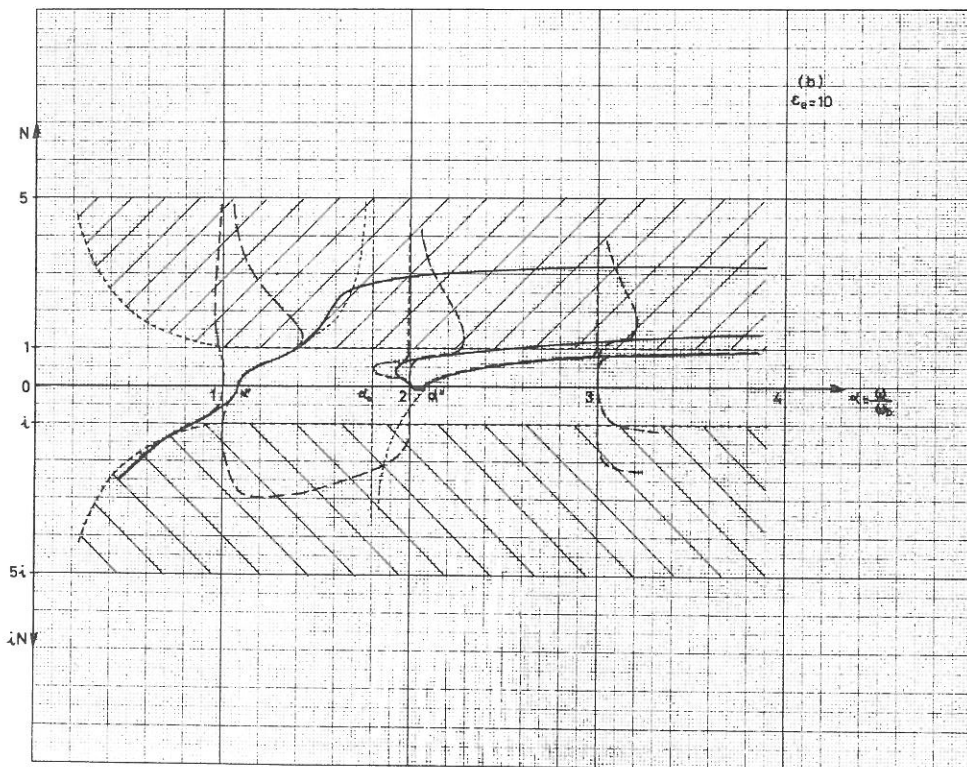
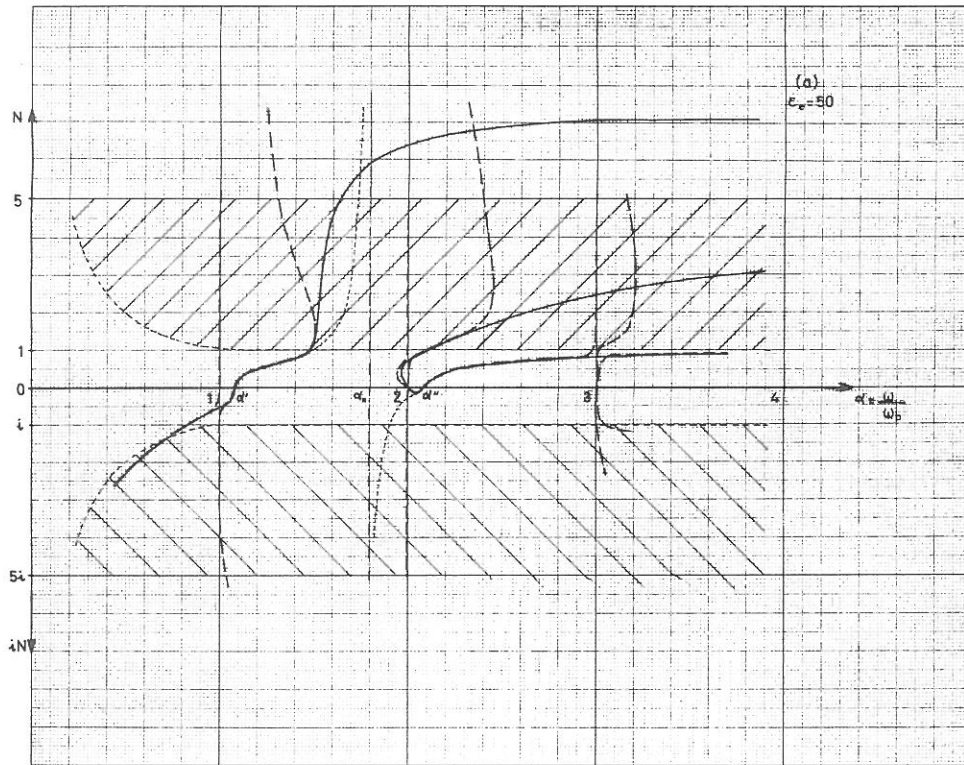


Fig. 17 B. Ondes extraordinaires ($k \cdot B_0 = 0$; ions immobiles)

————— théorie adiabatique
 - - - - - théorie cinétique (Dnestrovskii et Kostomarov [47])

$$\beta^2 = \left(\frac{\omega_0}{\omega_b}\right)^2 = 2,25$$

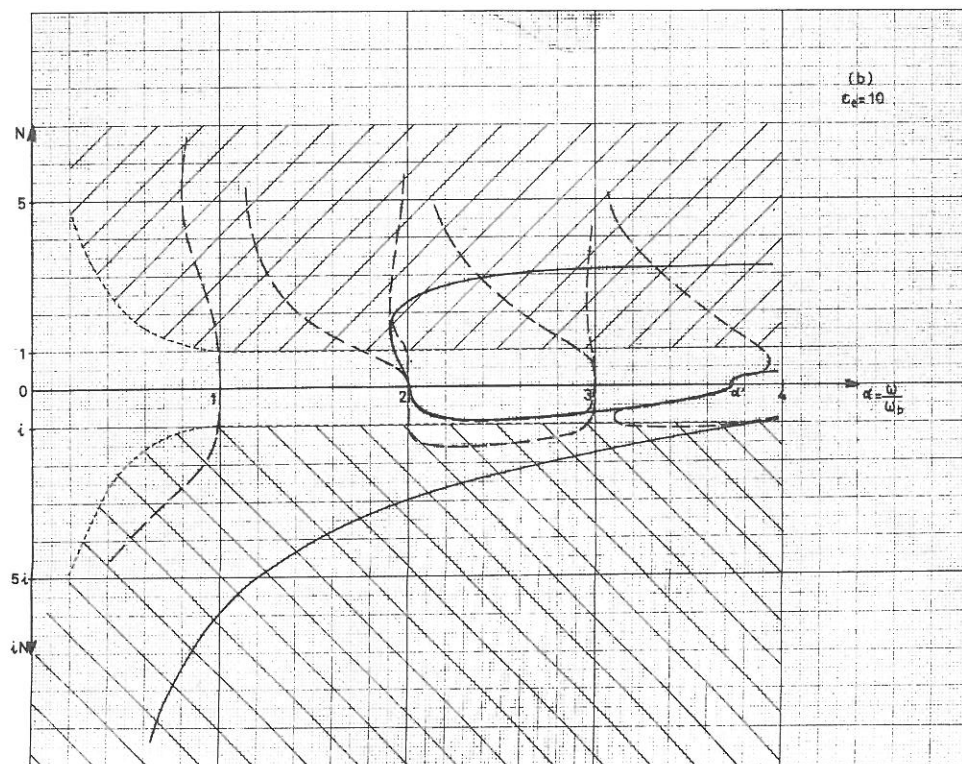
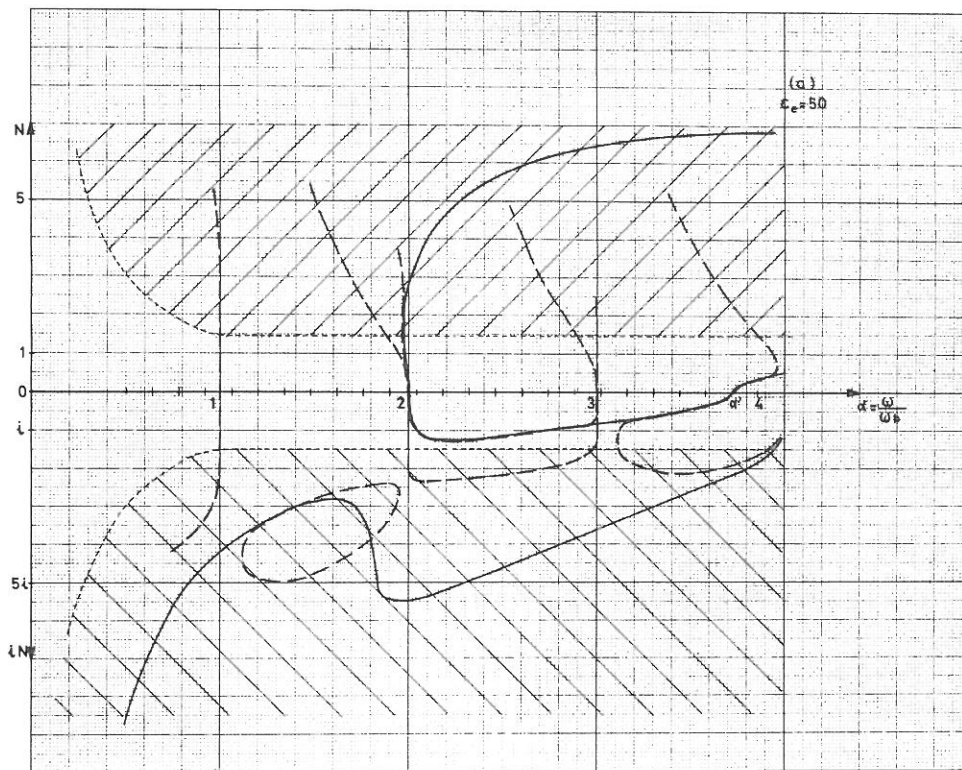


Fig. 17C. Ondes extraordinaires ($k \cdot B_0 = 0$; ions immobiles)

———— théorie adiabatique

----- théorie cinétique (Dnestrovskii et Kostomarov [47])

$$\beta^2 = \left(\frac{\omega_0}{\omega_p}\right)^2 = 17,6$$

21. - RESULTATS EN HAUTE FREQUENCE (ions au repos).

DNESTROVSKII et KOSTOMAROV ont étudié le comportement des racines $N = f(\omega / \omega_b)$ de l'équation de dispersion (microscopique) dans le cas de la propagation transversale, pour l'onde ordinaire ⁽⁴⁶⁾ et pour l'onde extraordinaire ⁽⁴⁷⁾.

Les figures 16 A et 16 B, montrent pour deux valeurs (0,5 et 5) du paramètre $\beta^2 = (\omega_o / \omega_b)^2$, les courbes de dispersion des ondes ordinaires, obtenues par la théorie adiabatique (—) et par le calcul microscopique ⁽⁴⁶⁾ (---).

Pour β petit (Fig. 16 A), on remarque un excellent accord pour les faibles indices N , les résonances $\omega = \omega_b$ et $\omega = 2\omega_b$ apparaissent aussi dans la description adiabatique (Cf. Eq. (11.4) et (11.7))

$$\mathcal{D}^T \equiv (1 - t^2) (1 - T^2) (1 - 4t^2) (1 - 4T^2) D_O D_E$$

mais, pour ne pas surcharger inutilement les figures, ces résonances n'ont pas été portées sur les figures 16 et 17. Quand N croît, le désaccord augmente, surtout au voisinage de $\omega = \omega_b$. Pour β grand (Fig. 16 B), l'accord est moins bon et le domaine de validité est plus étroit. Dans les diagrammes (Fig. 16), rapportés aux coordonnées $\alpha = \frac{\omega}{\omega_b}$ et $N = \frac{kc}{\omega}$, ce domaine est défini par :

$$N \leq \eta \frac{\sqrt{\epsilon_e}}{\alpha} \quad \text{pour} \quad \omega \geq \omega_b$$

$$N \leq \eta \sqrt{\epsilon_e} \quad \text{pour} \quad \omega \leq \omega_b$$

Ces courbes limites ont été tracées sur les figures 16 avec des valeurs η comprises entre 0,2 et 0,4.

Les figures 17 A, 17 B et 17 C montrent, pour trois valeurs de β^2 (1,2 ; 2,25 ; 17,6) les courbes de dispersion des ondes extraordinaires (— théorie adiabatique, --- ⁽⁴⁷⁾). Là encore, l'accord est bon, mais d'autant moins que β^2 est plus grand. Les courbes limites ont été tracées sur les figures 17 avec des valeurs η comprises entre 0,2 et 0,3. On a marqué les valeurs de coupure ($N=0$) de α , $\alpha' = \frac{1}{2} (-1 + \sqrt{1 + 4\beta^2})$, $\alpha'' = \alpha' + 1$ ainsi que la résonance ($\omega^2 = \omega_o^2 + \omega_b^2$) des plasmas froids $\alpha_o = \sqrt{1 + \beta^2}$. Pour les indices élevés, les deux solutions, microscopique et macroscopique, s'écartent de cette résonance, pour se raccorder à un mode quasi-longitudinal ^(*), mode oscillation de plasma, qui est rejeté à l'infini quand $T_e = 0$. Ce mode, ainsi que tous les modes très lents, est décrit d'une manière très incorrecte par la théorie adiabatique : cette dernière donne en effet une branche non dispersive ($N^2 = \epsilon_e$) vers la région des hautes fréquences, alors que la théorie cinétique conduit à une branche résonnante sur $\alpha = 1$; il en est de même pour l'autre branche onde très lente ($N^2 = \epsilon_e / 3$) qui est remplacée par une branche résonnante sur $\alpha = 2$. D'autres branches analogues pour les différents harmoniques existent aussi, mais, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer, la théorie adiabatique ne contient que le fondamental et l'harmonique 2 : seules des approximations d'ordre de plus en plus élevé en τ feraient apparaître les harmoniques successifs.

(*) obtenu en écrivant que la composante ϵ_{xx} (dans la direction de \underline{k}) du tenseur constante diélectrique est nulle : ce mode correspond donc à une oscillation de plasma longitudinale (Cf. ALLIS et al ⁽¹⁸⁾).

22. - OBSERVATIONS EXPERIMENTALES DE L'AMORTISSEMENT LANDAU.

L'amortissement LANDAU a été observé expérimentalement. Dans le cas où $B_0 = 0$, pour les ondes longitudinales, MOTLEY, D'ANGELO et WONG ont trouvé⁽⁴⁸⁾ une longueur d'amortissement de l'ordre de $\lambda/4$: cette observation a été faite sur un plasma de césium, de densités $n_e = n_i$ de 5.10^{16} à 10^{18} m^{-3} , de températures $T_e = T_i = 2300^\circ\text{K}$, avec un rapport de masses $m_i/m_e = 2,5.10^3$; les deux vitesses thermiques sont alors $a_e = 2,64.10^5 \text{ m/s}$ et $a_i = 0,53.10^3 \text{ m/s}$. Les mesures ont été effectuées à fréquence fixe, de 0 à 100 KC/sec, et ont donné, avec $k = \beta + i\gamma$

- une vitesse de phase $v_\varphi = \omega/\beta = 1,3.10^3 \text{ m/sec}$
- une longueur d'atténuation Δ telle que $\Delta^{-1} = \gamma \simeq 1,5.10^3 \omega/2\pi$

Ces valeurs sont en accord (QUEMADA⁽³⁴⁾) avec les résultats du calcul microscopique (Cf. Fig. 10), qui donne

$$\begin{aligned} \xi_i &= (\omega/\beta a_i) (1 + \delta^2)^{-1} & (\zeta_i = \xi_i + i\eta_i) \\ \eta_i &= -\delta \xi_i = -0,7 & (\delta = \gamma/\beta) \end{aligned}$$

Bien entendu, dans le cas d'un tel amortissement, l'expression (9.7) [dédite de (6.2)], n'a aucune raison d'être valable : les auteurs⁽⁴⁸⁾ comparent donc à tort leurs résultats à une expression (6.2), avec $\gamma_e = 2$, et il n'est pas surprenant qu'ils les trouvent de 70% trop élevés.

Dans le cas $B_0 \neq 0$, seul un mode de vitesse de phase assez faible pouvait être utilisé, sous réserve de correspondre en même temps à une longueur d'onde suffisamment grande devant la longueur de DEBYE ou devant le rayon de giration des particules, de façon à pouvoir être excités. Il existe un mode satisfaisant à ces conditions : le mode siffleur. Une expérience a été faite par DOLGOPOLOV et al⁽⁴⁹⁾ sur ce mode, dans les conditions suivantes : $\omega = 2\pi.10^7$, $\omega_b = 1,8.10^{10}$, $\omega_p^2 = 2.10^{23}$, $\epsilon_e = 6.10^3$ ($a_e \simeq 4.10^6 \text{ m/sec}$). Ils ont observé une vitesse de phase $v_\varphi \simeq 6.10^5 \text{ m/s}$ et une longueur d'atténuation égale à environ 4λ . Dans le diagramme (x, y) le point de "fonctionnement" correspond donc à $x_1 = 5.10^7$ et $y_1 = 2.10^5$, tandis que le calcul adiabatique, avec les données numériques précédentes, conduirait avec (10.11-12) à la valeur $y_1 = 6.10^7$, très différente de la valeur observée. La limite de validité, pour x_1 , est définie (pour $\tau_b \ll 1$) par

$$y_L = \epsilon_e (\omega_b/\omega_p)^2 x_1 \quad \text{soit} \quad y_L = 5.10^8$$

On voit donc que la condition limite (19.1), avec $\eta = 10^{-2}$, est tout juste suffisante ; mais la valeur très faible de l'amortissement, mesurée dans cette expérience ($\gamma = 0,04k$) montre qu'on doit se trouver très près de cette limite.

La comparaison en haute fréquence, et les résultats expérimentaux qui précèdent, confirment donc bien les limitations de la validité de l'approximation des plasmas tièdes. La description des ondes d'agitation thermique échappant à cette approximation, nous allons examiner, dans la troisième partie, s'il est néanmoins possible de construire une théorie hydrodynamique qui décrive correctement ces ondes très lentes, c'est-à-dire qui contienne l'amortissement LANDAU.

TROISIEME PARTIE

UNE THEORIE MAGNETODYNAMIQUE EXACTE

23. - INTRODUCTION.

Dans cette troisième partie, nous nous proposons de chercher des conditions de fermeture exactes, c'est-à-dire des conditions, qui contrairement aux conditions arbitraires étudiées dans la première partie, conduisent à des résultats en accord avec ceux de la théorie cinétique (modèle de VLASOV), et contenant, donc, en particulier, l'amortissement LANDAU.

Partant de la forme générale de la perturbation de la fonction $f_0(w^2)$, pour un équilibre maxwellien, nous trouverons une relation (R) entre les tenseurs $\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{\beta}}$, reliant les composantes de FOURIER de la densité de courant électrique $\underline{\underline{J}}$ et du vecteur flux de chaleur $\underline{\underline{q}}$, à celle du champ électrique perturbateur $\underline{\underline{E}}(\underline{\underline{k}}, \omega)$

$$\underline{\underline{J}}(\underline{\underline{k}}, \omega) = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{E}}(\underline{\underline{k}}, \omega) \quad \underline{\underline{q}}(\underline{\underline{k}}, \omega) = -\underline{\underline{\beta}} \cdot \underline{\underline{E}}(\underline{\underline{k}}, \omega)$$

Cette relation (R) est de type thermodynamique et nous montrerons qu'elle constitue, sous certaines réserves, une condition de fermeture exacte.

Cependant, parler de thermodynamique dans un plasma sans collision appelle quelques remarques.

Tout d'abord, la relation (R) est directement liée à l'équilibre maxwellien : elle n'existe que dans ce cas. Nous pourrions donc dire que (R) précise une propriété des écarts à l'équilibre thermodynamique, ce dernier ne pouvant être obtenu que pour la seule distribution de MAXWELL, solution d'équilibre particulière de l'équation de VLASOV. Cette propriété disparaîtra évidemment pour toute autre solution d'équilibre de l'équation de VLASOV (Cf. les "Méta-équilibres" définis par ROSENBLUTH⁽⁵⁰⁾).

Or, cet équilibre thermodynamique ne peut être atteint que si des collisions proches existent. Il sera donc nécessaire de supposer que de telles collisions ont lieu, mais qu'elles sont très rares, ce qui est certainement vrai dans un plasma chaud où les libres parcours moyens sont très grands⁽¹⁰⁾. Bien entendu, il faudra se placer dans des conditions où la fréquence de la perturbation est toujours très supérieure à la fréquence de collision ν . Les perturbations, faibles, étudiées ici seront donc des perturbations réversibles autour d'un équilibre thermodynamique et on s'intéressera aux variations de certains coefficients, tels $\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{\beta}}$, caractérisant le milieu, quand on passe de cet équilibre (à la température T) à un autre (à une température infiniment voisine).



CHAPITRE V

EXISTENCE DE CONDITIONS DE FERMETURE EXACTES

RELATION THERMODYNAMIQUE

24. - LES CONDITIONS DE FERMETURE.

Revenons sur les conditions de fermeture du système formé par les équations des moments.

Nous avons déjà signalé, que, mis à part le cas singulier des plasmas froids, la condition $\nabla \cdot Q = 0$ est l'hypothèse la plus simple qu'on puisse faire, dans le cadre d'une approximation cohérente. Montrons que cela tient à ce que le moment Q d'ordre 3, est le premier moment nul à l'équilibre : $Q_0 = 0$. Intéressons-nous seulement aux ordres de grandeurs des différents termes qui figurent dans l'équation d'évolution du moment Ψ d'ordre 2 ; on obtient (pour les composantes de FOURIER), avec $\nabla \cdot Q = 0$ (Cf. (1.2c))

$$(24.1) \quad \Psi_1 - (k/w) \nabla \Psi_0 \sim 0$$

Ces termes ne disparaissent pas puisque Ψ_0 , ainsi que tout moment d'ordre pair, n'est pas nul à l'équilibre, $\Psi_0 = n_0 K T$, et ils vont figurer dans l'équation d'évolution de \underline{v}

$$(24.2) \quad n_0 m \underline{v} - (k/w) \Psi_1 = (\text{terme de Force})$$

sous la forme

$$(24.3) \quad (k/w) \Psi_1 \sim (k/w)^2 \nabla \Psi_0 \sim \tau n_0 m \underline{v} \quad (\tau = k^2 a^2 / 2w^2)$$

Or l'hypothèse de pression scalaire (1.4) revient à écrire, dans (24.2)

$$(24.4) \quad (k/w) \Psi_1 \sim \gamma K T (k/w) n_1 = \gamma \Psi_0 (k/w)^2 \nabla = \gamma \tau n_0 m \underline{v}$$

d'après l'équation de continuité $n_1 = \frac{k}{w} n_0 \nabla$. L'hypothèse de pression scalaire retire donc les termes (24.4) dans l'équation (24.2) pour \underline{v} , tout en négligeant dans l'équation (24.1) pour Ψ_1 les termes (24.3), du même ordre de grandeur que (24.4). Il est donc certain que, ainsi qu'il a été déjà dit, l'hypothèse de pression scalaire n'est pas acceptable en présence d'un champ magnétique où certaines composantes Ψ_{ij} apparaissent dans (24.1), sans figurer dans (24.2).

Cette situation se retrouve à tous les ordres : une condition de fermeture portant sur un moment d'ordre pair $M^{(2p)}$, donc fermant le système sur l'équation de $M^{(2p-1)}$, négligera, dans l'équation d'évolution de $M^{(2p)}$, des termes de même ordre de grandeur que ceux introduits par la condition de fermeture elle-même,

rendant cette dernière incorrecte. Seules, les conditions de fermeture portant sur les moments impairs (qui seuls sont nuls à l'équilibre), par exemple $M^{(2p+1)}$, seront acceptables, retenant dans (24.2) tous les termes proportionnels à τ^p ; on aura ainsi conservé $(2p+1)$ équations de moments (en comptant l'équation de continuité), et pour garder tous les termes proportionnels à τ^{p+1} , il faudra considérer deux équations de plus.

Dans la limite où $\tau \ll 1$ (approximation des plasmas tièdes), la méthode des moments constitue donc un développement en puissances en τ , les moments $M^{(2p-1)}$ et $M^{(2p)}$ étant, en vertu de ce qui précède, d'ordre p en τ . Mais, les équations des moments étant tensorielles, le système sera de plus en plus compliqué (on a vu que l'ordre 1 en τ conduit déjà à 18 équations de moments !) au fur et à mesure que l'ordre d'approximation augmentera (*).

En conséquence, les résultats auxquels conduira la méthode des moments seront les développements correspondants des résultats microscopiques. Or, pour un plasma en équilibre maxwellien, l'amortissement de LANDAU - en $\tau^{-1/2} e^{-1/\tau}$ - n'a justement pas d'ordre par rapport à τ et ne peut donc pas être trouvé dans cette approximation. (Cf. OBERMAN⁽⁵¹⁾, CANOBBIO et CROCI⁽⁵²⁾). Cette conclusion se retrouve d'une manière plus physique : on peut, en effet, se demander si ce développement pourrait conduire à une approche des plasmas chauds, en partant de l'approximation plasmas tièdes et en augmentant la température, ce qui reviendrait à prendre de plus en plus de termes dans le développement. Le tenseur de conductivité serait alors une série (en puissances de τ) où chaque terme, comme le premier, serait (pour ω et k réels) purement imaginaire [Cf. Eq. (13.4) dans laquelle on introduit (24.5)] : le plasma serait alors non dissipatif, comme il se doit dans une théorie adiabatique. Mais on voit là encore qu'un tel développement, où tous les termes sont purement réactifs, ne pourra jamais donner le terme résistif correspondant à l'amortissement LANDAU.

On peut essayer d'analyser le contenu physique des conditions de fermeture des équations des moments, en comparant la méthode des moments à des méthodes microscopiques qui utilisent des développements de la fonction de distribution f , et qui, comme elle, nécessitent une condition de fermeture, pour arrêter le développement ; ces méthodes sont spécialement adaptées au cas où les collisions sont présentes, mais peuvent néanmoins être utilisées quand il n'y en a pas (Cf. (3) par ex.). Ainsi la méthode des 13 moments de GRAD⁽⁵³⁾, où f est développée en série de polynômes d'Hermite (cas des équilibres localement maxwelliens), conduit à exprimer $f_1 = f - f_0$ en fonction des différents moments successifs avec $f_0 = n_0 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\alpha u^2}$, où \underline{u} est la vitesse d'agitation $\underline{u} = \underline{w} - \underline{v}$:

(*) On voit ainsi combien la méthode macroscopique est lourde en comparaison de la méthode microscopique : à partir de l'expression (13.1) obtenue, pour f_1 , à l'aide de l'équation de VLASOV, on peut, en développant $(\omega - \underline{k} \cdot \underline{w})^{-1}$ en puissances de $\underline{k} \cdot \underline{w} / \omega$

$$(24.5) \quad (\omega - \underline{k} \cdot \underline{w})^{-1} = \omega^{-1} \left[1 + (\underline{k} \cdot \underline{w} / \omega) + (\underline{k} \cdot \underline{w} / \omega)^2 + \dots \right]$$

calculer directement le développement du tenseur de conductivité $\underline{\sigma}$ en puissances de τ , en effectuant la moyenne sur les vitesses de (13.4).

$$(24.6) \quad f_1 = (\alpha/p) f_0 \left[\underline{uu} : \underline{P} - 2\underline{u} \cdot \underline{q} (1 - 2u^2/5) \right] \quad \alpha = m/2KT$$

avec $p = \frac{1}{3} \text{Trace}(\underline{\Psi})$; dans ce développement, on n'a conservé que les 13 variables d'état n_0, v_i, T, q_i , et $P_{ij} = \Psi_{ij} - p\delta_{ij}$. On garde donc ici, à travers les composantes q_i du flux de chaleur \underline{q} , une partie des termes d'ordre 2 en τ .

De la même manière, on peut utiliser pour f un développement en harmoniques sphériques (cas des plasmas de LORENTZ plongés dans un champ magnétique) (Cf. ALLIS⁽⁵⁴⁾). On peut alors exprimer

$$f = \alpha_{00} + \sum_{\ell, m} (\alpha_{\ell m} C_{\ell m} + \beta_{\ell m} S_{\ell m})$$

sous la forme (QUEMADA⁽⁵⁵⁾)

$$(24.7) \quad f = \alpha_{00} + \underline{\varphi}_1 \cdot \underline{w} + \underline{\varphi}_2 : \underline{w}\underline{w} + \dots$$

où

$$(24.8) \quad \underline{\varphi}_1 = \begin{pmatrix} \alpha_{11} \\ \beta_{11} \\ \alpha_{10} \end{pmatrix} \quad \underline{\varphi}_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\alpha_{20} + 6\alpha_{22} & 6\beta_{22} & 3\alpha_{21} \\ 6\beta_{22} & -\alpha_{20} - 6\alpha_{22} & 3\beta_{21} \\ 3\alpha_{21} & 3\beta_{21} & 2\alpha_{20} \end{pmatrix} \dots$$

Là encore il faut tronquer le système : la méthode habituelle est de négliger les anisotropies d'ordre ≥ 3 (Cf. par exemple JOHNSTON⁽⁵⁶⁾). Or, le tenseur flux de chaleur contient des anisotropies d'ordre 1, 2 et 3 (DELCROIX⁽¹⁰⁾) ; on conserve donc une partie de ces termes (d'ordre 2 en τ), sans les garder tous. Il ne semble donc pas possible de relier de manière claire ces méthodes de développement de f à la méthode des moments. Cependant la seconde fournit pour la conductivité $\underline{\sigma}$, des expressions identiques à (17.6) et (17.9) : cela résulte de ce que les termes conservés dans \underline{Q} disparaissent dans la linéarisation, (1er ordre en $v = \langle w \rangle$) les deux conditions de fermeture (absence d'anisotropies d'ordre ≥ 3 et $\nabla \cdot \underline{Q} = 0$) sont alors équivalentes.

En définitive, seul le cas des plasmas "tièdes" ($\tau \ll 1$) est correctement décrit par la méthode des moments, qui, en l'absence de collision, est la méthode la mieux adaptée et la plus simple. Pour les ondes lentes, $\tau \sim 1$, on doit revenir à la méthode microscopique, seule capable, pour l'instant, de décrire de telles ondes.

Néanmoins, on peut essayer de conserver la description hydrodynamique, qu'on préfère souvent - parce qu'elle introduit des grandeurs plus directement accessibles à l'expérience - à la description microscopique, plus fine. L'exemple de la théorie statistique des gaz montre qu'il existe un certain nombre de propriétés liées à l'équilibre, mais presque indépendantes du modèle microscopique choisi. Dans les plasmas sans collision, il reste à savoir si l'amortissement de LANDAU des ondes pouvant se propager dans le plasma n'est pas un exemple d'une telle propriété, et s'il ne serait pas possible de l'obtenir dans une description hydrodynamique.

Pour préciser ce dernier point, remarquons que si, à l'aide de la solution f_1 de l'équation de VLASOV, on calcule les expressions "exactes" des différents moments, les valeurs trouvées seront toutes complexes, à cause du pôle $(\omega - \underline{k} \cdot \underline{w})^{-1}$: par exemple, la perturbation de densité n_1 sera

$$n_1 = \mathcal{N}_R + i \mathcal{N}_I$$

montrant une réponse en partie en phase et en partie en quadrature. Or, il est bien connu (Cf. par exemple Y. ROCARD⁽⁵⁷⁾) que tout déphasage entre l'excitation et la réponse se traduit par un amortissement : il est donc naturel de se demander si l'amortissement de LANDAU n'est pas contenu dans les moments (termes en

quadrature) et que, s'il n'apparaît pas dans la description hydrodynamique, ce n'est pas tant parce que le pôle a explicitement disparu des équations des moments, mais plutôt parce que le système formé par ces équations a été fermé par une condition arbitraire, généralement incorrecte, entraînant, pour tous les moments, ainsi que pour les coefficients attachés au milieu ($\gamma, \underline{\sigma}, \dots$) des valeurs inexactes.

Nous montrerons qu'en effet, et contrairement à l'idée généralement répandue (Cf. par exemple CANNIO et CROCI⁽⁵²⁾), un tel amortissement peut être décrit par la méthode hydrodynamique, pourvu qu'on choisisse une "bonne" condition de fermeture, qu'on qualifiera exacte.

25. - EXPRESSIONS EXACTES DES MOMENTS.

Le but de ce calcul est de montrer que les relations entre les moments exacts sont de deux types :

- des relations qui ne sont rien d'autre que les équations des moments, déduites de l'équation de VLASOV, ou des conséquences directes de ces équations ;
- des relations nouvelles, qu'il est impossible de déduire des équations des moments et qu'on peut évidemment essayer de considérer comme des conditions de fermeture - exactes - du système formé par ces équations. Mais il faut remarquer, dès à présent, que ce calcul, s'il était considéré comme moyen d'obtention de telles conditions de fermeture, contiendrait une pétition de principe : il utilise en effet le calcul microscopique, à partir duquel on peut directement - et beaucoup plus rapidement, puisqu'on ne passerait pas par les équations des moments - déduire toutes les propriétés du milieu.

A l'aide de la fonction de dispersion $Z(\zeta)$, tabulée par FRIED et CONTE⁽³¹⁾, et en portant (13.1) dans les définitions (1.3) linéarisées, on obtient (QUEMADA⁽⁵⁸⁾), pour l'onde longitudinale ($B_0 = 0$), avec $g_z = \frac{iq}{mw} E_z$, les perturbations linéarisées des moments, pour un équilibre maxwellien :

$$(25.1) \quad n_1 = \int f_1 d^3 w = g_z n_0 a^{-1} \zeta Z' \quad (Z' = dZ/d\zeta)$$

$$(25.2) \quad \underline{v}_1 = n_0^{-1} \int f_1 \underline{w} d^3 w : v_x = v_y = 0 ; v_z = g_z \zeta^2 Z'$$

$$\underline{\Psi}_1 = m \int f_1 \underline{w} \underline{w} d^3 w = \begin{pmatrix} \Psi_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_{\parallel} \end{pmatrix}$$

où :

$$(25.3) \quad \Psi_{\perp} = (g_z/2) m n_0 a \zeta Z'$$

$$(25.4) \quad \Psi_{\parallel} = (g_z/2) m n_0 a \zeta (\zeta^2 Z' - 1)$$

$$\underline{\underline{Q}} = m \int f_1 \underline{w} \underline{w} \underline{w} d^3 w - (\underline{v}_1 \underline{\Psi} + \underline{\Psi} \underline{v}_1) \quad (*)$$

$$(25.5) \quad Q_{ijk} = 0 \quad \text{sauf} \quad Q_{zzz} = Q_{\parallel}$$

$$Q_{\parallel} = (-g_z/2) mn_0 a^2 \zeta^2 [(2\zeta^2 - 3) Z' - 2]$$

$$Q_{\parallel} = (-g_z/2) mn_0 a^2 \zeta (\zeta^2 Z')' \quad (**)$$

Remarquons, au passage que pour $\zeta \gg 1$, ($\tau \ll 1$), ces expressions montrent, en prenant le développement asymptotique de $Z'(\zeta)$, qu'on a bien

$$\Psi \sim a/\zeta, \quad (\nabla \cdot \Psi)/i\omega \simeq \tau \quad \text{et} \quad Q \sim a^2/\zeta^2, \quad (\nabla \cdot \nabla \cdot Q)/\omega^2 \simeq \tau^2$$

ainsi que nous l'avions annoncé au début de ce chapitre.

Deux relations "nouvelles" existent entre ces expressions, entre n_1 et Ψ_{\perp} d'une part et v_z et Q_{\parallel} d'autre part

$$(25.6) \quad \Psi_{\perp} = (ma^2/2) n_1 = n_1 KT$$

$$(25.7) \quad Q_{\parallel} = (-g_z/2) mn_0 a^2 \zeta \frac{d}{d\zeta} (v_z/g_z)$$

On peut aussi déduire (QUEMADA⁽⁵⁹⁾), à l'aide de ces relations et de l'équation de dispersion des ondes longitudinales, une relation introduisant la vitesse de groupe $v_g = \frac{d\omega}{dk}$, laquelle, cependant, n'est clairement définie physiquement que dans les milieux non dissipatifs (Cf. BRILLOUIN⁽⁶⁰⁾). Cette relation, "équation d'état attachée aux ondes longitudinales", s'écrit

$$(25.8) \quad \sum_s (q_s/KT_s) [Q_{s\parallel} - (\Psi_{s\parallel} - \Psi_{s\perp}) v_g] = 0$$

Elle intéresse à la fois les grandeurs attachées aux différents types s de particules, et, par conséquent, n'est condition de fermeture que pour un gaz constitué d'un seul type de particules. C'est pourquoi nous ne nous arrêterons pas à ce dernier type de relation.

Pour l'onde transversale polarisée suivant Ox , ($B_o = 0$), on trouve (QUEMADA⁽³⁴⁾), avec $g_x = \frac{iq}{m\omega} E_x$

$$(25.9) \quad n_1 = 0$$

$$(25.10) \quad v_y = v_z = 0 \quad ; \quad v_x = -g_x \zeta Z$$

(*) où la notation $(\underline{A} \underline{T} + \underline{T} \underline{A})$ est relative au tenseur de composante ijk égale à $A_i T_{jk} + A_j T_{ki} + A_k T_{ij}$

(**) compte tenu de l'équation différentielle caractérisant la fonction $Z(\zeta) : Z' + 2(1 + \zeta Z) = 0$, $Z(0) = i\sqrt{\pi}$

$$(25.11) \quad \Psi_{ij} = 0 \quad \text{sauf} \quad \Psi_{xz} = (g_x/2) m n_0 a \zeta Z'$$

$$(25.12) \quad Q_{ijk} = 0 \quad \text{sauf} \quad Q_{xzz} = (g_x/2) m n_0 a^2 \zeta (\zeta Z)'$$

Une relation "nouvelle" entre ces moments est du type (25.7)

$$(25.13) \quad Q_{xzz} = (-g_x/2) m n_0 a^2 \zeta \frac{d}{d\zeta} (v_x/g_x)$$

Nous verrons dans la suite que ces expressions (25.7, 25.13) sont directement liées aux propriétés de l'équilibre maxwellien, et qu'elles présentent donc un caractère de généralité assez étendu.

Ce qui précède montre donc bien qu'il n'y a pas équivalence complète entre l'équation de VLASOV et le système des équations des moments : un certain nombre d'informations contenues dans la première ont été perdues lors des moyennes effectuées pour passer aux secondes. Mais l'existence des relations "nouvelles" prouve qu'une partie au moins de ces informations est traduisible en langage macroscopique, sous la forme de relations entre moments, véritables équations d'état. De toutes ces relations, seules doivent être retenues celles qui sont générales : c'est le cas des relations (25.7 et 25.13) ; une relation telle que (25.6) en plus de n'exister que pour l'onde longitudinale, ne présente aucun intérêt physique puisque dans ce cas, les grandeurs attachées à cette onde sont indépendantes de Ψ_{\perp} .

26. - PROPRIETES DES ECARTS A L'EQUILIBRE MAXWELLIEN HOMOGENE. RELATION THERMODYNAMIQUE

Pour construire une théorie hydrodynamique exacte, nous devons donc être capables de trouver de telles relations "nouvelles" (au sens du paragraphe précédent), au moyen de considérations dépendant le moins possible du modèle microscopique.

Partant du Théorème de LIOUVILLE, nous allons montrer (QUEMADA ⁽⁶¹⁾) l'existence d'une telle relation nouvelle entre la variation du vecteur densité de courant électrique et le vecteur flux de chaleur quand on passe d'un équilibre maxwellien (à la température T) à un autre équilibre maxwellien (à la température $T + dT$).

On s'intéressera donc à une perturbation donnée (ω et \underline{k} fixés), et on prendra le paramètre a , dépendant de T , comme variable indépendante.

Un calcul linéaire conduisant évidemment, pour un plasma homogène, à des perturbations des moments proportionnelles au champ perturbateur, on pourra toujours définir des coefficients macroscopiques comme la conductivité $\underline{\sigma}$ et le coefficient thermoélectrique $\underline{\beta}$, pour les composantes de FOURIER (ω , \underline{k}), par

$$(26.1) \quad \underline{J} = q \int f_1 \underline{w} d^3 w = \underline{\sigma} \cdot \underline{E} \quad \underline{\sigma} = \underline{\sigma}(T)$$

$$(26.2) \quad \underline{q} = \frac{1}{2} m \int f_1 w^2 \underline{w} d^3 w - \frac{5}{2} n_0 K T \underline{v} = - \underline{\beta} \cdot \underline{E} \quad \underline{\beta} = \underline{\beta}(T)$$

pour une pression d'équilibre $\underline{\Psi}_0 = n_0 KT \underline{1}$, et où \underline{v} est la vitesse moyenne des particules.

Si l'équilibre est maxwellien, la fonction de distribution des vitesses à l'équilibre, f_0 , est de la forme

$$f_0 = C \exp(-U/KT)$$

où U est l'énergie de la particule de vitesse w , et C , une constante. Or, en l'absence de collision, le théorème de LIOUVILLE établit que f reste constante le long d'une trajectoire dans l'espace des phases. On a donc

$$\frac{d}{dt} f = \frac{d}{dt} (f_0 + f_1) = 0$$

où $\frac{df_0}{dt}$ est la variation de f_0 sous l'action de la perturbation :

$$df_0 = -(1/KT) f_0 dU$$

Pour les petites perturbations, la variation d'énergie dU est proportionnelle au champ électrique perturbateur \underline{E} (puisque le champ magnétique B_0 ne travaille pas). Donc f_1 peut s'écrire

$$(26.3) \quad f_1 = \alpha f_0 \underline{\Phi} \cdot \underline{E} \quad (\alpha = m/2KT = a^{-2})$$

où $\underline{\Phi}$ est un opérateur intégral, le long d'une trajectoire, indépendant de α . Remarquons que la forme (26.3) est en accord avec les résultats du calcul microscopique (équation de VLASOV) donnés par exemple par BERNSTEIN⁽¹²⁾, pour $B_0 \neq 0$, $\underline{\Phi}$ dépendant alors des paramètres définissant la vitesse \underline{w} ($w \cos \varphi$, $w \sin \varphi$, u) de w , de k , de B_0 et de l'angle $(\underline{k}, \underline{B}_0)$, et bien indépendant de α ; l'expression de f_1 (Cf.13.1), quand $B_0 = 0$ est un cas particulier de l'égalité (26.3).

Avec (26.3), les expressions (26.1) et (26.2) s'écrivent

$$\begin{aligned} \underline{\sigma} &= q \int \alpha f_0(\alpha) \underline{w} \underline{\Phi} d^3 w \\ \underline{\beta} &= -\frac{m}{2} \int \alpha f_0(\alpha) w^2 \underline{w} \underline{\Phi} d^3 w + \frac{5}{2} \frac{KT}{q} \underline{\sigma} \end{aligned}$$

où $\alpha f_0(\alpha) = \pi^{-3/2} n_0 \alpha^{5/2} e^{-\alpha w^2}$. Il vient immédiatement

$$(26.4) \quad \frac{\partial}{\partial \alpha} \underline{\sigma} = (2q/m) \underline{\beta}$$

ou encore, avec $\alpha = m/2KT$

$$(26.5) \quad q \underline{\beta} = \frac{\partial}{\partial (1/KT)} \underline{\sigma}$$

L'existence de cette relation n'est fonction que de la forme de dépendance de f_0 avec la vitesse : c'est une propriété de l'équilibre maxwellien. La condition (26.5) permet donc de relier le vecteur flux de chaleur \underline{q} au vecteur densité de courant \underline{J} .^(*)

(*) On voit facilement que les relations (26.4-5) sont équivalentes aux expressions (25.7-13).

Il faudra cependant relier le vecteur \underline{q} à l'expression $\underline{\nabla} \cdot \underline{\Psi}$, où $\underline{\Psi}$ est donné en fonction de \underline{Q} , par la 3ème équation hydrodynamique. Aussi, pour alléger les calculs, on peut chercher à se passer de l'équation d'évolution de $\underline{\Psi}$ en essayant de trouver une relation du même type entre deux vecteurs $\underline{\eta}$ et \underline{w} caractérisant n_1 et $W_1 = \frac{1}{2} \text{Trace} \underline{\Psi}_1$:

$$n_1 = \underline{\eta} \cdot \underline{E} \quad , \quad W_1 = \underline{w} \cdot \underline{E}$$

Par un calcul analogue, on trouve

$$(26.6) \quad \underline{w} = \left[\frac{5}{2} K T - \frac{\partial}{\partial (1/K T)} \right] \underline{\eta}$$

Mais les significations physiques de ces deux tenseurs sont moins claires que celles de $\underline{\sigma}$ et $\underline{\beta}$, et, comme on le voit sur l'équation de continuité^(*), la connaissance de $\underline{\eta}$ ne permet pas d'obtenir toutes les composantes de $\underline{\sigma}$. On ne peut donc pas, de cette manière, caractériser complètement le milieu, et il faudrait adjoindre à (26.6) une ou plusieurs relations supplémentaires.

(*) qui s'écrit $w q \underline{\eta} = \underline{k} \cdot \underline{\sigma}$ soit $w q \eta_j = k \sigma_{zj}$

CHAPITRE VI

UTILISATION DE LA RELATION THERMODYNAMIQUE
 COMME CONDITION DE FERMETURE EXACTE, POUR UN PLASMA HOMOGENE
 EN L'ABSENCE DE CHAMP MAGNETIQUE

27. - LA RELATION ENTRE LES VECTEUR ET TENSEUR FLUX DE CHALEUR.

L'utilisation de la relation (26.6) comme condition de fermeture ne pourra se faire que si on sait relier le vecteur flux de chaleur \underline{q}_1 au vecteur $\underline{D} = \underline{\nabla} \cdot \underline{\underline{Q}}_1$ qui apparaît finalement dans l'équation d'évolution de la densité de courant \underline{J}_1 , après élimination des termes contenant $\underline{\Psi}_1$. Or,

$$(27.1) \quad q_i = (1/2) \sum_j Q_{jji} = (1/2) (Q_{xxi} + Q_{yyi} + Q_{zzi})$$

et avec $\underline{\nabla} = i\underline{k}$, où $\underline{k}(0, 0, k)$

$$(27.2) \quad D_i = -k^2 Q_{zzi}$$

Pour qu'une telle relation entre \underline{q} et \underline{D} existe, il faut donc faire un certain nombre d'hypothèses sur le tenseur $\underline{\underline{Q}}$. Ce tenseur a 10 composantes : 9 qu'on peut grouper en composantes $Q_{iix}, Q_{iiy}, Q_{iiz}$ de 3 vecteurs Q_{ii} ($i = x, y, \text{ ou } z$) liés à \underline{q} , et une Q_{xyz} qui ne figure pas dans \underline{q} ; \underline{D} et \underline{q} ne contenant pas cette dernière composante, il ne sera pas nécessaire, quand $B_0 = 0$, de faire une hypothèse sur elle.

a) - Hypothèse "adiabatique transversale". Interprétation physique.

Pour les Q_{ii} , l'hypothèse la plus simple est

$$(27.3) \quad \underline{Q}_\perp = \underline{Q}_{xx} + \underline{Q}_{yy} = 0$$

où \underline{Q}_\perp est le vecteur de composantes $Q_{\perp i} = Q_{xxi} + Q_{yyi}$

Cette hypothèse peut s'interpréter physiquement de la façon suivante. On peut écrire le tenseur flux de chaleur (1.3d) sous la forme

$$\underline{\underline{Q}} = m \int f(\underline{w}-\underline{v}) (\underline{w}-\underline{v}) \underline{w} d^3w - \underline{\Psi} \underline{v}$$

où Ψ est défini en (1.3c). Le premier terme de $\underline{\underline{Q}}$ est la moyenne du tenseur flux microscopique d'agitation thermique et le second terme est le flux moyen d'agitation thermique. Pour \underline{Q}_{ii} on a donc :

$$\underline{Q}_{ii} = m \int f(w-v)^2 \underline{w} d^3w - \underline{\Psi}_{ii} \underline{v}$$

ce qui nous amène à séparer les trois degrés de liberté : \underline{Q}_{ii} représente la différence entre la moyenne du flux de l'agitation thermique associée au degré de liberté i , et le flux moyen de l'agitation thermique associée au même degré de liberté, différence que nous appellerons "écart de flux dans la direction i ".

L'hypothèse (27.3) de l' "adiabatisation transversal" signifie donc, pour l'agitation thermique "dans la direction" perpendiculaire à la propagation, la nullité de l'écart de flux. Du point de vue des "échanges de chaleur", tout se passerait donc comme si le gaz de particules ne possédait d'agitation thermique que dans la direction de la propagation de l'onde. Cette hypothèse semble justifiée par des considérations de symétrie : sur un temps court devant une période (*), l'agitation thermique dans les directions perpendiculaires à \underline{k} a un effet moyen nul, tandis que dans la direction de \underline{k} , du fait du déplacement de l'onde, l'agitation thermique a un effet non nul en moyenne.

Alors $\underline{q} = (1/2) \underline{Q}_{zz}$ et $\underline{D} = -2k^2 \underline{q}$

soit :

(27.4) $\underline{\nabla} \cdot \underline{\nabla} \cdot \underline{\underline{Q}} = 2 \nabla^2 \underline{q}$

b) - Cette hypothèse est bien vérifiée. En effet, les calculs microscopiques donnent (Cf. paragraphe 25) :

- pour l'onde longitudinale $\underline{E}(0, 0, E_z)$: seul terme non nul $\underline{Q}_{zzz} = 2q_z$

- pour l'onde transversale $\underline{E}(E_x, 0, 0)$: seul terme non nul $\underline{Q}_{zzx} = 2q_x$

montrant en plus que \underline{q} est toujours parallèle à \underline{E} : pour chaque mode, le "flux de chaleur" se réduit à l'écart de flux, dans la direction du champ électrique de l'onde, de l'agitation thermique associée à la direction de propagation.

28. - FERMETURE DU SYSTEME DES EQUATIONS DES MOMENTS. EQUATION DIFFERENTIELLE POUR $\underline{\underline{\sigma}}(T)$

Avec la condition (27.4), le système des équations des moments, après élimination de $\underline{\nabla} \cdot \underline{\Psi}$, s'écrit à l'aide des tenseurs $\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{\beta}}$, ($\underline{\chi} = k/\omega$)

$$\underline{\underline{\sigma}} - (1/2\alpha) (\underline{\chi}^2 \underline{\underline{\sigma}} + 2 \underline{\underline{\chi}} \underline{\underline{\chi}} \cdot \underline{\underline{\sigma}}) + \underline{\chi}^2 (2q/m) \underline{\underline{\beta}} = \sigma_o \underline{1} \quad (\sigma_o = i \epsilon_o \omega_p^2 / \omega)$$

La relation thermodynamique (26.5) conduit alors à l'équation différentielle pour $\underline{\underline{\sigma}}$

$$2\alpha \underline{\chi}^2 \frac{\partial}{\partial \alpha} \underline{\underline{\sigma}} + \left[(2\alpha - \underline{\chi}^2) \underline{1} - 2 \underline{\underline{\chi}} \underline{\underline{\chi}} \right] \cdot \underline{\underline{\sigma}} = 2\alpha \sigma_o \underline{1}$$

(*) Sur une période de l'onde, au premier ordre par rapport à la perturbation, toutes les perturbations sont nulles en moyenne.

Posons $\alpha/\chi^2 = (\omega/ka)^2 = \zeta^2$, à ω et k fixés. On a

$$(28.1) \quad \zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} = 2\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha}$$

et, avec $\underline{\kappa} = \underline{\chi}/\chi = \underline{k}/k$, l'équation différentielle pour $\underline{\sigma}$ s'écrit

$$(28.2) \quad \zeta \frac{d}{d\zeta} \underline{\sigma} + \left[(2\zeta^2 - 1) \underline{1} - 2 \underline{\kappa} \underline{\kappa} \right] \cdot \underline{\sigma} - 2\zeta^2 \sigma_0 \underline{1} = 0$$

Cette équation détermine, à travers $\underline{\sigma}$, la "réponse" du plasma à un champ électrique $\underline{\mathcal{E}} = \underline{E} e^{i(\underline{k} \cdot \underline{r} - \omega t)}$ a priori quelconque : aucune distinction entre une excitation extérieure et le champ de charge d'espace n'est encore faite, à ce stade de calcul. Une fois $\underline{\sigma}$ déterminé, on trouvera la solution "self consistente" en introduisant l'expression de $\underline{\sigma}$ dans les équations de MAXWELL : on obtiendra ainsi une équation de dispersion $\mathcal{D}(\underline{k}, \omega) = 0$ qui permettra, en revenant au départ, de préciser les champs $\underline{\mathcal{E}}$ susceptibles d'exister dans le milieu.

29. - INTEGRATION DE L'EQUATION (28.2)

Avec $\sigma_0 = i\epsilon_0 \omega_p^2/\omega$, prenons $\underline{S} = \underline{\sigma}/\sigma_0$ comme fonction de ζ . L'équation (28.2) devient

$$(29.1) \quad \zeta \frac{d}{d\zeta} \underline{S} + \left[(2\zeta^2 - 1) \underline{1} - 2 \underline{\kappa} \underline{\kappa} \right] \cdot \underline{S} - 2\zeta^2 \underline{1} = 0$$

Avec $\underline{\kappa} \underline{\kappa} = \delta_{zz} \underline{1}$ et, en raison de la symétrie du problème

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} S_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & S_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & S_{\parallel} \end{pmatrix}$$

on obtient deux équations différentielles pour déterminer S_{\perp} et S_{\parallel}

$$(29.2) \quad \left(\zeta \frac{d}{d\zeta} + 2\zeta^2 - 1 \right) S_{\perp} - 2\zeta^2 = 0$$

$$(29.3) \quad \left(\zeta \frac{d}{d\zeta} + 2\zeta^2 - 3 \right) S_{\parallel} - 2\zeta^2 = 0$$

Les solutions générales (somme de la solution de l'équation homogène, et d'une solution particulière de l'équation inhomogène, laquelle s'exprime à l'aide de la fonction $Z(\zeta)$ ⁽³¹⁾) sont respectivement

$$(29.4) \quad S_{\perp} = C_{\perp} \zeta e^{-\zeta^2} - \zeta Z$$

$$(29.5) \quad S_{\parallel} = C_{\parallel} \zeta^3 e^{-\zeta^2} + \zeta^2 Z$$

où C_{\perp} et C_{\parallel} sont des constantes arbitraires, pouvant être complexes.

Le problème de la détermination des solutions de (29.2-3) se ramène donc à celui de la détermination des constantes C_{\perp} et C_{\parallel} . Dans ce but, nous allons utiliser les propriétés générales du tenseur $\underline{\sigma}$, qui doit

satisfaisant au principe de causalité et rester fini pour une excitation finie. Cela conduit aux relations de KRAMERS-KRONIG ⁽⁶²⁾, qui s'écrivent ici (ω est alors pris sur l'axe réel)

$$(29.6) \quad \underline{\underline{\sigma}}(\omega) = \frac{i}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\underline{\underline{\sigma}}(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega'$$

où \mathcal{P} désigne la partie principale de l'intégrale, prise au sens de CAUCHY. En posant $\sigma(\omega) = \sigma'(\omega) + i\sigma''(\omega)$ (29.6) se sépare en

$$(29.7) \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}}'(\omega) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\underline{\underline{\sigma}}''(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \\ \underline{\underline{\sigma}}''(\omega) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\underline{\underline{\sigma}}'(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega' \end{array} \right.$$

Pour passer à la fonction $\underline{\underline{S}} = (\omega / i\epsilon_0 \omega_p^2) \underline{\underline{\sigma}}$, qui n'est fonction que de la variable $\zeta = \omega / ka$, on fera le changement de variable $\omega = ka\zeta$, et les constantes C_{\perp} et C_{\parallel} étant indépendantes de k , on se placera dans le cas où k est réel. (Pour k complexe, il faudrait remplacer l'intégration sur l'axe réel du plan des ω par une intégration le long du contour Γ_k du plan des ζ complexes, correspondant, pour k complexe donné, aux ω réels; cela n'apporte aucun changement dans la démonstration qui suit).

En posant, comme pour $\underline{\underline{\sigma}}$, $\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{S}}' + i\underline{\underline{S}}''$ et compte tenu $\underline{\underline{\sigma}} = (i\mu / \omega) \underline{\underline{S}}$, où $\mu = \epsilon_0 \omega_p^2$, on a

$$\underline{\underline{\sigma}}' = -(\mu / \omega) \underline{\underline{S}}'' \quad \underline{\underline{\sigma}}'' = (\mu / \omega) \underline{\underline{S}}'$$

Les relations (29.7) s'écrivent alors, pour chacune des composantes $\underline{\underline{S}}_{\parallel}$ ou $\underline{\underline{S}}_{\perp}$ de $\underline{\underline{S}}$.

$$(29.8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\zeta} \underline{\underline{S}}''(\zeta) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\underline{\underline{S}}'(\zeta')}{\zeta'(\zeta - \zeta')} d\zeta' \\ \frac{1}{\zeta} \underline{\underline{S}}'(\zeta) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\underline{\underline{S}}''(\zeta')}{\zeta'(\zeta - \zeta')} d\zeta' \end{array} \right.$$

Or, $\underline{\underline{S}}_{\perp}$ et $\underline{\underline{S}}_{\parallel}$ sont de la forme $S = F(\zeta) + CG(\zeta)$

$$\text{où } F(\zeta) = \begin{cases} -\zeta Z \\ \zeta^2 Z' \end{cases}, \quad C = \begin{cases} C_{\perp} \\ C_{\parallel} \end{cases} \quad \text{et } G = \begin{cases} \zeta e^{-\zeta^2} \\ \zeta^3 e^{-\zeta^2} \end{cases}, \quad \text{pour } S = \begin{cases} S_{\perp} \\ S_{\parallel} \end{cases}$$

En séparant les parties réelle et imaginaire :

$$F = F' + iF'' \quad , \quad G = G' + iG'' \quad , \quad C = A + iB$$

il vient

$$S' = F' + AG' + BG'' \quad ; \quad S'' = F'' + AG'' + BG'$$

D'où, dans (29.8) :

$$(29.9) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\zeta} (F'' + AG'' + BG') = \frac{1}{\pi} \oint \frac{F' + AG' - BG''}{\zeta'(\zeta - \zeta')} d\zeta' \\ \frac{1}{\zeta} (F' + AG' - BG'') = -\frac{1}{\pi} \oint \frac{F'' + AG'' + BG'}{\zeta'(\zeta - \zeta')} d\zeta' \end{array} \right.$$

a). Pour S_{\perp} , $F/\zeta = -Z$ est une "fonction plus", elle vérifie donc les relations de KRAMERS-KRONIG. De sorte qu'il reste dans (29.9), avec $C_{\perp} = A_{\perp} + iB_{\perp}$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{\perp} \left[\frac{G''}{\zeta} - \frac{1}{\pi} \oint \frac{G'}{\zeta'(\zeta - \zeta')} d\zeta' \right] = -B_{\perp} \left[\frac{G'}{\zeta} + \frac{1}{\pi} \oint \frac{G''}{\zeta'(\zeta - \zeta')} d\zeta' \right] \\ -B_{\perp} \left[\frac{G''}{\zeta} - \frac{1}{\pi} \oint \frac{G'}{\zeta'(\zeta - \zeta')} d\zeta' \right] = -A_{\perp} \left[\frac{G'}{\zeta} + \frac{1}{\pi} \oint \frac{G''}{\zeta'(\zeta - \zeta')} d\zeta' \right] \end{array} \right.$$

qui, par division membre à membre, puisque $G/\zeta = e^{-\zeta^2}$ ne satisfait évidemment pas à (29.7), conduit à

$$A_{\perp}^2 + B_{\perp}^2 = 0, \text{ pour } A_{\perp} \text{ et } B_{\perp} \text{ constants}$$

dont la seule solution réelle est $A_{\perp} = B_{\perp} = 0$. Donc

$$(29.10) \quad C_{\perp} = 0$$

b). Pour S_{\parallel} , $F/\zeta = \zeta Z'$, on peut se ramener au cas précédent en posant $S_{\parallel} = \zeta^2 (s - 2)$, ce qui donne l'équation pour $s(\zeta)$, compte tenu de $Z' = -2(1 + \zeta Z)$

$$\zeta \frac{ds}{d\zeta} + (2\zeta^2 - 1)s - 4\zeta^2 = 0$$

conduisant évidemment à la solution $s = 2S_{\perp}$, d'où $C_{\parallel} = 2C_{\perp} = 0$.

Ainsi, les solutions générales des équations différentielles pour les composantes de \underline{S} sont toujours les solutions particulières, qui s'expriment à l'aide de la fonction $Z(\zeta)$, satisfaisant aux relations du type (29.7)

On obtient donc

$$(29.11) \quad \underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\parallel} \end{pmatrix}$$

où

$$(29.12) \quad \sigma_{\perp} = -\sigma_0 \zeta Z = -i\epsilon_0 (\omega_p^2/\omega) \zeta Z$$

$$(29.13) \quad \sigma_{\parallel} = \sigma_0 \zeta^2 Z' = i\epsilon_0 (\omega_p^2/\omega) \zeta^2 Z'$$

qui sont les expressions exactes obtenues par la théorie microscopique, et qui contiennent évidemment l'effet LANDAU [Cf. Eq. (13.5-6)].

En conclusion, dans le cas où $B_0 = 0$, il a donc été possible, à partir de l'hypothèse adiabatique transversale et de l'équation d'état (26.5), d'obtenir une description exacte à l'aide d'un modèle hydrodynamique, description qui contient l'amortissement LANDAU.

Les équations de dispersion, déduites de (7.3), avec (29.11-12-13) ont été déjà étudiées au chapitre III.

CHAPITRE VII

UTILISATION DE LA RELATION THERMODYNAMIQUE
 COMME CONDITION DE FERMETURE EXACTE, POUR UN PLASMA HOMOGENE EN
 PRESENCE D'UN CHAMP MAGNETIQUE. CAS DE LA PROPAGATION LONGITUDINALE

30. - ELIMINATION DE $\underline{\Psi}$ DANS LES EQUATIONS DES MOMENTS.

Si dans le cas $B_0 = 0$, l'élimination de $\nabla \cdot \underline{\Psi}$ est immédiate et conduit au vecteur $D = \nabla \cdot \nabla \cdot \underline{Q}$, il n'en est plus de même quand $B_0 \neq 0$. En effet, le champ magnétique couple alors les composantes non diagonales de $\underline{\Psi}$ et leur élimination est plus laborieuse (QUEMADA ⁽⁶³⁾).

Nous avons vu au chapitre précédent que, à côté des 9 composantes des 3 vecteurs \underline{Q}_{ii} , qui figurent dans le vecteur flux de chaleur \underline{q} , il existe une dixième composante Q_{xyz} qui, pour \underline{k} et \underline{B}_0 quelconques, ne disparaît pas. Cela peut se voir, en effet, en conservant les termes $\nabla \cdot \underline{Q} = ik\underline{Q}_z$, sur l'équation d'évolution de la pression cinétique [Cf. Eq. (8.5)] (pour $\underline{\underline{\Phi}} = (m/q)\underline{\Psi}$ et avec $A = a^2/2$)

$$(30.1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Phi_{xz} + i\ell \Phi_{yz} - it(\Phi_{zz} - \Phi_{xx}) - A\chi J_x - (q/m)\chi Q_{zxx} = 0 \\ \Phi_{yz} - i\ell \Phi_{xz} + it\Phi_{xy} - A\chi J_y - (q/m)\chi Q_{zzy} = 0 \\ \Phi_{zz} + 2it\Phi_{xz} - 3A\chi J_z - (q/m)\chi Q_{zzz} = 0 \\ \Phi_{xx} + 2i\ell \Phi_{xy} - 2it\Phi_{xz} - A\chi J_z - (q/m)\chi Q_{xxz} = 0 \\ \Phi_{xy} - it\Phi_{yz} - i\ell(\Phi_{xx} - \Phi_{yy}) - (q/m)\chi Q_{xyz} = 0 \\ \Phi_{yy} - 2i\ell \Phi_{xy} - A\chi J_z - (q/m)\chi Q_{yyz} = 0 \end{array} \right.$$

Ces équations montrent que, en dehors de la propagation longitudinale ($t=0$), la composante Q_{xyz} intervient : il n'est plus possible alors d'utiliser la relation thermodynamique comme seule condition de fermeture, puisqu'on ne peut pas relier \underline{q} et \underline{Q} .

Cependant, en propagation longitudinale, Ψ_{xx} , Ψ_{xy} et Ψ_{yy} n'interviennent plus et les trois premières équations (30.1) permettent de déterminer $\underline{\nabla} \cdot \underline{\Psi} = ik\underline{\Psi}_z$ en fonction des composantes de \underline{Q}_{zz} .

31. - CONDITION ADIABATIQUE TRANSVERSALE, EN PROPAGATION LONGITUDINALE.

En propagation longitudinale, la situation physique est très peu modifiée par rapport à celle en l'absence de champ magnétique : le champ magnétique ne fait que découpler fortement les mouvements parallèle et perpendiculaire à \underline{B}_0 (donc à \underline{k}). Les mêmes arguments que ceux qui ont été développés quand $B_0 = 0$, restent valables et permettent donc de conserver l'hypothèse de l' "adiabaticisme transversal" $\underline{Q}_\perp = \underline{Q}_{xx} + \underline{Q}_{yy} = 0$. Cette hypothèse est bien vérifiée par le calcul exact (QUEMADA (63)) qui, d'ailleurs, donne dans ce cas ($t=0$) $Q_{xx} = Q_{yy} = 0$. En outre, ce calcul exact montre que Q_{xyz} n'est pas nul, en général, sauf si $t = 0$. Sous cette hypothèse, le vecteur \underline{q} sera, comme dans le cas $B_0 = 0$, tel que

$$\underline{q} = (1/2) \underline{Q}_{zz}$$

et la relation thermodynamique sera condition de fermeture.

32. - FERMETURE DU SYSTEME DES EQUATIONS DES MOMENTS, EN PROPAGATION LONGITUDINALE.

Par suite de la symétrie du problème, nous utiliserons comme au paragraphe 10.B, les coordonnées tournantes. Les trois premières équations (30.1) s'écrivent alors

$$(32.1) \quad \left\{ \begin{array}{l} (1 \pm l) \underline{\Phi}_z^+ = \frac{a^2}{2} \chi J_z^+ + (2q/m) \chi q_z^+ \\ \underline{\Phi}_{zz} = \frac{3a^2}{2} \chi J_z + (2q/m) \chi q_z \end{array} \right.$$

donnant les valeurs des $(\underline{\Phi}_z^+, \underline{\Phi}_{zz})$ à porter dans les équations pour J [Cf. Eq. (10.6)] :

$$(32.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} (1 \pm l) J_z^+ - \chi \underline{\Phi}_z^+ = \sigma_0 E_z^+ \\ J_z - \chi \underline{\Phi}_{zz} = \sigma_0 E_z \end{array} \right. \quad (\sigma_0 = i\epsilon_0 \omega_p^2 / \omega)$$

L'élimination des $\underline{\Phi}_z^+$ et $\underline{\Phi}_{zz}$ donne alors

$$(32.3) \quad \left\{ \begin{array}{l} (1 \pm l)^2 J_z^+ - \chi^2 [(a^2/2) J_z^+ + (2q/m) q_z^+] = \sigma_0 (1 \pm l) E_z^+ \\ J_z - \chi^2 [(3a^2/2) J_z + (2q/m) q_z] = \sigma_0 E_z \end{array} \right.$$

Les tenseurs $\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{\beta}}$, compte tenu de la symétrie du problème, peuvent s'écrire

$$(32.4) \quad \underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & -\sigma_2 & 0 \\ \sigma_2 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{\beta}} = \begin{pmatrix} \beta_1 & -\beta_2 & 0 \\ \beta_2 & \beta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 \end{pmatrix}$$

$$\text{d'où} \quad \left\{ \begin{array}{l} J_{\underline{z}}^+ = (\sigma_{1\underline{z}} + i\sigma_2) E_{\underline{z}}^+ = \sigma_{\underline{z}}^+ E_{\underline{z}}^+ \\ J_{\underline{z}} = \sigma_3 E_{\underline{z}} \end{array} \right. \quad (\sigma_{\underline{z}}^+ = \sigma_{1\underline{z}} + \sigma_2)$$

et, de même

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{\underline{z}}^+ = -\beta_{\underline{z}}^+ E_{\underline{z}}^+ \\ q_{\underline{z}} = -\beta_{\underline{z}} E_{\underline{z}} \end{array} \right. \quad (\beta_{\underline{z}}^+ = \beta_{1\underline{z}} + i\beta_2)$$

Les équations (32.3) deviennent

$$(32.5) \quad \left[(1 + \ell)^2 - (a^2 \chi^2 / 2) \right] \sigma_{\underline{z}}^+ + (2q/m) \chi^2 \beta_{\underline{z}}^+ = \sigma_0 (1 + \ell)$$

$$(32.6) \quad \left[1 - (3a^2 \chi^2 / 2) \right] \sigma_3 + (2q/m) \chi^2 \beta_3 = \sigma_0$$

où, d'après (26.5) et (32.4),

$$(2q/m) \beta_{\underline{z}}^+ = \frac{\partial}{\partial \alpha} \sigma_{\underline{z}}^+ \quad ; \quad (2q/m) \beta_3 = \frac{\partial}{\partial \alpha} \sigma_3 \quad (\alpha = a^{-2})$$

1/ - Solution pour σ_3 .

En posant $\alpha / \chi^2 = 1/a^2 \chi^2 = \zeta^2 = (w/ka)^2$ et $y_3 = \sigma_3 / \sigma_0$, l'équation (32.6) devient

$$\zeta \frac{d}{d\zeta} y_3 + (2\zeta^2 - 3) y_3 - 2\zeta^2 = 0$$

dont la solution, satisfaisant aux conditions générales sur $\underline{\sigma}$, est [Cf. Eq. (29.3)] $y_3 = \zeta^2 Z'$.

2/ - Solutions pour $\sigma_{\underline{z}}^+$.

Avec les mêmes changements de variable et de fonction, l'équation (32.5) s'écrit

$$\zeta \frac{d}{d\zeta} y_{\underline{z}}^+ \left[2\zeta^2 (1 + \ell)^2 - 1 \right] y_{\underline{z}}^+ - 2\zeta^2 (1 + \ell) = 0$$

Posons $\zeta_{\underline{z}}^+ = (1 + \ell) \zeta = \frac{w + w_b}{ka}$ et $z_{\underline{z}}^+ = (1 + \ell) y_{\underline{z}}^+$. On obtient

$$\zeta_{\underline{z}}^+ \frac{d}{d\zeta_{\underline{z}}^+} z_{\underline{z}}^+ + (2\zeta_{\underline{z}}^2 - 1) z_{\underline{z}}^+ - 2\zeta_{\underline{z}}^2 = 0$$

dont les solutions, comme fonctions de $\zeta_{\underline{z}}^+$, sont [Cf. Eq. (29.2)]

$$z_{\underline{z}}^+ = -\zeta_{\underline{z}}^+ Z(\zeta_{\underline{z}}^+)$$

d'où

$$y_{\underline{z}}^+ = \frac{z_{\underline{z}}^+}{1 + \ell} = -\frac{\zeta_{\underline{z}}^+}{1 + \ell} Z(\zeta_{\underline{z}}^+) = -\zeta Z(\zeta_{\underline{z}}^+)$$

ou encore, en posant $\zeta_n = (w - nw_b)/ka$ et $Z_n = Z(\zeta_n)$

$$y_{\underline{z}}^+ = -\zeta Z_{\underline{z}+1}$$

En revenant à $\sigma_{\pm} = \sigma_0 y_{\pm}$, et finalement à $\sigma_1 = \frac{1}{2}(\sigma_+ + \sigma_-)$ et $\sigma_2 = \frac{1}{2i}(\sigma_+ - \sigma_-)$, il vient

$$(32.7) \quad \begin{cases} \sigma_1 = -(\sigma_0/2) \zeta (Z_{-1} + Z_{+1}) \\ \sigma_2 = -(\sigma_0/2i) \zeta (Z_{-1} - Z_{+1}) \\ \sigma_3 = \sigma_0 \zeta^2 Z'(\zeta) \end{cases}$$

La solution (32.7) est celle qu'on obtient directement par le calcul microscopique (Cf. par exemple SITENKO et STEPANOV (36)).

Donc, la relation thermodynamique, sous l'hypothèse adiabatique transversale, permet d'obtenir, dans une description hydrodynamique, la solution exacte pour la propagation longitudinale.

33. - CAS DE LA PROPAGATION QUELCONQUE PAR RAPPORT A \underline{B}_0 .

Lorsque \underline{k} n'est plus parallèle à \underline{B}_0 , la relation thermodynamique n'assure plus, comme nous l'avons vu, la fermeture du système des équations des moments. Néanmoins, elle reste valable. Il faudrait donc lui ajouter une ou plusieurs relations supplémentaires.

De telles relations pourraient être déduites de l'hydrodynamique des centres guides (64, 65). Mais leurs expressions ne peuvent pas être simples, du fait de l'absence de symétrie du problème. De plus, nous avons déjà fait remarquer la lourdeur de la méthode hydrodynamique en comparaison de la méthode microscopique. Aussi, il n'est pas sûr que de tels développements puissent avoir une grande utilité pratique et qu'ils conduisent à une méthode préférable à la méthode microscopique.

CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons présenté les principaux résultats de la théorie "adiabatique complète" concernant la propagation des ondes planes dans les plasmas chauds homogènes en l'absence de collision. La discussion de ces résultats, et leur comparaison avec ceux de la théorie cinétique, ont mis en évidence un domaine de validité de cette théorie ; ce domaine, d'autant plus étroit que la température est plus élevée, est limité aux faibles indices pour les hautes fréquences, et pour les basses fréquences, à des indices d'autant plus grands que le champ magnétique est plus fort ou que la densité est plus faible. On définit ainsi la région d'application de l' "approximation des plasmas tièdes", où la théorie adiabatique complète est correcte ; dans cette région, on obtient des courbes de dispersion $N(\omega)$, s'écartant peu de celles obtenues par la théorie des plasmas froids, les écarts étant dus aux effets de température, faibles à l'intérieur de ce domaine.

A l'extérieur de cette région, la théorie adiabatique complète donne des ondes très lentes - de vitesse de phase de l'ordre de la vitesse d'agitation thermique des particules - qui, toutes, sont décrites de façon incorrecte, et en particulier, ne présentent pas d'amortissements LANDAU, très importants pour ces ondes. De telles solutions doivent donc être rejetées : c'est le cas en particulier de l'onde pseudosonore.

Cependant, une théorie hydrodynamique "exacte", qui décrit correctement ces ondes très lentes, a pu être développée, et a conduit, sous certaines restrictions, à des résultats identiques aux résultats microscopiques. Elle repose essentiellement sur la propriété fondamentale que possède l'équation de VLASOV, de contenir plus d'informations que le système des équations des moments, et sur le fait qu'une partie, au moins, de ces informations supplémentaires, peut s'exprimer en termes macroscopiques, sous forme de relations entre moments, conduisant ainsi, sous certaines restrictions, à des conditions de fermeture "exactes".

Une telle méthode, nous l'avons fait remarquer, se heurte malheureusement à la lourdeur du calcul macroscopique. Aussi, s'il semble a priori justifié d'utiliser, en particulier pour des plasmas en géométrie finie, les équations macroscopiques - où les grandeurs considérées ont une "signification" physique bien définie, ce qui doit permettre en principe d'effectuer plus commodément certaines approximations -, il n'est pas sûr qu'en pratique cette méthode hydrodynamique exacte apporte un réel progrès sur la méthode microscopique.

Sous ces réserves, il a donc été possible, dans cette étude, d'analyser le contenu physique des théories hydrodynamiques des plasmas sans collision, et d'en préciser les limites d'application.

Qu'il me soit permis, à l'issue de ce travail, de remercier Monsieur le Professeur J.L. DELCROIX, qui a bien voulu m'accueillir dans son laboratoire, ainsi que Monsieur J.F. DENISSE, Directeur de l'Observatoire de Paris-Meudon, et Monsieur le Professeur J. DELLOUE, qui ont accepté de faire partie du Jury de cette thèse. Je tiens aussi à exprimer ma gratitude à Messieurs G. KALMAN et J. COSTE pour les nombreuses discussions que nous avons eues ensemble.

--	--	--	--

REFERENCES

- (1) J.E. DRUMMOND, R.A. GERWIN, B.G. SPRINGER : "The concept of Conductivity", *J^{al} Nucl. Energy C*, 2, 98-108 (1961).
- (2) S. CHANDRASEKHAR : "Plasma Physics" Univ. of Chicago Press (Chicago, 1960).
- (3) J.M. BURGERS : "Motion of a Completely Ionized Gas across a Magnetic Field in the Presence of an Electric Force". *Rev. Mod. Phys.* 32, 868-880. (Oct. 1960).
- (4) R. HERDAN, B.S. LILEY : "Dynamical Equations and Transport Relationships for a Thermal Plasma". *Rev. Mod. Phys.* 32, 731-741 (Oct. 1960).
- (5) H.T. YANG : "Moment Equations and Boundary Conditions for Magneto-Gas Dynamics". *Phys. Fluids*, 5, 1580-1589. (Dec. 1962).
- (6) I.B. BERNSTEIN, S.K. TREHAN : "Plasmas Oscillations (I)" *Nucl. Fusion*, 1, 3-41 (Janv. 1960).
- (7) G.F. CHEW, M.L. GOLDBERGER, F.E. LOW : "The Boltzmann equation and the one-fluid hydrodynamic equations in the absence of particle collisions". *Proc. Roy. Soc. (London) A* 236, 112-118, (Juil. 1956).
- (8) R. LUST : "On the stability of a homogeneous plasma with non-isotropic pressure" in *Proc. on Conf. Control. Fus. Research*, 154-157, Gatlingburg (Tennessee) (Avr. 1959).
- (9) O. BUNEMAN : "Gas Law and Conductivity of a Collision-Free Plasma". *Phys. Fluids*, 4, 669-680. (Juin 1961).
- (10) J.L. DELCROIX : "Physique des Plasmas" Tome I. Dunod (Paris, 1963).
- (11) R.F. WHITMER : "Electromagnetic Waves and Transport Phenomena in Plasmas" in *Proc. V° CIPIG*, 1515-1522, (Munich, Sept. 1961).
- (12) E.V. APPLETON, G. BUILDER : "The Ionosphere as a Doubly Refracting Medium", *Proc. Phys. Soc. (London)* 45, 208, (1933).
- (13) D.R. HARTREE : "Propagation of Electromagnetic Waves in a Refracting Medium in a Magnetic Field". *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 27, 143 (1931).
- (14) K.G. BUDDEN : "Radio-Waves in the Ionosphere". Camb. Univ. Press (Cambridge, 1961).
- (15) P.L. AUER, H. HURWITZ, JR. R.D. MILLER : "Collective Oscillation in a Cold Plasma". *Phys. Fluids*, 1, 501-514 (Nov. Déc. 1958).
- (16) J.A. RATCLIFFE : "The Magneto-Ionic Theory and its Application to the Ionosphere" Camb. Univ. Press (Cambridge, 1959).
- (17) J.F. DENISSE, J.L. DELCROIX : "Théorie des Ondes dans les Plasmas", Dunod (Paris, 1961).
- (18) W.P. ALLIS, S.J. BUCHSBAUM, A. BERS : "Waves in Anisotropic Plasmas". M.I.T. Press (Cambridge, 1963).

- (19) H. ALFVEN : "Cosmical Electrodynamics", Clarendon Press (Oxford, 1950).
- (20) T.E. STRINGER : "Low frequency waves in an unbounded plasma" Rapport CLM-P17. Culham Laborat. (Culham, Abington 1963).
- (21) T. WATANABE : "Waves in a rarefied ionized gaz propagated transverse to an external magnetic field". Canad. J. Phys. 39, 1044-1057 (Juil. 1961).
- (22) B.S. TANENBAUM : "Dispersion Relations in a Stationary Plasma". Phys. Fluids. 4, 1262-1272 (Oct. 1961).
- (23) G.M. SESSLER : "Propagation of Longitudinal Waves in a Weakly Ionized Gas". Phys. Fluids. 7, 90-95 (Janv. 1964).
- (24) D. QUEMADA : "Expression générale du tenseur de conductivité $\sigma(\omega, k)$ d'un plasma, plongé dans un champ magnétique constant". Comp. Rend. Acad. Sc. Paris 252, 3027-3029 (Mai 1961).
- (25) L. MOWER : "Conductivity of a Warm Plasma". Phys. Rev. 116, 16-18 (Oct. 1959).
- (26) D. BOHM, E.P. GROSS : "Theory of Plasmas Oscillations". Phys. Rev. 75, 1851-1876 (Juin 1949) et 82, 232-242, (Avril 1961).
- (27) J.L. DELCROIX, J.F. DENISSE, D. QUEMADA : "Théorie des ondes adiabatiques associées aux termes non diagonaux du tenseur de pression dans les plasmas". Nucl. Fus. Suppl. 2, 411-422 (1962).
- (28) J. DAWSON : "On LANDAU Damping" Phys. Fluids 4, 869-874 (Juil. 1961).
- (29) T.H. STIX : "The Theory of Plasma Waves". Mc Graw-Hill (New-York 1962).
- (30) L.D. LANDAU : "On the Vibrations of the Electronic Plasma". J. Phys. (U.R.S.S.) 10, 25 (1946).
- (31) B.D. FRIED, S.D. CONTE : "The Plasma Dispersion Function". Acad. Press (New-York, 1961).
- (32) R.L. LIBOFF : "Long-Wavelength Phenomena in a Plasma". Phys. Fluids. 5, 963-980 (Aout 1962).
- (33) B.D. FRIED, R.W. GOULD : "Longitudinal Ion Oscillations in a Hot Plasma" Phys. Fluids. 4, 139-147 (Janv. 1961).
- (34) D. QUEMADA : "Etude microscopique de la propagation des ondes longitudinales lentes en l'absence de champ magnétique statique". Rapport LP24, Lab. Phys. Plasmas Orsay (Orsay, Juin 1963).
- (35) M.S. IOFFRE, R.I. SOBOLEV, V.G. TELKOVSKII, E.E. YUSMANOV : "Magnetic Mirror confinement of a Plasma". Soviet. Phys. JETP 12, 1117-1122 (Juin 1961).
- (36) A.G. SITENKO, K.N. STEPANOV : "On the Oscillation of an Electron Plasma in a Magnetic Field". Soviet. Phys. JETP 4, 512-520 (Mai 1957).
- (37) I.B. BERNSTEIN : "Waves in a Plasma in a Magnetic Field". Phys. Rev. 109, 10-21 (Janv. 1958).
- (38) D. QUEMADA : "Les corrections de température dans l'expression du tenseur de conductivité d'un plasma plongé dans un champ magnétique constant". Compt. Rend. Acad. Sc. Paris, 252, 3556-3558 (Juin 1961).
- (39) T.H. STIX : "Generation and Thermalization of Plasma Waves". Phys. Fluids 1, 308-317 (Juil. 1958).
- (40) J.L. DELCROIX, J.F. DENISSE, J.M. PIHAN, D. QUEMADA : "Théorie des ondes transversales dans les plasmas à pression tensorielle" Rapport LP 7, Lab. Phys. Plasmas, Orsay (Orsay 1961).
- (41) P.A. STURROCK : "Amplifying and evanescent waves, convective and non convective instabilities" in "Plasmas Physics". J.E. DRUMMOND. Mc. Graw-Hill (New-York 1959).
- (42) V.D. SHAFRANOV : "Propagation of an electromagnetic field in a medium with spatial dispersion". Soviet. Phys. JETP 7, 1019-1029 (Déc. 1958).
- (43) J.M. BERGER, W.A. NEWCOMB, J.M. DAWSON, E.A. FRIEMAN, R.M. KULSRUD, A. LENARD : "Heating of a Confined Plasma by Oscillating Electromagnetic Fields". Proc. 2nd. Confer. Peaceful Uses of Atom. Energy, 31, 112-117 (Genève, Sept. 1958).
- (44) P.M. PLATZMAN, S.J. BUSCHBAUM : "Wave propagation along a Magnetic Field in a Warm Plasma". Phys. Rev. 128, 1004-1012, (Nov. 1962).

- (45) Y. FURUTANI, G. KALMAN : "Propagation quasi-transverse des harmoniques de la fréquence cyclotron dans un plasma sans collision". Rapport LP 35. Lab. Phys. Plasma Orsay (Orsay, Avr. 1964).
- (46) Y.N. DNESTROSKII, D.P. KOSTOMAROV : "Dispersion equation for an ordinary wave moving in a plasma perpendicular to an external magnetic field". Soviet. Phys. JETP, 13, 986-990 (Nov. 1961).
- (47) Y.N. DNESTROSKII, D.P. KOSTOMAROV : "The dispersion equation for an extraordinary wave moving in a plasma across an external magnetic field". Soviet. Phys. JETP, 14, 1089-1095 (Mai 1962).
- (48) A.Y. WONG, N. D'ANGELO, R.W. MOTLEY : "Propagation and Damping of ion acoustic waves in highly ionized plasma". Phys. Rev. Let. 9, 415-416 (Nov. 1962).
- (49) V.V. DOLGOPOLOV, A.I. ERMAKOV, N.I. NAZAROV, K.N. STEPANOV, V.T. TOLOK : "Experimental observation of LANDAU damping in a plasma". Let. to Ed. in Soviet. Phys. JETP, 18, 866-867 (Mars 1964).
- (50) M.N. ROSENBLUTH : "Summary on Plasma Physics". J. Nucl. Energy Part. C, 2, 235-238 (1961).
- (51) C. OBERMAN : "On the correspondence between the solutions of the collision less equation and the derived moment equations". Rapp. MATT-57. Princeton Univ. (Princeton, Déc. 1960).
- (52) E. CANOBBIO, R. CROCI : "Discussion of two dispersion relations deduced from the Vlasov equation". Rapp. IPP 2/14 Inst. Für Plasma physik (Garching-Munche, Aout 1962).
- (53) H. GRAD : "Principles of the Theory of Gases". in Handb. der Physik XII, 205-294. (Springer-Verlag, Berlin 1958).
- (54) W.P. ALLIS, S.J. BUSCHBAUM : "Plasma Theory". Summer Session MIT Cambridge (1959).
- (55) D. QUEMADA : "Conductivité d'un plasma chaud". Ecole d'été. Orsay (Sept. 1962).
- (56) T.W. JOHNSTON : "Waves in warm quiescent plasma". Canad. J^{al} Phys. 40, 1208-1244 (1962).
- (57) Y. ROCARD : "Dynamique générale des vibrations". Masson (Paris, 1949).
- (58) D. QUEMADA : "Le caractère non adiabatique des ondes longitudinales lentes dans un plasma sans collisions, où $T_e = T_i$ ". in Proc. VI^o CIPIG, 66, 253-259 (Paris, Juin 1963).
- (59) D. QUEMADA : "L'amortissement LANDAU des ondes longitudinales obtenu à partir des équations macroscopiques, pour un plasma sans collision". Compt. Rend. Acad. Sc. Paris, 257, 1455-1457 (Aout 1963).
- (60) L. BRILLOUIN : "Wave Propagation and Group Velocity". Acad. Press (New-York, 1960).
- (61) D. QUEMADA : "Une condition de fermeture thermodynamique pour le système des équations hydrodynamiques dans un plasma sans collision, en équilibre maxwellien". Compt. Rend. Acad. Sc. Paris, 259, 315-318 (Juil. 1964).
- (62) R. BALESCU, in "Statistical Mechanics of charged particles" p. 98 - Intersc. Publ. (Londres 1963).
- (63) D. QUEMADA : "Fermetures du système des équations de moments". Rapport LP 38, Lab. Phys. Plasmas Orsay (Orsay, 1964).
- (64) M.L. GOLDBERGER, K.M. WATSON : "Effet of non-scalar pressure tensor on plasma properties". Rapp. LA-2055. Los Alamos Lab. Univ. of California (New-Mexico 1955).
- (65) H. GRAD : "Microscopic and Macroscopic Models in Plasma Physics". in Proc. of Sympos. on Electromagnetic and Fluid Dynamics of Gaseous Plasma (New-York, Avril 1961).
- (66) D. QUEMADA : "Théories adiabatique et magnétodynamique exacte de la propagation des ondes dans les plasmas chauds". Rapport LP 49. Lab. Phys. Plasmas (Orsay, 1965).

Deuxième Thèse

Propositions données par la Faculté :

LES ANTENNES DANS LES PLASMAS

Vu et approuvé :

Paris, le 26 mai 1965

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

Marc ZAMANSKY

Vu et permis d'imprimer

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean ROCHE

